



# **Radiación y Propagación (2B)**

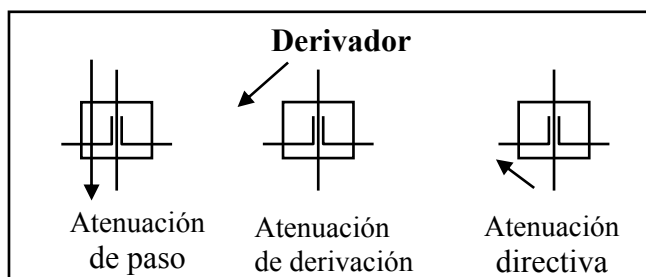
**Colección de Problemas**

**Octubre 2013**

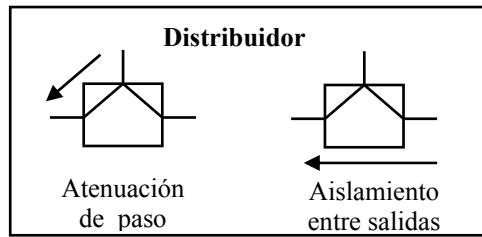
**Ignasi Corbella Sanahuja  
Xavier Fàbregas Cánovas  
Francesc Torres Torres  
Merce Vall-llossera Ferran**

## Tema 1: Conceptos básicos

- 1) Calcule la potencia en dBm de una señal de  $65 \text{ dB}\mu\text{V}$  en un sistema de  $75\Omega$ .
- 2) Sobre una carga de  $50 \Omega$  se disipa una potencia de  $4 \text{ W}$ . Expresar dicha potencia en dBW y dBm. Expresar la tensión eficaz sobre la resistencia en dBV y  $\text{dB}\mu\text{V}$ .
- 3) Un atenuador de  $6 \text{ dB}$  tiene a la entrada una señal de  $10 \text{ dBW}$ . Calcule en dBm la potencia a su entrada, a su salida y la potencia disipada en el propio atenuador.
- 4) En bornes de una antena en recepción existe una tensión de  $0,8 \text{ mV}$ . La antena se conecta al receptor mediante una línea con pérdidas de  $45 \text{ m}$  de longitud, de forma que la tensión medida a la salida de la línea es de  $0,1 \text{ mV}$ . Expresar dichas tensiones en  $\text{dB}\mu\text{V}$  y la atenuación de la línea en dB y en dB/m. Considérese que se trabaja en un sistema de  $75 \Omega$  totalmente adaptado.
- 5) A la salida de una antena de impedancia  $75\Omega$  se tiene una señal de  $-40\text{dBm}$ . Ésta se conecta a un receptor mediante un cable de  $25 \text{ m}$  y  $0,5 \text{ dB/m}$  de atenuación. ¿Qué ganancia mínima debe tener (en dB) el amplificador de entrada del receptor, si la tensión mínima a la entrada del demodulador debe ser de  $10 \text{ mV}_{\text{ef}}$ ? (el sistema se halla referido a una impedancia de  $75\Omega$ )
- 6) ¿Cuándo la señal de entrada de un amplificador de impedancia  $50\Omega$  es de  $V_{\text{ent}}=50 \text{ mV}$  la señal a la salida es de  $V_{\text{sal}}=1\text{V}$ . Calcule la ganancia del amplificador en dB. Si la máxima potencia de salida que puede entregar dicho amplificador a una carga de  $50\Omega$  es de  $500 \text{ mW}$ , ¿cuál es la máxima tensión que podemos tener a la entrada del mismo?
- 7) Se inyecta una señal de  $12 \text{ mV}$  eficaces a una línea de transmisión de  $40 \text{ m}$  de longitud e impedancia característica  $Z_0=50\Omega$ . Si a su salida la tensión es de  $0,2 \text{ mV}$  eficaces, ¿cuál es la atenuación de la línea en dB/100m?
- 8) La máxima potencia que puede disipar un atenuador de  $6\text{dB}$  es de  $10 \text{ mW}$ . ¿Cuál es la potencia máxima en dBm que podemos tener a su entrada?
- 9) En una red de distribución de señal de TV de  $75\Omega$ , se utiliza un derivador de dos salidas, perfectamente adaptado, con una atenuación de derivación de  $15 \text{ dB}$ . ¿Cuál es la mínima atenuación de paso que podría tener (caso sin pérdidas)? La atenuación directiva del dispositivo es de  $30 \text{ dB}$ . Por el ramal principal se inyecta a su entrada una señal de  $95 \text{ dB}\mu\text{V}$ , mientras que por su salida entra una señal procedente de una reflexión (fenómeno de doble imagen) de  $80 \text{ dB}\mu\text{V}$ . ¿Cuál es la relación de señal útil a señal interferente en las salidas de derivación?



10) En un sistema de distribución de señal de TV de  $75\Omega$  se tiene un distribuidor perfectamente adaptado de 4 dB de atenuación de paso. Si se inyecta a su entrada una señal de  $95\text{ dB}\mu\text{V}$ , ¿cuál es la señal disponible en cada una de sus salidas, en dBm?



11) Por una admitancia de valor  $Y=0.01(2-j3)\text{ S}$  circula una corriente eficaz de valor  $I=0.8e^{-j23.5^\circ}\text{ A}$ . Calcule la potencia que disipa la admitancia, el fasor de tensión y el desfase entre la tensión y la corriente en bornes ( $\phi_V - \phi_I$ ).

12) Se tiene una tensión de  $V=0.45j\text{ V}_{\text{ef}}$  que se aplica en bornes de una impedancia de valor  $Z=50+j50\ \Omega$ . Se está trabajando en RPS a una frecuencia  $f=10\text{ MHz}$ . Si para  $t=10\text{ s}$  la tensión instantánea vale  $0\text{ V}$ , calcule el tiempo transcurrido (en  $\mu\text{s}$ ) desde  $t=10\text{ s}$  hasta que la corriente sea nula. Calcule la excursión pico-a-pico de la corriente en mA.

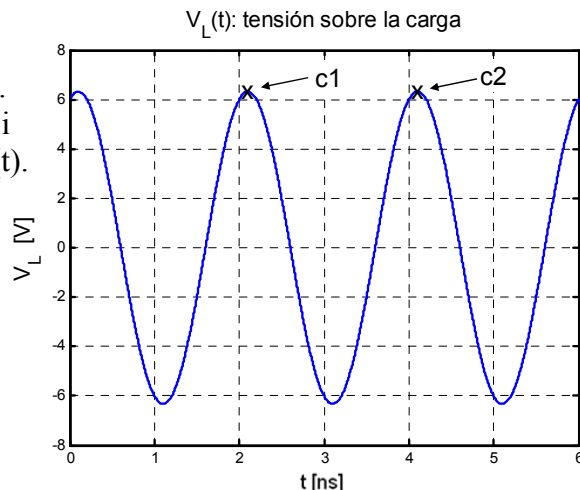
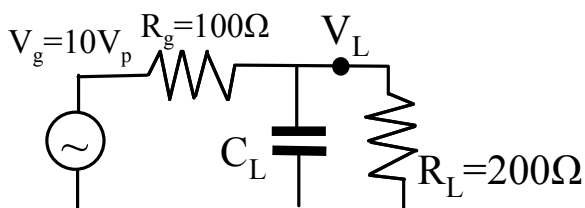
13) Un generador de impedancia interna  $Z_g=10+j20\ \Omega$  y tensión en circuito abierto de  $V_g=7\text{ V}_{\text{ef}}$  se conecta a una impedancia  $Z_L=25-j10\ \Omega$ . Halle la potencia disponible del generador, la potencia entregada a la carga y el coeficiente de desadaptación de potencia.

14) Un generador de impedancia interna  $Z_g=50\ \Omega$  y potencia disponible  $1\text{ mW}$  se conecta a una carga  $Z_L=40+j40\ \Omega$ .

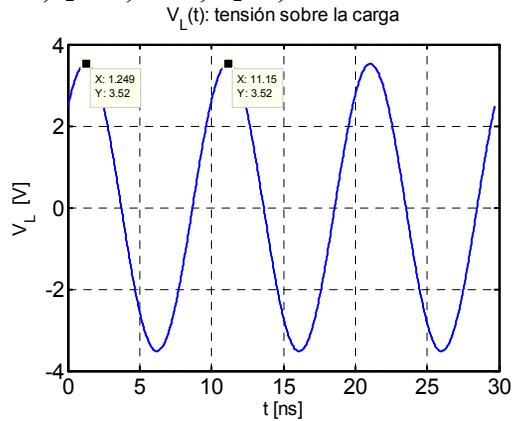
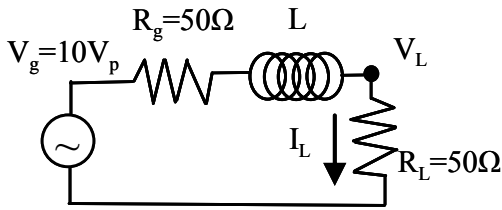
- Calcule la potencia que esta disipando la carga y el coeficiente de desadaptación de potencia.
- ¿Qué impedancia compleja  $Z_x$  debería conectarse en serie con la carga  $Z_L$  para que el generador entregase la máxima potencia? Calcule en este supuesto la potencia que esta disipando la carga  $Z_L=40+j40\ \Omega$  y el nuevo coeficiente de desadaptación de potencia.
- Calcular la potencia que disiparía  $Z_L$  y el coeficiente de desadaptación de potencia, si la impedancia  $Z_x$  fuese imaginaria pura (sólo se cancelaría la parte reactiva de  $Z_L$ ).

15) Medimos con un osciloscopio la tensión  $v_L(t)$  sobre la carga del circuito adjunto. Con los cursores del osciloscopio hallamos dos máximos consecutivos de tensión: c1 ( $t_1=2.102\text{ ns}$ ,  $V_1=6.325\text{ V}$ ) y c2 ( $t_2=4.102\text{ ns}$ ,  $V_2=6.325\text{ V}$ ). Determine:

- La frecuencia de trabajo del generador
- La potencia [mW] disipada por la carga.
- El desfase en grados entre  $v_g(t)$  y  $v_L(t)$  si  $v_g(t) = V_g \cos \omega t$ . Escriba la expresión  $v_L(t)$ .
- La capacidad  $C_L$  [pF]

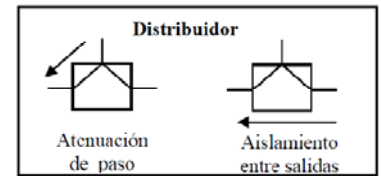


16) Medimos con un osciloscopio la tensión  $V_L(t)$  sobre la resistencia  $R_L$  del circuito adjunto. Con los cursores del osciloscopio hallamos dos máximos consecutivos de tensión, cuyos valores se han recuadrado sobre el gráfico ( $t_1=1,249$  ns,  $V_1=3,52$  V,  $t_2=11,15$  ns,  $V_2=3,52$  V



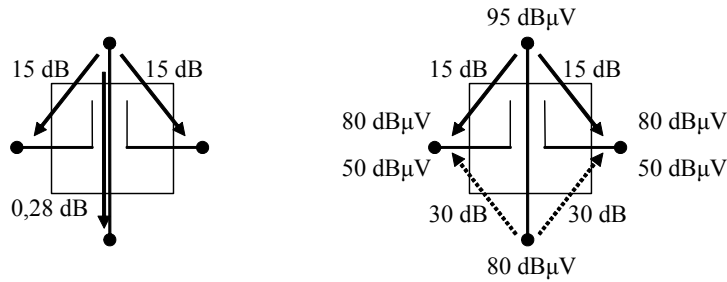
- Halle la expresión fasorial de la corriente que circula por la carga  $R_L$  dada como  $I_L = |I_L|e^{j\phi_L}$ .
- Halle el valor de la inductancia  $L$  en  $\mu H$

17).- Se miden -12 dBm en una de las salidas de un distribuidor de señal de TV de  $75 \Omega$ , simétrico, no ideal, perfectamente adaptado y con 4 dB de atenuación de paso. ¿Cuál es la potencia total que se disipa en el interior del distribuidor (**en dBm**)?



## SOLUCIONES Tema 1

- 1)  $P = -43,75 \text{ dBm}$
- 2)  $6 \text{ dBW}$  ;  $36 \text{ dBm}$  ;  $23 \text{ dBV}$  ;  $143 \text{ dB}\mu\text{V}$
- 3)  $P_e = 40 \text{ dBm}$ ;  $P_o = 34 \text{ dBm}$ ;  $P_{at} = 38,7 \text{ dBm}$
- 4)  $0,8 \text{ mV} \rightarrow 58 \text{ dB}\mu\text{V}$  ;  $0,1 \text{ mV} \rightarrow 40 \text{ dB}\mu\text{V}$  ;  $A = 18 \text{ dB} \rightarrow 0,4 \text{ dB/m}$
- 5)  $G = 23,74 \text{ dB}$
- 6)  $G = 26 \text{ dB}$ ,  $V_{eMAX} = 250 \text{ mV}$
- 7)  $A = 88,9 \text{ dB/100m}$
- 8)  $P_{eMAX} = 11,25 \text{ dBm}$
- 9) Atenuación mínima de paso:  $L_p = 0,284 \text{ dB}$ . Relación señal útil a interferente:  $30 \text{ dB}$



10)  $P_{out} = -17,75 \text{ dBm}$

11)  $Y = 0,01(2 - j3) \text{ S}$  ;  $I = 0,8 e^{-j23,5\pi/180}$  ;  $Z = \frac{1}{Y} = \frac{100}{13}(2 + j3) \Omega$

$$P = |I|^2 \text{Re}[Z] = 9,84 \text{ W} ; V = \frac{I}{Y} = 22,18 \angle 32,81^\circ \text{ V} ; \phi_v - \phi_i = 32,81 - (-23,5) = 56,31^\circ$$

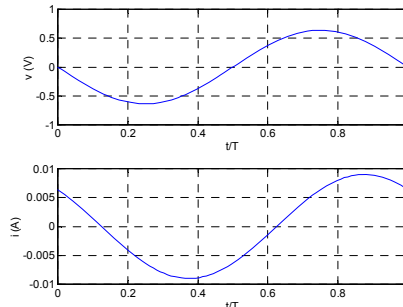
12)

$$v(t) = -0,45\sqrt{2} \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right);$$

$$i(t) = 0,009 \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \pi/4\right);$$

$$T = 1/f = 0,1 \mu\text{s}.$$

$$i(t_1) = 0 \rightarrow t_1 = \frac{T}{8} = 0,0125 \mu\text{s} (+nT)$$



13) Potencia disponible de generador:  $P_{av} = 1,225 \text{ W}$ .

Potencia entregada a la carga:  $P_L = 0,924 \text{ W}$ . Coeficiente de desadaptación:  $c_a = 0,755$

- 14)
  - a.  $P_L = 0,825 \text{ mW}$ ;  $c_a = 0,825$
  - b.  $Z_x = 10 - j40 \Omega$ ;  $P_L = 0,8 \text{ mW}$ ;  $c_a = 0,8$
  - c.  $Z_x = -j40 \Omega$ ;  $P_L = 0,988 \text{ mW}$ ;  $c_a = 0,988$

- 15)
  - a.  $f = 500 \text{ MHz}$
  - b.  $P_L = 100 \text{ mW}$
  - c.  $\Delta\phi = -18,36^\circ$ ;  $v_L(t) = 6,325 \cos(\omega t - 0,32)$ . d.  $C_L = 1,59 \text{ pF}$

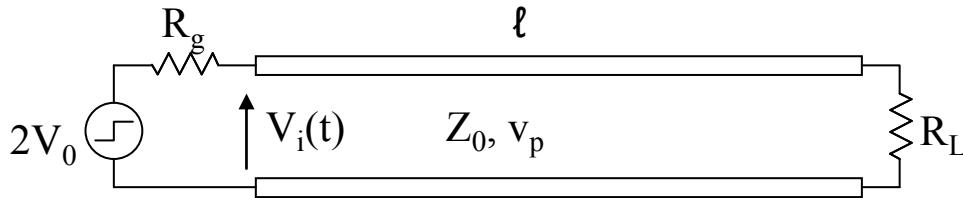
- 16)
  - a.  $|I_L| = 70 \text{ mA}$  (valor de pico), y  $\phi_L = -0,79 \text{ rad}$
  - b.  $L = 0,159 \mu\text{H}$

17)  $-14,9 \text{ dBm}$

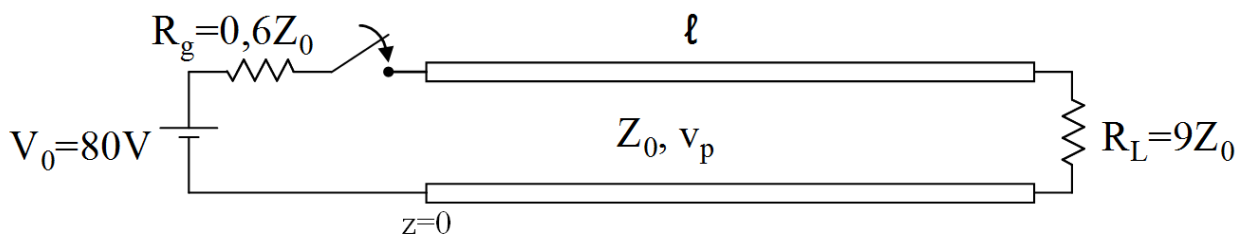
## TEMA 2. LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

### A: TRANSITORIOS EN LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN

- 1) Un generador en escalón de amplitud  $2V_0$  e impedancia interna  $R_g=Z_0$ , se conecta a la línea de la figura, de impedancia  $Z_0$ , velocidad de propagación  $v_p$  y longitud  $\ell$ . Determinar la tensión a la entrada de la línea,  $V_i(t)$  para  $0 < t < 6T$ , siendo  $T = \ell/v_p$ , en los siguientes casos a)  $R_L=0$ , b)  $R_L=\infty$  y c)  $R_L=Z_0$ .

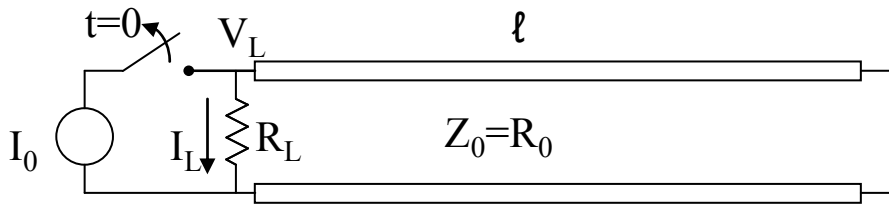


- 2) En el circuito de la figura el interruptor se cierra en  $t=0$ .
- Dibujar el diagrama espacio-tiempo, detallando el valor de los coeficientes de reflexión en cada extremo de la línea, así como el valor numérico de tensión de las sucesivas ondas que van generándose.
  - Determinar la tensión en un punto medio de la línea ( $z = \ell/2$ ) y en la entrada de la línea ( $z=0$ ) para  $0 < t < 5T$ , con  $T = \ell/v_p$
  - Determinar la tensión en la línea para el instante  $t=3T/2$ :  $v(z, 3T/2)$ .

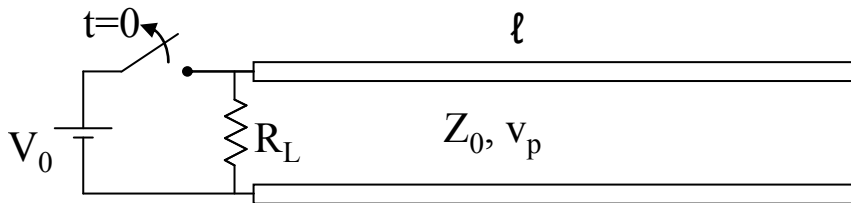


- Una línea ideal de longitud  $\ell$ , con sus dos extremos en circuito abierto, está cargada a una tensión continua  $V_0$ . Se cortocircuita uno de sus extremos en el instante  $t=0$ . Represente la tensión y la corriente en los dos extremos de la línea en función del tiempo.
- Una línea ideal de impedancia  $Z_0$  y longitud  $\ell$ , con sus dos extremos en circuito abierto, está cargada a una tensión continua  $V_0$ . Se conecta en  $t=0$  a una resistencia de valor  $R=Z_0$ . Si su longitud es de 3 m y su velocidad de propagación es de  $0.5c_0$ . ¿Qué duración tiene el impulso de tensión que se produce sobre la resistencia?
- Un generador de tensión continua  $V_0$  e impedancia interna  $R_g$  se conecta en  $t=0$  a una carga resistiva  $R_L$  a través de un tramo de línea de transmisión de impedancia característica  $Z_0$  y longitud  $\ell$ . Dibuje el diagrama espacio-tiempo del sistema indicando las magnitudes relevantes y determine el valor de tensión en la línea para  $t \rightarrow \infty$  (régimen permanente).

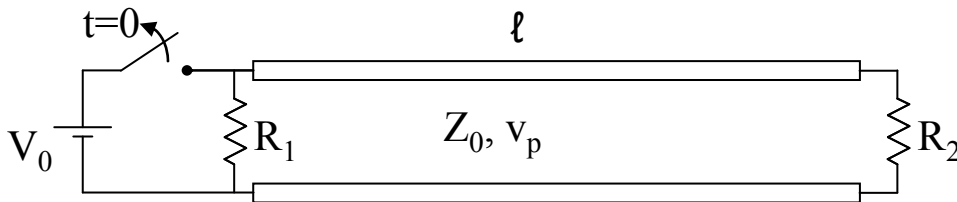
6) En el circuito de la figura el interruptor se abre en el instante  $t=0$ . Dibuje las formas de tensión y corriente en la carga  $R_L$  en el intervalo  $0 < t < 6T$ , con  $T = \ell / v_p$ , en los casos a)  $R_0 < R_L$  b)  $R_0 = R_L$  y c)  $R_0 > R_L$ .



7) En la figura el interruptor está cerrado desde  $t = -\infty$  y se abre en el instante  $t=0$ . Dibuje la tensión en los extremos de la resistencia en el intervalo  $0 < t < 6T$ , con  $T = \ell / v_p$ , en los casos a)  $R_0 < R_L$  b)  $R_0 = R_L$  y c)  $R_0 > R_L$ .

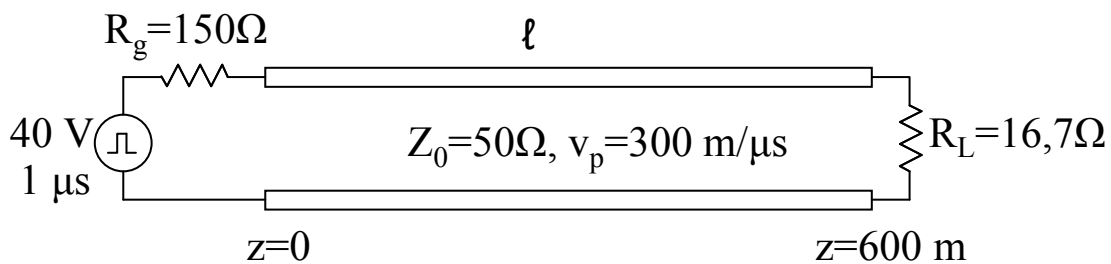


8) En la figura el interruptor está cerrado desde  $t = -\infty$  y se abre en el instante  $t=0$ . Si  $R_1 = Z_0$ , determinar la variación de la tensión en  $R_2$  en función de  $V_0$ ,  $Z_0$  y  $\rho_2$ .

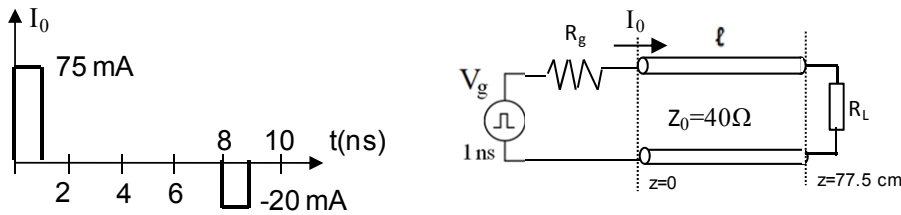


9) A una línea con un extremo en cortocircuito se le aplica en el otro un impulso cuadrado de 10 ns de duración y amplitud 10 V. La línea está inicialmente descargada. Si  $Z_0 = 50 \Omega$ ,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s y  $\ell = 9$  m, construya el diagrama espacio-tiempo y dibuje la tensión y corriente en la línea para los instantes  $t=30$ ,  $t=35$  y  $t=40$  ns.

10) El generador de la figura emite un único pulso de 40 V de amplitud y  $1 \mu s$  de duración. Representar la tensión y la corriente a la entrada de la línea y en el punto medio de la misma para el intervalo  $0 < t < 15 \mu s$ .

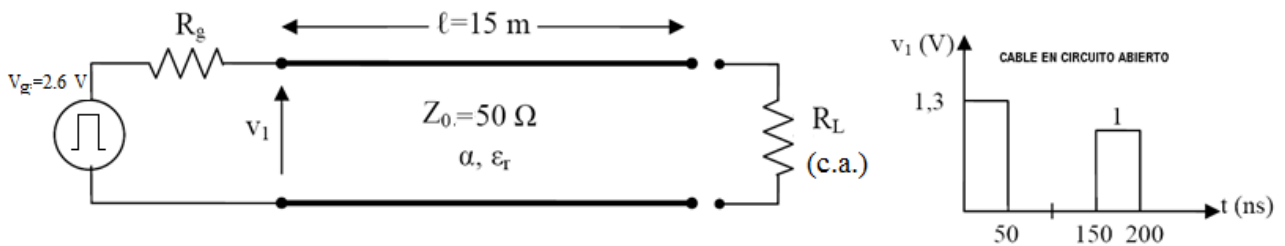


11) En el circuito de la figura el generador produce en  $t=0$  un pulso de duración 1 ns y una tensión en circuito abierto de  $V_g = 4.5 V$ . El gráfico adjunto representa la corriente  $I_0$  a la entrada de la línea de transmisión ideal de longitud  $\ell = 77.5 cm$  y acabada en una carga  $R_L$ . Si la impedancia de la línea de transmisión es de  $Z_0 = 40\Omega$  calcular



- El valor de la impedancia interna del generador  $R_g$
- La capacidad por unidad de longitud de la línea de transmisión  $C$ , en **pF/m**.
- El valor de la resistencia de carga  $R_L$  (**en Ohm**)

12) La figura muestra un generador de pulsos rectangulares de tensión en circuito abierto  $V_g = 2.6 V$  y duración  $T_0 = 50 ns$ , que se conecta a un cable de bajas pérdidas e impedancia  $z_0 = 50\Omega$ , de forma similar al montaje del laboratorio. La figura adjunta muestra la tensión medida a la entrada del cable  $v_1(t)$  para el caso de la línea de transmisión terminada en circuito abierto ( $R_L = \infty$ ). Calcule:

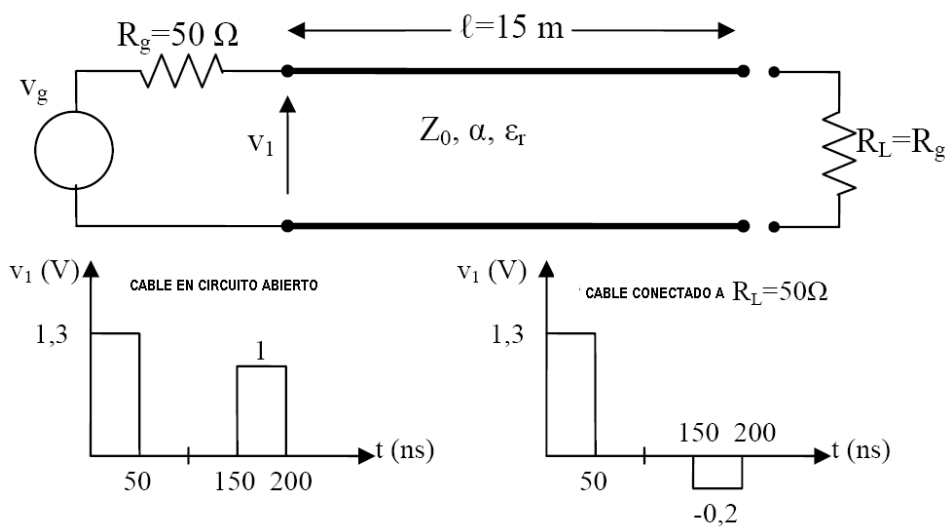


- La constante dieléctrica del cable  $\epsilon_r$  y la capacidad por unidad de longitud del cable  $C$  (**en pF/m**).
- El valor de la impedancia interna  $R_g$  del generador **en Ohms**
- La atenuación del cable **en dB/100m**



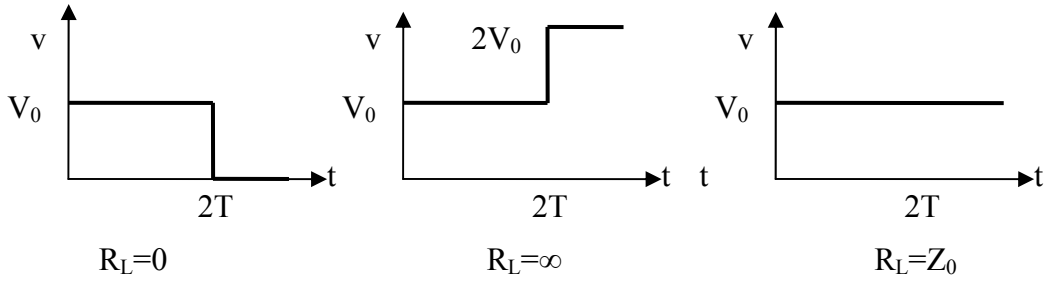
13) La figura muestra un generador de pulsos rectangulares conectado a un cable *de bajas pérdidas*. La tensión medida a la entrada del cable  $v_1(t)$  para dos condiciones de carga externa diferentes son las que se muestran en las gráficas inferiores. La gráfica de la izquierda corresponde al caso del extremo de la línea de transmisión en circuito abierto ( $R_L = \infty$ ) y la de la derecha corresponde al caso en el cual el extremo se conecta a una resistencia igual a la del generador ( $R_L = R_g = 50\Omega$ ).

- Calcule la constante dieléctrica del cable
- Para las dos condiciones de carga ( $R_L = \infty$  y  $R_L = R_g = 50\Omega$ ) deduzca la expresión de la amplitud del segundo pulso (que aparece entre 150 y 200 ns) en función de la amplitud del primer pulso, las características del cable y los coeficientes de reflexión de generador y carga.
- Calcule los siguientes parámetros del cable: Impedancia característica  $Z_0(\Omega)$ , atenuación por unidad de longitud  $A(\text{dB/m})$ , capacidad por unidad de longitud  $C(\text{pF/m})$  e inductancia por unidad de longitud  $L(\mu\text{H/m})$ .

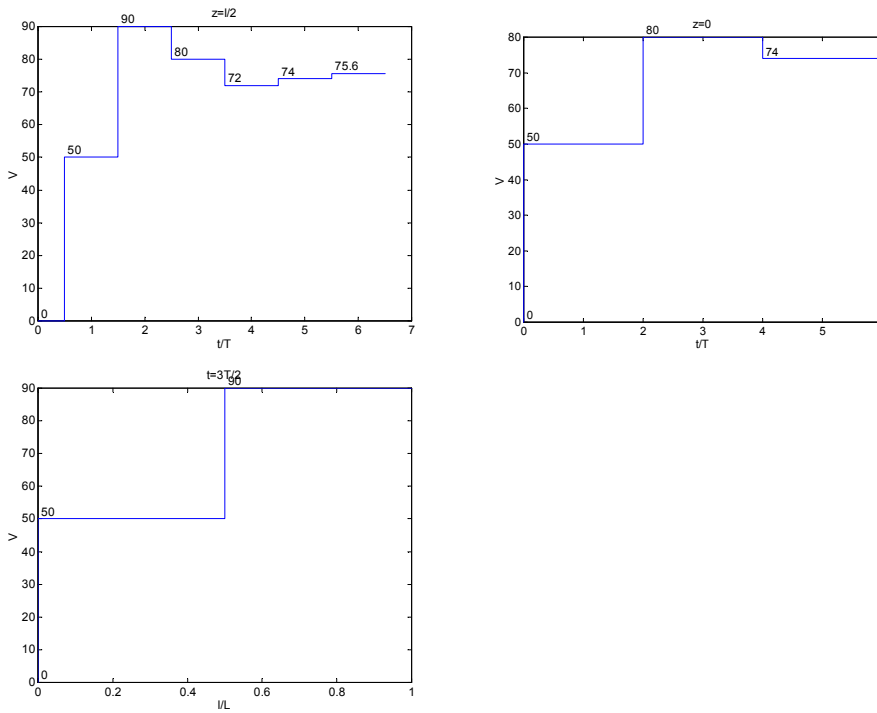


## SOLUCIONES Tema 2.A Transitorios en la línea de transmisión

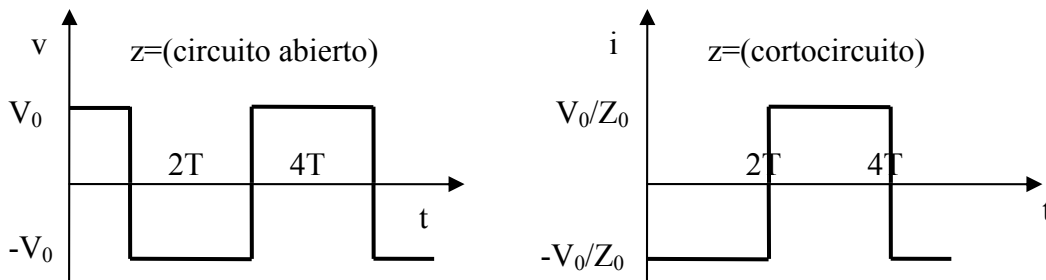
1)



2)



3)

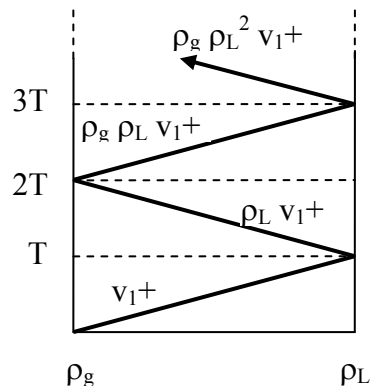


4) Duración del impulso de tensión:  $2T$

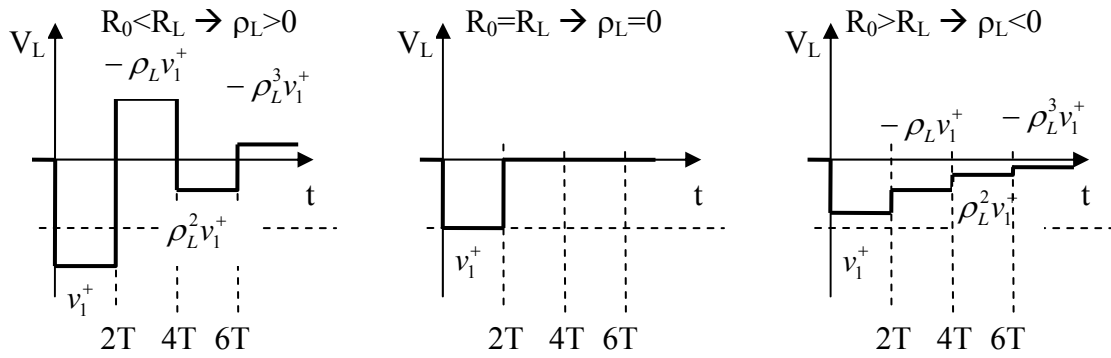
5)

$$v_1^+ = V_0 \frac{Z_0}{Z_0 + R_g}, \quad \rho_g = \frac{R_g - Z_0}{R_g + Z_0}, \quad \rho_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

$$V(\infty) = v_1^+ (1 + \rho_L + \rho_g \rho_L + \rho_g \rho_L^2 + \dots) = V_0 \frac{R_L}{R_L + R_g}$$



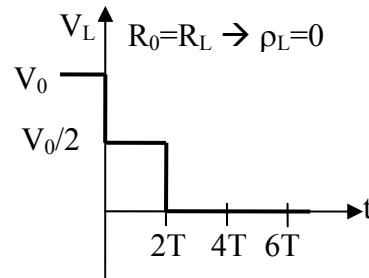
$$6) v_1^+ = -I_0 \frac{R_L Z_0}{R_L + Z_0} = -I_0 Z_0 \frac{1}{2} (1 + \rho_L) \quad ; \quad \rho_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$



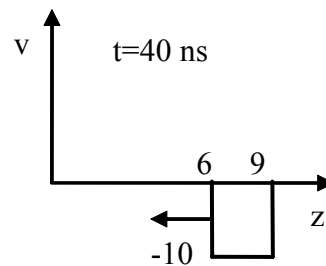
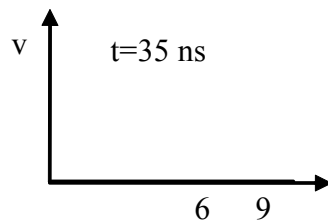
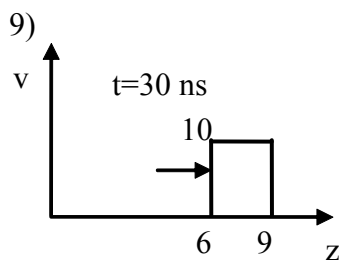
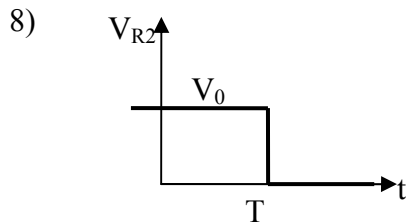
$I_L = V_L / R_L$  en cada instante. Las formas de la corriente son idénticas a las de tensión.

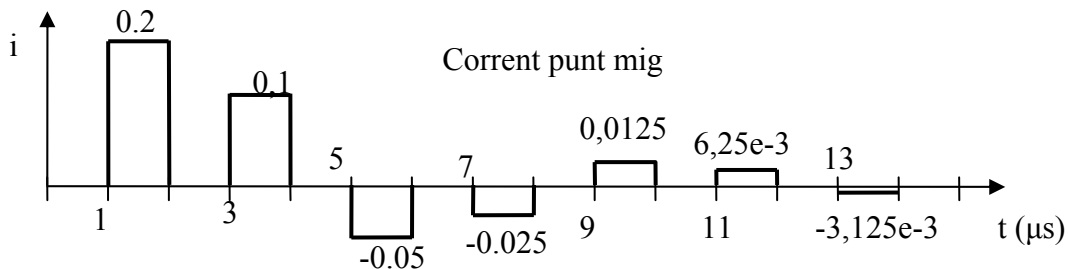
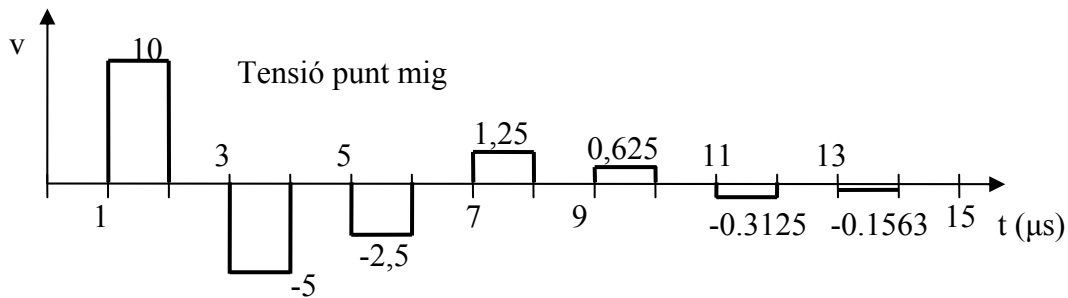
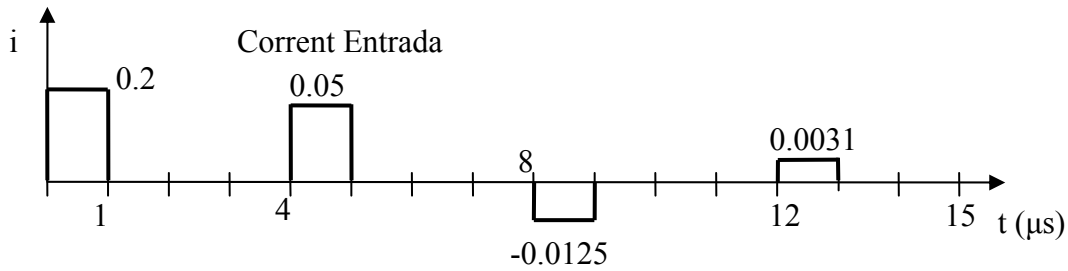
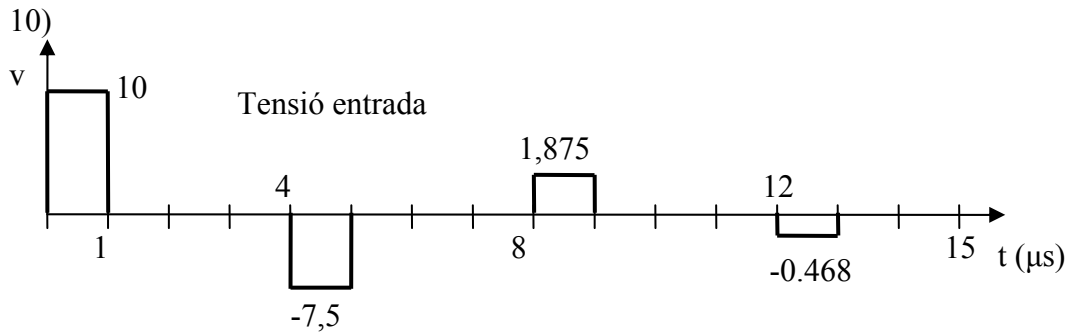
$$7) v_1^+ = -V_0 \frac{Z_0}{R_L + Z_0} = -V_0 \frac{1}{2} (1 - \rho_L) \quad ; \quad \rho_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

Tiempo	Tensión total en $R_L$
$< 0$	$V_0$
$0 \rightarrow 2T$	$V_0 + v_1^+$
$2T \rightarrow 4T$	$V_0 + v_1^+ (2 + \rho_L)$
$4T \rightarrow 6T$	$V_0 + v_1^+ (2 + 2\rho_L + \rho_L^2)$
$6T \rightarrow 8T$	$V_0 + v_1^+ (2 + 2\rho_L + 2\rho_L^2 + \rho_L^3)$



[ $R_0 < R_L$  i  $R_0 > R_L$ : ver tabla]





- 11) a)  $R_g = 20 \Omega$ ,                      b)  $130 \text{ pF/m}$                       c)  $R_L = 60 \Omega$   
 12) a)  $\epsilon_r = 2,25$  y  $L=250 \text{ nH/m}$   $C=100\text{pF/m}$                       b)  $\alpha = 7,596 \text{ dB/100m}$                       c)  $R_g = 50 \Omega$

13)

a)  $\epsilon_r = 2,25$

b) 
$$\left. \begin{aligned} V_1^{ca} &= V_1^+ e^{-2\alpha l} (1 + \rho) \\ V_1^{RL} &= V_1^+ e^{-2\alpha l} \rho (1 + \rho) \end{aligned} \right\} \text{ con } \rho = \rho_g = \rho_L$$

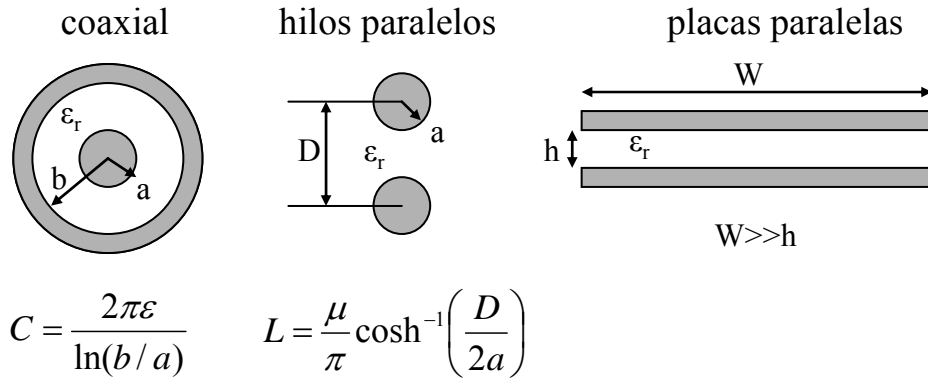
c)  $Z_0 = 75 \Omega$ ;  $A=0,0114 \text{ dB/m}$ ;  $C=66,66 \text{ pF/m}$ ;  $L=0,375 \mu\text{H/m}$

## TEMA 2. LINEAS DE TRANSMISIÓN

### B: PARÁMETROS Y ATENUACIÓN

- 1) En una línea de transmisión terminada en su  $Z_0$ , la corriente medida en dos puntos separados 100 m se ha atenuado en un factor 1.5 ¿En que factor se atenuará la tensión si se mide en dos puntos separados 50 m? ¿Cual es la atenuación de la línea expresada en dB/km?
- 2) Una línea de transmisión de bajas pérdidas, de  $Z_0=50\Omega$ ,  $v_p=3 \cdot 10^8$  m/s y atenuación 0,043 dB/m a 300 MHz, tiene una longitud  $\ell=100$  m. Si en un extremo de la línea se conecta una carga resistiva  $R_L=40\Omega$ , escriba la expresión del coeficiente de reflexión a la entrada de la línea en función de  $\rho_L$ . Calcule a partir de éste la impedancia vista a la entrada de la línea. Repita el cálculo para el caso en que  $\alpha=0$ .
- 3) Una línea de transmisión de  $Z_0=75\Omega$  está realizada con un dieléctrico de  $\epsilon_r=4$ . Determine su capacidad e inductancia por unidad de longitud y la velocidad a la cual propaga una señal.
- 4) Un cable telefónico de pares tiene a 100 KHz los siguientes parámetros primarios:  $R=52\text{ m}\Omega/\text{m}$ ,  $L=0.54\text{ }\mu\text{H}/\text{m}$ ,  $C=50\text{ pF}/\text{m}$  y  $G=50\text{ nS}/\text{m}$ . Demostrar que el cable presenta bajas pérdidas a esta frecuencia. Calcular su impedancia característica  $Z_0$  y su constante de propagación  $\gamma$ . Determinar su atenuación en dB/km.
- 5) Un cable coaxial presenta a 1 MHz los siguientes parámetros primarios:  $R=3,1\text{ m}\Omega/\text{m}$ ,  $L=0.24\text{ }\mu\text{H}/\text{m}$ ,  $C=94\text{ pF}/\text{m}$  y  $G=3,8\text{ }\mu\text{S}/\text{m}$ . Demostrar que el cable presenta bajas pérdidas a esta frecuencia. Calcular su impedancia característica  $Z_0$  y su constante de propagación  $\gamma$ . Determinar su atenuación en dB/km.
- 6) Un cable coaxial RG-58 C/U tiene una capacidad de 101 pF/m y propaga las señales al 66.2% de la velocidad de la luz en el vacío. Calcular su impedancia característica  $Z_0$ , su inductancia por unidad de longitud  $L$  y la permitividad  $\epsilon_r$  del material dieléctrico. ¿Qué retardo introduce en la propagación de una señal un tramo de 100 m de dicha línea?
- 7) Una línea de transmisión de impedancia característica  $50\Omega$  y 40 m de longitud introduce un retardo de  $0.4\text{ }\mu\text{s}$  en la propagación de un pulso entre sus extremos. Determine los cuatro parámetros de la línea  $L$ ,  $C$ ,  $Z_0$  y  $v_p$ .
- 8) En una línea telefónica de dos hilos se le han medido los siguientes parámetros:  $R=6,5\text{ }\Omega/\text{km}$ ,  $L=2.3\text{ mH}/\text{km}$ ,  $C=0,0052\text{ }\mu\text{F}/\text{km}$  y  $G=0,5\text{ }\mu\text{S}/\text{km}$ . Determine su impedancia característica y la velocidad de propagación en la línea.

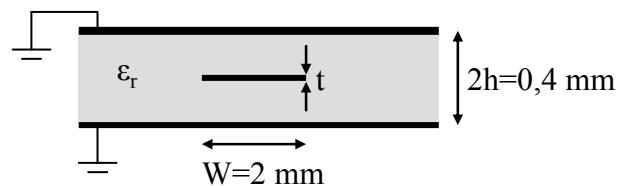
9) Para las tres líneas de transmisión de la figura configure una tabla con las expresiones de sus cuatro parámetros fundamentales  $Z_0$  [ $\Omega$ ],  $v_p$  [m/s],  $C$  [F/m] y  $L$  [H/m]. Para simplificar la expresión de su impedancia característica tenga en cuenta que la impedancia de una onda plana en el vacío es  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi$  y que para la línea de placas paralelas puede aplicarse la aproximación de condensador plano.



10) Un cable coaxial viene caracterizado por los siguientes parámetros:  $b/a=3$ ;  $b=0,5$  mm,  $\epsilon_r = 2,25$ ; A la frecuencia de  $f=400$  MHz presenta una resistencia por unidad de longitud  $R=2,6 \Omega/m$  y una conductancia por unidad de longitud  $G=2,8 \cdot 10^{-4}$  S/m. Verifique que la aproximación de pérdidas bajas se cumple a la frecuencia de trabajo. Determine la constante de propagación del cable  $\gamma = \alpha + j\beta$  y su atenuación por unidad de longitud en dB/m.

11) Calcule la impedancia característica para la línea triplaca (stripline) de la figura. Para realizar los cálculos utilice la aproximación  $W \gg h$  y suponga que tanto el dieléctrico como el conductor son ideales con  $t=0$  para el grosor del conductor interior

$W=2$  mm;  
 $h=0,2$  mm  
 $\epsilon_r=2,5$ ;  
 $\epsilon_0=8,8542$  pF/m



12) Un sistema de distribución de señal de televisión utiliza el cable coaxial CCF SAT **84102** de FAGOR. Utilice la hoja de características del fabricante para realizar los siguientes cálculos:

- Calcule la inductancia por unidad de longitud **en  $\mu\text{H/m}$**  y la constante dieléctrica del PE expando.
- A la entrada de un tramo de cable de 30 m de longitud se inyecta una señal de frecuencia  $f=2150$  MHz y tensión eficaz  $V_i=60$  dB $\mu\text{V}$ . Calcule la potencia de señal  $P_o$  a la salida del cable, **en dBm**. Considere que el sistema está perfectamente adaptado.
- Demuestre la equivalencia entre la expresión de la atenuación del cable en dB y en Neper. Un tramo de cable de longitud  $\ell = 200\lambda$  a  $f=2150$  MHz se termina con una impedancia de valor  $R_L = 50\Omega$ . Calcular la impedancia que presentara a su entrada. Utilice la expresión que da la variación del coeficiente de reflexión en una línea de transmisión, teniendo en cuenta sus pérdidas.
- Teniendo en cuenta que  $f=2150$  MHz la atenuación del cable se puede considerar exclusivamente debida a las pérdidas en el conductor, calcule el valor de  $R$  en  $\Omega/m$  utilizando la aproximación de pérdidas bajas. Verificar si dicha aproximación se cumple.



MODELO	CCF TRN	CCF SAT	CCF SAT-N	CCF 017	CCF 017 N	CCF 020
Referencia	84110	84102	84103	84104	84106	84109
Aplicaciones	Semitroncal	Reparto 1ª FI SAT				Distribución general
Impedancia característica	$\Omega$			75 $\pm$ 3		
Capacidad	pF / m	54	54	55		
Velocidad de propagación	%	84	80	82		80
Atenuación / 100 m a:						
5MHz		1,5	1,8	1,9		2,2
10 MHz		2,8	4	4,38		4,9
50 MHz		4	5,5	6,2		7
100 MHz		5,5	8,5	8,7		9,8
200 MHz		7	10	10,7		11,7
300 MHz		8,9	12,5	13		14,7
470 MHz		10,5	14,5	14,8		16,6
600 MHz		12,7	17,2	18,5		20,3
860 MHz	dB	13,7	19,6	20,3		23,5
1000 MHz		16,2	22,8	23,6		29,4
1350 MHz		19,5	26	26,9		33,5
1750 MHz		21	27,8	30,6		37,6
2050 MHz		21,5	28,5	31,3		38,2
2150 MHz						
Eficiencia apantallamiento (30 ÷ 900 MHz)	dB	100	75			
Diámetro conductor interno Cu	mm	1,63	1,1			1
Dieléctrico		PE expando físico				
Conductor externo		Cu			Al	
Cubierta exterior		PE Negro	PE Negro	PVC Blanco	PE Negro	PVC Blanco
Diámetro exterior	mm	10,2 $\pm$ 0,1	6,8 $\pm$ 0,15			

## SOLUCIONES Tema 2.B Parámetros y atenuación

1)  $A=35,21\text{dB/km}$

2)  $Z_i=46,07\Omega$ . Si  $\alpha=0$ ,  $Z_i=40\Omega$

3)  $C=88,88\text{ pF/m}$  ;  $L=500\text{ nH/m}$  ;  $v=1,5\cdot 10^8\text{ m/s}$

4)  $\omega L=0,339\Omega \gg 0,052\Omega$  ;  $\omega C=3,14\cdot 10^{-5}\text{ S} \gg 5\cdot 10^{-8}\text{ S}$  ; Se cumple la aproximación de pérdidas bajas:  
 $Z_0 \cong 104\Omega$  ;  $\beta \cong 0,003274\text{ m}^{-1}$  ;  $A=2,189\text{dB/km}$

5)  $\omega L=1,5\Omega \gg 3\cdot 10^{-3}\Omega$  ;  $\omega C=590\cdot 10^{-6}\text{ S} \gg 94\cdot 10^{-6}\text{ S}$  ; Se cumple la aproximación de pérdidas bajas:  
 $Z_0 \cong 50,53\Omega$  ;  $\beta \cong 0,0298\text{ m}^{-1}$  ;  $A=1,1\text{dB/km}$

6)  $Z_0=49,85\Omega$  ;  $L=251\text{ nH/m}$  ;  $\epsilon_r=2,28$  ;  $\tau=0,50\mu\text{s}$

7)  $L=500\text{ nH/m}$  ;  $C=200\text{ pF/m}$  ;  $Z_0=50\Omega$  ;  $v_p=10^8\text{ m/s}$ ;

8)  $Z_0 \approx 665\Omega$  ;  $v_p \approx 289157\text{ km/s}$

9) Coaxial:  $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$  ;  $Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$

Hilos paralelos  $C = \frac{\epsilon\pi}{\cosh^{-1} \frac{D}{2a}}$  ;  $Z_0 = \frac{120}{\sqrt{\epsilon_r}} \cosh^{-1} \frac{D}{2a}$

Placas paralelas:  $L = \mu_0 \frac{h}{w}$  ;  $C = \epsilon \frac{w}{h}$  ;  $Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{h}{w}$

10)  $\frac{G}{\omega C} = 3,1 \times 10^{-4} \ll 1$  ;  $\frac{R}{\omega L} = 0,0040 \ll 1$  : Se cumple

$L=219,42\text{nH}$ ;  $C=113,8\text{ pF/m}$   $Z_0=43,94\Omega$

$\alpha_C = 0,0296\text{ Nep/m}$  ;  $\alpha_D = 0,0063\text{ Nep/m}$  ;  $\gamma = 0,0359 + j12,56\text{ m}^{-1}$  ;  $A=0,312\text{ dB/m}$

11)  $Z_0=11,91\Omega$ ;

12)

a)  $L=0,31\mu\text{H/m}$  ;  $\epsilon_r=1,56$

b)  $P_o=-57,3\text{ dBm}$

c)  $R_e=68,38\Omega$

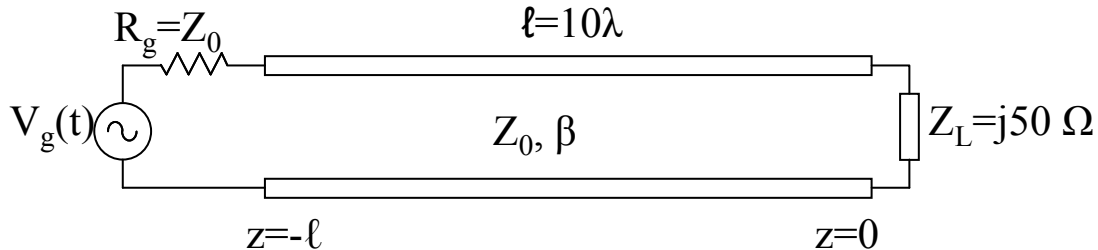
d)  $R=4,92\Omega$



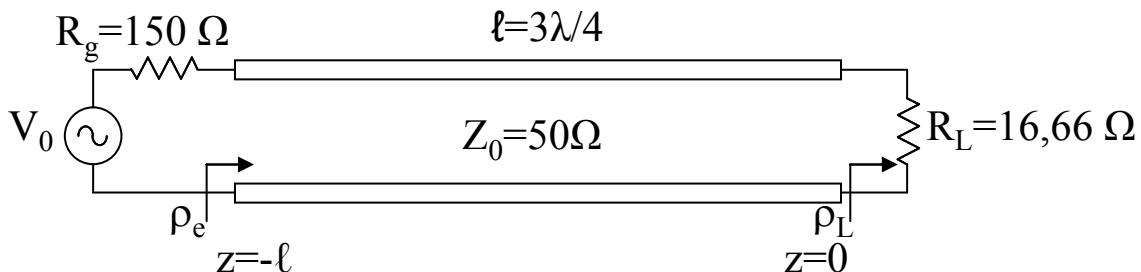
## TEMA 2. LINEAS DE TRANSMISIÓN

### C: RÉGIMEN SINUSOIDAL PERMANENTE

1) Para el circuito de la figura, donde  $V_g(t) = V_0 \cos(\omega t + \pi/4)$ , determine la expresión temporal de la tensión en la línea de transmisión,  $v(z,t)$  sabiendo que  $Z_0=50\Omega$ .

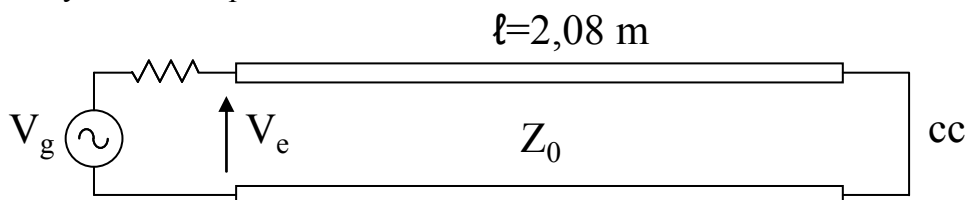


2) Para el circuito de la figura determine la expresión de los fasores de tensión y corriente,  $V(z)$ ,  $I(z)$ , en función de la tensión eficaz de generador  $V_0$  y de la constante de fase de la línea  $\beta$ .



3) En el circuito de la figura se mide la tensión  $V_e$  a la entrada de la línea a medida que se varía la frecuencia del generador de tensión. A  $f_1 = 168$  MHz se detecta  $V_e=0$ . Aumentando la frecuencia, el siguiente nulo de tensión se mide a  $f_2 = 224$  MHz. Calcular:

- a. La frecuencia  $f_3$  a la cual se tendrá el siguiente nulo.
- b. La permitividad dieléctrica de la línea  $\epsilon_r$ .
- c.  $L$  y  $Z_0$  si  $C=84$  pF/m.

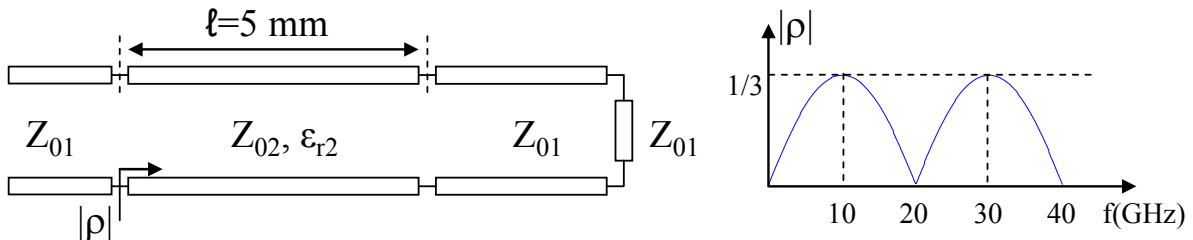


4) En una línea de transmisión de impedancia característica  $Z_0 = 300 \Omega$ , terminada en una carga desconocida  $Z_L$ , se mide una ROE de 5 y una tensión máxima de  $V_{\max} = 150$  V eficaces. Determinar la potencia que se está disipando en la carga  $Z_L$  y la potencia asociada a la onda progresiva  $P^+$ .

5) En una carga de  $25 \Omega$  conectada en el extremo de una línea de transmisión de  $Z_0 = 50 \Omega$ , se está disipando una potencia de 2 W. Calcule la ROE y el valor máximo de tensión que se medirá en la línea.

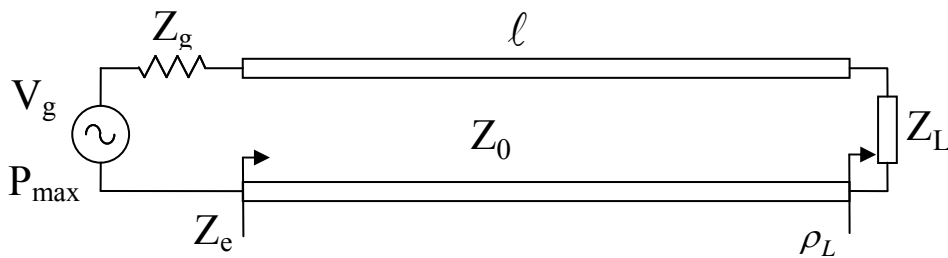
6) Una línea de transmisión de  $Z_0=50 \Omega$  está terminada con una carga desconocida  $Z_L$ . A la frecuencia de 0,75 GHz se mide una onda estacionaria de tensión eficaz  $V_{\max}=300$  mV y  $V_{\min}=127$  mV. La separación entre mínimos de tensión consecutivos es de 8 cm. Determinar la potencia entregada a la carga, la potencia asociada a la onda positiva, expresándolas en dBm, y la permitividad del dieléctrico de la línea.

7) En el circuito de la figura se ha medido el módulo del coeficiente de reflexión a la entrada referido a  $Z_{01}=50 \Omega$  en función de la frecuencia, y se ha obteniendo el resultado que se muestra en la gráfica adjunta. A partir de esta información calcule el valor de la impedancia característica  $Z_{02}$  y la constante dieléctrica  $\epsilon_{r2}$  de la línea central sabiendo que  $Z_{02} < Z_{01}$



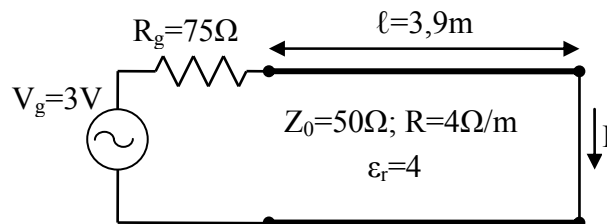
8) En relación al circuito de la figura, calcule la potencia asociada a las ondas progresiva y regresiva,  $P^+$ ,  $P^-$  así como la potencia entregada a la carga  $P_L$  si la potencia disponible del generador es  $P_{\max}=1 \text{ W}$ , para los siguientes casos

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| a) $Z_L = 0, Z_g = Z_0$   | c) $Z_g = Z_L = 2Z_0, \ell = \frac{\lambda}{2}$ |
| b) $Z_L = Z_0, Z_g = Z_0$ | d) $Z_g = Z_L = 2Z_0, \ell = \frac{\lambda}{4}$ |



9) En el circuito de la figura el generador sinusoidal tiene una frecuencia de  $f = 375 \text{ MHz}$ . La línea de transmisión está formada por un dieléctrico sin pérdidas y unos conductores con una resistencia total por unidad de longitud igual a la indicada en la figura.

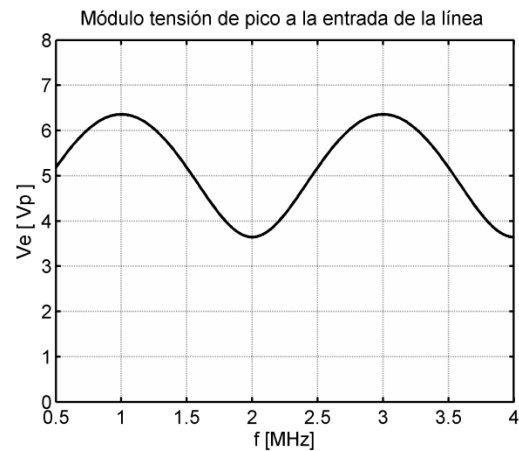
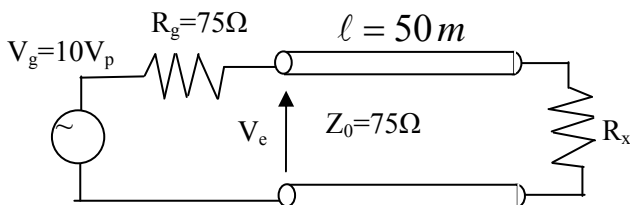
- Calcule la constante de atenuación de la línea en Nep/m. Son consistentes los valores de  $Z_0, \epsilon_r, R$  y  $f$  con la aproximación de bajas pérdidas? Razone la respuesta.
- Calcular el coeficiente de reflexión y la impedancia de entrada de la línea. Calcular también los fasores complejos de las ondas positiva y negativa de tensión a la entrada de la línea (amplitud en V y fase en grados).
- Calcular el fasor de corriente que circula por el cortocircuito (I) (amplitud en mA y fase en grados).



Nota: La solución es independiente del punto en el cual se elige la referencia de fase  $z=0$

10) El circuito de la figura adjunta representa un montaje similar al de la práctica de RPS de laboratorio. Se dispone de un generador de tensión de frecuencia variable entre 0,5 MHz y 4 MHz, impedancia interna  $R_g = 75\Omega$  y tensión de pico en circuito abierto  $V_g = 10V_p$ . El generador se ha conectado a un tramo de línea coaxial de impedancia interna  $Z_o = 75\Omega$  y longitud  $\ell = 50\text{ m}$ , acabada en una carga resistiva incógnita  $R_x$ . Para caracterizar el circuito, se mide la tensión de pico  $V_e$  a la entrada de la línea en función de la frecuencia (gráfica adjunta). La tensión de pico máxima y mínima que se miden son  $V_{\max} = 6,36V_p$  y  $V_{\min} = 3,64V_p$  respectivamente. Si se considera que la atenuación de la línea coaxial es despreciable ( $\alpha \cong 0$ ):

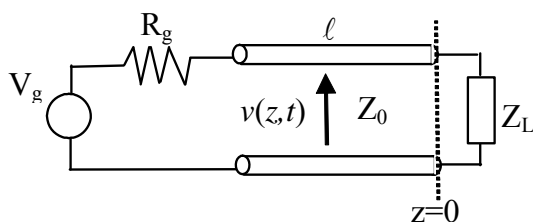
- Determinar la velocidad de propagación en la línea coaxial  $v_p$  [m/s], su capacidad por unidad de longitud  $C$  [pF/m] y su inductancia por unidad de longitud  $L$  [ $\mu\text{H}/\text{m}$ ].
- Determinar el valor de la impedancia resistiva incógnita  $R_x$  [ $\Omega$ ].
- Calcular la potencia entregada a la carga incógnita **en dBm**.
- Si en este apartado se tiene en cuenta que la atenuación de la línea coaxial es  $A = 1\text{ dB}/100\text{ m}$ , constante en el margen de frecuencias de trabajo, y se debe exclusivamente a las pérdidas en el dieléctrico, comprobar si la aproximación de pérdidas bajas es válida en dicho margen frecuencial.
- Si la carga incógnita  $R_x$  se substituye por un cortocircuito  $R_x = 0$ , calcular la tensión de pico  $V_e$  medida a la entrada de la línea a  $f = 2\text{ MHz}$ . Tenga en cuenta que la atenuación es  $A = 1\text{ dB}/100\text{ m}$ .



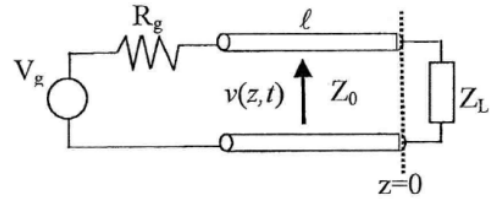
11).- La tensión instantánea (en Volts) en cualquier punto de la línea de transmisión de la figura adjunta viene dada por la expresión:

$$v(z, t) = 5\cos\left(\omega t - \beta z - \frac{\pi}{2}\right) + 3,12\cos\left(\omega t + \beta z - \frac{3\pi}{2}\right)$$

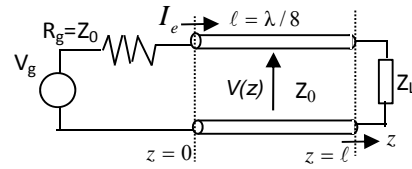
Hallar el valor de  $Z_L$  y la potencia  $P_L$  disipada en la carga si  $Z_o = 50\Omega$



P12) Una línea de transmisión sin pérdidas e impedancia característica  $Z_0=50\Omega$ , acabada en una carga  $Z_L=192-j171\Omega$ , presenta una onda de tensión progresiva  $V^+ = \frac{12}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}}$ . Calcule  $v(z, t)$ .



P13) En el circuito adjunto el fasor de tensión eficaz en cualquier punto  $z$  de la línea de transmisión de impedancia  $Z_0 = 50 \Omega$  viene dado por  $V(z) = 6e^{-j\beta z} + 3e^{+j(\beta z - \frac{\pi}{2})} V$ . La referencia de fase ( $z=0$ ) se ha tomado a la entrada de la línea.



- Halle la potencia  $P_L$ (mW) en la carga y el fasor de corriente eficaz a la entrada de la línea  $I_e = |I_e|e^{j\varphi_e}$ ,  $\varphi_e$  (grados)
- Calcule el valor numérico de la carga  $Z_L$  en Ohm.

## SOLUCIONES Tema 2.C Régimen Permanente Sinusoidal

$$1) \quad v(z, t) = \frac{V_0}{2} \cos(\omega t - \beta z + \pi/4) + \frac{V_0}{2} \cos(\omega t + \beta z + 3\pi/4) \quad V$$

$$i(z, t) = \frac{V_0}{2Z_0} \cos(\omega t - \beta z + \pi/4) - \frac{V_0}{2Z_0} \cos(\omega t + \beta z + 3\pi/4) \quad A$$

$$2) \quad V(z) = \frac{jV_0}{3} \left( e^{-j\beta z} - \frac{1}{2} e^{j\beta z} \right); \quad I(z) = \frac{jV_0}{150} \left( e^{-j\beta z} + \frac{1}{2} e^{j\beta z} \right)$$

$$3) \quad f_3 = 280 \text{ MHz}; \quad \epsilon_r = 1.658; \quad Z_0 = 51,1 \Omega; \quad L = 219 \text{ nH/m}$$

$$4) \quad P_L = 15 \text{ W}; \quad P^+ = 27 \text{ W}; \quad P^- = 12 \text{ W};$$

$$5) \quad \text{ROE} = 2; \quad |V_{\max}| = 14,14 \text{ V}$$

$$6) \quad P_L = -1,18 \text{ dBm}; \quad P^+ = -0,40 \text{ dBm}; \quad \epsilon_r = 6,25$$

$$7) \quad \epsilon_{r2} = 2,25; \quad Z_{02} = 35,35 \Omega$$

$$8) \quad \text{a) } P^+ = 1 \text{ W}; \quad P^- = 1 \text{ W}; \quad P_L = 0 \text{ W} \quad \text{b) } P^+ = 1 \text{ W}; \quad P^- = 0 \text{ W}; \quad P_L = 1 \text{ W}$$

$$\text{c) } P^+ = \frac{9}{8} \text{ W}; \quad P^- = \frac{1}{8} \text{ W}; \quad P_L = 1 \text{ W} \quad \text{d) } P^+ = \frac{18}{25} \text{ W}; \quad P^- = \frac{2}{25} \text{ W}; \quad P_L = \frac{16}{25} \text{ W}$$

$$9) \quad \text{a) } \alpha = 0,04 \text{ Nep/m}; \quad \text{Bajas pérdidas: } \omega L = 785,4 \Omega/\text{m} \gg R = 4 \Omega/\text{m}; \quad \text{y } \omega C \gg G = 0$$

$$\text{b) } \rho_e = 0,7320; \quad Z_e = 323,10 \Omega; \quad V^+ = 1,4058 \text{ V} \quad \text{y} \quad V^- = 1,029 \text{ V}$$

$$\text{c) } I = 48,11 \text{ mA} \angle 90^\circ$$

$$10) \quad \text{a) } v_p = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad C = 66,7 \text{ pF/m}; \quad L = 375 \text{ nH/m}$$

$$\text{b) } R_x = 42,8 \Omega$$

$$\text{c) } P_L = 21,9 \text{ dBm}$$

$$\text{d) } R = 0; \quad G = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ S/m}; \quad \frac{G}{\omega C} = 0,14 \ll 1 \quad \text{Bajas pérdidas de forma aproximada}$$

$$\text{e) } Z_e = 4,36 \Omega \quad \text{y} \quad V_e = 0,55 V_p$$

$$11) \quad Z_L = 11,57 \Omega; \quad |V^+| = \frac{5}{\sqrt{2}} V_{ef}; \quad P^+ = 0,25 \text{ W}; \quad P_L = 0,1526 \text{ W};$$

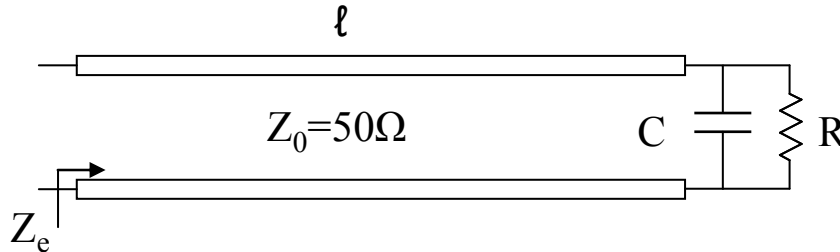
$$12) \quad v(z, t) = 12 \cos(\omega t - \beta z + \pi/4) + 9 \cos(\omega t + \beta z + 0,52) \text{ V}$$

$$13) \quad \text{a) } P_L = 540 \text{ mW} \quad \text{y} \quad I_e = 0,134 e^{j26,56\pi/180} A_{ef} \quad \text{b) } Z_L = 150 \Omega$$

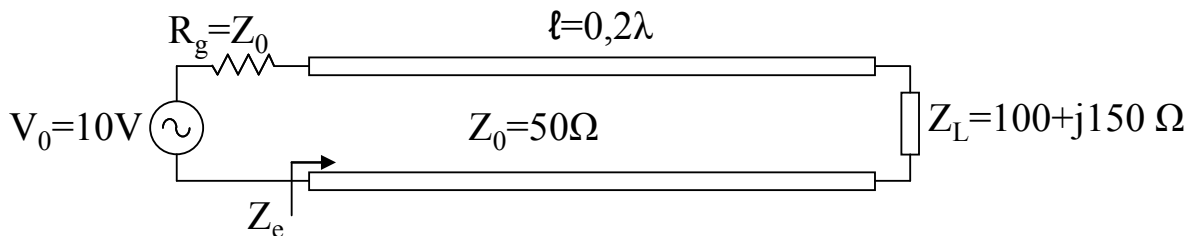
### TEMA 3. MEDIDA Y ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS

1) Calcular la impedancia de entrada  $Z_e$  del circuito de la figura a la frecuencia  $f_0=2.4$  GHz. ¿Cual será el valor de  $Z_e$  a  $f=2 f_0$ ?

DATOS:  $R=80 \Omega$ ,  $C=1.1$  pF,  $\ell=5$  cm y  $v_p=3 \cdot 10^8$  m/s



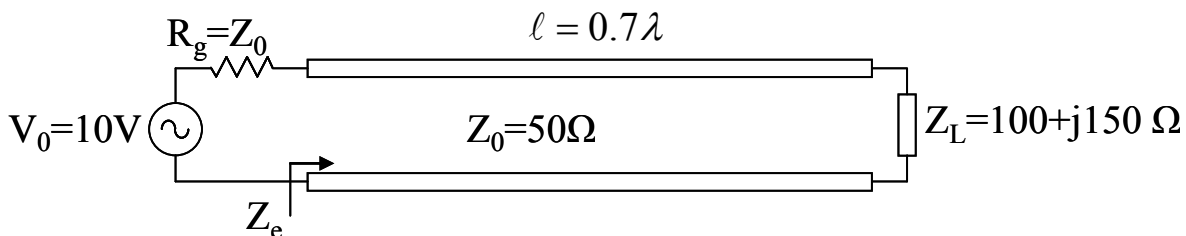
2) En el circuito de la figura



- Calcule la impedancia de entrada  $Z_e$
- Teniendo en cuenta que la línea no tiene pérdidas, utilice dicha impedancia  $Z_e$  para calcular la potencia que se disipa en la carga  $Z_L$
- Utilice el coeficiente de reflexión de carga  $\rho_L$  para verificar el resultado anterior. téngase en cuenta para ello que  $Z_g = Z_0$ .

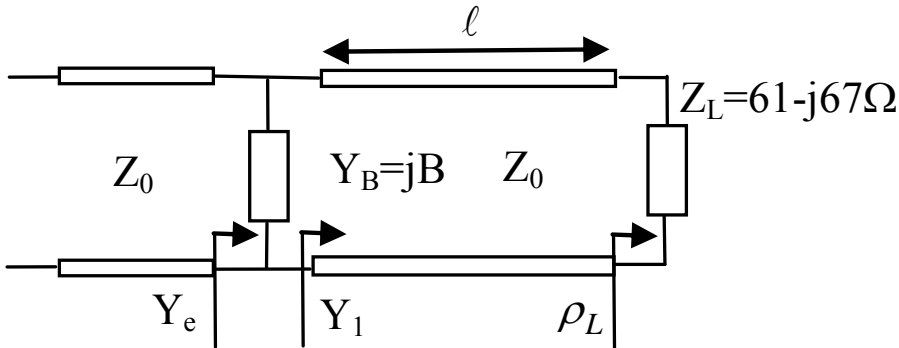
3) El circuito de la figura trabaja a 900 MHz. La línea de transmisión es de  $Z_0 = 50 \Omega$  con un dieléctrico de permitividad  $\epsilon_r = 3.4$ . Si se toma la referencia espacial  $z=0$  sobre la carga  $Z_L$

- Halle la posición de los mínimos y máximos de tensión ( $z_{\min}$  y  $z_{\max}$ ) en cm.
- Halle la impedancia asociada a  $z_{\min}$  y  $z_{\max}$  y la tensión  $V_{\max}$  y  $V_{\min}$
- Halle el coeficiente de reflexión asociado a  $z_{\min}$ ,  $z_{\max}$  y  $z = -\ell$  ( $\rho_e$ ). Representélos de forma esquemática en un diagrama polar, incluyendo  $\rho_L$



4) Un generador sinusoidal de  $f=300$  MHz alimenta una carga desconocida  $Z_L$  a través de una línea de transmisión de  $Z_0=70 \Omega$ . Se observa que  $|V|_{\max}=5,2$  V y  $|V|_{\min}=1,1$  V. También se observa que reemplazando la carga por un cortocircuito las posiciones de  $|V|_{\min}$  se desplazan 15 cm hacia la carga. ¿Cual es la impedancia  $Z_L$ ?

5) Una red de adaptación típica consiste en un tramo de línea de transmisión ideal seguida de un elemento reactivo serie o paralelo. Con este tipo de red se quiere adaptar una carga  $Z_L = 61 - j67\Omega$  a 1.4 GHz. La línea de transmisión tiene una impedancia  $Z_0 = 50\Omega$  con una permitividad dieléctrica  $\epsilon_r = 1.8$ .



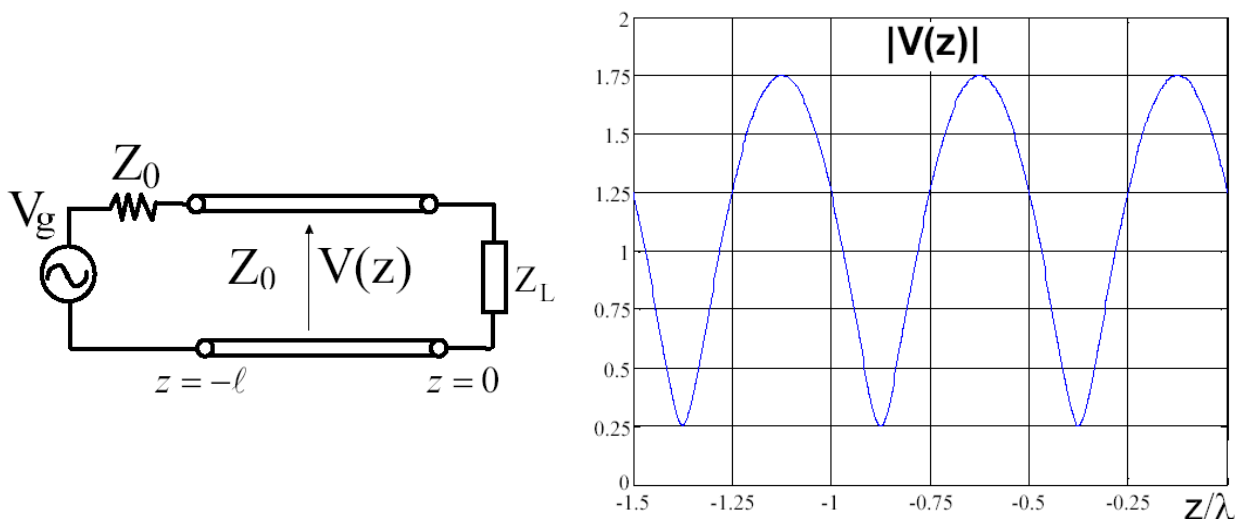
- a. Demostrar que para diseñar la red de adaptación de la figura con un elemento capacitivo paralelo se debe forzar  $\bar{Y}_1 = 1 + j\bar{B}_1$  con  $\bar{B}_1 < 0$ , siendo

$$\bar{B}_1 = -\frac{2|\rho_L|}{\sqrt{1-|\rho_L|^2}} \text{ y } \ell = \frac{\lambda}{4\pi} \left( \varphi_L - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{|\bar{B}_1|}{2}\right) \right), \text{ siendo } \rho_L = |\rho_L|e^{j\varphi_L}.$$

- b. Obtenga el valor  $\bar{B} = -\bar{B}_1$  que realiza la adaptación, así como el valor de la capacidad C (pF) que adapta el sistema a la frecuencia de trabajo.  
 c. Calcule la longitud  $\ell$ , en **cm**, del tramo de línea de la red de adaptación.

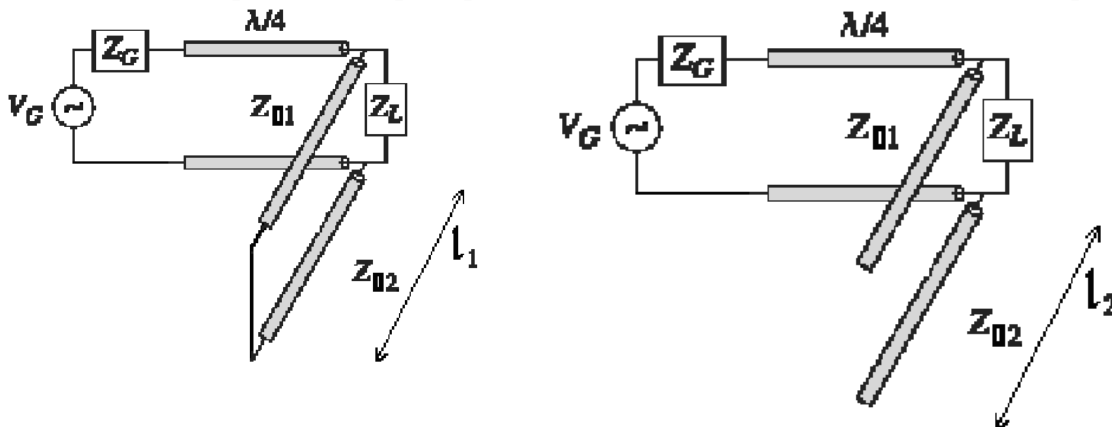
6) Una línea de transmisión ideal de impedancia característica  $Z_0 = 50\Omega$  y longitud  $\ell$  está conectada a una carga incógnita  $Z_L$ . Determine:

- a. El valor de dicha carga incógnita  $Z_L$  a partir de la medida de la tensión en la línea de transmisión en función de la posición z, dada en voltios **eficaces**  $|V(z)|$ .  
 b. La potencia disipada en la carga  $Z_L$  y la tensión en circuito abierto del generador  $V_g$ .



7) Se quiere diseñar una red adaptadora para un generador de impedancia  $Z_g = 75\Omega$  y voltaje  $V_G = 12\text{ V}_{ef}$  y una carga de impedancia  $Z_L = 10 + j20\Omega$  como la de la figura adjunta. Esta consta de una línea de cuarto de onda de impedancia característica incógnita  $Z_{01}$  y un stub acabado en cortocircuito de impedancia característica  $Z_{02} = 25\Omega$ . La frecuencia de trabajo del generador es de 1 GHz y el dieléctrico de las líneas de transmisión tiene una permitividad  $\epsilon_r = 2.1$  en ambos casos.

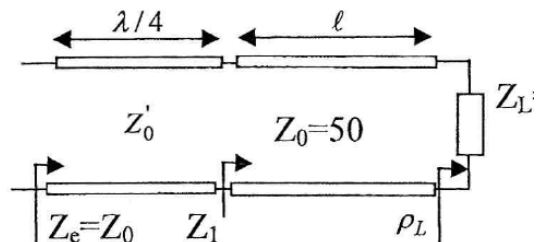
- Calcúlese la longitud  $l$  del stub **en cm** y el valor de  $Z_{01}$  para que la carga esté adaptada al generador.
- Supóngase ahora que el stub acaba en circuito abierto. En este caso calcúlese también la correspondiente longitud del mismo **en cm**.
- Calcule la potencia disipada por la carga  $Z_L$ , una vez realizada la red de adaptación.



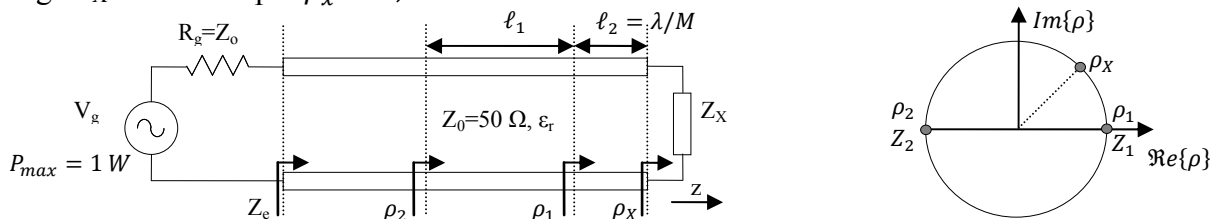
8) Una antena presenta una impedancia de  $75\Omega$  a 400 MHz. Se quiere alimentar por medio de una línea de hilos paralelos de impedancia  $Z_0 = 150\Omega$  y permitividad dieléctrica  $\epsilon_r = 2.2$ . Diseñar las siguientes redes de adaptación calculando el valor de sus elementos:

- Red de adaptación para cargas resistivas compuesta por un tramo de un cuarto de longitud de onda de un cable de impedancia  $Z_0'$ .
- Red LC serie-paralelo o paralelo-serie.

9) Para adaptar la carga  $Z_L$  a una impedancia  $Z_0 = 50\Omega$  se utiliza la red adaptadora de la figura consistente en un tramo de línea de transmisión de longitud  $l$  seguida de un transformador en  $\lambda/4$ . Calcule el coeficiente de reflexión en la carga  $\rho_L$  que quedaría adaptada por la red si  $Z_0' = 80.9\Omega$  y  $l = 0.1\lambda$ .



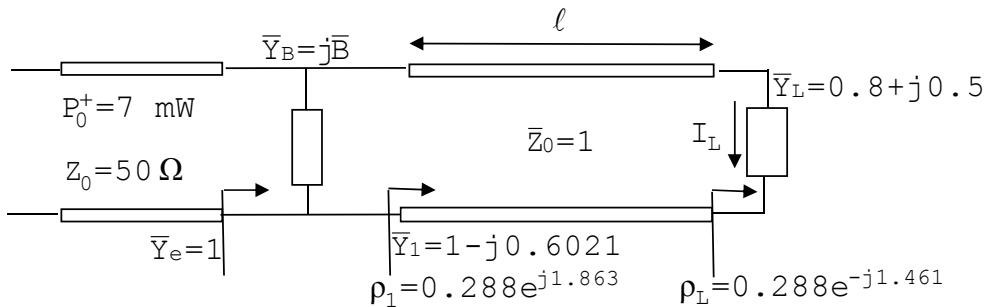
10).- El circuito de la figura trabaja a  $f = 1800\text{ MHz}$  y  $l_1 < \lambda/2$ . El coeficiente de reflexión asociado a la carga  $Z_X$  viene dado por  $\rho_x = 0.25e^{j\frac{\pi}{3}}$ .



- Calcular  $M$  y  $Z_2(\Omega)$ .
- Calcular la corriente mínima en la línea de transmisión  $I_{\min}(\text{mA})$  y la longitud  $l_1(\text{cm})$  si la constante dieléctrica de la línea es  $\epsilon_r = 2.5$ .



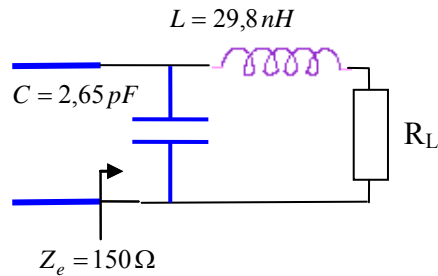
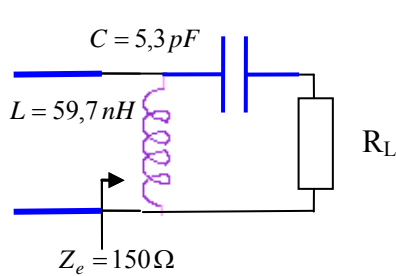
11) La admitancia  $Y_L$  de la figura se adapta a una impedancia  $Z_0 = 50 \Omega$  mediante una red formada por una admitancia reactiva  $Y_B = jB$  conectada en paralelo y un tramo de línea de transmisión de impedancia  $Z_0$  y longitud  $\ell$ .



- Si la frecuencia de trabajo es  $f=3.2 \text{ GHz}$ , calcular el valor de la capacidad  $C$ , (**en pF**) o la inductancia  $L$  (en nH) necesaria para tener adaptación
- Calcular la longitud  $\ell$  (**en cm**) del tramo de línea de la red de adaptación del problema anterior si la constante dieléctrica de la línea es  $\epsilon_r = 1$
- Si por la línea de acceso fluye una onda de tensión de potencia  $P_0^+ = 7 \text{ mW}$  hallar la potencia disipada en la carga  $Y_L$  (**en mW**). Calcular el módulo de la corriente  $I_L$  que circula por la carga  $Y_L$  (**en mA eficaces**).

### Soluciones Tema 3. Medida y adaptación de impedancias

- 1.-  $f_0=2.4 \text{ GHz}$ ;  $Z_e=118,97-j56,2 \ \Omega$ ;  $f=2f_0$ :  $Z_e=136,33+j155,35 \ \Omega$   
 2.- a)  $Z_e=9,91-j29,45 \ \Omega$ ; b)  $P_L=222 \text{ mW}$ ; c)  $P_L=222 \text{ mW}$ ;  
 3.- a)  $z_{\min}=5,2 \text{ cm}$ ;  $z_{\max}=0,67 \text{ cm}$ ;  $z_e=-12,65 \text{ cm}$   
 b)  $Z_{\min}=7,29 \ \Omega$ ;  $Z_{\max}=342,8 \ \Omega$ ;  $V_{\min}=1,273 \text{ V}_{ef}$ ;  $V_{\max}=8,727 \text{ V}_{ef}$   
 c)  $\rho_L = 0,745 \angle +26,5^\circ$ ;  $\rho_e = \rho(-\ell) = 0,745 \angle -117,5^\circ$ ;  $\rho_{z_{\min}} = -0,745$ ;  $\rho_{z_{\max}} = +0,745$   
 4.-  $Z_L = 39,6 - j84,8 \ \Omega$   
 5.-  $\ell = 0,2623\lambda = 4,19 \text{ cm}$ ;  $B = 1,223$ ;  $C=2,79 \text{ pF}$   
 6.- a)  $Z_L = 14 + j48 \ \Omega$ ; b)  $P_L = 8,75 \text{ mW}$ ;  $|V_G| = 2V_{ef}$   
 7.- a)  $Z_{01} = 61,24 \ \Omega$ ; stub en cc:  $\ell = 7,76 \text{ cm}$   
 b) stub en ca:  $\ell = 2,59 \text{ cm}$   
 c)  $P_L = 480 \text{ mW}$   
 8.- a)  $Z'_0 = 106 \ \Omega$ ;  $\ell = 12,64 \text{ cm}$   
 b) La red paralelo-serie no tiene soluciones válidas. La red serie paralelo tiene dos soluciones:



- 9.-  $|\rho_L| = 0,448$  y  $\varphi_L = 72^\circ$   
 10.- a)  $M=12$  y  $Z_2 = 30 \ \Omega$  b)  $I_{\min} = 106,5 \text{ mA}_{ef}$  y  $\ell_1 = 2,635 \text{ cm}$   
 11.- a)  $C=0,6 \text{ pF}$  b)  $\ell = 2,21 \text{ cm}$  c)  $PL=7 \text{ mW}$  y  $|I_L| = 12,47 \text{ mA}_{ef}$

## TEMA 4. PARÁMETROS DE ANTENAS

- 1) Demostrar, con ayuda de un gráfico, que la relación entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas esféricas viene dada por:

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \cos \phi \\ y &= r \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{sen} \phi \\ z &= r \cdot \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

A partir del resultado anterior demostrar que  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- 2) Demostrar, con la ayuda de un gráfico, que el vector diferencial de superficie sobre una esfera viene dada por  $d\vec{S} = r^2 \operatorname{sen} \theta d\theta d\phi \cdot \hat{r}$ . A partir de este resultado hallar la expresión de la superficie de una esfera de radio R.
- 3) Hallar y dibujar la dirección y el sentido de los vectores  $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$  en función de los vectores unitarios  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  para un punto P situado sobre el eje x. Verificar a partir del resultado que se cumple  $\hat{\theta} \times \hat{\phi} = \hat{r}$ . Especifique en coordenadas polares el plano YZ, el plano XY, la dirección  $\hat{z}$  y la dirección  $-\hat{x}$ .
- 4) La densidad de potencia radiada por una antena situada en el origen de coordenadas viene dada por la expresión:

$$\rho(\theta, \phi) = A \frac{\cos \theta}{r^2} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq \pi/2 \text{ y } 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

donde A es una constante con unidades de W. Para valores de  $\theta$  y  $\phi$  fuera del margen especificado, la densidad de potencia es nula. Si se supone que en el plano XY el campo eléctrico tiene componente "x" y el magnético "y", determinar los siguientes parámetros:

- a. El ancho de haz a -3 dB en el plano E y H.
  - b. La directividad en función de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ .
  - c. La directividad máxima de la antena.
  - d. La ganancia de la antena si la eficiencia es del 85%.
- 5) El diagrama de radiación de una antena es de la forma  $t(\theta, \phi) = \cos^n(\theta)$  para  $\theta$  comprendido entre 0 y  $\pi/2$  y 0 para  $\theta$  comprendido entre  $\pi/2$  y  $\pi$ . Encontrar la expresión de la directividad de la antena de forma exacta y aproximada (a partir de los anchos de haz en dos planos ortogonales).
- 6) El campo radiado por un dipolo eléctrico elemental de longitud  $\ell$  orientado según el eje z es:

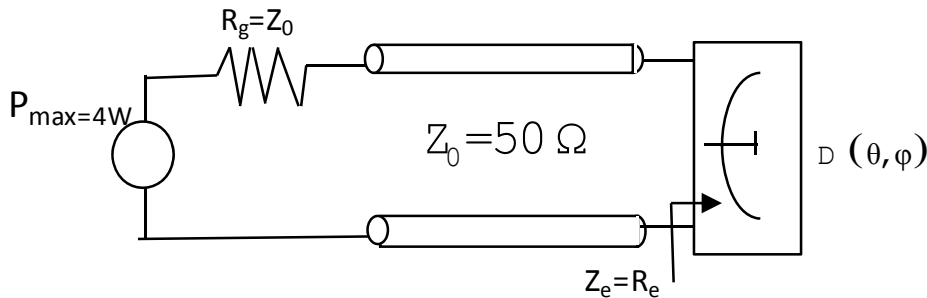
$$\mathcal{E}_\theta = j\omega\mu \frac{I\ell}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

- a. Encontrar la expresión del diagrama de radiación normalizado y representado en coordenadas polares en el plano E y H.
  - b. Calcular la directividad y el área efectiva a la frecuencia de 300 MHz
  - c. Obtener las expresiones de la resistencia de radiación y de la longitud efectiva en función de la longitud física  $\ell$ .
- 7) Desde la Tierra el Sol se observa con un ángulo de aproximadamente  $0,5^\circ$ . ¿Cuál debe ser la directividad de una antena para que situada en la Tierra y apuntada hacia el Sol sólo observe al Sol como fuente de radiación?

- 8) Hallar la directividad y el ancho de haz a -3 dB de un dipolo de media onda que tiene la resistencia de radiación de  $73\Omega$  y un campo radiado dado por:

$$\mathcal{E}_\phi = j60 \frac{e^{-jkr}}{r} I_0 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

- 9) La directividad de la antena de la figura es  $D(\theta, \phi) = 1.5 \text{sen}^2\theta$ , su impedancia de entrada es  $R_e = 60\Omega$  y su resistencia de radiación es  $R_{rad} = 56\Omega$ . Se alimenta a través de una línea de transmisión ideal de impedancia  $Z_0 = 50\Omega$  mediante un generador de impedancia  $R_g = 50\Omega$  y potencia disponible  $P_{max} = 4W$ .



Calcular la intensidad de campo eléctrico radiado  $E_0$  ( $\mu V/m$ ) a 5 km de la antena y con una elevación de  $15^\circ$  respecto del plano horizontal (XY).

- 10) El campo eléctrico radiado por una antena que opera a  $f=3$  GHz es el siguiente:

$$\mathcal{E}_\theta = A \frac{e^{-jkr}}{r} \text{sen}\theta \cos\left\{\frac{\pi}{4} (\cos\phi - 1)\right\}, \quad \mathcal{E}_\phi = 0$$

- Escriba la expresión del diagrama de radiación  $t(\theta, \phi)$ . Halle la dirección del máximo de radiación y determine el plano E y plano H.
- Dibuje el diagrama de radiación  $t(\theta) = t(\theta, \phi_{max})$  con  $\phi_{max}$  el ángulo del máximo de radiación. En este apartado y en el siguiente calcule al menos cuatro puntos del diagrama de radiación: máximo, mínimo y dos valores intermedios. Calcule el ancho de haz a -3dB.
- Dibuje el diagrama de radiación  $t(\phi) = t(\theta_{max}, \phi)$  con  $\theta_{max}$  el ángulo del máximo de radiación. Calcule el ancho de haz a -3dB.
- Una antena situada en el espacio libre a 10 km de la anterior, cuya área efectiva es de  $A_{ef}=0.3 \text{ m}^2$  y tiene una eficiencia óhmica del  $\eta_l=90\%$ , detecta 1 nW de potencia en bornes, en condiciones de adaptación. Determine el valor de la constante  $A$  (V) del campo eléctrico radiado.
- Si la directividad de la antena transmisora es aproximadamente  $D=4$  dB, con una eficiencia óhmica del 85% y una adaptación (pérdidas de retorno) de 10 dB. Calcule la potencia máxima  $P_{max}$  (W) del generador que alimenta dicha antena transmisora.

11) Se desea analizar un enlace descendente satélite-tierra a partir de los siguientes datos del satélite y del receptor:

**Satélite TDF-I**

- PIRE=60 dBW
- Banda: 11,7-12,5 GHz
- Ancho de banda de cada canal: 27 MHz
- Polarización: lineal
- Distancia tierra satélite: 36.000 km

**Receptor**

- Paraboloide de 90 cm de diámetro y directividad 39 dB a 12,1 GHz
- Factor de ruido del receptor  $F = 3$  dB
- Temperaturas de ruido:  $T_{\text{cielo}} = 100$  K Y  $T_{\text{tierra}} = 290$  K

Obtener:

- a. Nivel de densidad de potencia en la superficie terrestre.
- b. Nivel de señal en el receptor.
- c. Nivel de ruido en el receptor.
- d. Relación señal-ruido (S/N) a la salida del receptor.
- e. Empeoramiento de la relación S/N si el receptor se conecta a la antena con un cable de 20 m que tiene una atenuación de 15 dB/100 m.

12) a) Para una antena determine los planos cartesianos que corresponden a los planos E y H. Justifique la respuesta dibujando los vectores E y H y la dirección de máxima radiación. Halle las expresiones de los diagramas de radiación para cada uno de estos planos. El campo eléctrico radiado por dicha antena es:

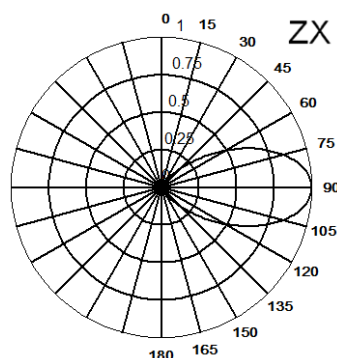
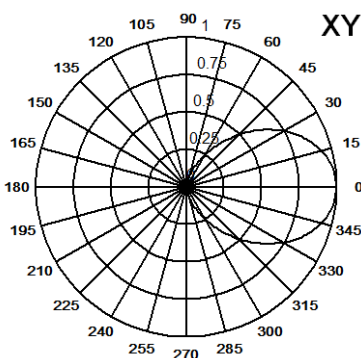
$$\vec{E} = jA \frac{\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\phi\right) \sin\theta \hat{\theta}, \text{ siendo } A \text{ un constante.}$$

b) Halle los anchos de haz a -3 dB para ambos planos. Para ello, dibuje claramente los diagramas de radiación en cada uno de los planos, identificando los ejes y direcciones de forma adecuada.

13) Un dipolo de media onda, que presenta una impedancia de entrada  $Z_e = 75 + j43 \Omega$  y unas pérdidas óhmicas de  $2\Omega$ , se conecta, mediante un cable de impedancia característica  $50 \Omega$  a un generador de 10 V y de impedancia  $50 \Omega$ .

- a. Obtener la potencia radiada, la disipada y la entregada por el generador; la relación de onda estacionaria y el coeficiente de desadaptación.
- b. Si la antena anterior se conecta a un receptor con temperatura equivalente de ruido de 100K, obtener la relación señal-ruido cuando sobre la antena incide una onda de  $20 \mu\text{V/m}$  a 300 MHz, la temperatura de antena es de 1000 K, el sistema se encuentra a una temperatura de 300 K y el ancho de banda es de 100kHz. La longitud efectiva de la antena vale  $\lambda/\pi$ .

14) - Los diagramas polares adjuntos dan el diagrama de radiación de una antena directiva en dos planos ortogonales. a) Halle el ancho de haz a 3 dB,  $\Delta\theta_{-3dB}$  y  $\Delta\phi_{-3dB}$ , de la antena. Calcule a partir del ancho de haz a 3 dB, de forma aproximada, la directividad de la antena (**en dB**).



b) Si la antena se utiliza como antena receptora. Calcule la potencia  $P_L$  (**en  $\mu\text{W}$** ) que cedería la antena sobre una carga adaptada si su área efectiva  $A_{ef} = 5.5 \text{ cm}^2$  e incide una onda de intensidad de campo  $|E_i| = 3 \text{ V/m}$  sobre la antena en la dirección  $\theta = \pi/2$  y  $\phi = \pi/6$ . La eficiencia de pérdidas de la antena es  $\eta_i = 0.85$ .

15) El diagrama de radiación de una antena es  $t(\theta, \phi) = 1$  para  $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  y  $0^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$  y nulo para otras direcciones del espacio.

- Dibuje el diagrama de radiación para el plano  $\theta = \pi/2$  y para el plano  $\phi = 0$ , rotulando claramente los ejes y los ángulos involucrados. Calcule la directividad máxima **D (dB)** de dicha antena.
- Cuando la antena anterior se alimenta con una corriente  $I = 5$  A se mide una intensidad de campo eléctrico de  $3$  V/m a una distancia de  $500$  m. Si podemos considerar que la antena tiene una directividad máxima de  $10$  dB, calcule la resistencia de radiación  $R_{rad} (\Omega)$  de la antena.
- En una determinada dirección el campo transmitido y recibido por la antena es, respectivamente:

$$\vec{\mathcal{E}}_t = (2\hat{\theta} + \hat{\phi}) e^{-jkz} \quad \vec{\mathcal{E}}_r = (\hat{\theta} + \hat{\phi} e^{j\pi/2}) e^{+jkz}$$

Determinar el tipo de polarización de las dos ondas, de forma razonada, y calcular las pérdidas por desacople de polarización.

- Suponga que la antena anterior tiene una eficiencia de radiación  $\eta_\ell = 80\%$ . También que presenta una desadaptación caracterizada por unas pérdidas de retorno (Return Loss) de  $RL = 10$  dB, con respecto de un generador cuya potencia disponible es  $P_{max} = 1.5$  kW. Calcule la potencia radiada por la antena y la potencia disipada por la misma.
- Una antena similar a la anterior tiene una eficiencia de radiación  $\eta_\ell = 80\%$  y se halla perfectamente adaptada. Utilizada en recepción, se mide  $1$  pW de señal útil a la salida del conector de la antena. Si la temperatura de antena es aproximadamente  $T_a = 100$  K y la temperatura ambiente es de  $T_{amb} = 27^\circ C$ , calcule la relación señal a ruido (S/N) (**en dB**), a la salida de la antena (plano del conector) en un ancho de banda de ruido  $B_n = 8$  MHz. Si la relación (S/N) mínima para una recepción de calidad es  $(S/N)_{min} = 10$  dB, determine el máximo factor de ruido  $F_{max}$  (**en dB**) que puede tener un amplificador de alta ganancia conectado directamente a la antena.

Datos:  $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K;  $T_0 = 290$  K;  $K = ^\circ C + 273$ .

## Soluciones Tema 4. Parámetros de antenas

1) Ver teoría;

2)  $S = 4\pi R^2$

3)  $\hat{r} = \hat{x}, \quad \hat{\theta} = -\hat{z}, \quad \hat{\phi} = \hat{y}$

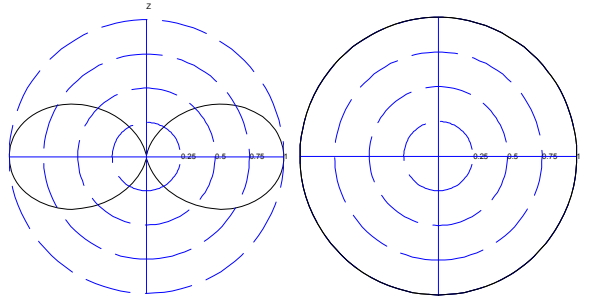
Plano YZ:  $\phi = \frac{\pi}{2}$ ; Plano XY:  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ; Dirección  $+\hat{z}$ :  $\theta = 0$ ; Dirección  $-\hat{x}$ :  $\theta = \frac{\pi}{2}$  y  $\phi = \pi$

4) Plano E: plano XZ; Plano H: plano YZ;  $\Delta\theta_{-3dB}^E = \Delta\theta_{-3dB}^H = 120^\circ = \pm 60^\circ$ ;

$D(\theta, \phi) = 4\cos\theta$ ;  $D_{\max} = 6 \text{ dB}$ ;  $G = 3.4$  con eficiencia del 85%

5) Expresión exacta:  $D = 2(n+1)$ ; Expresión aproximada:  $D = \frac{\pi}{\left[\arccos\left\{\sqrt[3]{0.5}\right\}\right]^2}$

6) a) Plano E: Cualquier plano que contenga el eje z. Plano H: plano XY



plano E

plano H

b)  $D = \frac{3}{2}\text{sen}^2\theta$ ;

c)  $A_{\text{ef}} = 0.12 \text{ m}^2$  a 300 MHz;

d)  $l_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{4R_r A_{\text{ef}}}{\eta_0}} = l$

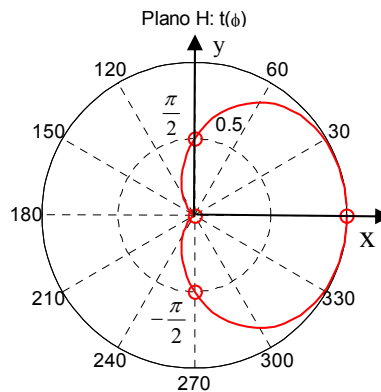
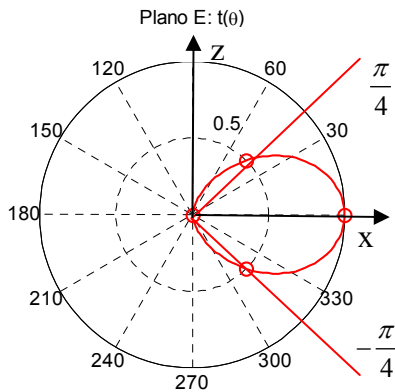
7)  $D = 53.2 \text{ dB}$

8)  $D = 1.644$  [ $= 2.15 \text{ dB}$ ];  $\Delta\theta_{3\text{dB}} = 77.9^\circ$

9)  $E_o = 2494 \mu\text{V}/\text{m}$  eficaces

10) a)  $t(\theta, \phi) = \text{sen}^2(\theta) \cos^2\left\{\frac{\pi}{4}(\cos(\phi)-1)\right\}$ . Máx radiación: Eje x:  $\theta = \frac{\pi}{2}, \phi = 0$ ;  $P_E = XZ$  y  $P_H = XY$

b), c) Plano E:  $\Delta\theta_{-3dB} = \frac{\pi}{2}$  Plano H:  $\Delta\phi_{-3dB} = \pi$



d)

$$P_L = \frac{|E_0|^2}{120\pi r^2} A_{ef} \eta_{Rx}; |A| = 11.82 \text{ V}; \text{ e) } \rho_{inc} = 3.7 \text{ nW/m}^2; \rho_{inc} = \frac{P_{max}(1-|\rho|^2)\eta_{Tx}}{4\pi r^2} D; P_{max} = 2.42 \text{ W}$$

11) a)  $\rho = 61.4 \text{ pW/m}^2$ ; b)  $P_c = -76.22 \text{ dBm}$ ; c)  $N = -98.39 \text{ dBm}$ ; d)  $(S/N) = 22.16 \text{ dB}$   
e)  $N' = -94.44 \text{ dBm}$ ; Degradación de  $S/N = 3.95 \text{ dB}$

12) a) Max. radiación:  $\hat{y}, E_\theta = -|E_\theta|\hat{z}$  y  $H_\phi = -|H_\phi|\hat{x}$ . Plano E=YZ, Plano H=XY  
 $t_E(\theta) = \text{sen}^2\theta$  y  $t_H(\phi) = \cos^2\left\{\frac{\pi}{2}\cos\phi\right\}$

b)  $\Delta\theta_{-3dB} = 90^\circ$  y  $\Delta\phi_{-3dB} = 60^\circ$

13) a)  $P_e = 429.21 \text{ mW}$ ;  $P^+ = 500 \text{ mW}$ ;  $S = 2.2$ ;  $c_a = \frac{P_e}{P_g} = 0.858$

b) Potencia señal captada:  $P_c = 1.38 \times 10^{-13} \text{ W}$ ;  $(S/N) = 19.57 \text{ dB}$

14) a)  $\Delta\theta_{-3dB} = 60^\circ$  y  $\Delta\phi_{-3dB} = 90^\circ$  y  $D = 8.83 \text{ dB}$  b)  $P_L = 8.37 \text{ } \mu\text{W}$

15) a)  $D = 9.28 \text{ dB}$ ; b)  $R_{rad} = 300 \text{ } \Omega$ ; c) Pol lineal y circular respectivamente  $C_p = -3 \text{ dB}$   
d)  $P_{rad} = 1080 \text{ W}$ ;  $P_{dis} = 270$



## TEMA 5. GUÍAS DE ONDA CONDUCTORAS

1) En el interior de una guía de ondas rellena de un medio dieléctrico isótropo y homogéneo, en el cual no hay fuentes (cargas o corrientes), los campos electromagnéticos instantáneos  $\vec{\mathcal{E}}(x,y,z,t)$  y  $\vec{\mathcal{H}}(x,y,z,t)$  responden a la ecuación de onda:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \vec{\mathcal{E}} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{\mathcal{H}} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{H}}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

En el caso de excitación sinusoidal (RPS) los campos instantáneos pueden escribirse en función de los fasores de campo eléctrico o magnético, con la notación habitual de considerar que la amplitud del fesor es eficaz:  $\vec{\mathcal{E}}(x,y,z,t) = \Re\left\{\sqrt{2}\vec{\mathcal{E}}(x,y,z)e^{j\omega t}\right\}$ . Demostrar que para los fasores de campo eléctrico y magnético,  $\vec{\mathcal{E}}(x,y,z)$  y  $\vec{\mathcal{H}}(x,y,z)$ , la denominada ecuación de onda en RPS viene dada por:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \vec{\mathcal{E}} + k^2 \vec{\mathcal{E}} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{\mathcal{H}} + k^2 \vec{\mathcal{H}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{con} \quad k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad \text{y el operador Laplaciana} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

2) En el caso anterior, suponiendo que el campo electromagnético se propaga en la dirección  $+\vec{z}$ , los fasores (eficaces) de campo electromagnético pueden escribirse en función de los campos (eficaces) transversales  $\vec{E}(x,y)$  y  $\vec{H}(x,y)$  como  $\vec{\mathcal{E}}(x,y,z) = \vec{E}(x,y)e^{-j\beta z}$  y  $\vec{\mathcal{H}}(x,y,z) = \vec{H}(x,y)e^{-j\beta z}$ . Demostrar que la denominada ecuación de onda en el plano transversal viene dada por:

$$\left. \begin{aligned} \nabla_t^2 \vec{E} + k_c^2 \vec{E} &= 0 \\ \nabla_t^2 \vec{H} + k_c^2 \vec{H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{con} \quad k_c^2 = k^2 - \beta^2 \quad \text{y el operador Laplaciana transversal} \quad \nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

3) En un medio en el cual los campos electromagnéticos se propagan en la dirección  $+\vec{z}$ , éstos suelen desglosarse en componentes vectoriales axiales (o longitudinales) y transversales:  $\vec{E} = \vec{E}_z + \vec{E}_t$  y  $\vec{H} = \vec{H}_z + \vec{H}_t$ , donde las componentes transversales vienen dadas por  $\vec{E}_t = \vec{E}_x + \vec{E}_y$  y  $\vec{H}_t = \vec{H}_x + \vec{H}_y$ . Las componentes transversales de campo pueden obtenerse directamente de las componentes axiales como:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_t &= \frac{1}{k_c^2} \left[ -j\beta \vec{\nabla}_t E_z - j\omega\mu \vec{\nabla}_t \times \vec{H}_z \right] \\ \vec{H}_t &= \frac{1}{k_c^2} \left[ j\omega\epsilon \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_z - j\beta \vec{\nabla}_t H_z \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{con el operador gradiente transversal} \quad \vec{\nabla}_t = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y}.$$

Si definimos la impedancia de onda transversal para los modos TE ( $\vec{E}_z = 0$ ) como  $Z_{TE} = \frac{|E_t^{TE}|}{|H_t^{TE}|}$ ,

demostrar que su amplitud (despreciando el signo) viene dada por :

$$Z_{TE} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{FD}, \quad \text{con el factor de dispersión dado por} \quad FD = \sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2}.$$

4) Determinar las componentes temporales del campo eléctrico del modo TE<sub>01</sub> propagándose según z crecientes,  $\vec{\mathcal{E}}^+(x,y,z,t)$ , si la componente H<sub>z</sub>(x,y) del modo TE<sub>01</sub> en el plano transversal de una guía rectangular de dimensiones **a** y **b** < **a** es  $H_z(x,y) = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right)$ , en la cual  $H_0 = |H_0|e^{j\varphi_0}$  A<sub>ef</sub>/m.

5) En el interior de una guía de ondas rectangular de dimensiones *a,b* la componente axial del

campo magnético  $TE_{01}$ , en el plano transversal, viene dado por  $\vec{H}_z(x,y) = H_0 \cos\left[\frac{\pi}{b}y\right]\hat{z}$ .

Hallar la expresión completa de los fasores (eficaces) de campo eléctrico y magnético,  $\vec{E}(x,y,z)$  y  $\vec{H}(x,y,z)$ , para este modo.

6) En una guía rectangular de dimensiones a, b (a>b) las componentes de campo electromagnético del modo  $TE_{10}$  en el plano transversal vienen dadas por:

$$E_y = E_0 \operatorname{sen}\left(\pi \frac{x}{a}\right), \quad H_x = -\frac{E_0}{Z_{TE}} \operatorname{sen}\left(\pi \frac{x}{a}\right) \quad \text{y} \quad H_z = -\frac{k_c^2 a}{j\omega\mu \pi} E_0 \cos\left(\pi \frac{x}{a}\right)$$

Con  $Z_{TE}$  la impedancia transversal del modo.

- Demuestre razonadamente que la potencia neta transmitida por el modo  $TE_{10}$  tiene dirección  $+\hat{z}$  y depende únicamente de las componentes transversales  $E_y$  y  $H_x$ .
- Demuestre razonadamente que la potencia neta transmitida por el modo tiene dirección  $+z$

( $\vec{P}_T = P_T \hat{z}$ ) de valor  $P_T = \frac{1}{2} ab \frac{|E_0|^2}{Z_{TE}}$  W, con  $E_0$  (V<sub>ef</sub>/m). Ayuda:  $\int_0^\pi \operatorname{sen}^2 t dt = \frac{\pi}{2}$

7) Una guía de ondas rectangular tiene dimensiones a=5 cm y b=2,5 cm. Si la guía se excita con una señal a f=5GHz, determinar cuales son los posibles modos de propagación tanto en los casos en que el dieléctrico sea aire como un material de  $\epsilon_r=4$ .

8) Diseñar las dimensiones a y b, con  $a/2 < b < a$ , de una guía rectangular de forma que la frecuencia de trabajo f=3 GHz se halle un 30% por encima de la frecuencia de corte del modo dominante y un 30% por debajo de la frecuencia de corte del siguiente modo que se propague, si la guía está vacía ( $\epsilon_r=1$ .)

9) Una guía de ondas rectangular de dimensiones a=4 cm y b=1,5 cm se quiere llenar de un líquido de  $\epsilon_r=2,4$ . Hallar el ancho de banda para el cual se propaga únicamente el modo dominante tanto con la guía llena como vacía del líquido.

10) Se desea medir la constante dieléctrica de un líquido por comparación de las longitudes de onda del modo  $TE_{10}$  de una guía rectangular vacía - $\lambda_{g0}$ - o bien llena del líquido - $\lambda_{gl}$ -. Obtenga la expresión de  $\epsilon_r$  en función de dichas longitudes de onda.

11) En una guía de ondas rectangular de dimensiones a=2b=2,5 cm se transmite una señal de banda estrecha consistente en una portadora a 10 GHz modulada en pulsos. ¿En qué modo se propagará dicha señal? ¿Qué retardo introducirá un tramo de 100 m de dicha guía en la transmisión de uno de dichos impulsos?

12) Se desea diseñar un sistema alimentador de una bocina con polarización circular. Para ello se dispone de una guía "casi" cuadrada de dimensiones a y b=a- $\Delta a$  ( $0 < \Delta a \ll a$ ) en la cual se excitan en z=0 los modos  $TE_{10}$  y  $TE_{01}$  en fase y con amplitudes idénticas. Calcule cuanto ha de valer  $\Delta a$  si se desea que para z=20 cm la polarización sea circular. (a=0,9", f=10 GHz, 1"=2,54 cm)

13) En una guía de ondas de banda X (a=2,28 cm, b=1,016 cm) llena de aire se propaga a 10 GHz el modo  $TE_{10}$ . El campo eléctrico de ruptura del aire es de  $E_r=30.000$  V/cm. ¿Cuál es la máxima potencia que se puede transmitir por la guía si el campo eléctrico en cualquier punto de la guía y en cualquier instante debe ser menor que el campo de ruptura?

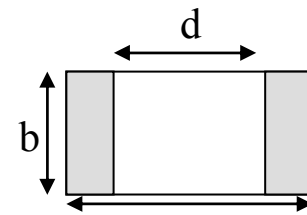
14) En una guía rectangular de dimensiones a y b (a>b), en la cual solamente se propaga el modo

dominante  $TE_{10}$  en la dirección del eje  $z$  creciente, se sitúa un plano conductor en  $z=0$ . Para  $z<0$  se tendrá una onda estacionaria. Los fasores de amplitud máxima de los campos progresivo y regresivo en el interior de la guía son, respectivamente,  $E_0^+$  y  $E_0^-$ . Determinar la expresión del campo eléctrico  $\vec{E}(x,y,z)$  para  $z<0$  a partir de la nueva condición de contorno impuesta en  $z=0$ . Si la guía se excita con una señal a 9 GHz y sus dimensiones son  $a=2,28$  cm,  $b=1,016$  cm, determinar la distancia entre dos nulos consecutivos de campo eléctrico.

15) Una bocina conectada a una guía rectangular de dimensiones  $a=2,286$  cm y  $b=1,01$  cm presenta una impedancia normalizada de valor  $\bar{Z}_L = 2 - j1,5$  a la frecuencia de trabajo de 11GHz.

- Determine la ROE que se producirá en la guía y la potencia  $P_L$  entregada a la bocina como fracción de la potencia asociada a la onda progresiva  $P_0^+$  que fluye por la guía.
- Calcule la distancia mínima  $l$  (cm) de la antena de un diafragma reactivo para adaptarla.
- ¿Qué valor  $d$  tendría el diafragma si se quiere adaptar la bocina? Tenga en cuenta que la susceptancia del diafragma inductivo puede modelarse como:

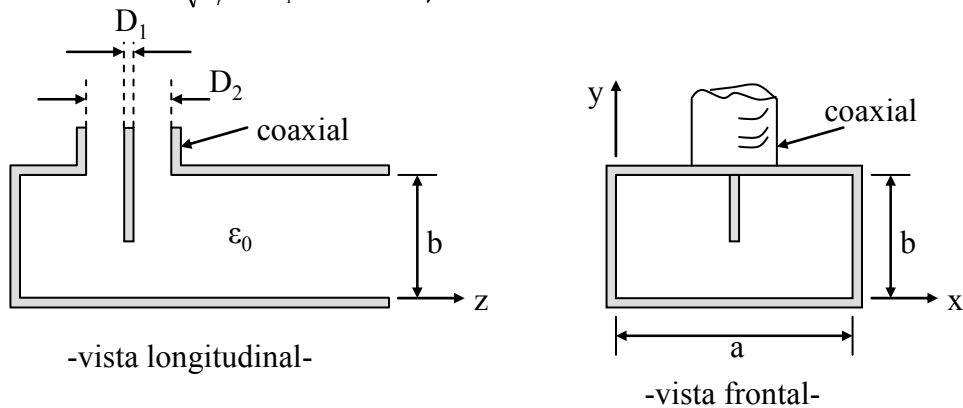
$$\bar{B} = -\frac{\lambda_g}{a} \cot^2\left(\frac{\pi d}{2a}\right)$$

$$\bar{Y} = j\bar{B}$$


16) Se utiliza una guía ranurada de dimensiones  $a=2,54$  cm y  $b=1,26$  cm para realizar medidas de ROE del modo dominante  $TE_{10}$ . Cuando se conecta una bocina en su extremo se mide con la sonda una ROE de valor 3 y una separación entre mínimos consecutivos de 3 cm. Cuando la bocina se sustituye por un cortocircuito los mínimos de campo eléctrico se aproximan a la carga 1,3 cm. Determine la frecuencia de trabajo y la impedancia normalizada de la bocina.

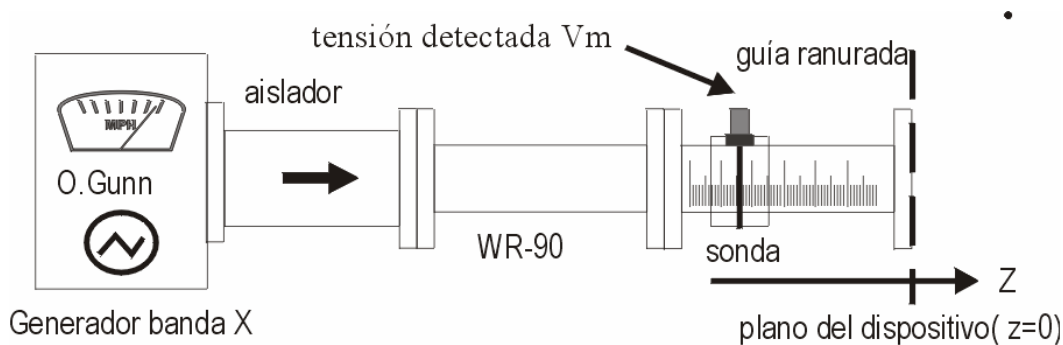
17) La transición guía de ondas a coaxial de la figura está ajustada de tal forma que las señales pueden pasar de una estructura a otra sin que se produzcan reflexiones. En el coaxial existe una onda progresiva a 10 GHz cuya tensión eficaz es de 7,07 V. Las dimensiones de la guía rectangular son  $a=2,29$  cm y  $b=1$  cm. Las del coaxial son  $D_1=3$  mm y  $D_2=6,9$  mm. Calcule la amplitud máxima de campo eléctrico (valor de pico) existente en la guía para el modo. En los dos casos el dieléctrico

$$\left[ \text{nota: } Z_{coax} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{D_2}{D_1} ; Z_{TE} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \right]$$



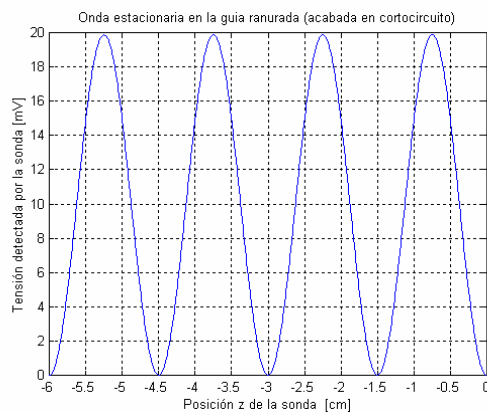
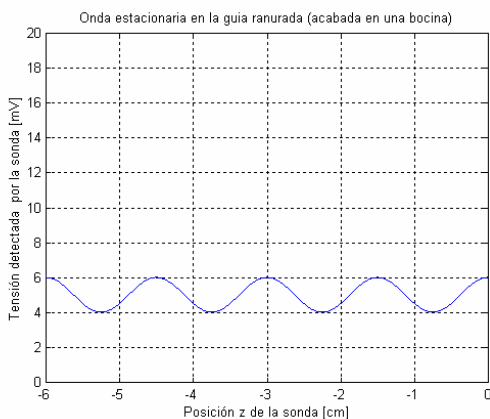
es aire,  $\epsilon_r = 1$ .

18) Mediante un montaje similar al que se ha utilizado en el laboratorio, se utiliza una guía ranurada con un sonda deslizante para medir la onda estacionaria que aparece en una guía rectangular de banda X (WR-90). La sonda detecta una tensión continua  $V_m(z)$  proporcional al cuadrado de la intensidad de campo eléctrico en el centro de la guía:  $V_m(z) = c_{\text{det}} \cdot |\vec{E}(z)|^2$ . En el extremo de la guía ranurada ( $z=0$ , plano del dispositivo) se conecta primero un cortocircuito y después un bocina rectangular. La tensión detectada por la sonda cuando se desplaza por la guía ranurada,  $V_m(z)$ , en cada uno de los dos casos se representa en las gráficas suministradas. Las dimensiones de la guía de banda X son  $a=22,86$  mm y  $b=10,16$  mm.



Determine:

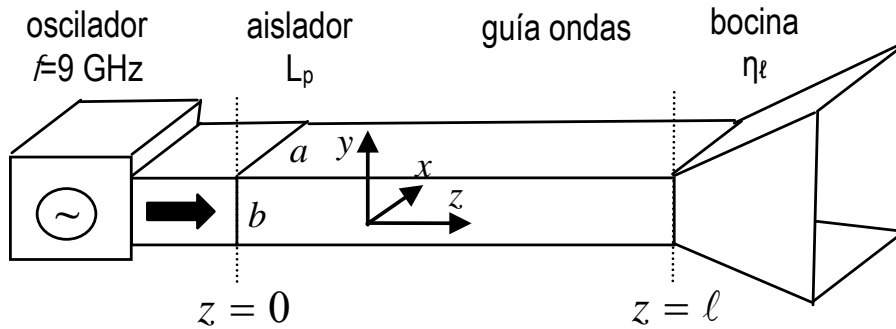
- La frecuencia de trabajo del montaje en GHz
- El valor de  $|E_0^+|$  expresado en V/m, sabiendo que la constante del detector tiene el valor  $c_{\text{det}} = 1,28 \cdot 10^{-4} \text{ mV} \cdot (\text{V/m})^{-2}$ .
- La potencia disponible del generador, en dBm, suponiendo que está adaptado a la guía, que el aislador es ideal y la guía no tiene pérdidas. La impedancia del modo, a la frecuencia de trabajo es  $Z_{TE10} = 451 \Omega$ .
- La adaptación de la bocina, expresada en dB (pérdidas de retorno).
- La potencia que está radiando la bocina, considerada ideal, en mW.



Ayuda: El campo en la guía responde a la ecuación de onda:  $E(z) = E_0^+ e^{-j\beta z} + E_0^- e^{+j\beta z}$  con

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2. \text{ La potencia asociada a la onda progresiva del modo TE}_{10} \text{ es } P^+ = \frac{1}{2} a \cdot b \frac{|E_0^+|^2}{Z_{TE10}} \text{ Watt}$$

19) Se dispone del siguiente montaje en guía de ondas rectangular de dimensiones  $a=2,28\text{cm}$  y  $b=1,016\text{ cm}$ , similar al disponible en el laboratorio de prácticas:



- Determinar la frecuencia de corte (**GHz**) y la denominación de los cinco primeros modos que se propagan. Calcular el ancho de banda monomodo (**GHz**). Calcular el factor de dispersión monomodo de la guía definido como  $FD = \sqrt{1 - (f_c / f)^2}$ . Si en la guía de ondas se produjese una onda estacionaria, ¿cuál sería la distancia (**cm**) entre dos mínimos consecutivos?
- El campo de ruptura del aire es  $E_r=30.000\text{ V/cm}$ . Calcular la impedancia de onda transversal (**Ohms**). ¿Cuál sería, en condiciones de adaptación, la máxima potencia (**MW**) que se puede transmitir por la guía a la frecuencia  $f=9\text{ GHz}$  si el campo eléctrico no puede superar el campo de ruptura en ningún punto de la guía ni en ningún instante de tiempo?
- En el apartado anterior se quiere introducir un factor de seguridad para prever una posible desadaptación de la bocina con una relación de onda estacionaria de valor  $ROE=1.2$ . ¿Cuál sería, con este factor adicional de seguridad, la máxima potencia que se podría entregar a la bocina?
- Calcular la potencia radiada (**W**) por la bocina piramidal teniendo en cuenta que el generador tiene una potencia disponible  $P=1\text{ W}$ . El aislador está perfectamente adaptado y tiene una pérdidas de transmisión  $L_p=0.764\text{ dB}$ . La guía de ondas presenta unas pérdidas de  $5\text{ dB/m}$  y tiene una longitud  $l=6\text{ cm}$ . La bocina está perfectamente adaptada y tiene unas pérdidas de radiación (transmisión) del pérdidas  $\eta_\ell=98\%$ .
- Si tomamos la referencia de fase de la guía (0 rad) a la salida del aislador ( $z=0$ ), calcular el fador campo eléctrico en módulo (V/cm) y fase (rad) en el centro de la guía ( $x=a/2$ ) para  $z=0$ . Hallar  $\mathcal{E}_y(z = 5\lambda_g / 4)$  en el centro de la guía teniendo en cuenta que la guía de ondas presenta unas pérdidas de  $5\text{ dB/m}$  y puede considerarse de bajas pérdidas.

Expresión de los campos en la guía rectangular ideal y de la potencia transmitida para el modo dominante propagándose en la dirección  $+z$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_y(x, y, z) &= E_0^+ \text{sen}\left(\pi \frac{x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ \mathcal{H}_x(x, y, z) &= -\frac{E_0^+}{Z_{TE}} \text{sen}\left(\pi \frac{x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ \mathcal{H}_z(x, y, z) &= H_0^+ \cos\left(\pi \frac{x}{a}\right) e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} P^+ = \frac{1}{2} ab \frac{|E_{oef}^+|^2}{Z_{TE}}$$

## Soluciones Tema 5. Guías de onda conductoras

- 1.- Ver teoría
- 2.- Ver teoría
- 3.- Ver teoría
- 4.-

$$\mathcal{E}_x^+(x, y, z, t) = \sqrt{2}\omega\mu \frac{b}{\pi} |H_0| \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{b}y\right) \cos\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2} + \phi_0\right); \quad \mathcal{E}_y^+(x, y, z, t) = 0; \quad \mathcal{E}_z^+(x, y, z, t) = 0$$

$$5.- \left. \begin{array}{l} \mathcal{E}_x(x, y, z) = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\pi}{b} H_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{b}y\right) e^{-j\beta z} \\ \mathcal{E}_y(x, y, z) = 0 \\ \mathcal{E}_z(x, y, z) = 0 \end{array} \right\} y \left. \begin{array}{l} \mathcal{H}_x(x, y, z) = 0 \\ \mathcal{H}_y(x, y, z) = \frac{j\beta}{k_c^2} \frac{\pi}{b} H_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{b}y\right) e^{-j\beta z} \\ \mathcal{H}_z(x, y, z) = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) e^{-j\beta z} \end{array} \right\}$$

- 6.- Ver teoría

$$7.- \varepsilon_r = 1 \rightarrow \text{TE}_{10}; \quad \varepsilon_R = 4 \rightarrow \text{TE}_{10} \text{ TE}_{01} \text{ TE}_{20} \text{ TE}_{11} \text{ TM}_{11} \text{ TE}_{21} \text{ TM}_{21} \text{ TE}_{30}$$

Tabla: valores de  $f_c$  en GHz para  $\varepsilon_r = 4$

	m				
	0	1	2	3	4
0	0	1.5	3	4.5	6
1	3	3.354	4.243	5.408	6.708
n 2	6	6.185	6.708	7.5	8.485
3	9	9.124	9.487	10.062	10.817
4	12	12.093	12.369	12.816	13.416

$$8.- a=6.5\text{cm}, \quad b=3.5\text{cm}$$

$$9.- \varepsilon_r = 1 \rightarrow \text{de } 3.75\text{GHz a } 7.5\text{GHz}; \quad \varepsilon_r = 2.4 \rightarrow \text{de } 2.42\text{GHz a } 4.84\text{GHz}$$

$$10.- \varepsilon_r = \frac{\frac{1}{\lambda_{g0}^2} + \frac{1}{4a^2}}{\frac{1}{\lambda_{g0}^2} + \frac{1}{4a^2}}$$

$$11.- \tau=0.416\mu\text{s}$$

$$12.- a=2.286; \quad b=2,152 \text{ cm}; \quad \Delta a=0.134 \text{ cm}$$

$$13.- P_{\max} = 1,04 \text{ MW}$$

$$14.- \mathcal{E}_y = -2jE_0^+ \sin\frac{\pi x}{a} \sin\beta z; \quad d=2.44 \text{ cm}$$

- 15.-

- a)  $ROE = 3,324$
- b)  $L=0,4374 \text{ cm}$
- c)  $d=1,0867 \text{ cm}$

$$16.- f=7,738 \text{ GHz} \quad \bar{Z}_B = 2,23 - j1,21$$

$$17.- \frac{V_{ef}^2}{Z_0} = \frac{1}{2} \frac{|E_{pic}|^2}{Z_{TE}} \frac{ab}{2} \rightarrow |E_{pic}| = 29.52 \text{ V/cm}$$

18.-

a)  $f = 12 \text{ GHz}$

b)  $|E_0^+| = 197,64 \text{ V/m}$

c)  $P_{\max} = 10 \text{ dBm}$

d)  $RL = +20 \text{ dB}$

e)  $P_{\text{rad}} = 9,99 \text{ mW}$

19.-

a)  $f_{cTE_{10}} = 6,578 \text{ GHz}; f_{cTE_{20}} = 13,16 \text{ GHz}; f_{cTE_{30}} = 19,73 \text{ GHz}; f_{cTE_{11}} = f_{cTM_{11}} = 16,16 \text{ GHz};$

$BW_{\text{monomodo}} = 6,578 \text{ GHz} - 3,16 \text{ GHz}; FD = 0,6824; \Delta z_{\min} = 2,44 \text{ cm};$

b)  $Z_{TE_{10}} = 552,45 \ \Omega; P_{\max} = 0,943 \text{ MW}$

c)  $P_L = 0,786 \text{ MW}$

d)  $P_{\text{rad}} = 0,76 \text{ MW}$

e);  $\mathcal{E}_y(z = 0) = 20 \text{ V/cm}; \mathcal{E}_y(z = 5\lambda_g / 4) = -j19,31 \text{ V/cm}$

## TEMA 6. GUÍAS DE ONDA DIELECTRICAS

- 1) Una fibra óptica multimodo ( $a \gg \lambda$ ) de índice de refracción  $n_1$  en el núcleo y  $n_2$  en la cubierta, está cortada perpendicularmente a la dirección de propagación y se excita desde el vacío con una fuente luminosa. Demuestre que el ángulo máximo de aceptación con respecto a la dirección longitudinal viene dado por  $\alpha_m = \arcsen\{n_1\sqrt{2\Delta}\}$  con la diferencia relativa de índices dada por  $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$ .
- 2) Una fibra óptica multimodo ( $a \gg \lambda$ ) de salto de índice, de longitud  $L = 6$  km, presenta  $n_1 = 1.470$ ,  $n_2 = 1.455$  y se excita con una fuente luminosa desde el vacío ( $n_0 = 1$ ).
- Calcule el cono de aceptación ( $2\alpha_m$ ) y el ángulo crítico  $\phi_c$ .
  - Halle la máxima velocidad de transmisión (Mbit/s) y el producto *velocidad de transmisión x distancia* ( $BL$ ) en Mbit/s·km si la diferencia máxima entre pulsos admitida es la mitad del periodo de bit. ( $\Delta\tau_{\max} = 0,5T_{bit}$ ).
  - Repita el cálculo anterior si la FO es de gradiente de índice con perfil parabólico, que introduce un factor de mejora de la diferencia máxima de retardos de  $0,5\Delta$ .
- 3) Una lámina dieléctrica presenta los siguientes parámetros:  $n_1 = 1.55$ ,  $n_2 = 1.54$ , grosor  $2a = 8\mu m$ . Identifique los modos que se propagan si la lámina se excita con una fuente de  $\lambda = 1\mu m$ .
- 4) Una lámina dieléctrica presenta los siguientes parámetros:  $n_1 = 1.46$ ,  $n_2 = 1.40$ . se excita con una fuente longitud de onda  $\lambda = 1,55\mu m$ . Se quiere trabajar en el rango multimodo en el cual el número de modos es superior a 250. Calcule el grosor mínimo  $2a$  de la lámina.
- 5) Una fibra óptica monomodo tiene un salto de índice  $\Delta = 0.005$  y el índice de refracción del núcleo es  $n_1 = 1.45$ . Calcule el radio del núcleo de la fibra si la longitud de onda de corte es  $\lambda = 1.2\mu m$ . Si la frecuencia de portadora es  $f_0 = 200$  THz. ¿Cuál será el ancho de haz  $w$  y la fracción de potencia que viaja por el núcleo?
- 6) Elija el radio del núcleo  $a$  para que una fibra de salto de índice con  $n_1 = 1.55$  y  $n_2 = 1.52$  sea monomodo en segunda ventana ( $1.3\mu m$ ). La longitud de onda de trabajo ha de estar un 20% por encima de la longitud de onda de corte del siguiente modo.
- 7) Se desea realizar un enlace de 100km con fibra óptica monomodo de pérdidas 0.3dB/km. Se conectan tramos de 5km de fibra, y los conectores presentan unas pérdidas de 0.2dB cada uno. Los conectores que unen la fibra al receptor y al transmisor presentan unas pérdidas de 1dB cada uno. Calcule las pérdidas totales en el enlace y la potencia que llega al receptor si la potencia del transmisor es 1mW.



## Soluciones Tema 6. Guías de onda dieléctricas

1.- Ver teoría

2.- a) Cono aceptación:  $24.18^\circ$ . Ángulo crítico:  $81.81^\circ$

b) F.O de S.I.:  $B_{\max}=1.675$  Mbits/s;  $BL=10,05$  Mbits/s·km

c) F.O de G.I.:  $B_{\max}=330$  Mbits/s;  $BL=1.98$  Gbits/s·km

3.-  $TE_0, TM_0, TE_1, TM_1, TE_2, TM_2,$

4.-  $2a > 232 \mu m \gg \lambda$

5.-  $a = 3,2 \mu m$  ;  $W = 4.2 \mu m$  ;  $P_{\text{núcleo}} 68,7\% P_T$

6.-  $a = 1.37 \mu m$

7.-  $P_r = 0,263 \mu W$