

XXIV CONGRESO NACIONAL DE ACEDE  
SEPTIEMBRE 2014, CASTELLÓN

**INCORPORANDO CONDICIONES LABORALES A PROBLEMAS DE  
SECUENCIAS EN LÍNEAS DE PRODUCTOS MIXTOS**

**Joaquín Bautista Valhondo**

Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.

**Rocío Alfaro Pozo**

Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.

**Cristina Batalla García**

Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.

Datos de contacto:

Joaquín Bautista Valhondo  
Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.  
Departamento de Organización de Empresa, DOE.  
Avda. Diagonal, 647. Barcelona  
93 401 17 03  
Joaquin.bautista@upc.edu

XXIV CONGRESO NACIONAL DE ACEDE  
SEPTIEMBRE 2014, CASTELLÓN

## **INCORPORANDO CONDICIONES LABORALES A PROBLEMAS DE SECUENCIAS EN LÍNEAS DE PRODUCTOS MIXTOS**

Joaquín Bautista Valhondo  
Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.

Rocío Alfaro Pozo  
Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.

Cristina Batalla García  
Universidad Politécnica de Cataluña, UPC.

### **Resumen**

Partiendo de una variante de un problema de secuenciación en líneas de productos mixtos (*MMSP-W*: Mixed-Model Sequencing Problem with Workload Minimisation), se proponen dos nuevos modelos que incorporan condiciones laborales a los puestos de trabajo de la línea. El primero tiene en cuenta la limitación de la saturación de los puestos de trabajo, mientras que el segundo contempla, además, la activación de los operarios a lo largo de la jornada laboral. Se realizan sendas experiencias computacionales, empleando un caso de estudio de la planta de motores de Nissan en Barcelona, con dos propósitos: (1) estudiar la repercusión que ocasiona la limitación de la saturación sobre la caída de la productividad de la línea, y (2) evaluar la recuperación de la productividad de la línea, mediante la activación de los operarios, manteniendo la misma calidad en las condiciones laborales conseguida al limitar la saturación.

### **Palabras clave:**

Secuenciación de operaciones; Líneas de productos mixtos; Sobrecarga, Saturación, Factor de actividad; MMSP-W

# INCORPORANDO CONDICIONES LABORALES A UN PROBLEMA DE SECUENCIAS EN LÍNEAS DE PRODUCTOS MIXTOS

## 1. PRELIMINARES

Hoy en día, son muchos los sistemas productivos en los que la fabricación o montaje, de toda o parte de la producción, se lleva a cabo en líneas de producción. Además, la exigencia actual del mercado, hace que cada vez sea más necesario que las compañías ofrezcan una gran oferta de productos con diferentes opciones. Esta situación, podemos encontrarla fácilmente en el sector del automóvil, donde se fabrican diferentes tipos de productos, que a pesar de pertenecer a la misma familia, poseen diferentes características y requieren, por tanto, diferente consumo de componentes y uso de recursos. Evidentemente, no todos los vehículos llevan el mismo tipo de motor, y no todos los vehículos están equipados con los mismos componentes, tanto interiores como exteriores.

Un claro ejemplo de este tipo de líneas de productos mixtos (*MMAL*, Mixed-Model Assembly Lines), lo encontramos en las líneas de motores o en las líneas de ensamblaje, donde se incorporan los diferentes componentes (asientos, volante, pedales) al cuerpo del vehículo. Esta variedad en la gama de productos, provoca la necesidad de que las líneas de producción o montaje actuales sean flexibles, y puedan adaptarse a los diferentes tipos de productos que se realizan en ellas, sin incurrir en costes excesivos.

Así, con el objetivo de flexibilizar y reducir costes, tanto de mano de obra como de manipulación y almacenamiento, las líneas de montaje de productos mixtos presentan dos problemas básicos: (1) el equilibrado de la línea - problema conocido en la literatura como Assembly Line Balancing Problem (*ALBP*) (Salvenson, 1955), para el que existe multitud de variantes (Becker y Scholl, 2006); Battaña y Dolgui, 2013); y (2) la secuenciación de unidades de productos mixtos en líneas y talleres de producción.

Dentro de estos últimos, podemos clasificar los problemas en función de la variabilidad de los tiempos de proceso de las operaciones requeridas para producir o ensamblar distintos tipos de productos. En nuestro ideario, éstos son:

- i. Problemas de permutación tipo Flow-Shop. Tienen sentido cuando los tiempos de proceso de las unidades son heterogéneos en las etapas del proceso productivo de un taller. Algunos trabajos de la literatura sobre dichos problemas son Bautista et al. (2012) y Pan y Ruíz (2013).
- ii. Economic Lot Scheduling Problems (*ELSP*). A veces es conveniente secuenciar las unidades por lotes. Entonces, el tiempo de proceso de cualquier operación depende del número de unidades que componen el lote de piezas. Aquí, además de la secuencia y el ciclo de fabricación, es preciso

determinar el tamaño de los lotes que equilibran los costes de preparación de la línea y los costes de posesión de stock de piezas (Elmaghraby-Salah, 1978, Raza y Akgunduz, 2008).

iii. Mixed-Model Sequencing Problems (*MMSP*). En estos problemas, los tiempos de proceso de los productos mixtos son homogéneos en las etapas del proceso productivo. El objetivo es establecer un orden de fabricación de los productos (manteniendo dicho orden proceso a proceso, dentro de lo posible). Estos problemas aparecen en la cadena de suministro de sistemas productivos regidos por las ideologías Just In Time (*JIT*, Toyota) y Douki-Seisan (*DS*, Nissan). Entre las aportaciones que tratan este tipo de problemas, encontramos la revisión de la literatura de Boysen, Flidner y Scholl (2009a) y los trabajos de Bautista y Cano (2011), Solnon, Cung, Nguyen y Artigues (2008) y Boysen, Flidner y Scholl (2009b), entre otros.

A su vez, en nuestro ideario, los problemas *MMSP* se pueden clasificar según el criterio de optimización que afecta a uno o más elementos del sistema productivo; esto es:

- a. Minimización del nivel de stock de productos y de componentes. Aquí, encontramos el problema Product Rate Variation (*PRVP*) - propuesto por Miltenburg (1989) -, cuyo propósito es minimizar la variación de las tasas de producción, y el problema Output Rate Variation (*ORVP*) - propuesto por Monden (1983) -, enfocado a minimizar la variación de las tasas de consumo de componentes.
- b. Minimización de la sobrecarga. En una secuencia de productos mixtos es obvio que algunas unidades requerirán a algunos puestos de trabajo tiempos de proceso por encima de los valores medios. A partir de estos valores medios se determina el tiempo de ciclo que se corresponde con el tiempo concedido a cualquier estación de la línea para procesar cualquier tipo de producto. Cuando el procesador de una estación de la línea no dispone del tiempo suficiente para completar la parte del trabajo sobre el producto que se le ha asignado, aparece una sobrecarga que, en ausencia de sobre esfuerzo, acaba generando trabajo pendiente. En este caso, el objetivo es reducir al mínimo el trabajo no completado, llamado también sobrecarga. Un claro ejemplo de esta categoría de problemas es el Mixed-Model Sequencing Problem with Workload Minimisation (*MMSP-W*), tanto en su versión original (Yano y Rachamadugu, 1991) como en sus variantes (Bautista, Cano y Alfaro 2012a,b).
- c. Minimización del número de sub-secuencias con opciones especiales. Estos problemas se centran en evitar los bloqueos causados por aquellos tipos de productos que requieren una mayor cantidad de trabajo por poseer opciones especiales. El problema conocido como Car Sequencing Problem (*CSP*), descrito por primera vez en Parrello, Kabat y Wos (1986), pertenece a esta categoría de problemas.

En este trabajo nos centraremos en la categoría (iii)-(b) de problemas; es decir, en problemas de secuencias de productos mixtos en líneas de producción que minimizan el trabajo no completado o sobrecarga (*MMSP-W*: Mixed-Model Sequencing Problem with Workload Minimisation).

Aunque este tipo de problemas ha sido ampliamente tratado en la literatura, no se han contemplado hasta el presente algunos aspectos propios de los recursos humanos que intervienen en el sistema productivo.

En efecto, los procesadores contienen tanto sistemas automatizados como operarios, y es evidente que éstos últimos están sujetos a unas condiciones laborales derivadas de la Ley, normas y contratos, así como de la negociación entre la empresa y los representantes de los trabajadores. Dichas condiciones afectan a algunas características laborales como son: la duración de la jornada laboral, el nivel de ocupación o saturación de los procesadores y el nivel de actividad de los operarios asumido como normal.

En este trabajo, nuestro propósito es incorporar determinadas condiciones laborales a la familia de problemas conocida bajo las siglas *MMSP-W*.

El resto de este escrito se estructura como sigue. En el apartado 2 se describe e ilustra el problema *MMSP-W* y algunas de sus variantes. El apartado 3 se dedica a fundamentos sobre la jornada laboral y la saturación de puestos de trabajo de la línea, distinguiendo entre saturación estática y saturación dinámica. Partiendo de una variante del *MMSP-W*, en el apartado 4, se formula un nuevo modelo,  $M4 \cup 3_{\eta}$ , que incorpora restricciones de saturación dinámica sobre las estaciones de la línea en función de la secuencia de productos. La explotación de dicho modelo se realiza en el apartado 5 mediante una experiencia computacional, basada en un caso de estudio de la planta de motores de Nissan en Barcelona, que mide el impacto producido por la limitación de la saturación dinámica en las estaciones sobre el incremento del trabajo global no completado. En el apartado 6, se proponen una serie de medidas correctivas para reducir la sobrecarga de trabajo global. Una de estas medidas correctivas, la activación de los procesadores, se describe con detalle en el apartado 7, y, teniéndola en consideración, se formula un nuevo modelo,  $M4 \cup 3_{\alpha I_{\eta}}$ , como resultado de la extensión natural del modelo  $M4 \cup 3_{\eta}$ . La explotación de  $M4 \cup 3_{\alpha I_{\eta}}$  se efectúa en el apartado 8, empleando, en la experiencia computacional, los mismos datos que en el apartado 5, con el propósito de alcanzar un equilibrio entre productividad y condiciones laborales idóneas. Finalmente, dedicamos el apartado 9 a las conclusiones y a la propuesta de trabajos futuros.

## **2. EL *MMSP-W***

El *MMSP-W* consiste en establecer el orden de fabricación de  $T$  unidades de un conjunto  $I$  de tipos de producto en una línea de montaje compuesta por un conjunto  $K$  de estaciones dispuestas en serie.

Cada unidad de tipo de producto  $i$  ( $i=1, \dots, |I|$ ) requiere a cada procesador homogéneo (operario, robot, etc.) de una estación  $k$  ( $k=1, \dots, |K|$ ) un tiempo de proceso  $p_{i,k}$  medido a actividad normal ( $\alpha^N$ ). A su vez, a cada procesador se le concede un tiempo normal para trabajar. Este tiempo, llamado

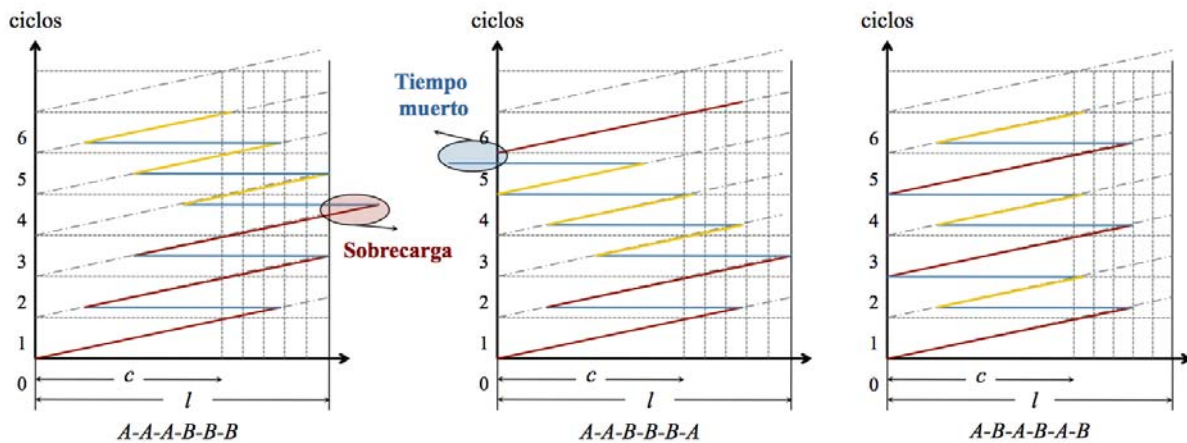
tiempo de ciclo ( $c$ ), es el tiempo estándar durante el cual cada procesador puede trabajar sobre una unidad de producto. Aunque en ocasiones, para completar parte del trabajo sobre dicha unidad, ésta se puede retener en la estación  $k$  ( $k=1,\dots,|K|$ ) un tiempo, llamado tiempo de ventana o ventana temporal ( $l_k$ ), que, al ser superior al tiempo de ciclo ( $l_k - c > 0$ ), supone una reducción del tiempo disponible para trabajar sobre la siguiente unidad presente en la secuencia. Cuando la ventana temporal no es suficiente para completar todo el trabajo requerido se genera sobrecarga.

Así, considerando la variación de los tiempos de proceso de las operaciones y considerando que el tiempo de ciclo de los procesadores se determina en base al promedio de los tiempos y demandas de todos los tipos de producto, el objetivo del problema es minimizar la sobrecarga de trabajo o maximizar el trabajo completado.

Este objetivo puede alcanzarse mediante dos vías. Primera, reduciendo al mínimo el trabajo no completado (sobrecarga) por los procesadores, garantizando así la realización de la mayor parte de trabajo requerido. Segunda, minimizando el tiempo improductivo (tiempo muerto) de los procesadores.

La Ilustración 1 muestra el efecto producido, en un puesto de trabajo, por 3 secuencias de 6 unidades de dos tipos de producto (A con carga alta y B con carga baja). La primera secuencia (AAABBB) es generadora de sobrecarga y la segunda (AABBBA) genera tiempo muerto, mientras que la tercera (ABABAB) no produce ninguno de estos dos efectos.

**Ilustración 1. Sobrecarga, tiempo muerto y trabajo completado en función de la secuencia.**



Son muchas las variantes del *MMSP-W* estudiadas, desde los modelos  $M1$  y  $M2$  propuestos por Yano y Rachamadugu (1991) y por Scholl, Klein y Domschke (1998), respectivamente (ver tabla 1). A partir de estos modelos de referencia, en los que no se contemplan vínculos entre estaciones, Bautista y Suárez (2009) y Bautista y Cano (2011) formularon dos nuevos modelos,  $M3$  y  $M4$ , con vínculos entre estaciones y con la asignación de un tiempo máximo igual a  $l_k$ , para todas las unidades de producto. Posteriormente, Bautista, Cano y Alfaro (2011) extendieron el modelo  $M4$ , obteniendo el

modelo  $M4'$ , que además de minimizar la sobrecarga, utilizar instantes de inicio relativos, considerar la ventana temporal en todas las estaciones para todos los productos y considerar vínculos entre estaciones, tiene en cuenta que pueda haber más de un procesador homogéneo por estación. Finalmente, Bautista, Cano y Alfaro (2012b) formularon dos nuevos modelos equivalentes entre sí, el  $M3 \cup 4$  y el  $M4 \cup 3$ .

**Tabla 1. Comparativa de los modelos de la literatura.**

	$M1$	$M2$	$M3$	$M4$	$M4'$	$M3 \cup 4$	$M4 \cup 3$
Función Objetivo	$\max V$	$\min W$	$\max V$	$\min W$	$\min W$	$\max V / \min W$	$\max V / \min W$
Instantes de inicio	$s_{k,t}$	$\hat{s}_{k,t}$	$s_{k,t}$	$\hat{s}_{k,t}$	$\hat{s}_{k,t}$	$s_{k,t}$	$\hat{s}_{k,t}$
Variables proceso	$v_{k,t}$	$w_{k,t}$	$v_{k,t}$	$w_{k,t}$	$w_{k,t}$	$v_{k,t}, w_{k,t}$	$v_{k,t}, w_{k,t}$
Ventana temporal	$l_k \forall k$	$c \forall k$	$l_k \forall k$	$l_k \forall k$	$l_k \forall k$	$l_k \forall k$	$l_k \forall k$
Rango para $b_k$	$b_k \geq 1$	$b_k = 1$	$b_k \geq 1$	$b_k = 1$	$b_k \geq 1$	$b_k \geq 1$	$b_k \geq 1$
Vínculos estaciones	No	No	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

Ninguno de los modelos anteriores contempla características laborales como son: la duración de la jornada laboral y el nivel de ocupación o saturación de los procesadores.

### 3. CONDICIONES SOBRE LA JORNADA LABORAL Y LA SATURACIÓN

Centrándonos en la jornada laboral europea para el sector de automoción, frecuentemente, empresas y representantes de los trabajadores acuerdan: (1) el calendario laboral y (2) la duración efectiva de un turno de trabajo.

El calendario laboral, con un horizonte de un año de duración, se segmenta en semanas numeradas (52 o 53) y sirve para fijar los días laborales del año para el colectivo. En este entorno, es usual un número de días laborales al año igual a 225.

Los días laborales pueden tener hasta 3 turnos de 8 horas de presencia, aunque el número de horas efectivas (productivas) de un turno está comprendido entre  $6h 15'$  y  $7h$ , pues se deja un tiempo a los operarios para cubrir sus necesidades fisiológicas.

Una vez establecidas las horas efectivas de la jornada laboral ( $H$ ) y el número de unidades a fabricar durante dicha jornada ( $T$ ), se determina el tiempo de ciclo ( $c$ ), que es el tiempo concedido a cualquier estación de trabajo para procesar cualquier operación. Obviamente,  $c = H/T$ .

La saturación a la que están sometidos los procesadores (operarios) a lo largo de la jornada laboral en una línea de producción, es una de las condiciones, relativas a los puestos de trabajo, que las grandes compañías de automoción negocian con los representantes de los trabajadores. Generalmente, las

compañías europeas establecen unos límites para la saturación máxima ( $\eta_{\max}^{\infty}$ ) y la saturación media ( $\eta_{\text{med}}^{\infty}$ ).

Entendemos por saturación máxima, la proporción de tiempo que emplea la operación (carga de trabajo) con mayor tiempo de proceso en un momento determinado de la jornada laboral, respecto al tiempo de ciclo disponible para ejecutar dicha operación; y por saturación media, la proporción del tiempo requerido por todo el trabajo, respecto al tiempo disponible para completarlo. Unos límites usuales para dichas saturaciones son  $\eta_{\max}^{\infty} = 1.2$  y  $\eta_{\text{med}}^{\infty} = 0.95$ , trabajando a unos ritmos comprendidos entre el de la actividad normal y el de un 10% superior a ésta. Para saber si se respetan o no las condiciones de saturación es necesario distinguir entre saturación estática y saturación dinámica.

La saturación estática se determina a partir de un tiempo de ciclo ( $c$ ), una matriz de tiempos de proceso (a actividad normal) de las operaciones ( $P := (p_{i,k}) : i \in I, k \in K$ ) y un plan de demanda ( $\vec{d} = (d_1, \dots, d_{|I|})$ ) compuesto por  $T$  unidades de productos mixtos.

En sintonía con los límites descritos anteriormente, distinguiremos entre saturación estática media y saturación estática máxima.

Llamaremos saturación estática media,  $\eta_{\text{med}}^{\circ}(k, c, \vec{d}, P)$ , asociada a la estación  $k \in K$ , al tiempo de ciclo  $c$ , al plan de demanda  $\vec{d}$  y al conjunto de tiempos de proceso  $P$ , a la proporción del tiempo que necesita cada procesador para completar su trabajo, respecto al tiempo disponible para realizarlo. Esto es:

$$\eta_{\text{med}}^{\circ}(k, c, \vec{d}, P) = \frac{1}{c \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^{|I|} p_{i,k} \cdot d_i \quad k = 1, \dots, |K| \quad (1)$$

Llamaremos saturación estática máxima,  $\eta_{\max}^{\circ}(k, c, P)$ , asociada a la estación  $k \in K$ , al tiempo de ciclo  $c$  y al conjunto de tiempos de proceso  $P$ , a la proporción de tiempo requerido a cada procesador por la operación más laboriosa, respecto al tiempo de ciclo. Esto es:

$$\eta_{\max}^{\circ}(k, c, P) = \frac{1}{c} \cdot \max_{i \in I} \{p_{i,k}\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (2)$$

Así, considerando las condiciones establecidas entre empresa y representantes de los trabajadores, debería cumplirse lo siguiente:

$$\eta_{\text{med}}^{\circ}(k, c, \vec{d}, P) \leq \eta_{\text{med}}^{\infty} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (3)$$

$$\eta_{\max}^{\circ}(k, c, P) \leq \eta_{\max}^{\infty} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (4)$$



Por su parte, la saturación dinámica de las estaciones depende de la secuencia ( $\pi(T) = \{\pi_1, \dots, \pi_T\}$ ) de fabricación de los productos, del tiempo de ciclo  $c$  y una matriz de tiempos (a actividad normal) correspondientes al trabajo completado ( $V := (v_{k,t}) : k \in K, t = 1, \dots, T$ ) en cada estación y posición de la secuencia. Así, diferenciando entre la saturación dinámica media y máxima, tenemos:

$$\eta_{med}(k, c, \pi(T), V) = \frac{1}{c \cdot T} \cdot \sum_{t=1}^{|T|} v_{k,t} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (5)$$

$$\eta_{max}(k, c, \pi(T), V) = \frac{1}{c} \cdot \max_{1 \leq t \leq T} \{v_{k,t}\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (6)$$

Por tanto, para limitar la saturación dinámica media y máxima en las estaciones de la línea, bastará con añadir a los modelos del *MMSP-W* las siguientes restricciones:

$$\sum_{t=1}^{|T|} v_{k,t} \leq \eta_{med}^{\infty} \cdot c \cdot T \quad k = 1, \dots, |K| \quad (7)$$

$$v_{k,t} \leq \eta_{max}^{\infty} \cdot c \quad k = 1, \dots, |K| \quad (8)$$

Es evidente que, por muchas precauciones que se tomen en el diseño de métodos y medida de tiempos mediante el sistema *MTM* (Methods Time Measurement), puede darse el caso en el que se superen los valores límite de saturación, a causa de un plan de demanda muy exigente en carga o de una secuencia de fabricación inapropiada.

Si bien es verdad que la violación de la saturación máxima se considera inaceptable, y requiere recurrir al departamento de métodos y tiempos para buscar alternativas en el montaje que reduzcan los tiempos de proceso, no ocurre lo mismo con la saturación media.

En efecto, el hecho de que la saturación media, ya sea estática o dinámica, supere el valor límite admisible ( $\eta_{med}^{\infty}$ ) en alguna estación, refleja que los procesadores no dispondrán de tiempo suficiente para completar el trabajo que se les requiere, y, por tanto, aparecerá una sobrecarga de trabajo cuyo valor crecerá frente a la reducción del valor de  $\eta_{med}^{\infty}$ .

Por una parte, la sobrecarga estática asociada a cada procesador de la estación de trabajo  $k \in K$  se puede determinar de la forma siguiente:

$$\omega_0(k, c, \vec{d}, P, \eta_{med}^{\infty}) = c \cdot T \cdot \max\{0, \eta_{med}^{\circ}(k, c, \vec{d}, P) - \eta_{med}^{\infty}\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (9)$$

Y, para determinar la sobrecarga estática de la línea, bastará con agregar las sobrecargas estáticas de sus estaciones multiplicadas por los procesadores,  $\vec{b} = (b_1, \dots, b_{|K|})$ , que hay en ellas. Esto es:

$$W_0(c, \vec{d}, \vec{b}, P, \eta_{med}^\infty) = \sum_{k=1}^{|K|} b_k \cdot \omega_0(k, c, \vec{d}, P, \eta_{med}^\infty) \quad (10)$$

Análogamente, las sobrecargas dinámicas asociadas a las estaciones y a la línea se determinan así:

$$\omega(k, c, \pi(T), V, \eta_{med}^\infty) = c \cdot T \cdot \max\{0, \eta_{med}(k, c, \pi(T), V) - \eta_{med}^\infty\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (11)$$

$$W(c, \vec{b}, \pi(T), V, \eta_{med}^\infty) = \sum_{k=1}^{|K|} b_k \cdot \omega(k, c, \pi(T), V, \eta_{med}^\infty) \quad (12)$$

Obviamente, el valor de sobrecarga inevitable que se deriva de la saturación dinámica ( $W$ ) siempre será igual o mayor que el derivado de la saturación estática ( $W_0$ ), pues habrá que sumarle a éste último los efectos producidos por la variación de los tiempos de proceso combinados con la secuencia.

#### 4. MMSP-W CON RESTRICCIONES DE SATURACIÓN

En base a las definiciones anteriores y al modelo  $M4 \cup 3$  para el  $MMSP-W$ , presentado por Bautista, Cano y Alfaro (2012b), a continuación se formula un nuevo modelo matemático,  $M4 \cup 3_\eta$ , cuyos parámetros y variables son:

Parámetros:

---

$K$	Conjunto de estaciones de trabajo ( $k = 1, \dots,  K $ ).
$b_k$	Número de procesadores homogéneos en cada estación de trabajo $k$ ( $k = 1, \dots,  K $ ).
$I$	Conjunto de tipos de producto ( $i = 1, \dots,  I $ ).
$d_i$	Demanda programada del tipo de producto $i$ ( $i = 1, \dots,  I $ ).
$p_{i,k}$	Tiempo de proceso (a actividad normal) requerido a cada procesador homogéneo, por una unidad de producto de tipo $i$ ( $i = 1, \dots,  I $ ) en la estación $k$ ( $k = 1, \dots,  K $ ).
$T$	Demanda total. Obviamente $\sum_{i=1}^{ I } d_i = T$ .
$t$	Índice de posición en la secuencia ( $t = 1, \dots, T$ ).
$c$	Tiempo de ciclo. Tiempo estándar asignado a cada procesador homogéneo de las estaciones de trabajo ( $k = 1, \dots,  K $ ) para tratar cualquier unidad de producto.

$l_k$  Ventana temporal. Tiempo máximo que se le permite, a cada procesador homogéneo de la estación  $k$  ( $k = 1, \dots, |K|$ ), trabajar en cualquier unidad de producto; siendo  $l_k - c > 0$  el tiempo máximo que se puede retener una unidad de producto en la estación  $k$ , una vez concluido el ciclo.

$\eta_{med}^\infty$  Saturación media admisible por procesador de cada estación de trabajo ( $k = 1, \dots, |K|$ ).

$\eta_{max}^\infty$  Saturación máxima admisible por procesador de cada estación de trabajo ( $k = 1, \dots, |K|$ ).

**Variables:**

---

$x_{i,t}$	Variable binaria que adopta el valor 1 si una unidad del producto $i$ ( $i = 1, \dots,  I $ ) se asigna a la posición $t$ ( $t = 1, \dots, T$ ) de la secuencia, y valor 0 en caso contrario.
$\hat{s}_{k,t}$	Diferencia positiva entre el instante de inicio real y el mínimo instante de inicio de la $t$ -ésima operación en la estación de trabajo $k$ .
$v_{k,t}$	Tiempo de proceso aplicado, por cada procesador homogéneo (a actividad normal), a la $t$ -ésima unidad de producto secuenciada en la estación $k$ ( $k = 1, \dots,  K $ ).
$w_{k,t}$	Sobrecarga generada en cada procesador homogéneo, medida en tiempo a actividad normal, por la $t$ -ésima unidad de producto secuenciada en la estación de trabajo $k$ ( $k = 1, \dots,  K $ ).

**Modelo  $M4 \cup 3_\eta$ :**

---


$$\min W = \sum_{k=1}^{|K|} \left( b_k \sum_{t=1}^T w_{k,t} \right) \Leftrightarrow \max V = \sum_{k=1}^{|K|} \left( b_k \sum_{t=1}^T v_{k,t} \right) \quad (13)$$

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^T x_{i,t} = d_i \quad i = 1, \dots, |I| \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{|I|} x_{i,t} = 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$v_{k,t} + w_{k,t} = \sum_{i=1}^{|I|} p_{i,k} \cdot x_{i,t} \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (16)$$

$$\sum_{t=1}^T v_{k,t} \leq \eta_{med}^\infty \cdot c \cdot T \quad k = 1, \dots, |K| \quad (17)$$

$$v_{k,t} \leq \eta_{max}^\infty \cdot c \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (18)$$

$$\hat{s}_{k,t} \geq \hat{s}_{k,t-1} + v_{k,t-1} - c \quad k = 1, \dots, |K|; t = 2, \dots, T \quad (19)$$

$$\hat{s}_{k,t} \geq \hat{s}_{k-1,t} + v_{k-1,t} - c \quad k = 2, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (20)$$

$$\hat{s}_{k,t} + v_{k,t} \leq l_k \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (21)$$

$$\hat{s}_{k,t}, v_{k,t}, w_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (22)$$

$$x_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, |I|; t = 1, \dots, T \quad (23)$$

$$\hat{s}_{1,1} = 0 \quad (24)$$

En el modelo  $M4 \cup 3_{-\eta}$ , la función objetivo (13) expresa la equivalencia entre la minimización de la sobrecarga dinámica total ( $W$ ) y la maximización del trabajo completado ( $V$ ). Las restricciones (14) representan la satisfacción de la demanda programada. Las restricciones (15) imponen que una unidad de producto sólo puede ser asignada a una posición de la secuencia. El conjunto de restricciones (16) fija la relación entre el tiempo de proceso requerido, el trabajo completado y la sobrecarga, en cada puesto de trabajo y en cada momento. Las restricciones (17) y (18) limitan la saturación media y máxima, respectivamente, en los puestos de trabajo. Los conjuntos (19)-(21) condicionan los instantes de inicio de las operaciones en las estaciones. Mediante las restricciones (22) se establece la no-negatividad de las variables, y con las (23) se impone la cualidad de binarias a las variables de asignación de las unidades a las posiciones de la secuencia. Finalmente, la igualdad (24) fija el instante de inicio de las operaciones.

## 5. EXPLOTACIÓN DEL MODELO $M4 \cup 3_{-\eta}$

Para evaluar el efecto producido por la limitación de la saturación sobre el incremento de la sobrecarga parcial y global, resolvemos un caso de estudio basado en una línea de ensamblaje de motores de Nissan en Barcelona.

En concreto, utilizaremos el modelo  $M4 \cup 3_{-\eta}$  para obtener las secuencias de productos partiendo de un conjunto,  $E$ , de 23 planes de demanda. Todos los planes corresponden a un día de trabajo, dividido en dos turnos de 8 horas, que representan un tiempo productivo de 13.125h tras descontar los descansos y las paradas reglamentarias (ver *Bloque-I* de tabla 6 en Bautista y Cano, 2011). Todos los planes deben satisfacer una demanda total  $T = 270$  motores. Los motores son de 9 tipos ( $|I| = 9$ ), con tiempos de proceso,  $p_{i,k}$ , distintos para cada uno de ellos (ver tabla 5 en Bautista y Cano, 2011). Los 9 tipos de motores se agrupan en tres familias, según sus destinos: (1) vehículos 4x4 ( $p_1, p_2$  y  $p_3$ ), (2) furgonetas ( $p_4$  y  $p_5$ ) y (3) camiones de medio tonelaje ( $p_6, \dots, p_9$ ).

La línea de ensamblaje de motores está compuesta por 21 módulos o estaciones de trabajo,  $|K| = 21$ , dispuestas en serie, con un único procesador homogéneo en cada una de ellas ( $b_k = 1, \forall k \in K$ ). Este procesador homogéneo, es equivalente a un equipo de dos trabajadores con idénticas habilidades y herramientas y mismo requerimiento de equipos auxiliares.

Otros datos considerados y necesarios para el experimento son el tiempo de ciclo efectivo, que es  $c = 175s$ , y una ventana temporal, considerada idéntica para todas las estaciones de trabajo, igual a

$l_k = 195s$ . Esto último, permite una holgura, algo superior al 10% sobre el tiempo de ciclo, para trabajar sobre una unidad de producto de la secuencia, en cualquier estación de trabajo. Además, se consideran unos límites para la saturación dinámica máxima y media iguales a  $\eta_{\max}^{\infty} = 1.2$  y  $\eta_{\text{med}}^{\infty} = 0.95$ , respectivamente.

Para la explotación del modelo  $M4 \cup 3_{-\eta}$  se ha empleado el LP Solver de Gurobi Optimizer 4.5.0, en un ordenador Apple Macintosh iMac, con procesador Intel Core i7 2.93 GHz, con 8 GB de memoria RAM y con sistema operativo MAC OS X 10.6.7, limitando el tiempo de CPU para cada plan de producción a 7200s.

**Tabla 2. Estaciones sobre-saturadas, sobrecargas ( $W_{4 \cup 3}, W_{0_{-\eta}}, W_{4 \cup 3_{-\eta}}$ ) e incremento porcentual de la sobrecarga dinámica por limitar la saturación, para 23 planes de demanda.**

$\varepsilon$	$k \in K : \eta_{\text{med}}^{\circ}(k) \geq \eta_{\text{med}}^{\infty}$	$W_{4 \cup 3}$	$W_{0_{-\eta}}$	$W_{4 \cup 3_{-\eta}}$	$RPD_1$
#1	4, 9, 10, 16, 17, 18	187.0	12315.0	12315.0*	6485.6
#2	4, 9, 10, 16, 17, 18	341.0	12458.0	12458.0*	3553.4
#3	4, 9, 10, 11, 16, 17, 18, 21	427.0	12210.0	12210.0*	2759.5
#4	4, 9, 10, 16, 17, 18	310.0	12470.0	12470.0*	3922.6
#5	4, 9, 10, 16, 17, 18, 21	633.0	13012.5	13012.5*	1955.7
#6	4, 9, 10, 16, 17, 18	413.0	12910.0	12910.0*	3025.9
#7	4, 9, 10, 16, 17, 18, 21	742.0	12722.5	12722.5*	1614.6
#8	4, 9, 10, 16, 17, 18	139.0	12018.0	12018.0*	8546.0
#9	4, 9, 10, 16, 17, 18	732.0	13363.0	13363.0*	1725.5
#10	4, 9, 10, 11, 16, 17, 18, 21	1208.0*	13122.0	13122.0*	986.3
#11	4, 9, 10, 11, 16, 17, 18	78.0	11792.5	11792.5*	15018.6
#12	4, 9, 10, 16, 17, 18	284.0	12246.0	12246.0*	4212.0
#13	4, 9, 10, 16, 17, 18	286.0	12551.0	12551.0*	4288.5
#14	4, 9, 10, 16, 17, 18	420.0	12646.0	12646.0*	2911.0
#15	4, 9, 10, 16, 17, 18, 21	433.0	12393.5	12393.5*	2762.2
#16	4, 9, 10, 16, 17, 18	227.0	12363.0	12363.0*	5346.3
#17	4, 9, 10, 16, 17, 18, 21	478.0	12597.5	12597.5*	2535.5
#18	4, 9, 10, 16, 17, 18	605.0	13208.0	13208.0*	2083.1
#19	4, 9, 10, 11, 16, 17, 18, 21	945.0*	12810.0	12810.0*	1255.6
#20	4, 9, 10, 16, 17, 18	139.0	11875.0	11875.0*	8443.2
#21	4, 9, 10, 16, 17, 18	560.0	13065.0	13065.0*	2233.0
#22	4, 9, 10, 16, 17, 18, 21	987.0	13062.5	13062.5*	1223.5
#23	4, 9, 10, 11, 16, 17, 18	140.0	11902.5	11902.5*	8401.8

La tabla 2 muestra los resultados obtenidos en este experimento y los resultados correspondientes al modelo de referencia  $M4 \cup 3$  que no considera la limitación de la saturación. En concreto, la primera columna de la tabla representa el número del plan de producción ( $\varepsilon \in E$ ). La segunda columna recoge el conjunto de estaciones de trabajo que presentan procesadores sobresaturados. En la tercera columna,  $W_{4 \cup 3}$ , se presentan los valores de sobrecarga global obtenidos con el modelo de referencia  $M4 \cup 3$  (Bautista et al., 2012b). La cuarta columna,  $W_{0_{-\eta}}$ , muestra la sobrecarga inevitable de la línea debida al límite de la saturación estática media, calculada a partir de la ecuación (10). En la quinta columna,  $W_{4 \cup 3_{-\eta}}$ , aparecen los valores de sobrecarga dinámica de la línea obtenidos con el modelo  $M4 \cup 3_{-\eta}$ ,

calculables también a partir de la ecuación (12). Por último en la sexta columna,  $RPD_1$ , se muestra el aumento de sobrecarga que ha supuesto la incorporación de las restricciones de saturación en cada uno de los ejemplares de datos analizados, calculada según la siguiente ecuación:

$$RPD_1(\varepsilon) = \frac{W_{4 \cup 3\_n}(\varepsilon) - W_{4 \cup 3}(\varepsilon)}{W_{4 \cup 3}(\varepsilon)} \cdot 100 \quad \varepsilon = \#1, \dots, \#|E| \quad (25)$$

A la vista de la tabla 2, observamos los siguientes hechos:

1. En ninguno de los 23 planes de demanda se viola la limitación de la saturación dinámica máxima ( $\eta_{\max}^{\infty} = 1.2$ ) impuesta a todas las estaciones. El modelo  $M_{4 \cup 3\_n}$  siempre halla solución.
2. Las estaciones 4, 9, 10, 16, 17 y 18 aparecen en los 23 planes de producción como receptoras de sobrecarga o trabajo no completado. Mientras que las estaciones 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 19 y 20 nunca están sobresaturadas, es decir, ninguna sobrepasa el límite impuesto a la saturación estática media ( $\eta_{\text{med}}^{\infty} = 0.95$ ).
3. La sobrecarga estática de la línea ( $W_{0\_n}$ ) coincide con la sobrecarga dinámica de la línea ( $W_{4 \cup 3\_n}$ ) en los 23 planes. Este hecho significa dos cosas: (1) se alcanzan los valores óptimos (máximos) para el trabajo completado en los 23 ejemplares y (2) ninguna de las 23 secuencias de fabricación genera tiempo muerto.
4. La incorporación del límite de saturación media en las estaciones ( $\eta_{\text{med}}^{\infty} = 0.95$ ), genera un incremento sustancial de la sobrecarga dinámica en todos los planes de demanda (ver columna  $W_{4 \cup 3\_n}$ ), respecto a los valores de sobrecarga dinámica obtenidos sin considerar dicha limitación (ver columna  $W_{4 \cup 3}$ ).
5. El incremento de la sobrecarga dinámica (ver columna  $RPD_1$ ), por limitar la saturación media, oscila entre el 986.3% (ejemplar #10) y el 15018.6% (ejemplar #11), y presenta un valor promedio del 4143%.
6. La mejora de las condiciones laborales, propiciada a través de la limitación de la saturación media en las estaciones, puede suponer una pérdida diaria de trabajo no completado cuyo valor promedio es equivalente a 72 motores con un rango de 9 motores. Sin dicha limitación, la pérdida diaria de trabajo no completado equivale a unos 3 motores, en promedio, y a unos 7 motores, en cuanto a rango.
7. Las pérdidas económicas debidas a la limitación de la saturación media equivalen en promedio a 287318 euros/día, con un rango de 35897 euros/día, mientras que sus valores respectivos, cuando no existe limitación, son 10647 y 25829 euros/día.

Obviamente, para reducir las pérdidas de trabajo sin completar, derivadas de una mejora de las condiciones laborales, se pueden tomar acuerdos que beneficien tanto a la compañía como a sus trabajadores.

## 6. MEDIDAS PARA REDUCIR LA SOBRECARGA

Ya hemos visto que la limitación de la saturación de los procesadores, puede suponer un aumento en la sobrecarga de trabajo y, por tanto, un aumento de pérdidas económicas.

Por este motivo, teniendo presente el objetivo principal del *MMSP-W* y la obligación de respetar los límites de saturación, se proponen las siguientes alternativas para contrarrestar la violación de los límites de la saturación:

1. Recurrir al departamento de métodos y tiempos para buscar alternativas en el montaje que reduzcan los tiempos de proceso. Esta acción no es inmediata porque requiere la intervención de Ingeniería del Producto y del Proceso.
2. Aumentar el nivel de activación de los procesadores (en base al factor de actividad), realizando así, el trabajo asignado a cada uno de ellos en menor tiempo y, por tanto, reduciendo la relación entre el tiempo total disponible y el tiempo de trabajo real, es decir, reduciendo la saturación media. De hecho, para un mismo plan de producción, la saturación media, asociada a un procesador, será mayor o menor en función de si el factor de actividad es menor o mayor, respectivamente. Obviamente, esta activación no podrá superar, en ningún momento de la jornada laboral, el factor de ritmo de trabajo óptimo ( $\alpha_{i,k}^* = 1.2 : i \in I, k \in K$ ), fijado por la compañía.
3. Reforzar la línea de producción, aumentando su capacidad, mediante la incorporación de procesadores auxiliares, polivalentes o no, al sistema, de forma que su trabajo se concentre en asistir a todas las estaciones de trabajo sobresaturadas.
4. Recurrir a la rotación entre estaciones consecutivas. Así, la sobresaturación de un procesador, de un puesto de trabajo, puede compensarse, a medio plazo, con saturaciones inferiores de otros puestos, con mayor calidad ergonómica. Cabe destacar que esta medida para combatir el exceso de saturación media, a medio o largo plazo, no está permitida en empresas occidentales pertenecientes a la *OCDE* (Organization for Economic Cooperation and Development), ya que está prohibido que, en ningún momento de la jornada laboral, dicha saturación media sobrepase su valor límite. No obstante, para aquellos países en los que no exista dicha limitación se podría tener en cuenta.

En este trabajo, nos centraremos en la segunda medida para reducir la sobrecarga, esto es: estudiaremos el impacto producido por el incremento de la activación de los procesadores de la línea con el propósito de reducir las pérdidas económicas.

## 7. INCORPORANDO ACTIVACIÓN DE LOS PROCESADORES A $M4 \cup 3_{-\eta}$

Tras evaluar el efecto negativo que la limitación de la saturación tiene sobre la productividad de la línea, se extiende el modelo  $M4 \cup 3_{-\eta}$  con el propósito de recuperar parte de la producción mediante un ligero aumento del ritmo de trabajo (actividad) de los operarios a lo largo de la jornada laboral.

Es obvio que, aumentando la actividad por encima de la normal ( $\alpha^N$ ), se reducirán los tiempos de proceso de las operaciones y, en consecuencia, tanto la sobrecarga dinámica como el nivel de saturación disminuirán.

Las grandes compañías fijan la actividad estándar junto a los tiempos pre-establecidos en escala  $MTM_{-100}$ . Además, se acepta como actividad normal ( $\alpha^N = 1$ ) un ritmo de trabajo que corresponde a tiempos en escala  $MTM_{-110}$ . Esto significa que, para cambiar de escala los tiempos de proceso ( $p_{i,k} : i \in I, k \in K$ ), desde  $MTM_{-100}$  a  $MTM_{-110}$ , bastará con hacer:

$$p_{i,k}(MTM_{-110}) = p_{i,k}(MTM_{-100}) \cdot \frac{100}{110} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (26)$$

Para simplificar la notación, consideraremos:  $p_{i,k} = p_{i,k}(MTM_{-110}) : i \in I, k \in K$ . Estos valores corresponden a los tiempos de proceso (pre-establecidos) que requieren los productos a un procesador en su estación cuando éste trabaja a un ritmo cuyo factor de actividad es  $\alpha^N = 1$ , es decir, cuando éste trabaja a actividad normal.

En tales condiciones, dado un conjunto de tiempos de proceso ( $\hat{p}_{i,k} : i \in I, k \in K$ ), obtenidos por observación y cronometraje de las tareas en los puestos de la línea, es fácil determinar los ritmos con los que cada procesador desempeñó sus trabajos. Dichos ritmos (actividad) los representamos mediante los factores de actividad según producto y estación ( $\alpha_{i,k} : i \in I, k \in K$ ), y los calculamos imponiendo las condiciones:  $\alpha_{i,k} \hat{p}_{i,k} = \alpha^N p_{i,k} : i \in I, k \in K$ . En definitiva:  $\alpha_{i,k} = p_{i,k} / \hat{p}_{i,k} : i \in I, k \in K$ .

Así, asociamos a las actividades denominadas *estándar*, *normal* y *óptima*, las escalas de tiempo  $MTM_{-100}$ ,  $MTM_{-110}$  y  $MTM_{-132}$ , respectivamente, que a su vez se corresponden con los factores de actividad,  $\alpha_{i,k}^{\circ} = 0.90$ ,  $\alpha_{i,k}^N = 1.0$  y  $\alpha_{i,k}^* = 1.2$ , para el producto  $i \in I$  y la estación  $k \in K$ . Cabe añadir que la actividad óptima se corresponde con el ritmo de trabajo máximo que un operario puede soportar sin perjudicar su salud.

Por otro lado, en base a la Ley de Yerkes-Dodson, que demuestra el aumento de la eficiencia cuando el estrés aumenta, hasta un cierto punto de estrés óptimo, en el cual la eficiencia decrece



drásticamente, se puede establecer que la relación entre el desempeño de un operario y su nivel de “activación”, reflejado en su nivel de estrés, sigue una función cóncava (Muse, Harris y Field, 2003). Teniendo en cuenta esto y que la actividad desempeñada por los trabajadores puede variar a lo largo de la jornada laboral, podemos establecer funciones temporales del factor de actividad que propicien completar mayor cantidad de trabajo. De hecho, Bautista, Alfaro, Batalla y Cano (2103) completan más trabajo, reduciendo los tiempos de proceso de las unidades intermedias mediante una función escalón, para el factor de actividad ( $\dot{\alpha}^S$ ), definida de la forma (ver ilustración 2):

$$\dot{\alpha}_t = \alpha^N \quad (1 \leq t \leq t_0) \vee (t_\infty + 1 \leq t \leq T) \quad (27)$$

$$\dot{\alpha}_t = \alpha^{\max} \quad (t_0 + 1 \leq t \leq t_\infty) \quad (28)$$

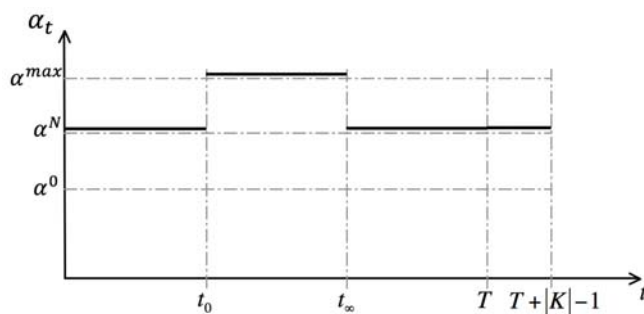
$$\dot{\alpha}_t = \dot{\alpha}_{t-T} \quad (T + 1 \leq t \leq T + |K| - 1) \quad (29)$$

$$\overline{\alpha^S} = \frac{1}{T} \{ \alpha^N (T - t_\infty + t_0) + \alpha^{\max} (t_\infty - t_0) \} \quad (30)$$

Y fijando:  $\alpha^N = 1.0$  y  $\alpha^{\max} = 1.1$ .

Obviamente el valor del factor de actividad definido en cada instante, no podrá superar en ningún caso el valor máximo establecido como óptimo por la empresa ( $\alpha_{i,k}^* = 1.2$ ).

**Ilustración 2. Función escalón para el factor de actividad a lo largo de la jornada laboral.**



Así, considerando la función escalón definida (Bautista et al., 2103) (ver ilustración 2), formulamos el modelo  $M4 \cup 3_{-} \dot{\alpha} I_{-} \eta$ , cuyas parámetros y variables adicionales son:

Parámetros:

---

$\dot{\alpha}_{k,t}$  Factor dinámico de actividad de trabajo asociado a la  $t$ -ésima operación de la secuencia de productos ( $t = 1, \dots, T$ ) en la estación  $k$  ( $k = 1, \dots, |K|$ ).

$\dot{\alpha}_t$  Factor dinámico de actividad de trabajo asociado al periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T + |K| - 1$ ) de la jornada laboral extendida. Esta jornada laboral extendida incluye  $T$  ciclos de manufactura (demanda total) más  $|K| - 1$  ciclos adicionales, necesarios para completar el trabajo

requerido por las unidades de producto en todas las estaciones de trabajo. Nótese que si se asocia el mismo factor dinámico a cada momento de la jornada laboral en todas las estaciones de trabajo, se tiene:  $\dot{\alpha}_{k,t} = \dot{\alpha}_{t+k-1}$  ( $k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T$ ).

VARIABLES:

$\hat{v}_{k,t}$  Tiempo de proceso reducido, correspondiente a  $v_{k,t}$ , trabajando con un factor dinámico de actividad  $\dot{\alpha}_{k,t}$ . Se establece:  $v_{k,t} = \dot{\alpha}_{k,t} \cdot \hat{v}_{k,t}$  ( $k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T$ ).

Modelo  $M4 \cup 3_{-\dot{\alpha}I-\eta}$ :

$$\min W = \sum_{k=1}^{|K|} \left( b_k \sum_{t=1}^T w_{k,t} \right) \Leftrightarrow \max V = \sum_{k=1}^{|K|} \left( b_k \sum_{t=1}^T v_{k,t} \right) \quad (31)$$

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^T x_{i,t} = d_i \quad i = 1, \dots, |I| \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{|I|} x_{i,t} = 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (33)$$

$$v_{k,t} + w_{k,t} = \sum_{i=1}^{|I|} p_{i,k} \cdot x_{i,t} \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (34)$$

$$\dot{\alpha}_{t+k-1} \cdot \hat{v}_{k,t} - v_{k,t} = 0 \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (35)$$

$$\sum_{t=1}^{|T|} \hat{v}_{k,t} \leq \eta_{med}^{\infty} \cdot c \cdot T \quad k = 1, \dots, |K| \quad (36)$$

$$\hat{v}_{k,t} \leq \eta_{max}^{\infty} \cdot c \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (37)$$

$$\hat{s}_{k,t} \geq \hat{s}_{k,t-1} + \hat{v}_{k,t-1} - c \quad k = 1, \dots, |K|; t = 2, \dots, T \quad (38)$$

$$\hat{s}_{k,t} \geq \hat{s}_{k-1,t} + \hat{v}_{k-1,t} - c \quad k = 2, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (39)$$

$$\hat{s}_{k,t} + \hat{v}_{k,t} \leq l_k \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (40)$$

$$\hat{s}_{k,t}, v_{k,t}, \hat{v}_{k,t}, w_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, |K|; t = 1, \dots, T \quad (41)$$

$$x_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, |I|; t = 1, \dots, T \quad (42)$$

$$\hat{s}_{1,1} = 0 \quad (43)$$

En el modelo, el nuevo conjunto de restricciones (35) sirven para reducir o elongar los tiempos de proceso aplicados en función del factor de trabajo. Por su lado, el resto de restricciones coinciden con las del modelo  $M4 \cup 3_{-\eta}$ , excepto en que, en este caso, tanto las restricciones que limitan la saturación de los procesadores, (36) y (37) como las que determinan los posibles instantes de inicio de

las operaciones (38)-(40) consideran el tiempo de proceso aplicado y reducido  $\hat{v}_{k,t}$ . Obviamente, si  $\dot{\alpha}_t = 1, \forall t$ , el modelo  $M4 \cup 3\_ \dot{\alpha}I\_ \eta$  es equivalente al modelo  $M4 \cup 3\_ \eta$ .

En cuanto a las saturaciones estáticas media y máxima, si ahora tenemos en cuenta la matriz de factores de actividad estática ( $A := (\alpha_{i,k}) : i \in I, k \in K$ ), las expresiones que las determinan son:

$$\eta_{med}^{\circ}(k, c, \bar{d}, P, A) = \frac{1}{c \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^{|I|} \frac{P_{i,k}}{\alpha_{i,k}} \cdot d_i \quad k = 1, \dots, |K| \quad (44)$$

$$\eta_{max}^{\circ}(k, c, P, A) = \frac{1}{c} \cdot \max_{i \in I} \left\{ \frac{P_{i,k}}{\alpha_{i,k}} \right\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (45)$$

Por tanto, la sobrecarga estática con factores de actividad que soporta cada procesador de la estación de trabajo  $k \in K$  ahora adopta la forma:

$$\omega_0(k, c, \bar{d}, P, A, \eta_{med}^{\circ}) = c \cdot T \cdot \max \left\{ 0, \eta_{med}^{\circ}(k, c, \bar{d}, P, A) - \eta_{med}^{\circ} \right\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (46)$$

Y la sobrecarga estática de la línea se calcula así:

$$W_0(c, \bar{d}, \bar{b}, P, A, \eta_{med}^{\circ}) = \sum_{k=1}^{|K|} b_k \cdot \omega_0(k, c, \bar{d}, P, A, \eta_{med}^{\circ}) \quad (47)$$

Por su lado, considerando los factores de actividad dinámica ( $\dot{A} := (\dot{\alpha}_{k,t}) : k \in K, t = 1, \dots, T$ ), y la secuencia de fabricación  $\pi(T) = \{\pi_1, \dots, \pi_T\}$ , las fórmulas que determinan las saturaciones dinámicas (media y máxima) y las sobrecargas dinámicas (elemental y global) son, respectivamente:

$$\eta_{med}(k, c, \pi(T), V, \dot{A}) = \frac{1}{c \cdot T} \cdot \sum_{t=1}^{|T|} \frac{v_{k,t}}{\dot{\alpha}_{k,t}} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (48)$$

$$\eta_{max}(k, c, \pi(T), V, \dot{A}) = \frac{1}{c} \cdot \max_{1 \leq t \leq T} \left\{ \frac{v_{k,t}}{\dot{\alpha}_{k,t}} \right\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (49)$$

$$\omega(k, c, \pi(T), V, \dot{A}, \eta_{med}^{\circ}) = c \cdot T \cdot \max \left\{ 0, \eta_{med}(k, c, \pi(T), V, \dot{A}) - \eta_{med}^{\circ} \right\} \quad k = 1, \dots, |K| \quad (50)$$

$$W(c, \bar{b}, \pi(T), V, \dot{A}, \eta_{med}^{\circ}) = \sum_{k=1}^{|K|} b_k \cdot \omega(k, c, \pi(T), V, \dot{A}, \eta_{med}^{\circ}) \quad (51)$$

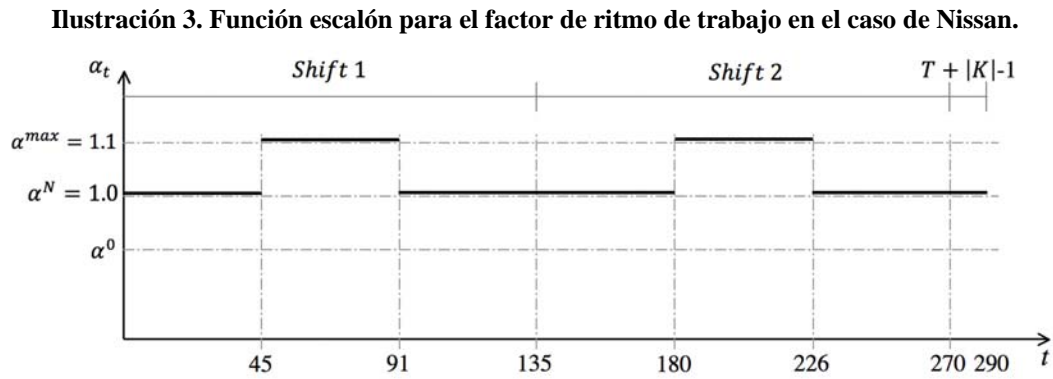
A efectos prácticos, si sincronizamos la actividad de todos los procesadores en cada periodo, con independencia de la estaciones correspondientes, es decir, si en cada momento de la jornada laboral todos los procesadores desempeñan su trabajo al mismo ritmo, el cual se establece mediante una función temporal del factor de actividad, podemos escribir:  $\dot{\alpha}_{k,t} = \dot{\alpha}_{t+k-1}$  ( $k = 1, \dots, |K| ; t = 1, \dots, T$ ).

## 8. EXPLOTACIÓN DEL MODELO $M4 \cup 3_{\dot{\alpha}I}_{\eta}$

A partir del mismo caso de estudio, correspondiente a la planta de motores de Nissan en Barcelona que se ha utilizado en la explotación del modelo  $M4 \cup 3_{\eta}$ , aquí se determinará la sobrecarga estática inevitable de la línea y la sobrecarga dinámica según el modelo  $M4 \cup 3_{\dot{\alpha}I}_{\eta}$ . Por consiguiente, aquí consideramos simultáneamente la limitación de la saturación y la activación de los procesadores. En este experimento, se ha tenido en cuenta también una serie de características de la línea de montaje, a la hora de definir la función escalón del factor dinámico de actividad. Tenemos, entonces:

- Factor de actividad normal y máximo permitido:  $\alpha^N = 1.0$ ,  $\alpha^{\max} = 1.1$ .
- Turno 1 (Shift 1):  $t_0 = 45$ ,  $t_{med} = 67$ ,  $t_{\infty} = 91$ .
- Turno 2 (Shift 2):  $t_0 = 180$ ,  $t_{med} = 202$ ,  $t_{\infty} = 226$ .
- Media del factor de actividad:  $\overline{\alpha^S} = 1.0\bar{3}$

Así, todos los operarios que forman parte de los procesadores desarrollarán su trabajo de manera sincronizada, periodo a periodo a lo largo de la jornada, siguiendo el ritmo marcado por el factor de actividad que imponga la función escalón ( $\alpha^S$ ) que se muestra en la ilustración 3.



Los resultados obtenidos en este experimento se recogen en la tabla 3. En la primera columna se numeran los 23 planes de producción ( $\varepsilon = \#1, \dots, \#23$ ). La segunda columna contiene las estaciones sobresaturadas estáticamente:  $\eta_{med}^{\circ}(k) \geq \eta_{med}^{\infty} = 0.95$ , en cada plan. La tercera columna,  $W_0(\overline{\alpha^S} = 1.0\bar{3})$ , corresponde a las sobrecargas estáticas inevitables ( $W_0$ ) considerando que el factor de actividad sigue una función escalón cuyo valor medio es  $\overline{\alpha^S} = 1.0\bar{3}$ . La columna  $W_{4 \cup 3_{\dot{\alpha}I}_{\eta}}$  contiene los valores de la sobrecarga dinámica obtenida a partir de  $M4 \cup 3_{\dot{\alpha}I}_{\eta}$ . Las columnas  $RPD_2$  y  $RPD_3$  corresponden a las desviaciones porcentuales de la sobrecarga dada por  $M4 \cup 3_{\dot{\alpha}I}_{\eta}$  frente

a las ofrecidas por  $M4 \cup 3$  y  $M4 \cup 3_{-\eta}$ , respectivamente. En la columna  $RPD_4$  aparecen los tiempos muertos de los planes de demanda, expresados mediante un porcentaje de la sobrecarga estática cuando el factor de actividad sigue una función escalón. Finalmente, la columna  $RPD_5$  contiene la reducción de la sobrecarga estática conseguida mediante la activación de los procesadores.

$$RPD_2(\varepsilon) = \frac{W_{4 \cup 3_{-\dot{\alpha}i-\eta}}(\varepsilon) - W_{4 \cup 3}(\varepsilon)}{W_{4 \cup 3}(\varepsilon)} \cdot 100 \quad \varepsilon = \#1, \dots, \#|E| \quad (52)$$

$$RPD_3(\varepsilon) = \frac{W_{4 \cup 3_{-\dot{\alpha}i-\eta}}(\varepsilon) - W_{4 \cup 3_{-\eta}}(\varepsilon)}{W_{4 \cup 3_{-\eta}}(\varepsilon)} \cdot 100 \quad \varepsilon = \#1, \dots, \#|E| \quad (53)$$

$$RPD_4(\varepsilon) = \frac{W_{4 \cup 3_{-\dot{\alpha}i-\eta}}(\varepsilon) - W_0(\dot{\alpha}^T, \varepsilon)}{W_0(\dot{\alpha}^T, \varepsilon)} \cdot 100 \quad \varepsilon = \#1, \dots, \#|E| \quad (54)$$

$$RPD_5(\varepsilon) = \frac{W_0(\dot{\alpha}^T, \varepsilon) - W_0(\varepsilon)}{W_0(\varepsilon)} \cdot 100 \quad \varepsilon = \#1, \dots, \#|E| \quad (55)$$

**Tabla 3. Resultados obtenidos al considerar la limitación de la saturación y la activación de los procesadores según una función escalón.**

$\varepsilon$	$k \in K : \eta_{med}^\circ(k) \geq \eta_{med}^\infty$	$W_0(\overline{\alpha^s} = 1.0\bar{3})$	$W_{4 \cup 3_{-\dot{\alpha}i-\eta}}$	$RPD_2$	$RPD_3$	$RPD_4$	$RPD_5$
#1	9, 10, 16, 17, 18	4220.6	4601.8*	2360.9	-62.6	9.0	-65.7
#2	9, 10, 16, 17, 18	4312.6	4692.7*	1276.2	-62.3	8.8	-65.4
#3	9, 10, 16, 17, 18	4123.9	4509.2*	956.0	-63.1	9.3	-66.2
#4	9, 10, 16, 17, 18	4269.0	4649.5*	1399.8	-62.7	8.9	-65.8
#5	9, 10, 16, 17, 18	4549.7	4929.8*	678.8	-62.1	8.4	-65.0
#6	9, 10, 16, 17, 18	4506.1	4882.2*	1082.1	-62.2	8.3	-65.1
#7	9, 10, 16, 17, 18	4361.0	4743.9*	539.3	-62.7	8.8	-65.7
#8	9, 10, 16, 17, 18	4075.5	4459.6*	3108.3	-62.9	9.4	-66.1
#9	9, 10, 16, 17, 18	4694.8	5066.8*	592.2	-62.1	7.9	-64.9
#10	9, 10, 16, 17, 18	4404.5	4795.6*	297.0	-63.5	8.9	-66.4
#11	9, 10, 16, 17, 18	3838.4	4231.1*	5324.5	-64.1	10.2	-67.5
#12	9, 10, 16, 17, 18	4209.0	4590.8*	1516.5	-62.5	9.1	-65.6
#13	9, 10, 16, 17, 18	4335.8	4715.1*	1548.6	-62.4	8.7	-65.5
#14	9, 10, 16, 17, 18	4398.7	4777.3*	1037.5	-62.2	8.6	-65.2
#15	9, 10, 16, 17, 18	4271.9	4653.1*	974.6	-62.5	8.9	-65.5
#16	9, 10, 16, 17, 18	4249.7	4630.4*	1939.8	-62.5	9.0	-65.6
#17	9, 10, 16, 17, 18	4375.5	4755.0*	894.8	-62.3	8.7	-65.3
#18	9, 10, 16, 17, 18	4646.4	5020.7*	729.9	-62.0	8.1	-64.8
#19	9, 10, 16, 17, 18	4312.6	4700.6*	397.4	-63.3	9.0	-66.3
#20	9, 10, 16, 17, 18	3983.5	4370.0*	3043.9	-63.2	9.7	-66.5
#21	9, 10, 16, 17, 18	4554.5	4929.1*	780.2	-62.3	8.2	-65.1
#22	9, 10, 16, 17, 18	4452.9	4838.9*	390.3	-63.0	8.7	-65.9
#23	9, 10, 16, 17, 18	3935.2	4323.0*	2987.9	-63.7	9.9	-66.9
<i>Valores promedio</i>				1472.0	-62.7	8.9	-65.7

A la vista de la tabla 3, constatamos los siguientes hechos:

1. Ninguna de las secuencias de los 23 planes de producción viola la limitación de la saturación dinámica máxima ( $\eta_{\max}^{\infty} = 1.2$ ) impuesta a todas las estaciones. El modelo  $M4 \cup 3\_ \acute{a}l\_ \eta$  siempre halla solución.
2. Las estaciones 9, 10, 16, 17 y 18 aparecen en los 23 planes de producción como receptoras de sobrecarga. Las estaciones 1 a 8, 11 a 15 y 19 a 21 nunca están sobresaturadas por encima del límite impuesto a la saturación estática media ( $\eta_{\text{med}}^{\infty} = 0.95$ ).
3. Se alcanzan los valores óptimos (máximos) para el trabajo completado en los 23 ejemplares (ver columna  $W_{4 \cup 3\_ \acute{a}l\_ \eta}$ ).
4. Las 23 secuencias de fabricación generan tiempo muerto (ver  $RPD_4$ ). El tiempo muerto, en promedio, es del orden del 8.9% sobre la sobrecarga estática  $W_0(\bar{\alpha}^s = 1.03)$ .
5. La incorporación del factor de actividad reduce la sobrecarga inevitable de la línea un 65.7% (ver columna  $RPD_5$ ), en promedio, pasando de obtener una sobrecarga inevitable máxima de 13363 s ( $\varepsilon = \#9$ ) a una de 5066.8 s ( $\varepsilon = \#9$ ).
6. El incremento de la sobrecarga dinámica (ver columna  $RPD_2$ ), por limitar la saturación media y activar los procesadores, oscila entre el 297.0% (ejemplar #10) y el 5324.5% (ejemplar #11), y presenta un valor promedio del 1472%.
7. La mejora media de la sobrecarga dinámica por la activación de los procesadores es del 62.7% respecto a los valores de sobrecarga obtenidos con  $M4 \cup 3\_ \eta$ . Esto supone una recuperación media de la caída de la producción que equivale a 45 motores al día (rango: 4 motores/día).
8. La recuperación económica gracias a la activación de los procesadores equivale en promedio a 180122 euros/día, con un rango de 16795 euros/día.

## 9. CONCLUSIONES

Tras establecer una serie de fundamentos sobre la jornada laboral y sobre la saturación de los puestos de trabajo, se ha propuesto un modelo, en el marco del *MMSP-W*, destinado a medir el impacto producido por dichas características laborales sobre la sobrecarga en una línea de producción.

El modelo propuesto,  $M4 \cup 3\_ \eta$ , se ha aplicado sobre un caso de estudio de la planta de motores de Nissan en Barcelona que contiene 23 planes de demanda. Dicha aplicación constata que la mejora de las condiciones laborales, al limitar la saturación media de los puestos de trabajo, provoca una caída drástica de la producción que se estima en 72 motores diarios en una línea con una capacidad igual a 270 motores en dos turnos de trabajo.

Para paliar la caída de la producción se propone la activación de los procesadores. Esto es, incrementar la actividad de los operarios (respetando siempre las condiciones laborales pactadas) bajo la guía de una función temporal del factor de actividad que se despliega a lo largo de la jornada laboral.

Nuestra recomendación para recuperar la pérdida de producción se concreta, primero, en un nuevo modelo,  $M4 \cup 3_{\text{ál}} \eta$ , que incorpora el factor de actividad en los tiempos de ejecución de las operaciones y, segundo, en la aplicación de éste sobre el caso de estudio mencionado.

Considerando, como guía para la activación de los procesadores, una función escalón para el factor de actividad, la recuperación económica resultante es equivalente a 180122 euros/día, en promedio, oscilando entre 172832 y 189627 euros al día, según sea el plan de demanda.

En trabajos futuros nos proponemos: (1) evaluar la recuperación de la producción propiciada por otras funciones temporales del factor de actividad; (2) evaluar económicamente la posibilidad de incorporar a la línea operarios de refuerzo, primero, especializados según el puesto de trabajo y, segundo, capaces de cubrir varios puestos de trabajo gracias a un adiestramiento más intenso; y (3) establecer programas de rotaciones entre puestos con el propósito de reducir la saturación a medio y largo plazo.

## REFERENCIAS

Battaia, O., y Dolgui, A., 2013. A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches, *International Journal of Production Economics* 142, 259-277.

Bautista, J., y Suárez, R., 2009. Mixed-model sequencing problem with overload minimization considering workstations dependencies, *Proceedings of 2009 IEEE International Symposium on Assembly and Manufacturing*, ISBN: 978-1-4244-4628-5.

Bautista, J., y Cano, A., 2011. Solving mixed model sequencing problem in assembly lines with serial workstations with work overload minimisation and interruption rules, *European Journal of Operational Research* 210(3), 495-513.

Bautista, J., Cano, A. y Alfaro, R., 2011. A Bounded Dynamic Programming algorithm for the MMSP-W considering workstation dependencies and unrestricted interruption of the operations, 11th *International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA2011)*, Córdoba, ISBN: 978-1-4577-1675-1.

Bautista, J., Cano, A. y Alfaro, R. (2012a). Modeling and solving a variant of the mixed-model sequencing problem with work overload minimisation and regularity constraints. An application in Nissan's Barcelona Plant, *Expert Systems with Applications* 39(12), 11001–11010.

- Bautista, J., Cano, A. y Alfaro, R. (2012b). Models for MMSP-W considering workstation dependencies: A case study of Nissan's Barcelona Plant, *European Journal of Operational Research* 223(3), 669–679.
- Bautista, J., Cano, A., Companys, R. y Ribas, I., 2012. Solving the fm-block-cmax problem using Bounded Dynamic Programming, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 25(6), 1235–1245.
- Bautista, J., Alfaro, R., Batalla, C. y Cano, A., 2013. Incorporating the work pace concept into the MMSP-W. In: *Industrial Engineering and Complexity Management. Book of Proceedings, VII International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, XVII Congreso de Ingeniería de Organización*, Valladolid, ISBN: 978-84-616-5410-9.
- Becker, C., y Scholl, A., 2006. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing, *European Journal of Operational Research* 168, 694-715.
- Boysen, N., Fliedner, M. y Scholl, A., 2009a. Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique, *European Journal of Operational Research* 192(2), 349-373.
- Boysen, N., Fliedner, M. y Scholl, A., 2009b. The product rate variation problem and its relevance in real world mixed-model assembly lines, *European Journal of Operational Research* 197(2), 818-824.
- Elmaghraby-Salah, E., 1978. Economic Lot Scheduling Problem (ELSP): Review and extensions, *Management Science* 24(6), 587-598.
- Miltenburg, J., 1989. Level Schedules for mixed-model assembly lines in Just-In-Time production systems, *Management Science* 35(2), 192-207.
- Monden, Y., 1983. *Toyota Production System*. Industrial Engineering and Management Press, Norcross, Georgia.
- Muse, L., Harris, S. y Field, H., 2003. Has the inverted-u theory of stress and job performance had a fair test? *Human Performance* 16(4), 349–364.
- Pan, Q. y Ruíz, R., 2013. A comprehensive review and evaluation of permutation flow shop heuristics to minimize flow time, *Computers and Operations Research* 40(1), 117-128.
- Parrello, B., Kabat, W. Y Wos, L., 1986. Job-shop scheduling using automated reasoning: A case study of the car-sequencing problem, *Journal of Automated Reasoning* 2(1), 1-42.
- Raza, A. y Akgunduz, A., 2008. A comparative study of heuristic algorithms on Economic Lot Scheduling Problem, *Computers and Industrial Engineering* 55(1), 94–109.
- Salveson, M. E., 1955. The assembly line balancing problem, *Journal of Industrial Engineering* 6, 18-25.



Scholl, A., Klein, R. y Domschke, W., 1998. Pattern based vocabulary building for effectively sequencing mixed-model assembly lines, *Journal of Heuristics* 4(4), 359-381.

Solnon, C., Cung, V., Nguyen, A. y Artigues, C., 2008. The car sequencing problem: Overview of state-of-the-art methods and industrial case-study of the ROADEF'2005 challenge problem, *European Journal of Operational Research* 191(3), 912-927.

Yano, C. y Rachamadugu, R., 1991. Sequencing to minimize work overload in assembly lines with product options, *Management Science* 37(5), 572-586.