

LA ESFERA EN LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA DE MONGE. UNA VISIÓN MULTIMEDIA

**Villar Ribera, Ricardo, Hernández Abad, Francisco; Ochoa Vives, Manuel;
López Martínez, Juan A.; Font Andreu, Jordi; Hernández Abad, Vicente**

Departamento de Expresión Gráfica en la Ingeniería / Universidad Politécnica de Cataluña
Barcelona / España

*villar@ege.upc.edu; fhernandez@ege.upc.edu; mochoa@ege.upc.edu;
jlopez@epsem.upc.edu; jofont@ege.upc.edu; vhdez@ege.upc.edu*

Resumen

La "Geometría Descriptiva" de Gaspard Monge sería una obra que iba a marcar profundamente las carreras de Ingeniería a lo largo de los siglos XIX y XX.

Fue Hachette, discípulo de Monge, quien recopiló en 1799 las lecciones que el sabio francés impartió en la Escuela Normal. Dicha recopilación se utilizó posteriormente en la formación de los alumnos de l'École Polytechnique. Agustín de Betancourt la tradujo al castellano y se publicó para los estudios de Ingeniería de Caminos de Madrid en 1803; ésta sería la primera traducción de la citada obra.

En el presente trabajo de investigación se aporta el estudio tridimensional del contenido de las láminas XIX y XX del citado libro. Se centra la atención en la figura 38, que resuelve el problema de encontrar la equidistancia entre cuatro puntos o, lo que es lo mismo, el centro y el radio de la esfera que definen esos cuatro puntos no coplanarios. En la figura 39 se busca la esfera tangente a las cuatro caras de una pirámide, es decir, la equidistancia entre cuatro planos.

En el desarrollo de esta comunicación, veremos como los elementos representados en las láminas se convierten en proyecciones espaciales animadas, que muestran también la resolución paso a paso del problema tal como está explicado en el texto original.

Palabras clave: *Historia de la ingeniería, modelizado*

Abstract

The "Descriptive Geometry" of Gaspard Monge would be a work that was to going the deeply mark of Engineering throughout centuries XIX and XX.

It was Hachette, disciple of Monge, who compiled in 1799 that the sage lessons taught French at the Ecole Normal. This collection was subsequently used in the training of students of the Ecole Polytechnique. Augustine Betancourt translated the Spanish and published for the Study of Highway Engineering Madrid in 1803, this was the first translation of the mentioned work.

In the present research work, the three-dimensional study of the content of the slides XIX and XX of the mentioned book is contributed. The attention in the figure 38 is centered, that solves the problem to find the equidistance between four points or, which is the same, the center and the radius of the sphere which they define those four no coplanar points. In figure 39 the tangent sphere looks for the four faces of a pyramid, that is to say, the equidistance between four planes.

In the developing of this research work, we will see as the elements represented in the slides becomes animated space projections, that also show the resolution step by step of the problem as it is explained in the original text.

Keywords *History of engineering, modeled.*

1. OBJETIVOS

Pretendemos hacer una incursión en la historia de la ingeniería gráfica, a través del protagonista más relevante de esta disciplina. Para ello utilizaremos dos de los ejemplos que Monge desarrolló en su obra principal.

Estos ejemplos deberían permitirnos así mismo acercarnos al pensamiento de

Monge, entender su punto de vista y entender su capacidad de abstracción.

Por último, intentaremos conseguir, mediante animaciones espaciales, hacer accesible el contenido de esos ejemplos a un público no especializado.

2. INTRODUCCIÓN

2.1. *Gaspard Monge [1], [2], [4]*

Hijo de un comerciante, nace en Beaune (Borgoña) en 1746. Inicia sus estudios primarios en su localidad natal, pasando a Lyon donde enseña ciencias físicas a los 16 años.

En 1764 levantó un plano de Beaune. Este plano sería el que le llevaría a la escuela (militar) de ingenieros de Mézières, debido a que fue observado por Du Vignau, segundo de la nombrada escuela, que reparó en el uso de nuevos métodos de construcción gráfica. En Mézières es destinado a una sección auxiliar, donde se formaban maestros de obra. Pero destacando por sus capacidades matemáticas (resolvió el problema del emplazamiento de una fortificación, llamado de la enfilada, mediante un procedimiento de su invención), es admitido como alumno. En 1768 pasará a ser profesor de matemáticas, donde continuará con la elaboración de la teoría de representación que llevaría a la Geometría Descriptiva.

En 1777 se casa con Marie-Catherine Huart, una joven viuda que aporta al matrimonio una importante dote, que incluye una forja. Eso hace que de inmediato Monge se interese por la metalurgia, conocimientos que más adelante utilizará en su tratado sobre la fabricación de cañones.

En 1780 ingresa en la Academia de Ciencias, dedicando buena parte de sus esfuerzos a la geometría, y combinando sus clases en Mézières con las que empieza a dar en París, de hidrodinámica.

Nombrado examinador de la escuela naval, renuncia a la plaza de la escuela de ingenieros, y se interesa por la química, entablando relación con Lavoisier.

En 1789 estalla la Revolución Francesa. Monge participará en tareas de gobierno en la época del Terror, siendo ministro de la Marina en 1792 y firmando la orden de ejecución de Luis XVI. Deja el ministerio en 1793, responsabilizándose de la fabricación de armas en Francia, lo que incluía la producción de pólvora y la de las fundiciones. Es en esta época cuando publica su "*Mémoire de l'art de fabriquer les canons*" (1794, o 18 de pluvioso del año 2 de la república francesa).

El mismo año que escribe este tratado sobre cañones funda la *École Normale*, y poco después la *École Polytechnique*, donde dará clases de análisis y de geometría descriptiva hasta 1809.

En 1796 participa en la expedición a Italia, donde se iniciará una profunda amistad con Napoleón. Dos años después le encontramos en Egipto, acompañando a Bonaparte.

Monge pasará de su ferviente republicanismo a ser un fiel servidor de Napoleón Bonaparte, participando de nuevo en la vida política y pasando a formar parte de la nobleza en 1808, con el título de *Comte de Péluse*.

Con la caída del emperador, Monge cayó en desgracia y fue privado de sus cargos, muriendo en 1818 en París.

2.2. Geometría Descriptiva [1], [3]

Según G. Monge, *la geometría descriptiva tiene dos objetos: el primero es dar métodos para representar sobre un papel de dibujo, que no tiene más de dos dimensiones, á saber, longitud y latitud; todos los cuerpos de la naturaleza, que tienen tres, longitud, latitud y profundidad, con tal que estos cuerpos puedan ser determinados rigurosamente.*

El segundo objeto es dar el modo de reconocer por medio de una exacta descripción las formas de los cuerpos, y deducir todas las verdades que resultan, bien sean de sus formas, bien de sus posiciones respectivas.

Los principios del sistema de representación basado en una doble proyección ortogonal, o sistema diédrico, fueron establecidos por Gaspard Monge a partir de sus lecciones en la Escuela Normal, siendo impresa la primera edición en 1799.

Esta primera edición contiene cinco capítulos, un primero introductorio, en el que establece los principios generales, un segundo donde entra con las superficies curvas y sus tangentes, en el tercero trabaja las intersecciones de superficies, siendo el cuarto ejemplos de aplicación del anterior, y dedicando el quinto a una extensión (ampliación). Tiene además un capítulo de adiciones, en el que no nos extenderemos.

Hasta el cuarto tema presenta la teoría que Monge cree necesaria para su aplicación

en la industria (artes). Este capítulo lleva como título *aplicación del método de construir las intersecciones de las superficies curvas á la solución de diversas cuestiones*. Y es interesante entrar en las consideraciones del autor para esta parte, pues considera que lo expuesto en los tres primeros capítulos debería ser suficiente para la mayor parte de las artes, considera útil dar algunos ejemplos (*La geometría descriptiva, debiendo llegar á ser un día una de las partes principales de la educación nacional, porque los métodos que da son tan necesarios á los artistas, como lo son la lectura, la escritura y la aritmética, creemos que es útil el hacer ver por medio de algunos ejemplos cómo puede suplir á la análisis en la resolución de un gran número de cuestiones.*) para dar a conocer la potencia de los métodos gráficos que desarrolla.

El quinto lo dedica a los maestros de estos artistas. Y destacamos la consideración que hace llegado a este punto: No deben entrar en el plan de una instrucción general, sino objetos simples y de una utilidad cotidiana; pero si un artista encuentra una sola vez en su vida una dificultad de que no se haya tratado en las escuelas, ¿á quién ha de acudir para que se la explique sino al maestro de ellas? ¿y cómo podrá explicársela si no se ha ejercitado en consideraciones de mayor generalidad que las que forman el objeto ordinario de los estudios?. No podemos sino asentir sobre la absoluta validez del planteamiento.

3. DESARROLLO DEL TRABAJO

3.1. Estudio del problema

Nos detendremos en el cuarto capítulo, anteriormente citado. Este capítulo analiza cinco problemas. El primero estudia la esfera definida por cuatro puntos. El segundo trata de la esfera inscrita a una pirámide de base triangular. El tercero trata de la determinación de un punto dada la distancia a otros tres, y los dos últimos son problemas topográficos.

3.2. Metodología a seguir [5]

El desarrollo del trabajo requiere, en lo posible, la utilización de los elementos originales. Para ello procederemos digitalizando las láminas a tratar con un

En esta primera fase estudiaremos el problema y el procedimiento de resolución planteado por el autor. A pesar de poder llegar a resultados idénticos utilizando métodos resolutivos distintos, dado el rigor que creemos debe caracterizar este tipo de trabajos utilizaremos el sistema original.

escáner que nos garantice un elevado grado de precisión.

De los elementos modelizados sobre los planos de proyección, aquellos que substituyan a los dibujados en el plano deberán ser de aspecto similar (los tipos de línea, sus gruesos, las letras...).

Podemos escoger dos vías, que no excluyen la una a la otra. Por una parte,

representar en perspectiva (es decir, modelizar tridimensionalmente) los elementos representados. Por otra, reproducir en el plano el método de resolución utilizado.

4. LÁMINAS REPRESENTADAS

4.1. Lámina XIX. Figura 38. Esfera definida por cuatro puntos

El problema estudiado se titula: *hallar el centro y el radio de una esfera, cuya superficie pasa por cuatro puntos dados arbitrariamente en el espacio.*

Primeramente, Monge estudia el problema de una manera genérica. El planteamiento utilizado consiste en encontrar el centro mediante la intersección de los planos normales a los segmentos que unen los puntos (pasando estos planos por los puntos medios de los citados segmentos). Antes de enunciar la cuestión, plantea el problema consistente en la determinación

del centro de la circunferencia determinada por tres puntos, y nos anuncia que *en las tres dimensiones existe una cuestión análoga, a la que acabamos de citar, ..*

Para la resolución, escoge la posición de los puntos respecto de los planos de proyección. Así, tres puntos estarán en el plano horizontal, y el cuarto de tal forma que el segmento resultante de unir su extremo con uno de los otros tres sea paralelo al plano vertical. De esta manera, simplifica la resolución.

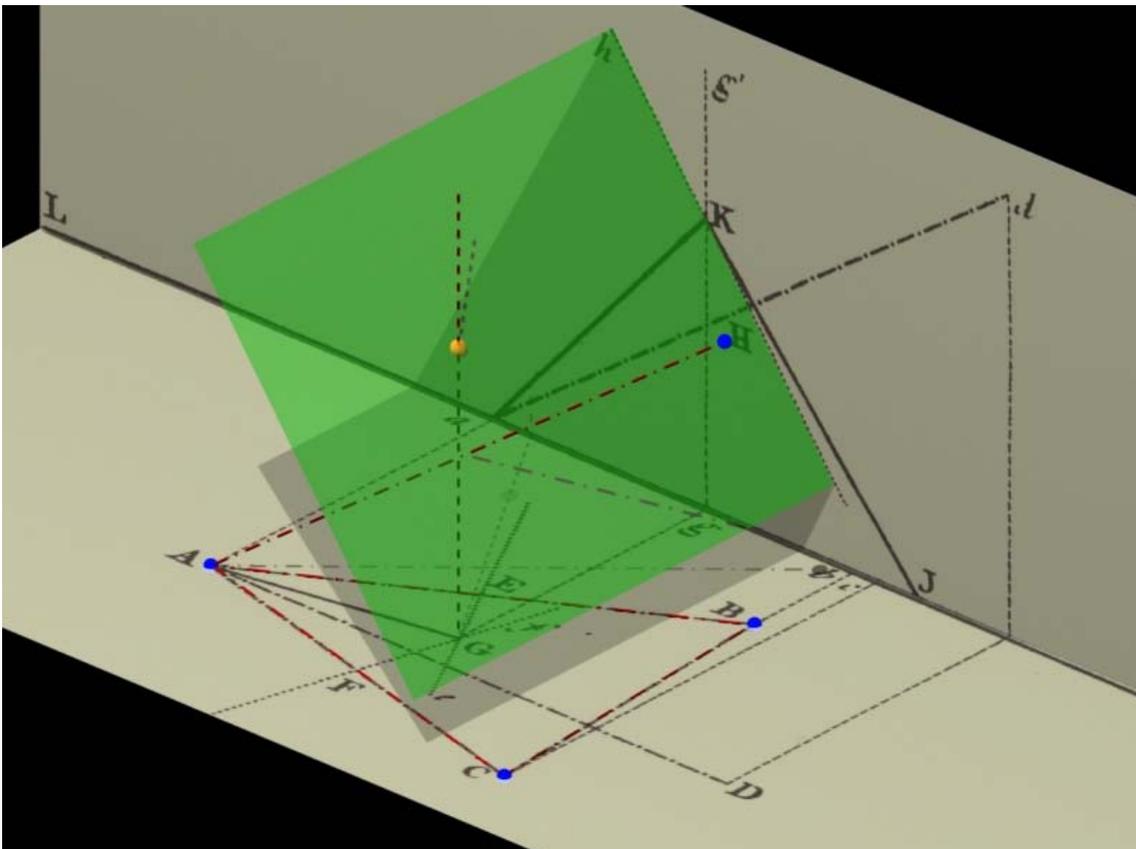


Fig. 1. Determinación del centro de la esfera. Fotograma de la animación

El problema está desarrollado también en el libro de Peter Jeffrey [3], que lo escoge como ejemplo de la potencia del sistema desarrollado por Monge (este es solo un ejemplo de cómo se utiliza la geometría de Monge pero sirve muy bien para mostrar su verdadera naturaleza –una doctrina que permitiría resolver virtualmente sobre el

papel cualquier problema en términos de proyecciones y trazas.).

En este caso, el problema está desarrollado partiendo de cuatro puntos sin una colocación especial en el espacio, a diferencia del problema que expone Monge, que escoge la posición para simplificar el problema.

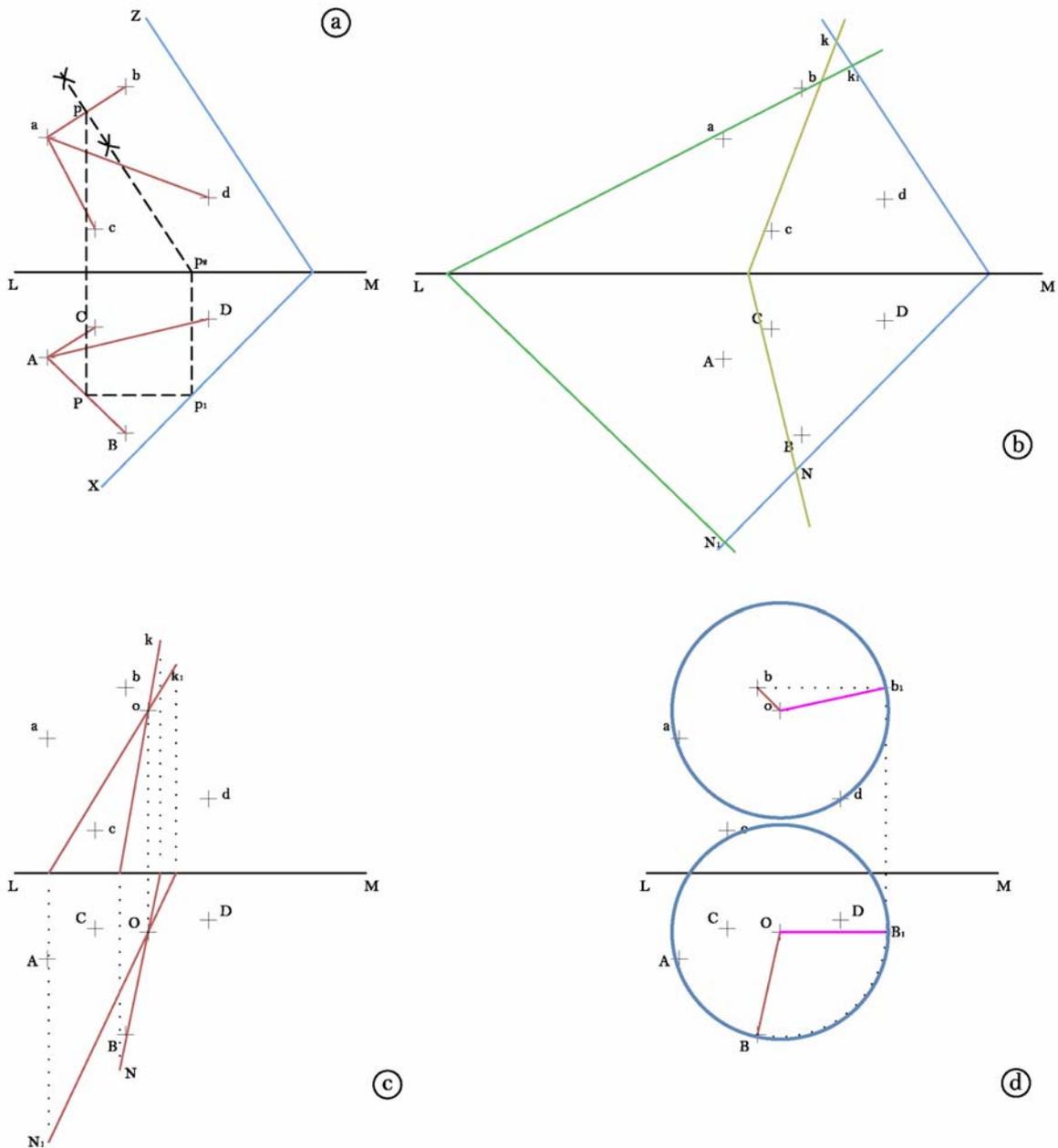


Fig. 2. Resolución al problema genérico. Adaptado de [3]

4.2. Lámina XX. Figura 39. Esfera inscrita en una pirámide de base triangular

Este problema lleva por título: Inscribir una esfera en una pirámide triangular dada, esto es, hallar la posición del centro de la esfera, y la magnitud de su radio.

Peter Jeffrey hace referencia a este ejercicio cuando explica que *...la última parte de su libro se puede considerar una excursión intelectual para demostrar la versatilidad de los axiomas de la geometría descriptiva.*

En términos generales consiste en varios problemas tridimensionales que son análogos a muchas construcciones bidimensionales conocidas. Por ejemplo, un problema típico de la geometría plana es inscribir dentro de un triángulo dado; el equivalente tridimensional sería inscribir una esfera dentro de una pirámide triangular.

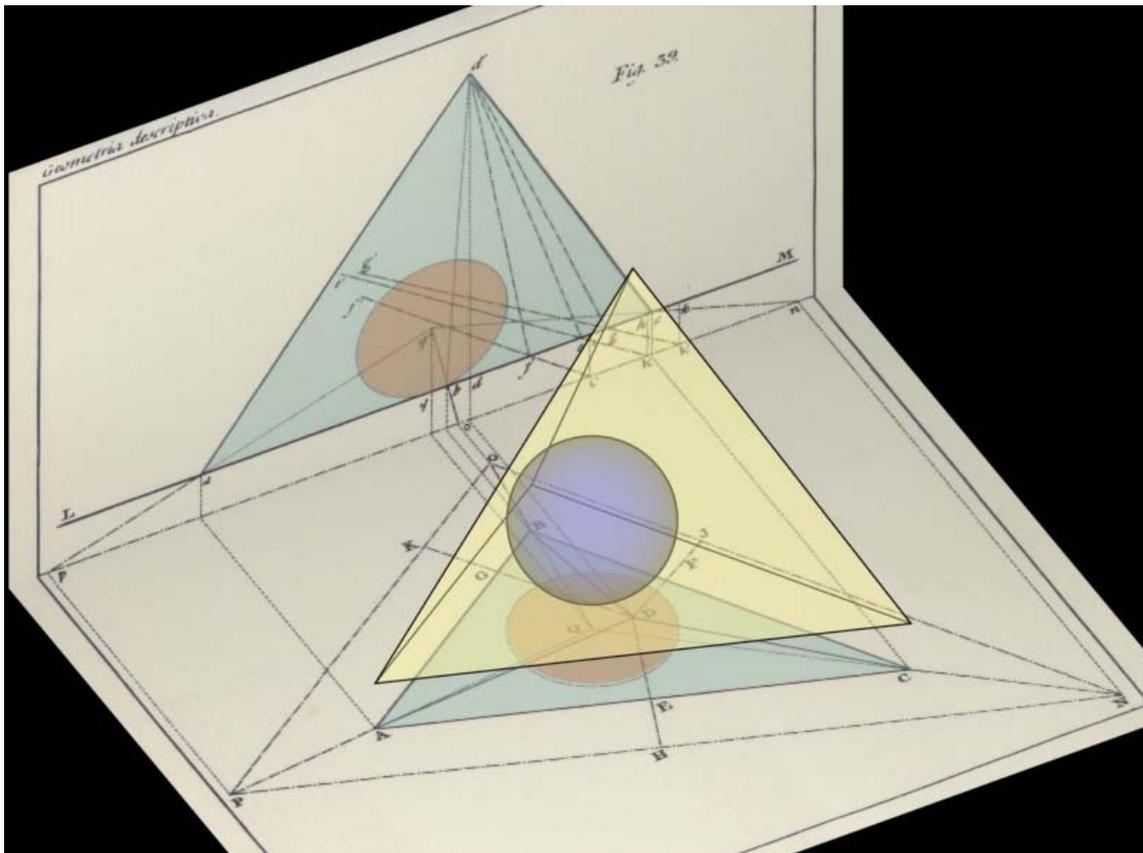


Fig. 3. Esfera inscrita en pirámide. Modelado

5. CONCLUSIONES

A través de las animaciones generadas, nos hemos acercado a la época del nacimiento de la sistematización, racionalización y, por qué no, normalización que ha servido de base a las actuales carreras de ingeniería.

Hemos constatado la importancia y actualidad de la geometría descriptiva como herramienta de trabajo para resolver

de un modo gráfico, problemas espaciales complejos.

Este estudio también nos permite hacernos una idea de la capacidad de abstracción espacial de Monge para elaborar la teoría de la Geometría Descriptiva.

6. REFERENCIAS

- [1] Gentil Baldrich, José M^a y Rabasa Díaz, Enrique, *Sobre la Geometría Descriptiva y su difusión en España*, dentro de la Edición facsímil de la Geometría Descriptiva. CICCIP, 1996 ISBN 84-380-0121-1.
- [2] Launay, Louis de. *Un grand français. Monge: Fondateur de l'Ecole Polytechnique..* Ed. P Roger. (1930 ?)
- [3] Jeffrey Booker, Peter; Rojas Sola, José Ignacio (traductor). *Una historia del dibujo en ingeniería*. Jaén, 2001. ISBN 84-95155-16-8.
- [4] <http://www.polytechnique.edu>
- [5] Villar Ribera, Ricardo y Hernández Abad, Francisco. *La Geometría Descriptiva de Monge. Una visión multimedia*. XIII ADM-XV Ingegref. Nápoles 2003.