

ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LOS METODOS NUMERICOS EN LA INVESTIGACION DEL BALASTO

Joan Manuel Estradé Panadés, Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos ¹
Andrés López Pita, Prof. Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos ²

A partir de un análisis comparativo de las diferentes investigaciones desarrolladas hasta el momento, se plantean las posibles aplicaciones de los modelos numéricos al estudio del comportamiento del balasto bajo la acción del tráfico ferroviario.

Introducción

El balasto como elemento estructural de la vía se empleó desde los primeros tiempos del ferrocarril al comprobarse que las cargas del tráfico transmitidas a las traviesas, producían su hundimiento en la plataforma. De esta forma se repartían mejor las cargas, al ser mayor la superficie de transmisión a la explanación.

A pesar de su pronta aplicación, el desarrollo del conocimiento de este elemento no ha seguido el mismo camino que el de los otros compo-

El balasto constituye la parte más débil de la vía.

nentes de la vía. Dada la complejidad de su funcionamiento bajo las acciones a las que se encuentra sometido, sólo se han podido obtener resultados experimentales importantes sobre su naturaleza y granulometría (O.R.E., 1991a y 1991b).

El balasto está formado por un conjunto de partículas granulares de diferentes tamaños y formas. De por sí, constituye la parte más débil de la vía por su fácil degeneración, producida por las solicitaciones dinámicas a las que se ve sometido. Sus principales funciones se presentan en la figura 1.

Los estudios sobre la calidad de sus partículas se han centrado fundamentalmente en:

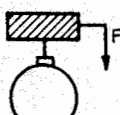
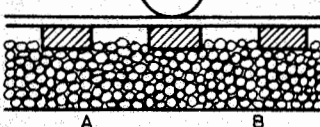

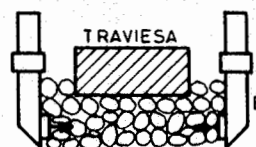
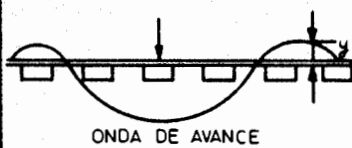
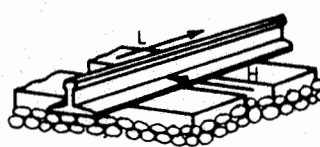

- Naturaleza de la roca madre de la piedra partida.
 - Resistencia de esta roca a compresión simple, al choque, al desgaste, y a la acción de la helada.
 - Limpieza y forma geométrica de las partículas.
- En cuanto a las características del conjunto integrado por esas partículas, éstos han abarcado:
- Curva granulométrica e índice de huecos del balasto.

Para conocer el mecanismo del comportamiento del balasto es necesario enmarcar el estudio dentro de la mecánica general de los medios gra-

¹ Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos por la E.T.S. de I. de C.C. y P. de Barcelona, de la Universidad Politécnica de Cataluña, 1989. Colabora con la Cátedra de Ferrocarriles del Departamento de Infraestructura del Transporte y del Territorio de esa Universidad, desde 1983. Desarrolla su actividad profesional en RENFE desde 1982, en el campo del Mantenimiento de la Infraestructura.

² Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, en la especialidad de Transportes. Durante 12 años desarrolló su actividad profesional en RENFE. Desde 1982 es Catedrático de Ferrocarriles en la E.T.S. de I. de C.C. y P. de Barcelona. Ponente habitual en Congresos, es autor de cerca de un centenar de publicaciones técnicas y de varios libros, incluyendo un Curso de Ferrocarriles en varios volúmenes.

Figura 1. Esquema primario para el establecimiento de las funciones y características del balasto (López Pita, 1985).

ELEMENTO QUE DESEN CADENA LA FUNCION	ESQUEMA DE ACTUACION	EXPRESION MATEMATICA	FUNCION A EXIGIR DEL BALASTO	FACTOR CONMENSURABLE
ACCIONES VERTICALES		$F = f(\sqrt{V, E})$	PROPORCIONAR ELASTICIDAD Y AMORTIGUAMIENTO	ESPESOR DE BALASTO
		—	RESISTENCIA A LA ABRASION	COEFICIENTE DEVAL
		$AB = f(h, E_b, E_p)$	DISMINUCION DE LAS PRESIONES SOBRE LA PLATAFORMA	ESPESOR DE BALASTO
ACCIONES HORIZONTALES		—	DIMENSIONES DUREZA	TAMAÑOS GRANULOMETRIA RESISTENCIA A COMPRESION DE LA ROCA
		$y = \delta(ji)$	RESISTENCIA AL CHOQUE	COEFICIENTE DE LOS ANGELES
ACCIONES HORIZONTALES		—	DIMENSIONES COMPACTACION	TAMAÑOS GRANULOMETRIA
ACCIONES CLIMATICAS		—	FILTRACION RESISTENCIA AL HIELO	GRANULOMETRIA RESISTENCIA A LOS SULFATOS

nulares, y centrarlo en el comportamiento del contacto entre partículas, las leyes tensión-deformación que lo gobiernan y sus características frente a rotura.

Mecánica de los medios discretos

a) Características geométricas y mecánicas

La partícula granular, como partícula elemental que constituye la capa de balasto, es un cuerpo sólido que viene definido por unas características geométricas y mecánicas que le son propias.

En los modelos de representación de los medios granulares discontinuos, el primer eslabón de su definición es la esquematización del contorno de las partículas (Fig. 2).

La definición de la caracterización del estado de rugosidad de la superficie de una partícula granular se puede realizar mediante un perfil de identi-

ficación, aplicando diferentes modelos matemáticos (Lorin, 1980).

b) Características del comportamiento del contacto entre partículas granulares

El comportamiento del contacto entre dos partículas granulares depende principalmente de tres factores: su estado geométrico, su comportamiento termo-mecánico y la presencia eventual de un material fluido.

Asimismo, ligados a la naturaleza de la superficie de los granos y a las sollicitaciones a las que se ven sometidos, aparecen los fenómenos de adherencia, deformacional, de rotura y de lubricación.

Fenómeno de adherencia

La adherencia es un fenómeno que produce cohesión entre el contacto de dos cuerpos. Es la característica que define la resistencia a los despla-

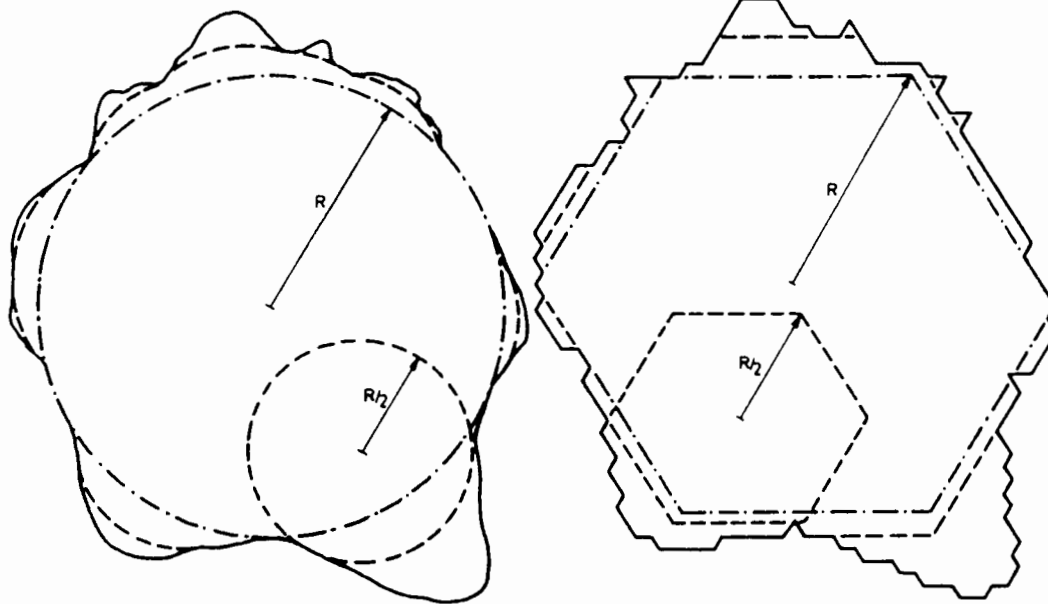


Figura 2. Discretización de una imagen plana de una partícula granular, mediante aproximaciones circulares o hexagonales (Lorin, 1980).

— Contorno de la imagen de un grano.

·-·-· Discretización por el mayor elemento de su estructura (círculo o hexágono) de radio $-R-$, inscrito en el contorno del grano.

---- Discretización por un elemento de radio $-R/2-$.

zamientos y está en relación directa con los esfuerzos de contacto.

Fenómeno deformacional

El fenómeno de deformación está directamente relacionado con el tipo de sollicitación que actúa sobre el contacto, y varía en función del mismo. En el caso de las partículas granulares del balasto, el fenómeno de deformación no es el preponderante.

Fenómeno de rotura

Los granos en el interior de su medio están sometidos a unas fuerzas en el contacto con los granos adyacentes. Estas pueden provocar una rotura local de asperezas o global de explosión del grano. Esta explosión se produce bajo la acción de esfuerzos localizados que no entrañan deslizamiento.

El desgaste de la superficie de contacto por rotura frágil entraña un desgaste granulométrico. Este fenómeno irreversible puede ser considerado como el parámetro principal de fatiga del balasto.

Fenómeno de lubricación

La lubricación es un fenómeno inducido por la presencia de un fluido entre las partículas, modificando las condiciones de adherencia de sus superficies y las de sus desplazamientos. El agua y las partículas microscópicas producidas por las microroturas de asperezas son los lubricantes naturales del balasto.

c) Leyes de tensión-deformación en el contacto

Del estudio de la mecánica de las partículas granulares y de su interacción a través de los contactos físicos que definen su comportamiento tenso-deformacional, se deduce la importancia de

la definición de unas leyes de tensión-deformación en esos contactos, como paso previo para poder conocer el comportamiento general del medio granular.

Si se considera que no existe fricción interfacial, que las constantes elásticas de ambos cuerpos son idénticas o que ambos materiales son incompresibles, entonces la tensión de contacto sólo tiene componente normal. En este sentido, se han desarrollado distintas leyes que aplicaban diferentes soluciones basadas en la teoría hertziana.

Si las constantes elásticas de ambos cuerpos son distintas y existe adherencia total en la interfase, entonces necesariamente la tensión interfacial tiene componentes tangenciales (teoría de Mindlin).

Investigaciones sobre los medios granulares

a) Modelos estáticos e hiperestáticos

Las primeras investigaciones sobre sistemas discontinuos trataron de determinar las fuerzas de contacto entre elementos rígidos de estibaciones regulares.

En general, se transformaba el sistema de esferas rígidas en una estructura reticulada espacial, a la que se aplicaba las teorías convencionales de los sistemas de barras. Los nudos se situaban en el centro de los elementos esféricos y eran rígidos. Los contactos eran rótulas que transmitían únicamente fuerzas de compresión y tangenciales, con las cargas exteriores concentradas en los nudos periféricos (Fig. 3).

b) Modelos elásticos con deslizamiento entre partículas

Consideraban un conjunto de partículas rígidas, en la hipótesis de que el mecanismo de deforma-

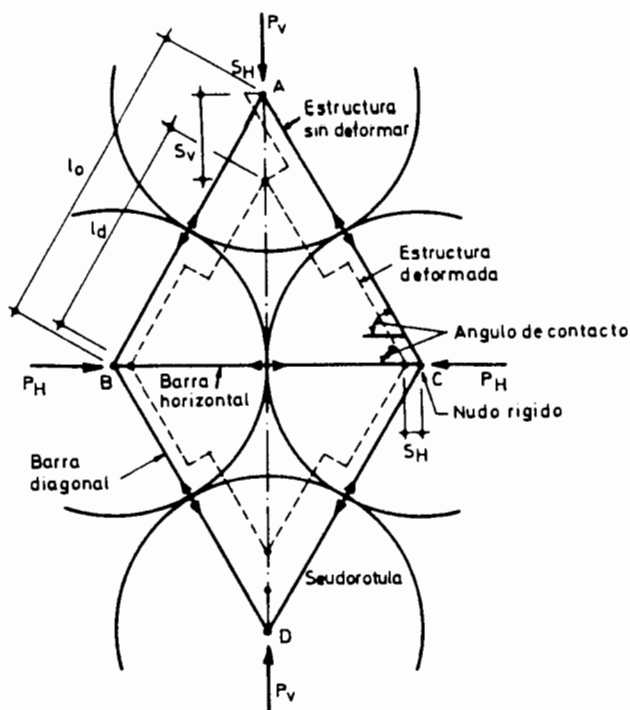


Figura 3. Modelo de esferas y estructuras de barras (Weseloh, 1967). A la derecha, figura 4. Trayectoria de máxima deflexión (Fletcher y Hamilton, 1971).

ción en los medios granulares se producía en términos de deslizamientos entre partículas, siendo las deformaciones elásticas despreciables. Se obtenían así las ecuaciones que resolvían el problema hiperestático. En este sentido, son de interés las teorías desarrolladas por Mindlin.

c) Modelos estadísticos

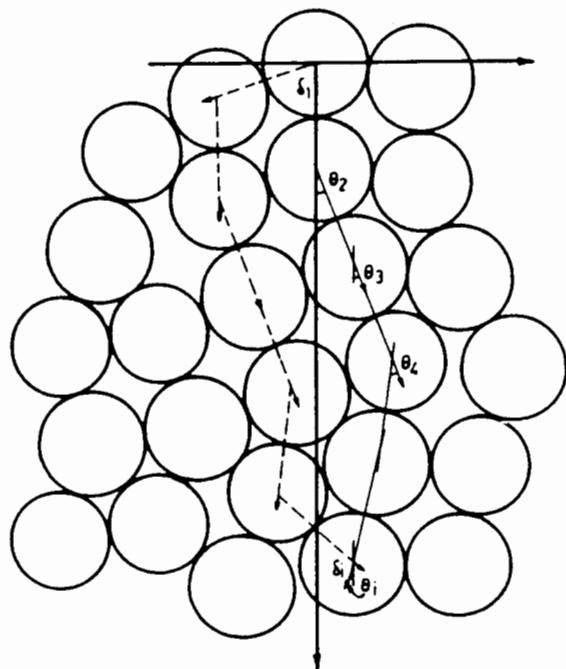
Se han estudiado desde esta línea de investigación, la distribución de los ángulos de los puntos de contacto en una masa granular. Se han predicho sus desplazamientos, aplicando diferentes curvas de distribución (Neuber, 1982). Se han desarrollado modelos de camino aleatorio crítico, para determinar los campos de deformaciones de medios granulares uniformes y redondeados (Fig. 4). Se ha aplicado también la metodología estadística para la evaluación de la rotura de granos, en las masas discretas sujetas a un determinado estado de tensiones (Auvinet y col., 1975).

d) Modelos tensoriales

Los trabajos de Oda (1982) y Satake (1982) han aplicado la mecánica probabilística en la formación del tensor de estructura que representa las propiedades geométricas de discontinuidad de masas fisuradas de roca y de materiales granulares.

e) Modelos analógicos

Son modelos que aplicando el fenómeno de escala, reproducen las dimensiones y propiedades del medio real al que tratan de representar. La medida de los desplazamientos de cada partícula se



puede hacer mediante técnicas fotogramétricas, y la de los esfuerzos de contacto entre granos mediante el análisis de las isocronas, producidas por la luz polarizada sobre el material fotoelástico (Travers y cols., 1988).

F) Modelos numéricos

Los modelos numéricos de discretización de los medios discontinuos, tratan de reproducir el comportamiento del medio granular real. La discretización de las partículas granulares puede realizarse mediante elementos, matemática y físicamente definidos.

A través del empleo de algoritmos de definición de su movimiento o interacción mecánica, se pueden realizar diferentes ensayos de «simulación» numérica.

De los modelos numéricos planteados y desarrollados hasta el momento para suelos granulares, pueden destacarse dos en particular: el método de Rodríguez Ortiz (Rodríguez Ortiz, 1974) y el método de los elementos discretos (D.E.M.) de Cundall (Cundall, 1986).

Método de Rodríguez Ortiz

Este autor planteó un modelo de generación aleatoria de un sistema de partículas de granulometría dada.

Una vez definido el modelo numérico de simulación del medio granular, desarrolló un modelo matemático que permitiera obtener fuerzas y deformaciones en un medio discontinuo y heterogéneo. Bajo condiciones de carga cualesquiera y abarcando un proceso de carga hasta rotura, aplicaba una formulación incremental.

El problema se podía plantear en términos de fuerzas o desplazamientos. Permitía obtener para cada partícula fuerzas de contacto, normales y tangenciales, desplazamientos, giros y deformaciones elásticas (acoplamiento y distorsión) de los contactos (Fig. 5). Incorporó el efecto de rodadura por superposición.

A través de un planteamiento matricial, obtenía las relaciones existentes entre las fuerzas de contacto y los corrimientos y giros elementales de las partículas. A partir de las condiciones de equilibrio para todas ellas, obtenía el sistema de las ecuaciones generales de compatibilidad del medio discreto.

El modelo numérico tenía sus condicionantes de precisión, estabilidad y tiempo de computación, por lo que sólo pudo analizar casos sencillos con un pequeño número de partículas.

Método de Cundall

Este autor planteó y desarrolló un modelo numérico discreto para conjuntos granulares que denominó «método de los elementos discretos».

Este método se basa en la aplicación de un sistema numérico explícito, en el que la interacción de las partículas se controla contacto a contacto, y su movimiento se simula partícula por partícula. Su interacción mutua se estudia como un problema transitorio, con estados de equilibrio que se desarrollan con el balance de fuerzas internas.

En el método de los elementos discretos, el equilibrio de las fuerzas de contacto intergranulares y los desplazamientos del conjunto de discos bajo tensión, se obtienen a través de una serie de cálculos basados en los movimientos de las partículas individuales.

En este sistema dinámico, los incrementos de tiempo deben tomarse de tal forma que las velocidades y aceleraciones provoquen un comportamiento constante. Durante el mismo, las perturbaciones se propagan sólo de un disco a otro que se encuentre en sus inmediaciones.

Otras metodologías numéricas

En los últimos años se han ido desarrollando metodologías numéricas para estudiar a escala microestructural el comportamiento del suelo.

Cabe destacar los trabajos publicados por Mróz y col. (1982) sobre el flujo de un material granular en el movimiento que se produce durante la operación del vaciado de un silo; por Ai (1985) sobre el colapso de un conjunto de discos rígidos en contacto, bajo la aplicación de un sistema de fuerzas exteriores, y por Gili (1988) sobre un modelo numérico para estudiar el suelo no saturado.

Investigaciones sobre el comportamiento del sistema balasto-plataforma

En el primer período, son de destacar las investigaciones realizadas por Talbot (1920) sobre la forma de trabajo de los materiales granulares. Posteriormente Milosevic (1971), intentó de forma teórica explicar la distribución de presiones en el interior del balasto. Suponía que la presión se

transmitía en forma de un cono de distribución, cuyas generatrices eran hipérbolas.

A mediados de los años 60, se aplicaron teorías elásticas para el cálculo de los esfuerzos sobre la plataforma. Al mismo tiempo, y siguiendo la experiencia de la carretera, el ferrocarril empezó a utilizar el método del CBR para evaluar la capacidad portante de su infraestructura.

La hipótesis fundamental del método se basaba en suponer, que el sistema balasto-plataforma era un semi-espacio indefinido de Boussinesq, en el cual el estado tensional no depende del módulo de elasticidad del mismo. La aplicación de esta teoría presentaba ciertas limitaciones. Para solucionar este problema, Eisenmann (1974) propuso

Figura 5. Definición geométrica de los movimientos elementales de las partículas (Rodríguez Ortiz, 1974).

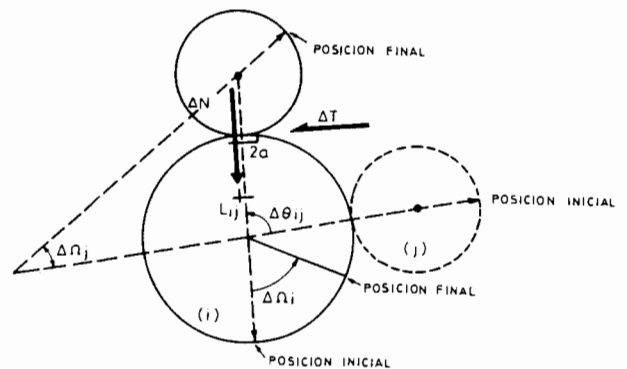
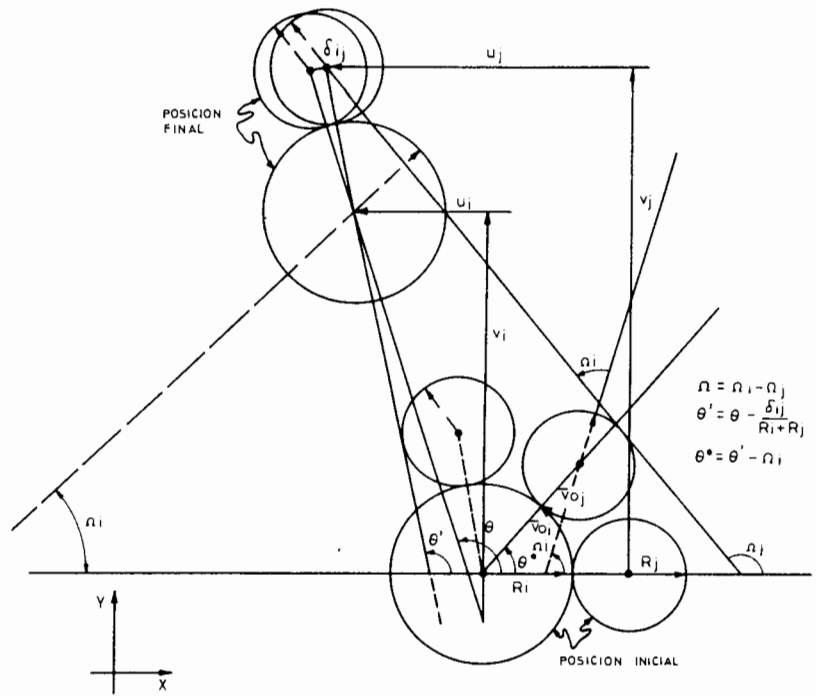
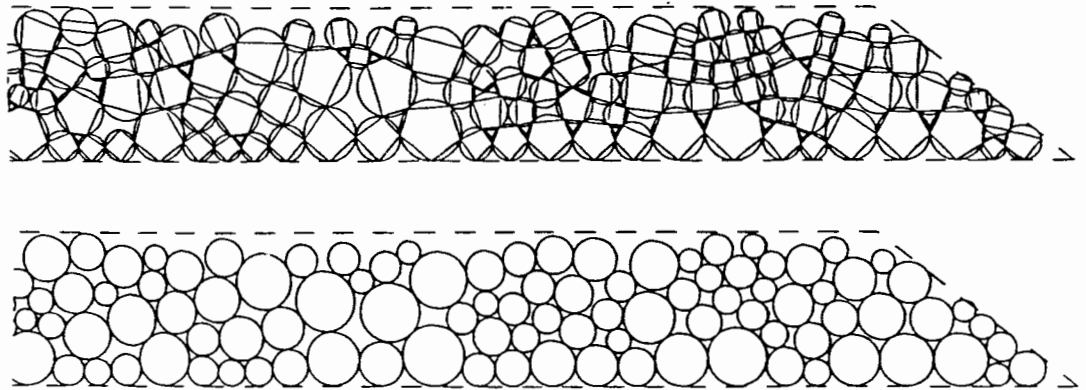


Figura 6. Secciones de la banqueta de balasto simuladas por el modelo. Discretización del interior de la muestra banqueta de balasto. Simulación de partículas de aristas vivas, a partir de las circulares (Estradé, 1989).



la adopción de un sistema bi o tricapa para el conjunto balasto-plataforma.

Si se considera la sección transversal de una vía, se detectan en el balasto tres zonas claramente diferenciadas con valores del módulo de elasticidad diferentes. Esta situación real limita la aplicación de las teorías elásticas, por lo que resultaba necesaria la utilización de nuevas metodologías.

En este sentido, López Pita y col. (1977) analizaron la deformabilidad del sistema balasto-plataforma mediante el método de los elementos finitos. Efectuaron una discretización de la sección transversal, y asignaron valores del módulo de elasticidad variables a cada una de las zonas antes citadas. Los resultados obtenidos pusieron de manifiesto el interés de conseguir la homogeneización transversal resistente de la capa de balasto.

En esta misma línea, Yang y cols. (1984) aplicaron el método de los elementos finitos para determinar los asentamientos de la vía, y las presiones sobre el balasto y la plataforma. Para ello, determinaron experimentalmente los valores característicos de ambos componentes. De esta forma, pudieron comprobar si los efectos dinámicos ejercen una influencia considerable sobre el comportamiento sustentador de la superestructura.

Los modelos desarrollados hasta ese momento iban dirigidos fundamentalmente a establecer leyes constitutivas del balasto en términos de parámetros del continuo, como tensiones y deformaciones. Sin embargo, los valores de esos parámetros no existen en cada punto porque el medio granular es discreto.

Sin embargo, Estradé (1989) ha desarrollado una metodología que considera en su formulación el carácter de medio discreto del balasto. Consideró el balasto como un conjunto de elementos individuales en contacto, planteando un sistema numérico bajo la óptica de la microestructura real.

Para ello diseñó un modelo de generación aleatoria de la capa de balasto, mediante la colocación de partículas en contacto y siguiendo una curva granulométrica al azar de un huso tipo ferroviario. Aplicó el modelo para una sección trans-

versal de balasto de dimensiones reales, apoyando sobre ella una traviesa bibliotéca de hormigón.

Simulaba las partículas reales de balasto por dos tipos de elementos: esféricos y angulosos. Las partículas angulosas se construían a partir de las esféricas, uniendo sus puntos de tangencia por segmentos (Fig. 6).

Bajo un análisis bidimensional se analizaron los parámetros estadísticos del número de partículas y de los contactos totales en cada muestra obtenida. Asimismo, el modelo permitió evaluar los rangos de variación de porosidad de dichos grupos de muestras, tanto para las partículas circulares como angulosas (Estradé y col., 1990).

Posteriormente, aplicó el método de los elementos discretos junto con el criterio de rotura de Marsal, de cara a determinar el porcentaje de rotura de partículas, que presenta la capa de balasto bajo la acción de determinadas cargas de tráfico.

En base a lo anterior, estudió la variación de tres parámetros: rozamiento intergranular, distribución de carga en el contacto balasto-plataforma y porcentaje de rotura de partículas (Fig. 7).

Este modelo permitió comprobar la heterogeneidad geométrica y resistente de la capa de balasto. Asimismo, el enfoque de ese estudio, basado en el carácter de medio discreto del balasto, permitió estudiar fenómenos como la contaminación de las partículas del balasto, un deficiente apoyo de las traviesas y la rotura de las partículas granulares. Estos fenómenos inciden directamente en la respuesta del sistema balasto-plataforma, especialmente en cuanto al deterioro de la calidad geométrica de la vía.

En este sentido, Selig y col. (1991) han estudiado recientemente de forma experimental las fuentes y causas de la colmatación del balasto. Del mismo han concluido que la mayor parte de las partículas de colmatación (76 %) proviene de su rotura y descomposición. Estos resultados han confirmado la importancia del fenómeno de rotura en el comportamiento deformacional del balasto, y la necesidad de profundizar en el conocimiento del mecanismo de su aparición y desarrollo (Fig. 8).

Análisis crítico de las metodologías aplicadas al estudio del balasto

El balasto es un medio granular compuesto por partículas distintas geoméricamente, que se movilizan independientemente unas de otras, e interaccionan sólo en los puntos de contacto. Ofrece por ello, tanto en sus características como en su comportamiento, un carácter discreto como medio, presentando una compleja respuesta bajo condiciones de carga y descarga.

Han sido muchos los planteamientos desarrollados a lo largo de las diversas investigaciones. Estudios analíticos y experimentales con sus correspondientes limitaciones se han ido aplicando con menor o mayor fortuna.

En general, esos estudios han ido dirigidos a establecer leyes constitutivas del medio discreto en términos de parámetros del continuo, como tensiones, deformaciones, relación de vacíos y tensor de estructura. Esos valores de los parámetros del continuo no existen en cada punto porque el medio es discreto, por lo que deben considerarse valores ficticios.

En muchos casos, las tensiones y deformaciones interiores de las muestras del medio granular estudiado, se deducen de las medidas de las cargas y desplazamientos del contorno. Sin embargo, dado que el comportamiento discontinuo y no homogéneo puede presentarse dentro de la muestra sin que este fenómeno se manifieste en el contorno, estas metodologías no pueden detectar su comportamiento integral.

Para poder estudiar el interior de los medios granulares se han desarrollado metodologías experimentales que emplean materiales especiales (modelos analógicos).

A su vez, se han desarrollado métodos de transferencia de los valores obtenidos para pasar de la microescala al continuo, mediante la aplicación de valores promedio (modelos estadísticos).

De todas formas, resulta muchas veces difícil interpretar esos valores medios en el dominio de una muestra, cuando se producen discontinuidades localizadas en los valores de los parámetros representativos (cargas y desplazamientos). Por ello, el atribuirles un sentido continuo a estos va-

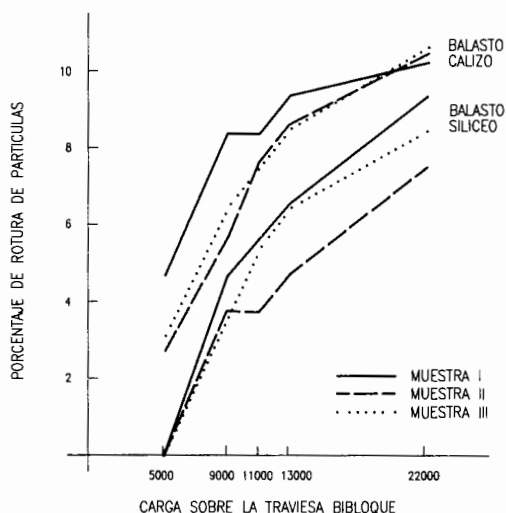


Figura 7. Representación gráfica de la relación entre el porcentaje de rotura de los contactos entre partículas y el nivel de sollicitación que actúa sobre el balasto calizo y silíceo (López Pita y Estradé, 1991).

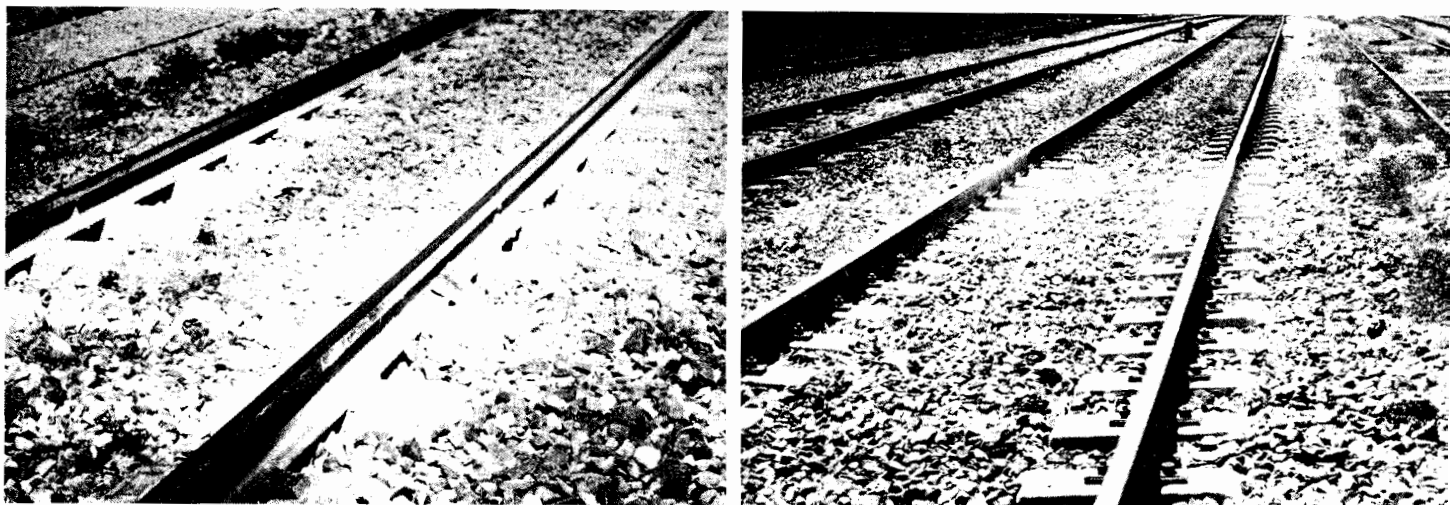
lores es conceptualmente delicado y muchas veces no representativo.

La aplicación reciente de la metodología numérica ha ayudado a mejorar los anteriores métodos desarrollados para estudiar el interior de las muestras de medios granulares.

El estudio de los medios granulares como un conjunto de elementos individuales en contacto, permite plantear el problema bajo la óptica de la estructura real. Se evita así la necesidad de tener que simular el medio discreto como un medio continuo representativo de propiedades y comportamiento idénticos. Este nuevo planteamiento ha permitido una mayor aproximación al medio real. Se pueden estudiar actualmente aspectos inalcanzables hasta ese momento desde un punto de vista teórico.

La no linealidad geométrica y constitutiva de los modelos que se desarrollan para el caso de la banqueta de balasto, aconsejan la utilización de los métodos numéricos explícitos frente a los implícitos.

Figura 8. Fenómeno de colmatación del balasto por rotura de sus partículas granulares.



Conclusiones

Las líneas de investigación que aplican la metodología numérica, han abierto una nueva vía de trabajo muy prometedora. En base a la documentación bibliográfica conocida, puede decirse que por primera vez han permitido plantear en el campo de la investigación ferroviaria, el estudio de la banqueta de balasto como un sistema discreto formado por partículas elementales.

Incluso esta metodología ha permitido estudiar el fenómeno de rotura de partículas, muy difícil de llevar a cabo con cualquier otra metodología de trabajo.

A modo de conclusión puede señalarse que la sencillez conceptual y operativa de los métodos numéricos justifica su utilización en el estudio del comportamiento tenso-deformacional del balasto. Posibilita su simulación y visualización a escala real, cosa que no puede realizarse en general por otros métodos.

Las aplicaciones de las nuevas metodologías numéricas pueden ser múltiples y podrán completar de forma muy importante los estudios experimentales de optimización del diseño de la vía, en aras a poder reducir sus costes de mantenimiento.

Estos planteamientos están en línea con la tendencia general de invertir en sistemas de decisión, sobre cuando se debe proceder al mantenimiento o sustitución de los componentes de la vía, tendencia que está prevaleciendo actualmente sobre la que podría ser opuesta, de invertir en métodos de realización de operaciones de mantenimiento con costes más reducidos.

En consecuencia, cabe esperar que en los próximos años se haga mayor énfasis en el desarrollo de metodologías de auscultación, inspección y previsión del comportamiento de la superestructura de la vía. Estos deberán apoyarse en modelos como el que, en el caso del balasto, se ha apuntado en el presente trabajo. ■

Referencias

1. Ai, M. (1985). On mechanics of two-dimensional rigid assemblies. *Soils and Foundations*, 25, p. 49-62.
2. Auvinet, G. G., Marsal, R. J. (1975). Statistical model of grain breakage. V Pan. Am. Conf. Soil Mech. Found. Eng. Buenos Aires. Paper 10.
3. Cundall, P. A. (1986). Distinct element models of rock and soil structure analytical and computational methods in engineering rock mechanics. Ed. E. T. Brown. Imperial College. London, p.1-224.
4. Eisenmann, J. (1974). Forschungsarbeiten, auf dem gebiet des Eisenbahnunol strassenoberbaues. Verlag Von Wilhelm Ernst and Sohn. Berlin. München. Düsseldorf.
5. Estradé, J. M. (1989). Contribución al conocimiento del mecanismo de deterioro de la geometría de la vía, por el análisis del comportamiento en rotura de los materiales que forman la capa de balasto. Tesis Doctoral. E.T.S.I.C.C. y P. Barcelona.
6. Estradé, J. M., López Pita, A. (1990). Aplicación de un modelo numérico para el estudio del comportamiento del balasto como medio discreto. Planteamiento de un análisis de rotura intergranular. I Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. Gran Canaria. España, p. 484-490.
7. Fletcher, E. H., Hamilton, E. F. (1971). Random walk model of ideal granular mass. *J. Soil Mech. Found. Div Asce. SM.* 10, p. 1379-1392.
8. Gili, J. A. (1988). Modelo microestructural para medios granulares no saturados. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona.
9. López Pita, A., Otero, C. (1977). Análisis de la deformabilidad vertical de una vía férrea mediante el método de elementos finitos. *A. I. T.*, n.º 15.
10. López Pita, A. (1985). Interacción vía-vehículo. Tomo VIII. Servicio de Publicaciones. Revista de Obras Públicas. Madrid.
11. López Pita, A., Estradé, J. M. (1991). Methode zur untersuchung des verschlechterungsmechanismus der schotterschicht unter dem einwirken der verkehrslasten. Untersuchungen zum verformungsverhalten von eisenbahnschotter. *Lothar Mattner. Technische Universitat Munchen*, n.º 6, p. 1-18.
12. Lorin, D. (1980). Contribution à l'étude du comportement des milieux pulvérulents micro-rhéologie et état statistique des milieux granulaires. Thèse. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. Paris.
13. Milosevic, B. (1971). Determination de l'épaisseur de la couche de ballast. *Bulletin de l'AI du Congrès des Chemins de Fer*, n.º 9.
14. Mróz, Z., Zubelewicz, A. (1982). On initiation of flow of granular materials from hoppers. *IUTAM. Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials. Delft.*, p. 569-577.
15. Neuber, H. (1982). Combined investigations in statistical mechanics and continuum mechanics for predicting the behaviour of granular media in construction problems. *IUTAM. Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials. Delft*, p. 43-52.
16. Oda, M. (1982). Geometry of discontinuity and its relation to mechanical properties. *IUTAM. Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials. Delft*, p. 53-61.
17. O.R.E. (1991a). Etude de la qualité actuelle du ballast et des conditions de réception. *Rapport D182/RP1*.
18. O.R.E. (1991b). Apréciation de l'état du ballast en voie. *Rapport D182/RP2*.
19. Rodríguez Ortiz, J. M. (1974). Estudio del comportamiento de medios granulares heterogéneos mediante modelos discontinuos analógicos y matemáticos. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.
20. Satake, M. (1982). Fabric tensor in granular materials. *IUTAM. Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials. Delft*, p. 63--68.
21. Selig, E. T., Dello Russo, V. (1991). Sources and causes of ballast fouling. *Area Bulletin* 731, n.º 5, p. 145-157.
22. Talbot, A. (1920). Stress in railroad track. Progress report on stresses in railroad track. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 82.
23. Travers, T., Ammi, M., Bideau, D., Gervois, A., Lemaitre, J., Messager, J. C., Troadee, J. P. (1988). Compression de milieux granulaires modèles à deux dimensions. *Revue Française de Géotechnique*, 43, p. 21-34.
24. Weseloh, K. (1967). Scherverhalten regelmässiger Kugelpackungen in Biaxialversuch. *Veröff des Inst. Für Bodenmech. und Felsmechanik. Karlsruhe Heft*, 31, p. 61-88.
25. Yang, F. L., Schmutz, G., Bürkli, T. (1984). Sanierung eines Bahngleises auf weichem untergrund. *Schweizer Ingenieur und Architekt*, 2, p. 101-105.

Las líneas de investigación que aplican la metodología numérica han permitido plantear el estudio de la banqueta de balasto como un sistema discreto formado por partículas elementales.