

Aliviaderos escalonados sin cajeros laterales

*Martí Sánchez-Juny**, *Soledad Estrellal**, *Josep Dolz** y *Rafael Ibáñez de Aldecoa***

**Instituto FLUMEN-UPC*

***Dragados S. A.*

1. Resumen

Hasta la fecha la investigación acerca del comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados se ha centrado en la caracterización de los diferentes aspectos que definen el comportamiento de tales estructuras. En general estos trabajos se han desarrollado en aliviaderos escalonados con muretes guía, que imponen una anchura constante a lo largo del aliviadero. Esta comunicación tiene como objetivo presentar el proyecto de investigación ALIVESCA, que ha permitido estudiar el comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados sin paredes laterales. Desde el punto de vista constructivo, evitando las paredes laterales se reducirán costes y riesgos en la ejecución del proyecto.

El proyecto ALIVESCA ha consistido en un estudio en modelo físico que ha permitido determinar la distribución de caudales longitudinal y transversalmente en el vertedero para las diferentes variables de estudio. De los resultados obtenidos se concluye que a mayor caudal vertido mayor es la expansión lateral del flujo hacia aguas abajo. La consecuencia es que, a mayor caudal y ancho de vertido la no existencia de cajeros indica la necesidad de un cuenco dissipador más ancho. Sin embargo, para condiciones menos exigentes, la inexistencia de las paredes laterales es hidráulicamente factible sin grandes actuaciones. Asimismo, durante la campaña experimental, se han llevado a cabo medidas complementarias de variables como la presión, la velocidad, la concentración de aire y la profundidad de flujo. Estas variables permiten describir en detalle el comportamiento hidráulico de la expansión del flujo a lo largo del aliviadero.

2. Introducción y objetivos

El proyecto ALIVESCA nace de la iniciativa entre la empresa Dragados SA, el Instituto de Investigación FLUMEN de la Universidad Politécnica de Cataluña y la colaboración del Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX. El proyecto tiene como objetivo analizar el comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales mediante modelado físico. El propósito de la campaña experimental es cuantificar la expansión lateral de agua analizando la distribución, tanto longitudinal como transversal del flujo, apoyando esta información con mediciones de la distribución de la presión, de perfiles de velocidad y de concentración de aire para caudales de vertido.

La aplicación práctica de los resultados permitirá, para una presa de altura determinada y un caudal de diseño del aliviadero dado, tener una idea precisa de la longitud de vertido que ocupará el flujo al pie de la rápida escalonada al no construir los muros cajeros.

3. Metodología

El modelo reducido ALIVESCA se construyó en las instalaciones del Instituto FLUMEN. Se trata de un modelo de aliviadero escalonado, operado bajo la semejanza de Froude.

3.1 Modelo reducido

La escala del modelo se definió considerando un posible aliviadero prototipo con un tamaño de peldaño de 1.20 m, que viene dado por el sistema de colocación del HCR que se realiza en tongadas de 0.30 m o 0.60 m. Así, planteando un tamaño de peldaño de 8cm en modelo, resulta una escala 1:15. En la tabla 1 se resumen las características más significativas del modelo y su correspondencia con un posible prototipo de tamaño de escalón 1.20 m.

	Modelo	Prototipo (h=1.20)
Escala 1:E		15
Altura H (m)	5.0	75.0
Ancho B (m)	3.0	45.0
Ancho de vertido b_0 (m)	<1.5	22.5
Altura de escalón	0.08	1.20
Pendiente del aliviadero	1v/0.8h	1v/0.8h
Caudal máximo Q_{max} (m ³ /s)	0.33	288

Tabla 1. Características del modelo ALIVESCA

El modelo parte de un depósito elevado, desde una altura de 5.26 m del suelo, con una rápida escalonada de pendiente 1v/0.8h. La rápida consta de un total de 65 escalones, siendo los 8 primeros de altura variable, adaptando sus vértices a un perfil Creager (Elviro y Mateos 1995), que sirven de transición a 57 escalones idénticos hasta el pie de 0.08 m de altura. En la figura 1 se presenta una imagen del modelo ALIVESCA.

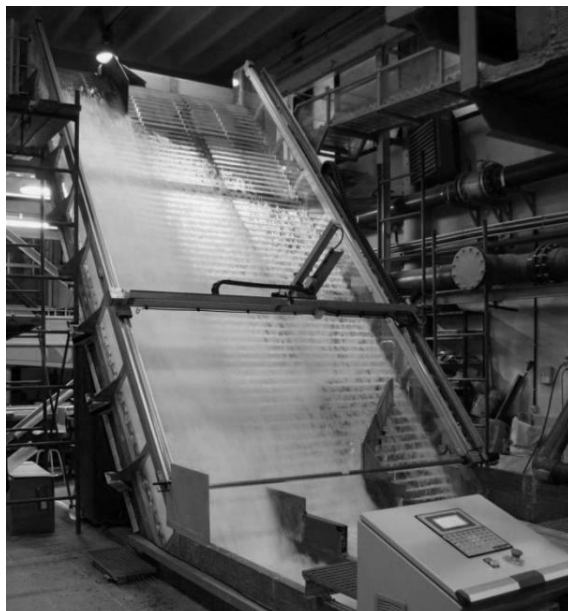


Figura 1. Modelo físico ALIVESCA

3.2 Instrumentación

Se han llevado a cabo diferentes medidas para determinar el comportamiento hidráulico debido a la ausencia de cajeros. Fundamentalmente se ha procedido a cuantificar la expansión lateral del flujo hacia aguas abajo del vertido mediante un análisis de la distribución del caudal mediante aforro, tanto a pie de presa como a lo largo de la rápida. Adicionalmente se han llevado a cabo medidas de presión, velocidad y concentración de aire y asociadas a esta última la medida del calado característico (correspondiente a una concentración de aire de 90%). La tabla 2 resume los tipos de medida y los instrumentos utilizados durante el proyecto.

Tipo de medida	Zona de estudio	Instrumento	Marca
Presión	Todo el modelo	Sensores piezorresistivos	MESSTECH
Velocidad	Zona no aireada	ADV	Vectrino ó Nortek AS
Velocidad	Zona no aireada	UDV	Met-Flow
Velocidad	Zona aireada	Fibra óptica	RBI
Concentración de aire	Zona aireada	Fibra óptica	RBI
Calado	Salida del modelo	Ultrasonido	MEGGIT MOBREY
Imágenes	Todo el modelo	Cámara	Panasonic, DMC-FZ38
		Cámara de alta velocidad	Photon focus MV2

Tabla 2. Instrumentación usada en la campaña experimental sobre el modelo ALIVESCA

4. Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados

4.1 Con cajeros laterales

Antes de analizar los efectos de la ausencia de cajeros, es importante recordar aspectos básicos del funcionamiento de aliviaderos escalonados convencionales. En estos, las características del flujo dependen del caudal circulante y de la geometría del escalón. En general diversos autores como Chanson (2002), Boes y Hager (2003), Sánchez-Juny y Dolz (2005) o Amador (2005) han caracterizado el flujo sobre aliviaderos con cajeros en base a tres tipos flujo: escalón a escalón, flujo rasante y, entre ambos, flujo de transición.

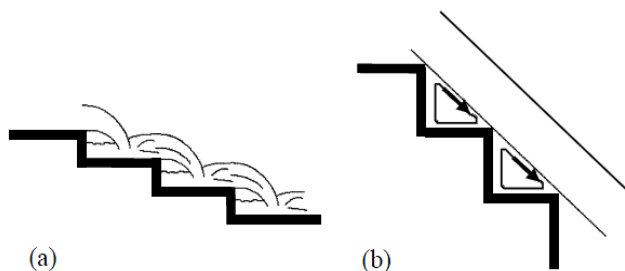


Figura 2. Tipos de flujo sobre aliviaderos escalonados (a) Flujo escalón a escalón, (b) Flujo Rasante (Sánchez-Juny y Dolz 2005)

Definido el escalonado, a partir de una cierta pendiente, para caudales unitarios bajos se produce el flujo escalón a escalón (nappe flow, figura 2.a) Se caracteriza por una sucesión de caídas libres, en las que el flujo sale de un escalón como una lámina libre e impacta en el peldaño siguiente pudiendo ocurrir, o no, un resalto hidráulico en la huella del escalón.

Para los caudales mayores se da el llamado flujo rasante (skimming flow, figura 2.b). Se caracteriza por una corriente con elevada concentración de aire que fluye rasante a los vértices de los escalones, por encima de un flujo secundario delimitado por las aristas de los escalones (pseudo-fondo). Este flujo secundario, se caracteriza por unos remolinos atrapados en la celda delimitada por el escalonado y el flujo superior, que se encuentran en permanente rotación gracias a la transmisión de cantidad de movimiento desde el flujo superior (recirculación estable). Estas celdas se consideran una zona de separación del flujo, y son las responsables de la disipación de energía a lo largo del aliviadero. Estudios previos han permitido diferenciar hasta cuatro zonas (figura 3): zona no aireada, zona de flujo rápidamente variado, zona de flujo gradualmente variado, y zona de flujo uniforme (Matos, 1999). En la zona inicial el flujo es no aireado, la superficie libre es lisa y transparente (figura 4). Cerca de los peldaños, empieza el desarrollo de la capa límite. Cuando la zona superior de la capa límite alcanza la superficie libre, la turbulencia provoca el inicio de la aireación natural del flujo, denominándose esta sección del aliviadero como el punto de inicio de entrada de aire. Aguas abajo, se observa una zona rápidamente variada donde la aireación del flujo aún no ocupa la totalidad de la sección transversal. A ésta sigue una zona de flujo gradualmente variado donde la aireación ocupa la totalidad de la sección (figura 5), sin embargo, las características hidráulicas del flujo (calado, velocidad y concentración de aire) siguen variando gradualmente hacia aguas abajo. Finalmente si la longitud del aliviadero es suficiente y se alcanza el equilibrio entre las fuerzas de gravedad y de fricción el flujo será completamente desarrollado y para un caudal dado no existirá variación de concentración de aire, calado o velocidad en el flujo (régimen uniforme).

Entre el flujo escalón a escalón y rasante se observa el llamado flujo de transición. Viene determinado por la coexistencia del flujo escalón a escalón y flujo rasante en distintos peldaños. A lo largo del aliviadero se observa la presencia de cavidades de aire por debajo de la lámina de agua en algunos escalones mientras en otros el flujo secundario ya se encuentra establecido. Esto genera una apariencia irregular con cambios significativos en las propiedades del flujo de un escalón a otro.

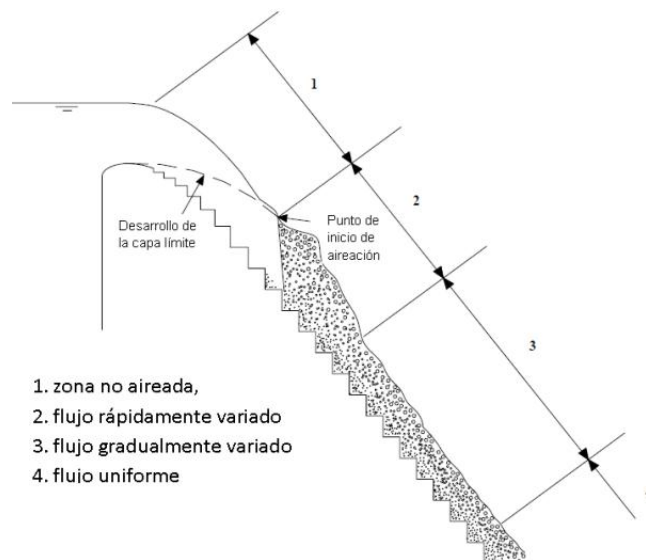


Figura 3. Regiones del flujo rasante sobre un aliviadero escalonado con cajeros

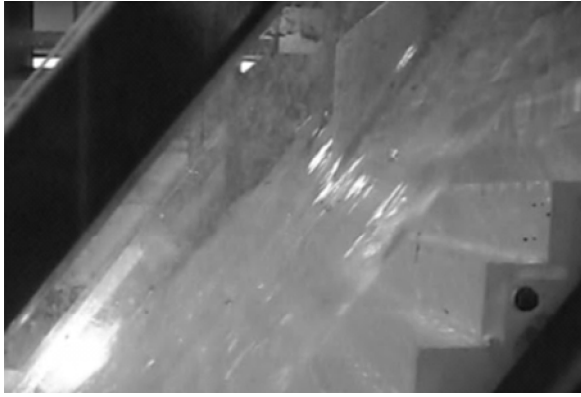


Figura 10. Imagen de la zona no aireada



Figura 11. Imagen de la zona aireada

En base a las observaciones experimentales de Ohtsu y Yasuda (1997), Chanson et al. (2002) y Amador (2005) mediante ajuste de mínimos cuadrados Amador (2005) obtuvo expresiones para el límite superior del flujo escalón a escalón y para el inicio del flujo rasante.

Teniendo en cuentas las variables de pendiente y altura del escalón del modelo en estudio (tabla 1) y suponiendo que un aliviadero confinado con cajeros laterales, el límite de flujo escalón a escalón se daría para caudales específicos inferiores a $2.0 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ y el flujo rasante para caudales superiores a $3.1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

4.2 Sin cajeros laterales

En el caso de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales todo el ancho de la presa es útil para el vertido. Desde coronación el flujo se expande lateralmente hacia aguas abajo, de manera que el caudal específico disminuye transversalmente. Esta reducción del caudal específico hacia aguas abajo transforma el tipo de flujo que se produce a lo largo y ancho de la rápida, llegando incluso a producirse un cambio de flujo rasante a flujo de escalón a escalón.

La figura 6, ilustra el comportamiento descrito, se trata de una vista posterior del modelo donde se puede apreciar como la expansión lateral del flujo influye en el llenado de los escalones transversalmente. Así, el lado encarado con la apertura del vertido (lado abierto) muestra un flujo rasante con el escalonado lleno, no obstante al alejarse transversalmente de la ventana de vertido la expansión de la lámina de agua hace que el caudal específico disminuya y que el escalón no se llene (lado intermedio) e incluso en la zona más alejada se pasa a flujo escalón a escalón (lado cerrado).

La figura 6 corresponde a un ancho de vertido en prototipo $b_{0 \text{ prot}} = 22.5 \text{ m}$ y un caudal específico al inicio del vertido $q_{e \text{ prot}} = 6 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Las variables que condicionan la expansión lateral del flujo son el ancho de vertido, el caudal específico a la entrada y la altura de la presa.



Figura 6. Vista posterior de la expansión lateral respecto al llenado de los escalones. Se puede apreciar flujo rasante en el ólado abierto y flujo escalón a escalón en el ólado cerrado. Ensayo $b_{0 \text{ prot}} = 22.5 \text{ m}$ y $q_{e \text{ prot}} = 6 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

5. Distribución del caudal

5.1 Distribución de caudales a pie de presa.

Se ha analizado cuantitativamente la distribución de caudales a pie de presa en el caso de tres anchos de vertido en coronación ($b_{0 \text{ prot}} = 7.5 \text{ m}$, 15 m y 22.5 m) y diferentes caudales específicos, hasta un máximo $q_{e \text{ prot}} = 15 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

La distribución de caudales se obtuvo aforando a pie de presa tres zonas uniformemente repartidas a lo ancho del aliviadero, esto es una longitud de $B/3$. Así, se determinó la distribución de caudales en 3 zonas: canal derecho (alineado con la ventana de vertido), central e izquierdo (figura 7).

A continuación se presenta la distribución de caudales medida a pie de presa, obtenidas para caudales específicos correspondiente a un prototipo ($q_{e \text{ prot}}$) a escala 1/15 de $5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (figura 8) y $10 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (figura 9), para los 3 anchos de vertido ($b_{0 \text{ prot}}$) de 7.5, 15 y 22.5m. Puede observarse que la tendencia es que cuanto mayor son el caudal y el ancho de vertido, menor es el caudal recogido en el tercio encarado con la ventana de vertido, es decir mayor es la expansión lateral del flujo.



Figura 7. Canales de recogida para aforo.

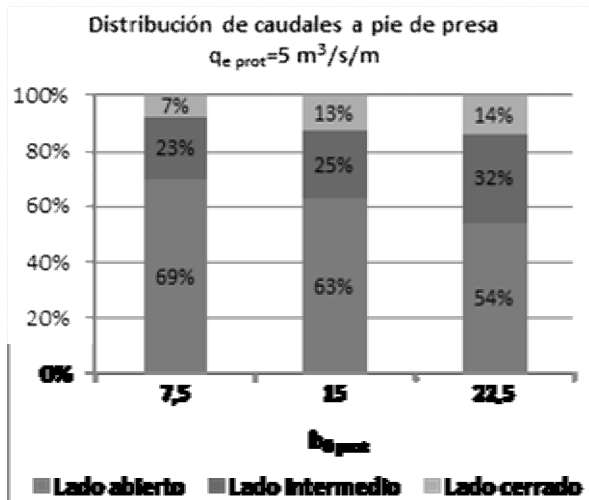


Figura 12. Distribución de caudales a pie de presa, $q_{e\ prot} = 5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

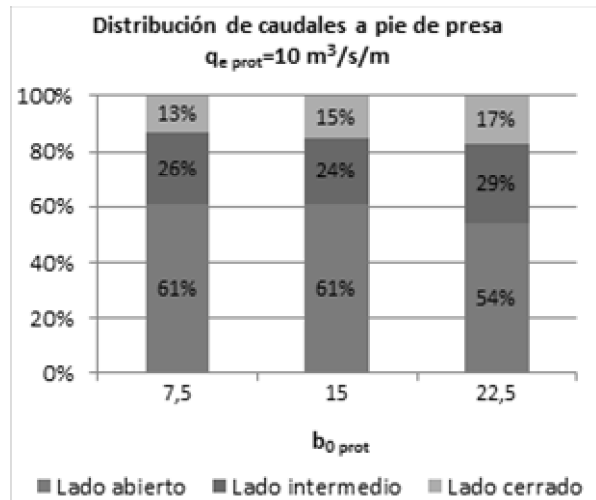


Figura 13. Distribución de caudales a pie de presa, $q_{e\ prot} = 10 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

5.2 Distribución de caudales a lo largo del aliviadero.

Una vez obtenidos los resultados de la distribución de caudales a pie de presa, se extendieron hacia aguas arriba los cajeros divisorios para analizar la distribución transversal de caudales a diferentes alturas del aliviadero. Los cajeros se construyeron para alcanzar los escalones: 52, 42, 32 y 22. Cabe tener en cuenta que el muro de acompañamiento desde cabecera llega al escalón 12.

En la figura 10, se pueden ver imágenes frontales en las que se observa la distribución de caudal hasta el escalón 42, para los tres anchos de vertido (b_0), correspondiente a un caudal específico en prototipo ($q_{e\ prot}$) de $12.2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ al inicio del vertido (escala 1/15).

En la figura 11 se muestra el caudal medido a lo largo de la estructura para los tres anchos de vertido ($b_{0\ prot} = 7.5\text{m}$, 15m y 22.5m) y un caudal específico a la entrada de $q_{e\ prot} = 12.2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. En cada figura, la distancia longitudinal adimensional es la relación entre la distancia del escalón de medida al umbral y la longitud total del aliviadero ($dE/dtotal$), así por ejemplo para las medidas en el escalón 22 $dE/dtotal$ es igual a 0.3.



$b_{0\text{ prot}} = 7.5\text{m}$

$b_{0\text{ prot}} = 15\text{m}$

$b_{0\text{ prot}} = 22.5\text{m}$

Figura 14. Fotografías de la distribución medidas al escalón 42 para $q_{e\text{ prot}} = 12.2\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$

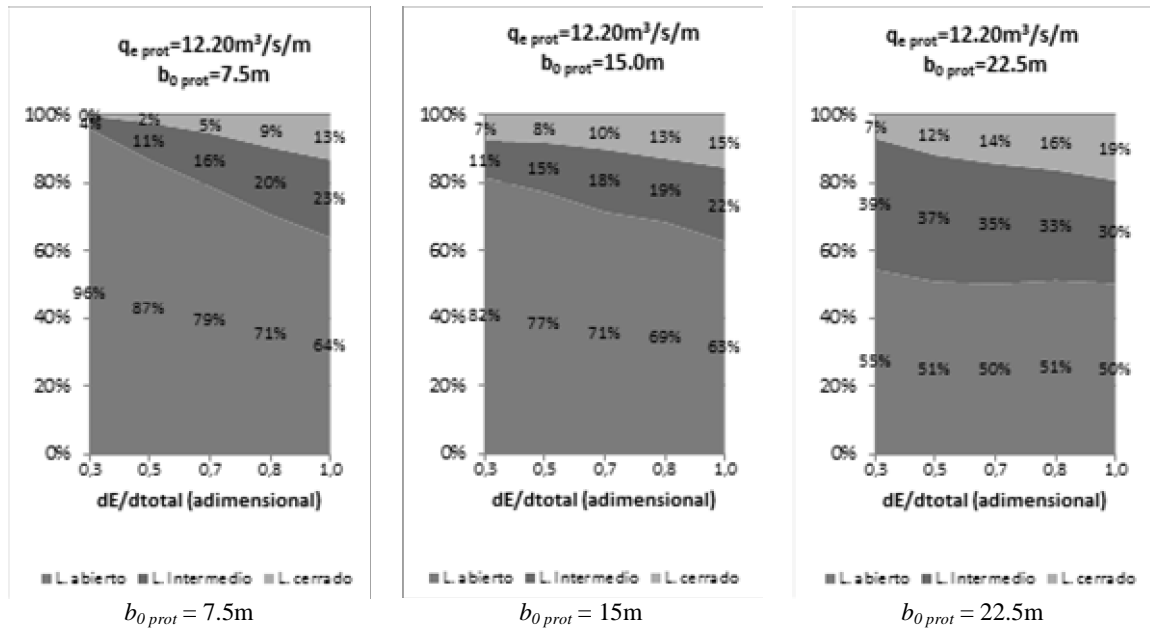


Figura 15. Distribución longitudinal para $q_{e\text{ prot}} = 12.2\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ y diferentes anchos de vertido

6. Medidas de presión

La figura 12 muestra el comportamiento de la presión media adimensional ($p/\gamma h$), sobre el centro de simetría de la huella del escalón a lo ancho del aliviadero. En los gráficos x/b_0 representa la distancia transversal, unitaria, al eje de vertido. Puede observarse que las presiones medias disminuyen de manera notable transversalmente. La

posición del escalón de medida se describe a partir de la variable $dE/dtotal$, así $dE/dtotal = 0.51$ se corresponde al escalón 32 del modelo.

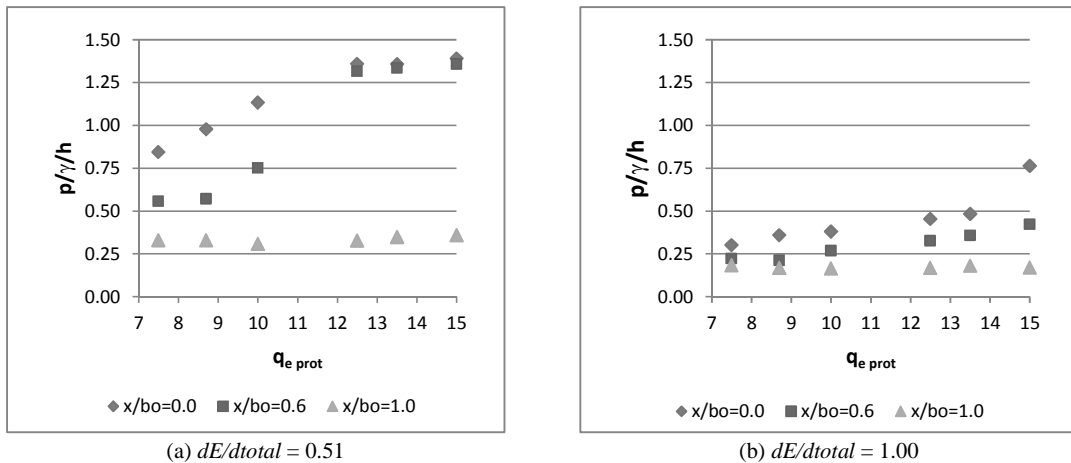


Figura 16. Efecto de la ausencia de cajeros en las presiones medias registradas en la huella del escalón

7. Medidas de velocidad y concentración de aire

7.1 Perfiles de velocidad media

En la figura 13, se muestran los perfiles de velocidad media registrados desde el plano rasante a los vértices del escalonado (pseudo-fondo) hasta el calado con concentración de aire superior al 90% (y_{90}), para un caudal específico en prototipo, $q_{e\ prot} = 15\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (escala 1/15). La posición del escalón de medida se describe a partir de la variable $dE/dtotal$, así $dE/dtotal = 0.3$ se corresponde al escalón 22 del modelo.

Se aprecia que en el escalón 22 ($dE/dtotal = 0.3$) los perfiles alcanzan velocidades máximas de 18.5 m/s, mientras que en el escalón 58 ($dE/dtotal = 0.9$) las velocidades máximas se aproximan a 24 m/s. En cada uno de los gráficos se muestran 4 curvas correspondientes a $x/b_0=0.0, 0.2, 0.6$ y 1.0 ; donde x es la distancia transversal al cajero lateral derecho y b_0 es el ancho de vertido. Así en el escalón 22 ($dE/dtotal = 0.3$) el perfil medido en el entorno del cajero del modelo ($x/b_0=0.0$) presenta mayor calado y menor velocidad que el perfil registrado a una distancia $x/b_0=1.0$.

7.2 Perfiles de concentración de aire.

La figura 14 muestra los perfiles de concentración media de aire registrados desde el pseudo-fondo hasta el calado y_{90} para el caudal específico en prototipo, $q_{e\ prot} = 15\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, obtenidos en los escalones 22 ($dE/dtotal = 0.3$) y 58 ($dE/dtotal = 0.9$). En cada caso, se muestran 4 curvas para $x/b_0 = 0.0, 0.2, 0.6$ y 1.0 que da la posición transversal (x) adimensionalizada con el ancho de (b_0). Así, en $dE/dtotal = 0.3$ los perfiles tienen mínimos de concentración de aire inferiores al 5%, mientras que en $dE/dtotal = 0.9$ los mínimos son cercanos al 40%.

Además, los perfiles medidos junto al cajero del modelo ($x/b_0 = 0.0$ y 0.2) presentan concentraciones de aire significativamente menores a las que se registran una distancia más alejada ($x/b_0 = 0.6$ y 1.0).

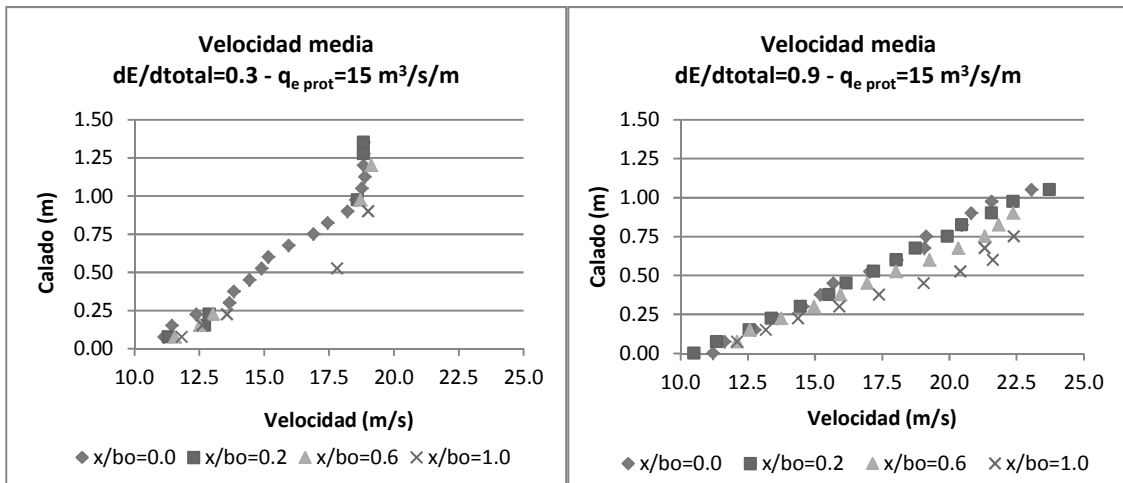


Figura 17. Perfiles de velocidad media, registrados desde el plano rasante a los vértices del aliviadero (pseudo-fondo) para $q_{e\ prot} = 15\ m^3/s/m$.

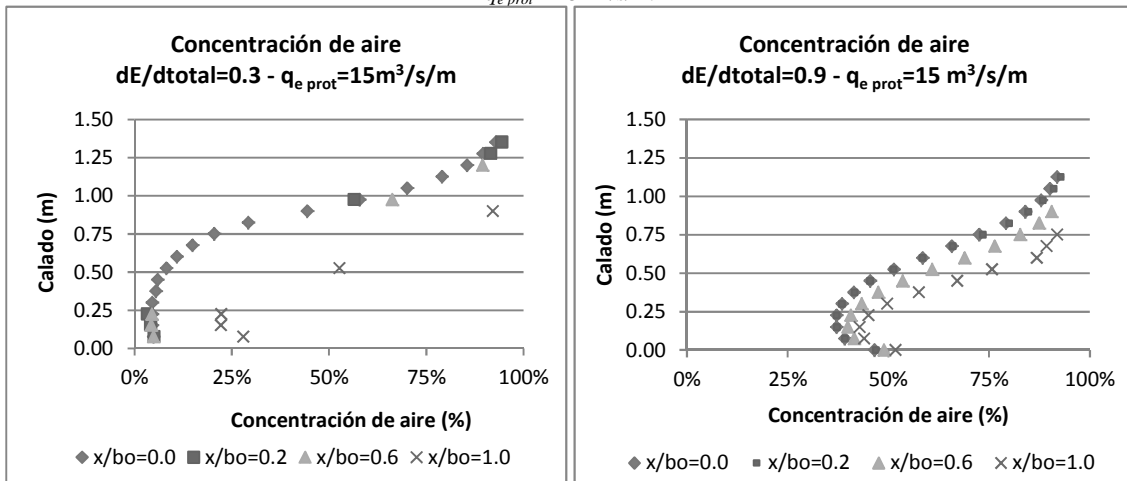


Figura 18. Perfiles de concentración media de aire, registrados desde el pseudo-fondo para $q_{e\ prot} = 15\ m^3/s/m$.

7.3 Evolución transversal del calado característico (y_{90}) y la velocidad máxima (v_{90})

7.3.1 Evolución del calado característico (y_{90})

En la figura 15 (izquierda), se muestra la evolución transversal del calado del 90% (calado característico) de concentración media de aire (y_{90}) para caudales específicos en prototipo ($q_{e\ prot}$) de 5, 10 y $15\ m^3/s/m$ (escala 1/15). Tal como se ha descrito en el apartado 3.1 el calado característico se mide desde des el pseu-fondo. La distancia transversal adimensional, de los puntos de medida, ha sido calculada como la relación entre la distancia transversal al cajero lateral derecho del punto de medida (x) y el ancho del vertido (b_0). Así, se muestran los resultados para $x/b_0 = 0.0, 0.2, 0.6, 1$ y 2.0 .

Se puede observar que para una distancia transversal de dos veces la ventana de vertido, el calado a pie de presa se mantiene aproximadamente constante para los tres caudales específicos analizados. Esto muestra que a esta distancia, independientemente del caudal vertido, el calado se estabiliza alrededor de los 0.40 m. Este mismo calado es el que se registra uniformemente repartido para caudales específicos de vertido de $5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Para caudales mayores el calado tiende a aumentar en la zona encarada con la ventana de vertido.

7.3.2 Evolución de la velocidad máxima (v_{90})

En la figura 15 (derecha), se presenta el comportamiento transversal de la velocidad característica (v_{90}) para caudales específicos en prototipo ($q_{e \text{ prot}}$) de 5, 10 y $15 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (escala 1/15), en los mismos puntos de medida $x/b_0 = 0.0, 0.2, 0.6, 1$ y 2.0 . Se observa que para una distancia transversal de dos veces la apertura del vertido, la velocidad a pie de presa depende del caudal de entrada, es decir, ocurre el efecto contrario al descrito en el caso del calado. Ello muestra que a esta distancia la velocidad no es independiente del caudal, mientras que en la zona encarada con el vertido la velocidad característica v_{90} es independiente del caudal de entrada y se observan velocidades máximas del orden de los 23 m/s.

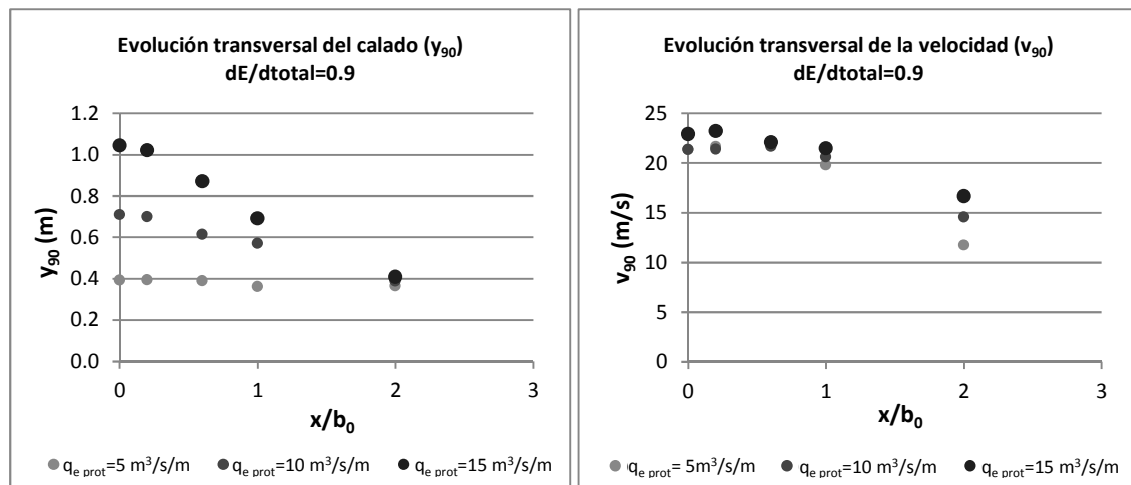


Figura 19. Evolución del calado y_{90} y de la velocidad v_{90} a pie de presa para $q_{e \text{ prot}} = 15 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$

8. Conclusiones

Debido a la ausencia de cajeros laterales todo el ancho de la presa pasa a ser útil para el vertido, expandiéndose transversalmente hacia aguas abajo disminuyendo el caudal específico en esa dirección y transversalmente. Esta reducción del caudal específico condiciona el comportamiento hidráulico del aliviadero a lo largo de la rápida y también a lo ancho de la misma. La figura 6, muestra una vista posterior del modelo donde se puede apreciar como la expansión lateral del flujo influye en llenado de los escalones transversalmente, y se observa un comportamiento diferenciado en la zona encarada con la ventana de vertido con el resto del aliviadero.

De los resultados presentados se puede ver que cuanto mayor es el caudal vertido en coronación mayor es el caudal específico (q_e) en el tercio más alejado transversalmente de la ventana de vertido (figura 8 y figura 9). Por otra parte cuanto mayor es el ancho de vertido (b_0), menor es el caudal específico (q_e) en el tercio bajo la ventana

de vertido (figura 11). Así, por ejemplo, para un ancho de vertido ($b_{0\ prot} = 22.5$ m) prácticamente a cualquier altura el valor de caudal específico bajo la ventana de vertido es del orden del 50% del caudal específico en coronación (figura 11), con lo que la mitad del caudal se aleja transversalmente de la ventana de vertido, lo que supondría la necesidad de un cuenco más ancho. En cambio para anchos menores, el caudal específico en el tercio bajo la ventana de vertido es mayor, como mínimo entre 60-70% al pie, de esta manera la opción de no construir cajeros laterales en la rápida es hidráulicamente más factible.

Así, como idea general cabe destacar que el diseño de un aliviadero escalonado sin cajeros laterales no resulta ser una solución generalizable, sin embargo, a partir de los resultados obtenidos se ha abierto la posibilidad de estudiar la viabilidad de diseñar aliviaderos de estas características. Dicha viabilidad dependerá de las condiciones específicas de cada caso (caudal específico, altura del aliviadero, altura del escalonado, condiciones locales del emplazamiento, etc.), es decir, que las condiciones particulares marcarán las pautas de diseño y considerando los conocimientos generados se podrá evaluar la rentabilidad y viabilidad de diferentes alternativas constructivas.

La información de distribución de caudal junto con otras variables hidráulicas que definen el comportamiento de este tipo de estructuras, como son: el campo de presiones, velocidades o concentraciones de aire, permitirán caracterizar el flujo para dar recomendaciones al diseño y proyecto de este tipo de estructuras sin cajeros laterales y en definitiva del diseño de la restitución del vertido al río.

Gracias al sistema *double fiber optical probe* se ha podido registrar medidas de velocidad y concentración de aire en el modelo ALIVESCA. Ello permite caracterizar el flujo bifásico que se genera en el aliviadero escalonado y que no es posible analizar con facilidad utilizando otras técnicas de medida.

Los resultados obtenidos muestran interesantes distribuciones de velocidad, fracción de aire y calado característico tanto longitudinal como transversalmente en la rápida escalonada, lo que permitirá caracterizar detalladamente la expansión de agua debida a la ausencia de cajeros.

9. Referencias

Amador, A., 2005. Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado. Universitat Politècnica de Catalunya Barcelona-TECH. Available at: <http://www.flumen.upc.edu/admin/files/33.pdf>.

Boes, R.M. & Hager, W.H., 2003. Hydraulic Design of Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 129(9), p.671. Available at: <http://link.aip.org/link/JHEND8/v129/i9/p671/s1&Agg=doi> [Accessed June 7, 2011].

Chanson, H., 2002. *The Hydraulics of Stepped Chutes and Spillways*, Balkema.

Chanson, H., Yasuda, Y. & Ohtsu, I., 2002. Flow resistance in skimming flows in stepped spillways and its modelling. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29(6), pp.809-819.

Elviro, V. & Mateos, C., 1995. Aliviaderos escalonados. diseño de la transición entre el umbral y la rápida escalonada. *Ingeniería Civil*, 99, pp.101-106.

Matos, J., 1999. Emulsionamento de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus. Instituto Superior Técnico de Lisboa.

Ohtsu, I. & Yasuda, Y., 1997. Characteristics of flow conditions on stepped channels. In 27th IAHR Biennial Congress. San Francisco, pp. 5836588.

Sánchez-Juny, M. & Dolz, J., 2005. Experimental study of transition and skimming flows on stepped spillways in RCC dams : qualitative analysis and pressure measurements Etude expérimentale des écoulements de transition et de déversement sur des déversoirs en escalier des barrages en béton. Journal Of Hydraulic Research, 43(5), pp.5406548.