

# MEDIDA DE LA DEFORMABILIDAD DE SUELOS MEDIANTE EL EQUIPO DE COLUMNA RESONANTE

Josep Suriol Castellví,  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

## Introducción

Este artículo trata de presentar al equipo de columna resonante como técnica de ensayo ya establecida en los laboratorios de mecánica del suelo. Quizá en España no se ha utilizado todavía tanto como en otros países, sin embargo es razonable pensar que su utilización se acrecentará en un futuro próximo.

El presente artículo se estructura en base a los siguientes apartados:

1. Antecedentes previos: se presenta al equipo de columna resonante como complemento a otras técnicas de medida de módulos en suelos.

2. Principio de funcionamiento: se mostrarán las bases físicas de su funcionamiento, así como las expresiones que permiten el cálculo y obtención de resultados.

3. Procedimiento de ensayo: se presenta una descripción del aparato, así como detalles relevantes de su puesta en funcionamiento y sus limitaciones.

4. Aplicación a un caso real: se indica un caso de aplicación (túnel urbano) donde se obtuvo la curva módulo-deformación en un amplio rango de deformaciones. Ello posibilita la utilización del análisis no-lineal en la previsión de deformaciones.

En el apartado de conclusiones se resaltan aquellos aspectos más relevantes que se concretan en este artículo.

## Antecedentes previos

Es conocido que la rigidez del suelo disminuye con la deformación, ello es debido a la no lineali-

**La rigidez del suelo disminuye con la deformación, debido a la no linealidad del comportamiento tenso - deformacional.**

dad del comportamiento tenso-deformacional del suelo. Este hecho se pone de manifiesto, por ejemplo, en el caso de asentamientos causados por una cimentación superficial, donde se comprueba que lejos de la cimentación (por estar el suelo sometido a tensiones bajas) las deformaciones y asentamientos son menores que los predichos utilizando la teoría elástica lineal.

En la fig. 1 (Gili et al., 1982) puede verse la curva tensión deformación típica de un suelo sometido a ensayo triaxial no drenado; la gráfica a dos escalas permite constatar la no linealidad del comportamiento que se extiende a deformaciones muy pequeñas.

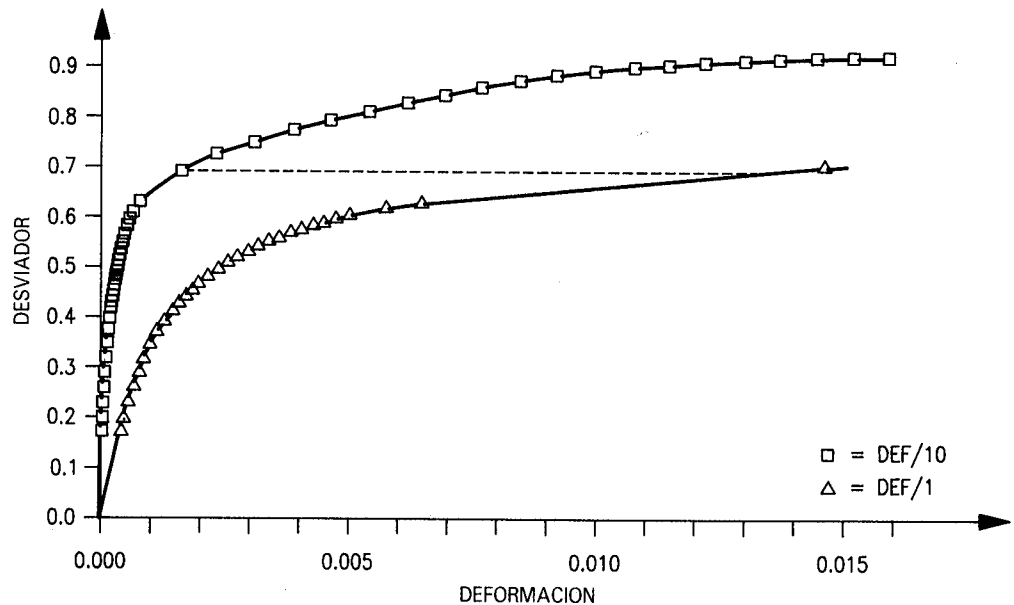
En la fig. 2 (Ledesma, 1987) se muestra el caso de un túnel en el que se han dibujado los contornos de igual deformación. Se puede ver claramente las zonas afectadas por la excavación, así como la deformación prevista con el análisis lineal.

El conocimiento de la variación del módulo con la deformación permite la utilización de métodos de análisis no lineales, en los que el valor del módulo en cada punto se ajusta según su nivel de deformación en un proceso iterativo. Evidentemente la calidad de los resultados será mejor.

La determinación del módulo puede realizarse «in situ» mediante medida directa (placa de carga), geofísica (cross-hole, sísmica de refracción, etc.), ensayos presiométricos o bien mediante correlaciones con los resultados de los ensayos de penetración. En general este tipo de determinaciones están asociadas a un rango de deformación limitado. Otra posibilidad consiste en utilizar métodos numéricos o analíticos para obtener los valores del módulo que reproduzcan mejor unos determinados movimientos «in situ» producidos por sollicitaciones conocidas (por ejemplo excava-

(1) E.T.S. Ingen. Caminos, Canales y Puertos de Barcelona. Profesor Titular ESC. Univ. UPC.

Figura 1. Curva típica Desviador-Deformación vertical de ensayo no drenado (Gili et al 1982).



ciones) y que puedan medirse con la instrumentación adecuada: extensómetros, inclinómetros, etc (Ledezma, 1987). Estas técnicas son de gran utilidad si se conocen este tipo de medidas, lo cual no ocurre con frecuencia.

Los ensayos de laboratorio tradicionalmente han proporcionado valores poco representativos del módulo elástico, fundamentalmente por dos factores: por la alteración del suelo durante el muestreo y por la dificultad de medidas de pequeñas deformaciones (inferiores al 1 %). Sin embargo el laboratorio tiene la ventaja de poder controlar con precisión las condiciones de realización del ensayo, lo cual resulta atractivo a la hora de reproducir las acciones a las que va a estar sometido el terreno.

Atkinson y Salfords (1991), presentan diversos métodos para obtener la curva módulo-deforma-

ción en un suelo; tanto en el laboratorio como «in situ». Asimismo se discuten los diferentes aparatos y técnicas utilizadas en los intervalos de deformación correspondientes a cada caso (fig. 3).

Son de destacar los métodos que en el triaxial convencional miden la deformación directamente sobre la probeta, y que se indica como triaxial especial (Jardine et al., 1984). Ello supone una complicación en el montaje de ensayo, dado que entre el suelo y el elemento de medida se halla necesariamente la membrana elástica que rodea la probeta. Además la instrumentación de medida es compleja y de difícil adecuación a la célula convencional.

El equipo de columna resonante permite obtener módulos de rigidez, así como la respuesta dinámica del suelo (coeficiente de amortiguamiento) cuando es sometido a carga cíclica. Los mó-

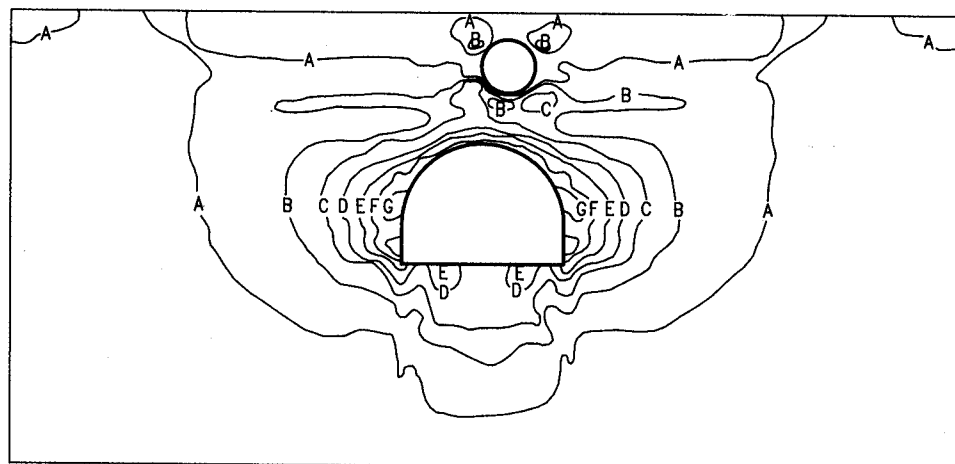


Figura 2. Contornos de puntos de igual deformación principal mayor debido a la excavación del túnel (Ledezma 1987).

Figura 3. Curva módulo de corte-deformación. (Atkinson y Salfords 1991).

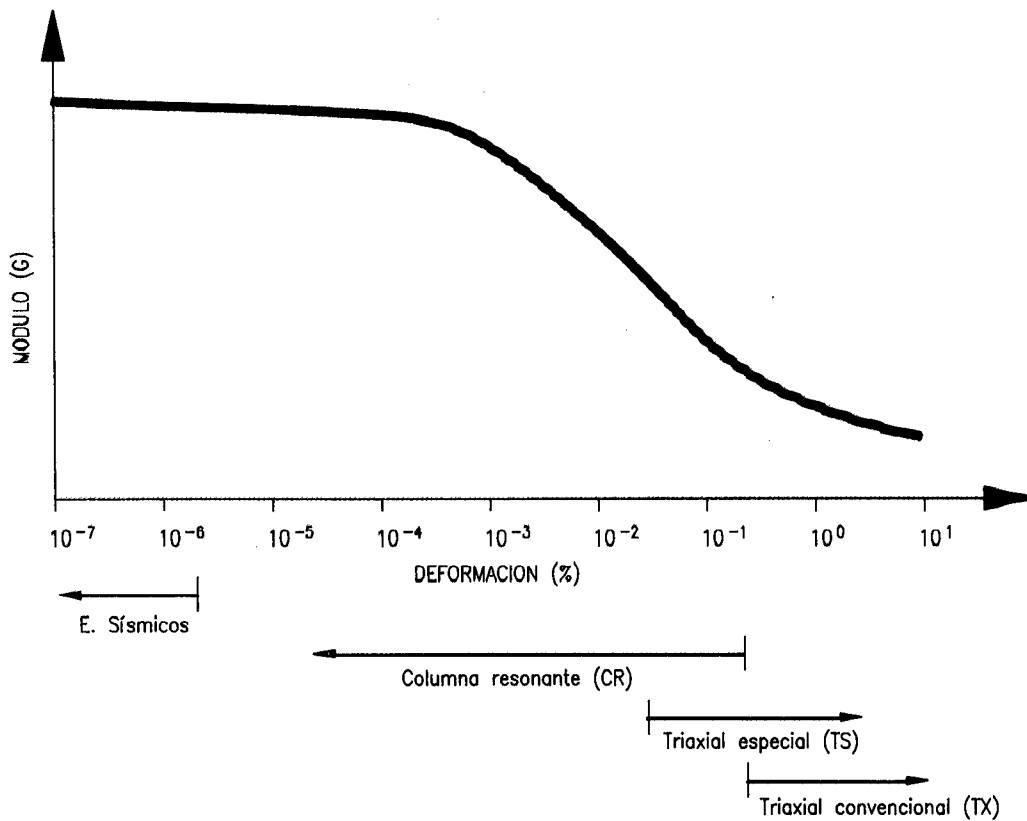
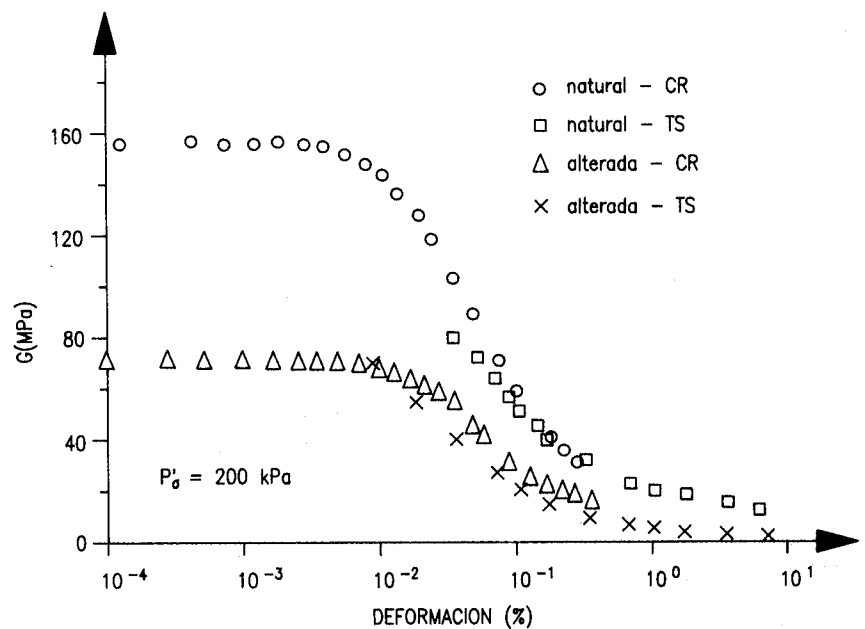


Figura 4. Variación del módulo de corte en la arcilla de Todi con pequeñas deformaciones. (Georgiannou et al 1991).



dulos de rigidez se obtienen en un amplio rango de deformaciones menores que el triaxial convencional, no se alcanzan sin embargo las pequeñas deformaciones que inducen los ensayos sísmicos.

Aunque el equipo electrónico a utilizar en la columna resonante es complejo la metodología de ensayo es relativamente más simple que en el triaxial con medida interna de deformaciones, dado que se simplifica notablemente la preparación de la probeta.

Resulta de gran interés, para abarcar un amplio rango de deformación, obtener el solape entre la curva módulo-deformación obtenida con el aparato de columna resonante, y la que puede obtenerse con el triaxial convencional.

En la fig. 4 pueden verse los resultados obtenidos con arcillas de Todi por Georgiannou et al., (1991). Puede apreciarse la correspondencia entre los resultados obtenidos con el aparato de columna resonante y los obtenidos con el aparato triaxial. Todo lo dicho anteriormente justifica la utilización del aparato de columna resonante en la mayoría de estudios geotécnicos. Aunque el coste sea más elevado que el triaxial convencional, no lo es comparado con el coste de ensayos realizados «in situ» mencionados anteriormente. Por otra parte proporciona una información única no alcanzable por otros métodos, como es el rango de deformación indicado en la fig. 3.

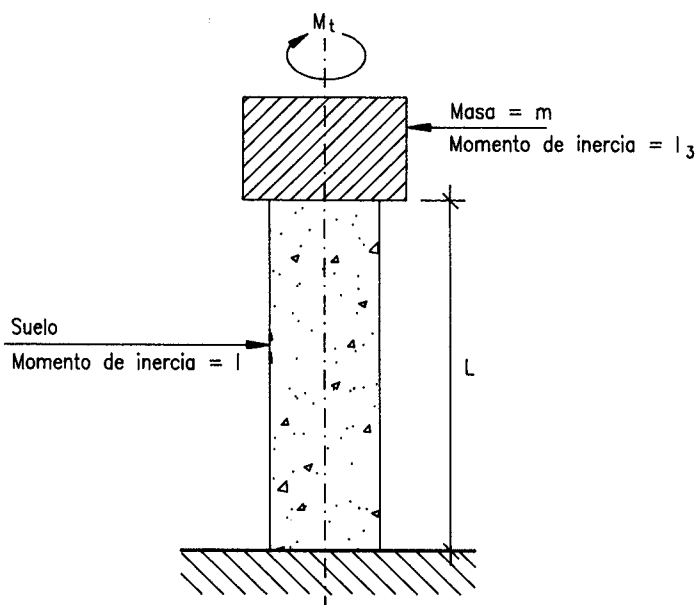


Figura 5. Esquema mecánico del dispositivo.

### Principio de funcionamiento

El aparato de columna resonante clásico se debe a los desarrollos de Richard (1970); Drnevich (1978); Anderson y Stokoe (1978).

Su funcionamiento se basa en la transmisión de las ondas de corte a través del suelo. Se sabe que la velocidad de transmisión de la onda de corte en un medio continuo, elástico homogéneo e isótropo, viene dado por la expresión:

$$V_s = \sqrt{G/\rho} \quad (1)$$

donde:

- $v_s$  = velocidad de transmisión
- $G$  = módulo de rigidez del corte
- $\rho$  = densidad del medio.

En el caso de una probeta cilíndrica fija en un extremo y sometida a una sollicitación de corte cíclica en el extremo opuesto, la velocidad de transmisión y la geometría de la probeta determinan una frecuencia de resonancia. Fijando la altura de la probeta, la frecuencia de resonancia dependerá del módulo de rigidez; es decir se establece una relación biunívoca entre la frecuencia de resonancia y el módulo de rigidez.

Desde un punto de vista mecánico, el sistema de columna resonante es de oscilación forzada con un grado de libertad. Para un sistema como el mostrado en la fig. 5, en el caso de un material perfectamente elástico, la ecuación de equilibrio dinámico (en condiciones de resonancia) viene dada por la expresión (Das. 1983):

$$2\pi fr \cdot L \sqrt{\rho/G} \cdot \tan(2\pi fr \sqrt{\rho/G}) = \frac{1}{I_0} \quad (2)$$

siendo:

- $I$  = Momento polar de inercia de la probeta respecto a su eje.
- $I_0$  = Momento polar de inercia del conjunto móvil respecto a su eje.
- $fr$  = frecuencia de resonancia
- $\rho$  = densidad de suelo
- $L$  = altura de la probeta

La ecuación (2) es de tipo «implícita» ( $x - \tan x = 1/I_0 L$ ) resolviéndola por métodos numéricos da aproximadamente:

$$G = k_1 \cdot fr^2 \quad (3)$$

donde  $k_1$  incluye los valores de  $I_0$ ,  $I$ ,  $\rho$ , que son constantes para un ensayo determinado.

La condición de resonancia establece que con un aporte de energía dado se obtiene la máxima deformación.

En principio se considera independiente el módulo de rigidez de la frecuencia (para una deformación determinada). Burghignoli et al., (1991) muestran en la fig. 6 que el efecto de la variación del módulo con la frecuencia es mucho menor que el efecto de la magnitud de la deformación. Ello autoriza a no tener en cuenta, a efectos de cálculo, el citado efecto.

La sollicitación cíclica de corte aplicada al extremo superior de la probeta genera una deformación angular en ella. El valor de esta deformación no es constante en todos los puntos de la probeta. Por consiguiente deberá utilizarse el concepto de deformación angular media. A partir de la fig. 7 puede seguirse el proceso para su obtención.

La medida del desplazamiento angular se realiza a través de un acelerómetro. Mediante una doble integración de la aceleración se obtiene el desplazamiento angular en cabeza.

El valor del desplazamiento máximo es el producto del radio ( $R$ ) por el ángulo ( $\delta$ ). Por tanto la deformación será:

$$\gamma_{max} = \frac{R \cdot \delta}{L} \quad (4a)$$

Por geometría

$$\bar{\gamma} = \frac{2}{3} \gamma_{max} \quad (4b)$$

Con lo cual

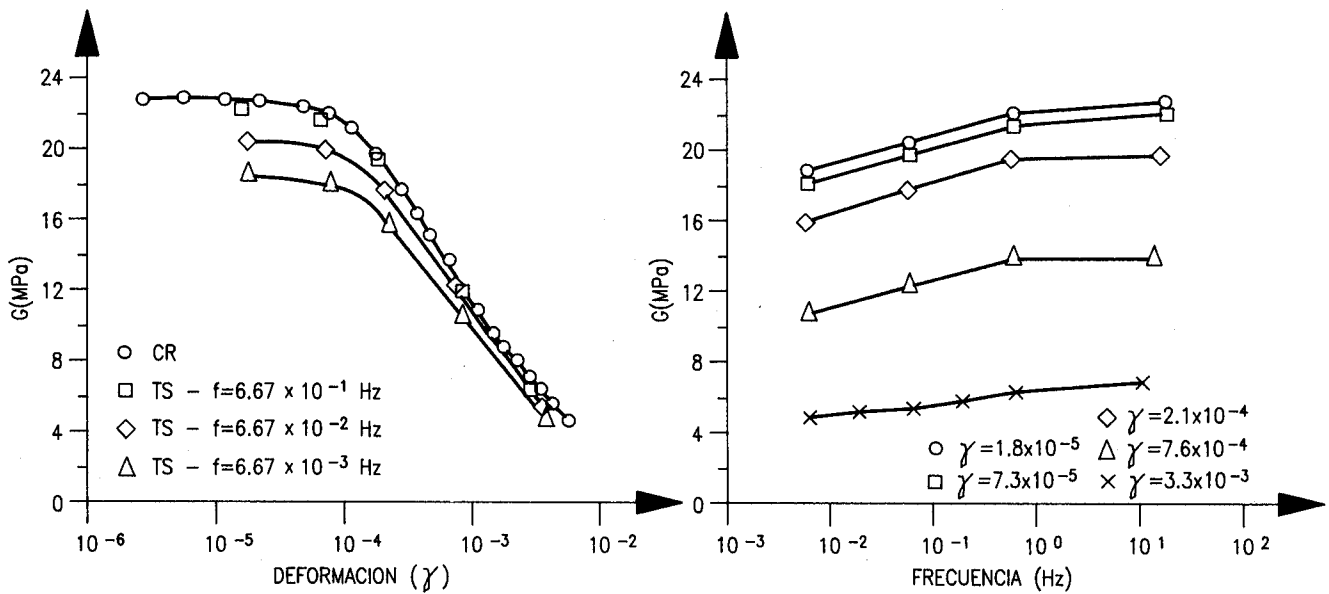
$$\bar{\gamma} = \frac{2}{3} \cdot \frac{R \cdot \delta}{L} \quad (4c)$$

o bien

$$\bar{\gamma} = k_2 \cdot \frac{V_e}{f_r^2} \cdot \frac{2R}{3L} \quad (5)$$

donde:

- $R$  = radio de la probeta
- $\delta$  = ángulo de desplazamiento
- $V_e$  = valor eficaz de la tensión eléctrica de salida del acelerómetro
- $f_r$  = frecuencia de resonancia



$k_2$  incluye la distancia del acelerómetro al eje, así como los valores de conversión aceleración-tensión que se pueden obtener mediante calibración con un material conocido (probeta de aluminio).

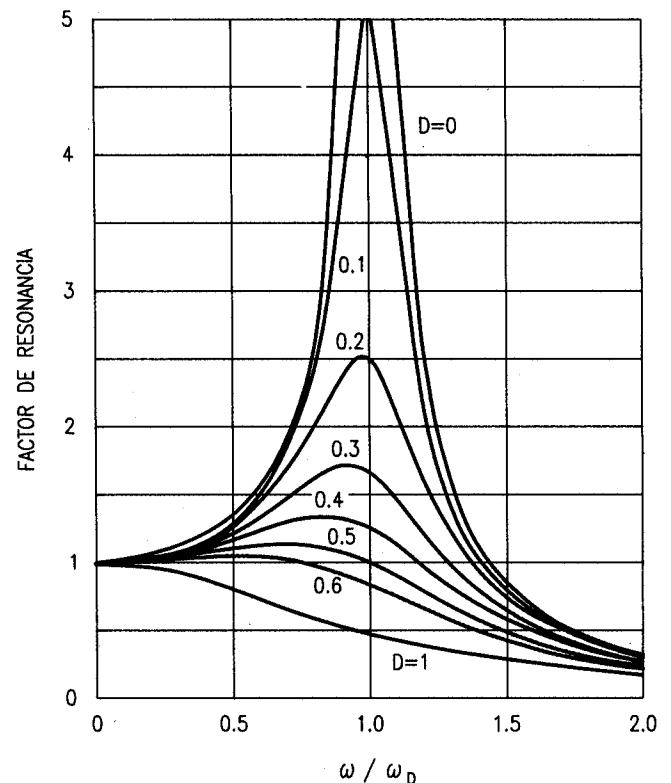
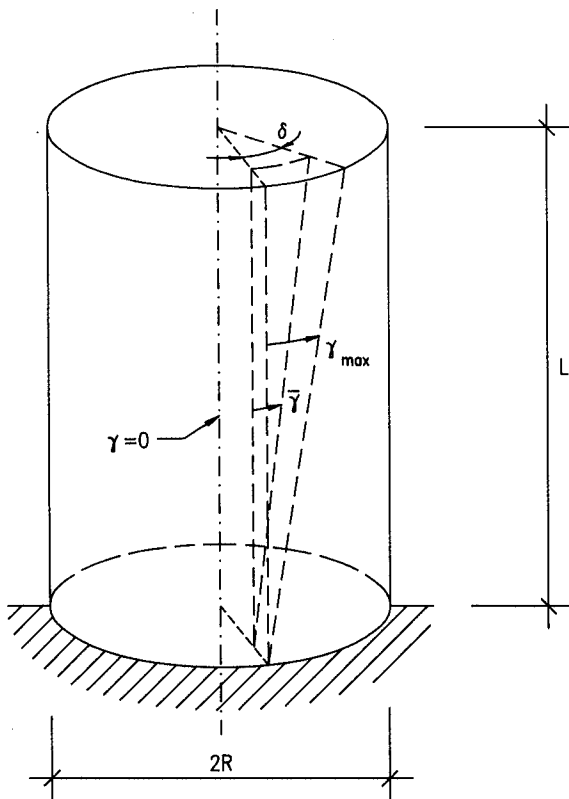
La frecuencia de resonancia se obtiene variando la frecuencia de oscilación hasta que la respuesta (en términos de deformación angular del suelo) está en fase con la excitación (en términos

de momento torsor). La composición en el plano del par torsor y el ángulo girado dará una elipse cuando se alcance la condición de resonancia.

La expresión para la obtención del módulo de rigidez al corte (3), es válida para el caso de un comportamiento elástico perfecto, sin embargo para valores pequeños del amortiguamiento el error que se comete es de escasa importancia. En

Figura 6. Influencia de la deformación y la frecuencia en el módulo de corte.

Abajo, figura 7. Descripción geométrica de la deformación angular en la probeta. A la derecha figura 8. Influencia de la pulsación en el factor de resonancia.



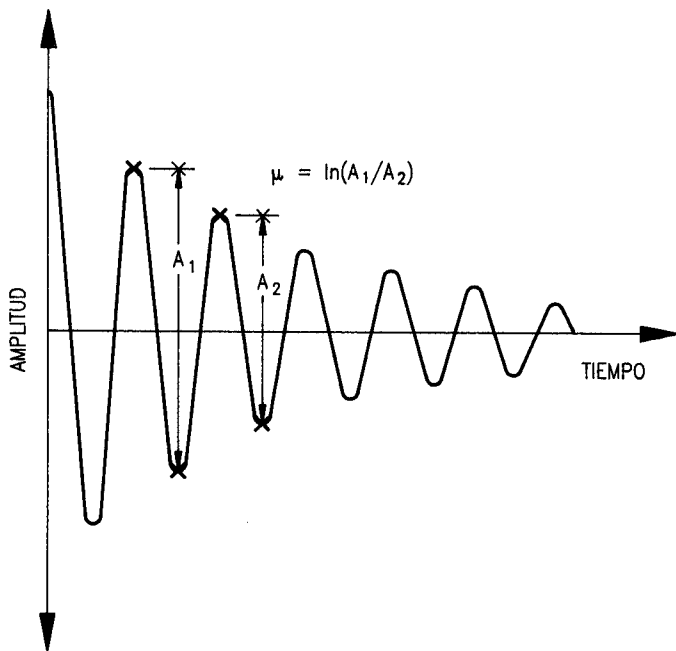


Figura 9. Decrecimiento logarítmico de la amplitud de la oscilación con el tiempo.

la fig. 8 (Das 1983) puede verse la influencia del amortiguamiento (D) en el factor de resonancia.

El factor de resonancia es la relación entre la deformación que experimenta la probeta bajo una carga cíclica y la deformación elástica bajo una carga estática constante de igual amplitud que la cíclica. Puede observarse el desplazamiento de

los picos de resonancia con valores crecientes del amortiguamiento, el factor de resonancia, cuando el medio es elástico y sin amortiguamiento, tiende a infinito para la pulsación natural «w<sub>n</sub>». La pulsación «w» es la obtenida en el ensayo. Morris (1990) propone una forma automática de trazar estas curvas mediante un sistema de retroalimentación controlado por ordenador.

Si en un momento determinado cesa la energía aportada al sistema oscilante, suponiendo un comportamiento visco-elástico para el suelo, se produce una oscilación amortiguada en el tiempo. La medida de la atenuación proporciona el valor del coeficiente de amortiguamiento. Según Das (1983) la atenuación viene relacionada con el coeficiente de amortiguamiento como:

$$\mu = 2\pi D \quad (6)$$

por otra parte:

$$\mu = \frac{1}{n} \cdot \ln \frac{A_1}{A_{n+1}} \quad (7)$$

siendo:

$\mu$  = atenuación

D = coeficiente de amortiguamiento

$A_1$  = amplitud del primer ciclo

$A_{n+1}$  = amplitud del ciclo n+1

n = número de ciclo considerado

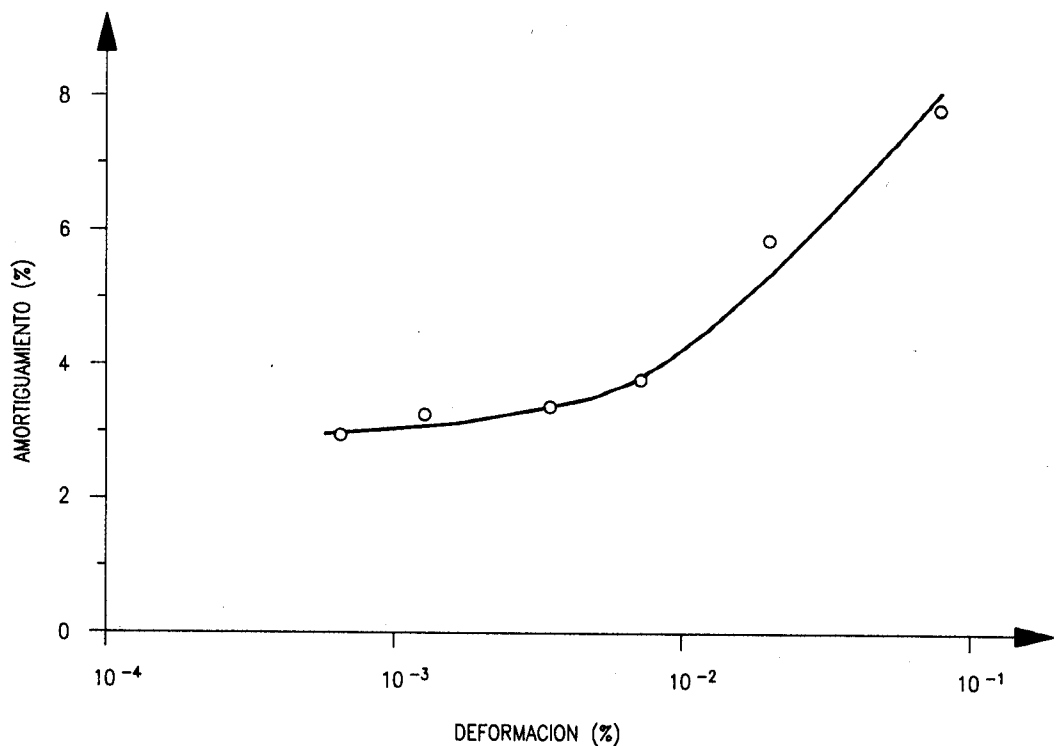
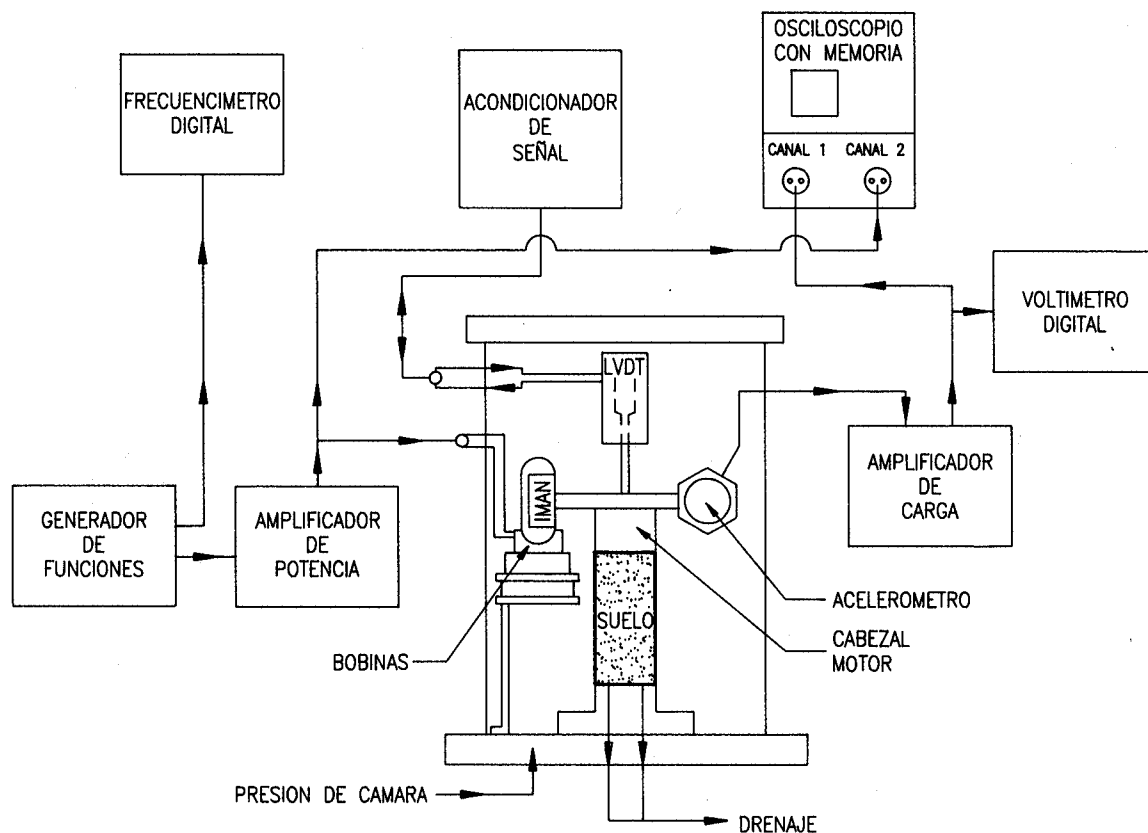


Figura 10. Variación del amortiguamiento con la deformación.



De (6) y (7) podemos obtener el coeficiente de amortiguamiento

$$D = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{A_1}{A_{n+1}} \quad (8)$$

En la fig. 9 puede verse el decrecimiento logarítmico de la oscilación con el tiempo, la constante de atenuación caracteriza la forma de la envolvente a la oscilación amortiguada.

En la fig. 10 se muestra como el valor del amortiguamiento es creciente con la deformación a que se somete el suelo. La gráfica fue obtenida con una arcilla arenosa de baja plasticidad. Puede apreciarse que para valores inferiores a  $10^{-2}$  % de la deformación, el amortiguamiento es prácticamente constante.

#### Procedimiento de ensayo

El equipo que se presenta a continuación es el desarrollado bajo las ideas de Stokoe (1980). En la fig. 11 puede verse un esquema de la disposición del equipo de ensayo, así como los componentes necesarios para su realización.

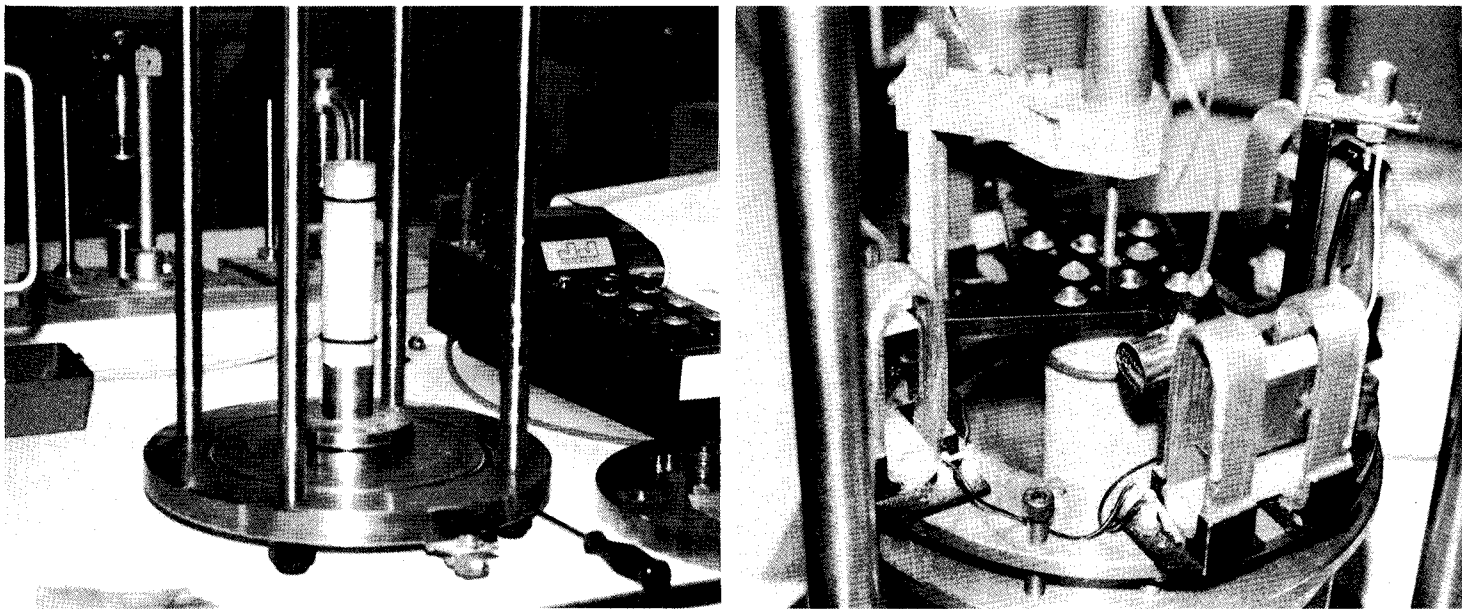
El par torsor  $M_t$  (fig. 5), se aplica por rozamiento a la cara superior de la probeta, y es generado por un sistema motor de tipo eléctrico. Un sistema a frecuencia variable transferen la energía electromagnética a unos imanes permanentes solidarios al cabezal que se apoya sobre la cara superior de la probeta. La geometría de las bobinas hace que el sistema oscile cíclicamente siguiendo la frecuencia de la corriente de alimentación. La impedancia eléctrica del sistema es prácticamente constante en la gama de frecuencias usuales (10 a 100 Hz); con ello se asegura la linealidad entre la corriente aportada y el par torsor generado.

En la fig. 12 se muestra la disposición de la probeta en la base fija del aparato; puede observarse el aislamiento de la probeta respecto al exterior por medio de una membrana elástica y las juntas tóricas habituales en los ensayos triaxiales.

En la fig. 13 se muestra el interior de la célula de ensayo con el cabezal ya montado sobre la probeta; es importante la buena alineación de la probeta con las partes móviles dado que las tolerancias en el entrehierro de las piezas motoras son pequeñas ( $\approx 2$  mm). Puede observarse la disposición de las bobinas, así como el transductor de desplazamiento (LVDT) para medir la deformación vertical.

El ensayo se inicia con un proceso de consolidación en la muestra mediante la aplicación de una presión de confinamiento « $\sigma_0$ ». Posterior-

Figura 11. Esquema de la disposición de la instrumentación para el ensayo.



**Figura 12. Disposición de la probeta en la célula de ensayo, a la derecha figura 13. Disposición del equipo motor en la célula de ensayo.**

mente se somete al suelo a una tensión desviadora cíclica, lo cual produce en la probeta una deformación que depende de la tensión de corte aplicada y su módulo de rigidez. La obtención del valor de módulo de corte y de la deformación angular se hace mediante las expresiones citadas en el apartado anterior. Durante la sollicitación cíclica de corte se mide el valor de la aceleración y de la tensión eléctrica suministrada a las bobinas, en dos canales de osciloscopio. La condición de resonancia se alcanza cuando en la pantalla del osciloscopio se comprueba que la señal medida por los dos canales dibuja en un gráfico X-Y una elipse. Para obtener el valor de la frecuencia de resonancia conviene empezar el barrido de frecuencias por valores bajos; de lo contrario si se sobrepasa su valor será necesario un barrido decreciente. La experiencia aconsejará tantear un cierto valor dependiendo del tipo de suelo a ensayar.

El coeficiente de amortiguamiento se obtiene desactivando el aporte de energía al sistema oscilante, y mediante la expresión (8) se calcula su valor.

Todo lo anterior permite ver la gran utilidad de este equipo de columna resonante, sin embargo, existen limitaciones que a continuación se van a exponer.

1. En la célula convencional no se puede efectuar el drenaje por la parte superior de la probeta. Ello es un inconveniente en el proceso de saturación y consolidación previos al ensayo.

2. Dificultad de transmisión a la probeta de tensiones cíclicas de corte elevadas, dado que la transmisión se efectúa por rozamiento a la cara superior de la probeta.

3. En la célula convencional al ensayar suelos con rigidez elevada (arenas cementadas) pueden aparecer frecuencias de resonancia espúreas, es decir, debidas a la resonancia de las partes mecánicas del propio equipo. Avramidis y Saxena (1990) sugirieron una modificación del equipo que consistía en la rigidización de la parte fija del mismo. Tras un examen exhaustivo del equipo y de

las piezas que intervenían como reacción al par aplicado, se logró una mejor respuesta a frecuencias elevadas, así como una reducción de las frecuencias que pudieran inducir a error al ser consideradas como propias del suelo.

4. Dificultad de trabajar con suelos no cohesivos, dado que la necesaria alineación de la probeta con el cabezal motor hace necesaria una consistencia del suelo para poder ser montada la probeta.

Todas estas dificultades tienen su compensación en las ventajas que a lo largo de los apartados anteriores se han ido citando. Otra ventaja adicional es que con una misma probeta se pueden obtener curvas módulo deformación para distintas presiones de confinamiento.

Por otra parte el equipo de columna resonante actúa en la zona de deformaciones que corresponden a las deformaciones «en servicio» de obras geotécnicas, mientras que el triaxial es adecuado cuando se trata de ver el comportamiento «en rotura» de obras geotécnicas.

Por último, en este apartado, se debe añadir que el ensayo con el equipo de columna resonante está normalizado en la ASTM con la referencia D4015.87.

#### Aplicación a un caso real

Como parte del estudio de los movimientos asociados a la construcción de un túnel urbano en Barcelona, se puso de manifiesto la necesidad de conocer los parámetros deformacionales de los distintos materiales afectados por la construcción de dicho túnel. El material más significativo corresponde a la arcilla limo-arenosa típica del llano de Barcelona con las siguientes características de identificación: suelo CM con un  $IP = 12$ ,  $w = 14\%$ ,  $\gamma_n = 2.08 \text{ grs/cm}^3$ ,  $\gamma_s = 2.08 \text{ gr/cm}^3$ . Con este material se realizaron los ensayos que más adelante se mencionan.



A: 0.500 E-3  
 B: 0.100 E-2  
 C: 0.150 E-2  
 D: 0.200 E-2  
 E: 0.250 E-2  
 F: 0.300 E-2

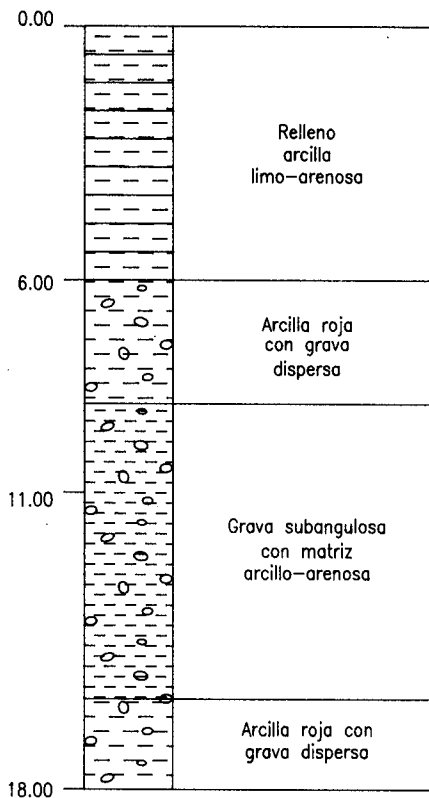
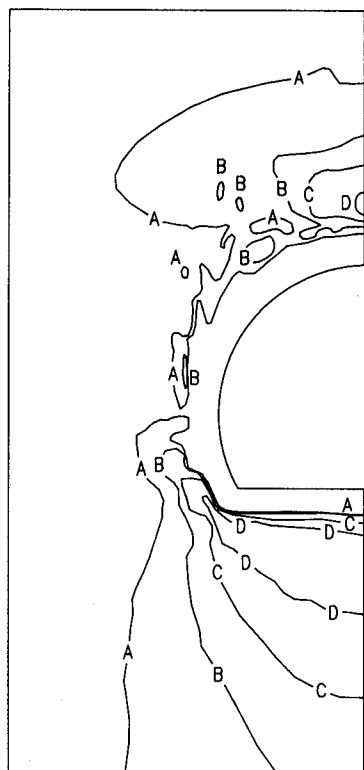


Figura 14. Contorno de deformación en el semiespacio del túnel. Corte Geológico.

Al tratarse de un túnel urbano resulta de gran importancia la precisión y el control en los asientos que puedan producirse, dada la existencia de construcciones en las cercanías de la obra.

Con el objeto de minimizar las deformaciones producidas por la excavación, se hizo necesario proceder a una mejora del terreno inmediato a la excavación. Así se procedió a inyectar en la zona de hastiales y en la bóveda antes de su construcción. Una vez acabada la galería se construyeron la bóveda, hastiales y solera definitivos.

En la fig. 14 pueden observarse los contornos de igual deformación que delimitan zonas concretas de afectación. Las deformaciones en el entorno de la excavación han sido calculadas por el método de los elementos finitos con elasticidad lineal. Para ello se tomó un módulo de Young medio de 90 MPa. Como puede observarse (fig. 14) el rango de deformación obtenido con el método citado oscila entre  $0.5 \cdot 10^{-3}$  y  $2 \cdot 10^{-3}$  (deformación unitaria). Ello permite constatar que en una gran masa de terreno las deformaciones calculadas se escapan del rango del triaxial convencional. Sin embargo se puede analizar esta deformación en el marco de la curva módulo-deformación trazada a partir de datos procedentes de la columna resonante.

En la fig. 15 se muestra la curva tensión-deformación obtenida con los datos de una muestra inalterada procedente de uno de los sondeos realizados. El testigo procedía de un relleno de arcilla limo-arenosa a la profundidad de seis metros (en la calve del túnel). En la citada figura puede verse que para valores de la deformación inferior a  $10^{-1}$  % la curva ha sido obtenida por extrapolación utilizando valores del módulo próximos a este rango de deformación.

Por otra parte se realizó con el mismo suelo y en las mismas condiciones de confinamiento, un ensayo de columna resonante. Los resultados pueden verse en la fig. 16. En esta gráfica se han superpuesto los valores obtenidos con la columna resonante y el triaxial convencional. Puede observarse el buen solape que se produce en deformaciones del orden de  $10^{-1}$  % entre ambos sistemas de ensayo. Por otra parte se observa como el módulo de rigidez al corte se reduce a una sexta parte al pasar de deformación de  $10^{-2}$  % a deformaciones del 1 %. Todo ello tiene el mayor interés en el caso de utilizar un análisis por elementos finitos no lineal, es decir, aplicado a cada zona el

Figura 15. Curva tensión-deformación en el ensayo triaxial convencional.

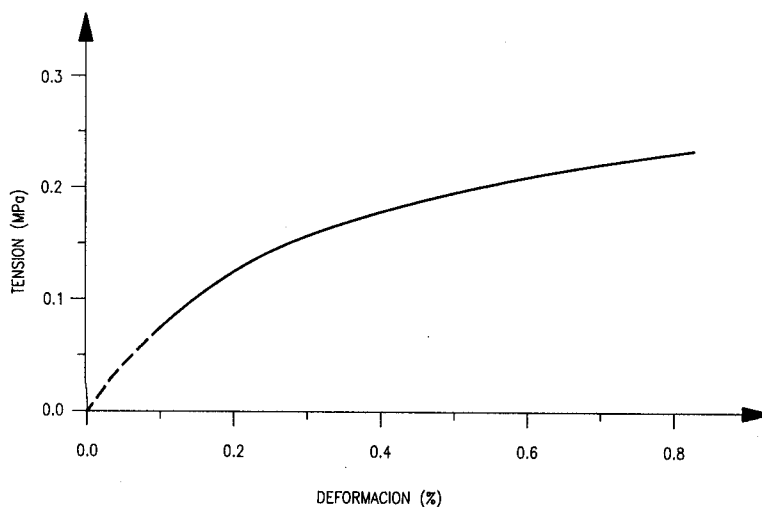
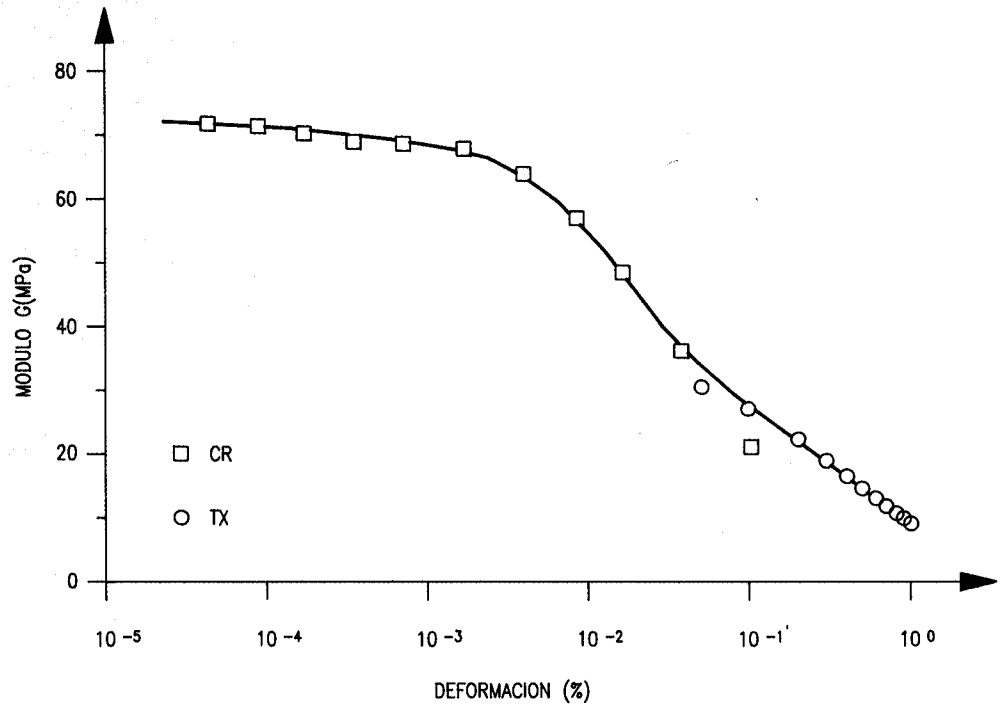


Figura 16. Curva módulo de corte-deformación.



módulo que le corresponde según la deformación prevista. Evidentemente esto se consigue con un proceso iterativo sucesivo y con un coste de cálculo mucho más elevado que el tradicional utilizando un modelo lineal.

### Conclusiones

1. El equipo de columna resonante cubre un amplio intervalo de la curva módulo-deformación. Asimismo permite enlazar los resultados obtenidos en un aparato triaxial convencional con los ensayos de tipo sísmico realizados «in situ».

2. El aparato de columna resonante clásico permite ensayar suelos con valores del módulo comprendidos entre 10 y 300 MPa aproximadamente. En el caso de suelos con rigidez elevada ( $G > 300$  MPa) es necesario tener precauciones en relación a la rigidez del propio aparato.

3. La utilización del modelo no-lineal en el cálculo de deformaciones, hace indispensable el conocimiento de la curva módulo-deformación en toda su extensión. Es precisamente en el rango que cubre el aparato de columna resonante, donde se produce mayor variación en la curva módulo-deformación. Naturalmente ello depende del tipo de suelo.

4. Las limitaciones del ensayo triaxial convencional se ponen de manifiesto en el hecho de que solo podemos obtener medidas fiables a deformaciones mayores de  $10^{-1}$  %. Aunque existen técnicas de extrapolación que permiten obtener valores del módulo inicial de su suelo, no son del todo fiables. ■

### Referencias

Anderson, D. G. Stokoe, K. M. (1978). Shear modulus: a time development material property. Dynamic

Geotechnical Testing. ASTM, STP 654. Philadelphia, p. 66-90.

Atkinson, J. M., Salfords, G. (1991). Experimental determination of stress-strain-time characteristic in laboratory and situ test. Proceedings X ECSMFE Vol. III Florencia. pp. 915-956.

Avramidis, A. S., Saxena, S. K. (1990). The modified «stiffened» Drnevich resonant-column apparatus. Soils and Foundations. Japanese Society of Soil Mechanics and Foundations Engineering. Vol. 30 No 3 pp 53-68.

Bourghignoli et al (1991). Geotechnical characterization of Fucino clay. Proceedings X ECSMFE Vol 1. pp. 27-40. Florencia.

Das, B. M. Fundamentals of soil dynamics. Elsevier 1983.

Drnevich, V. P. (1978). Resonant column testing problems and solutions. Dynamic Geotechnical Testing. ASTM, SPT 654 p 384-398.

Georgiannou, V. N., Rampello, S., Silvestri, F. (1991). Static and dynamic measurements of undrained stiffness on natural overconsolidated clays. Proceedings X ECSMFE. Vol I. pp. 91-95. Florencia.

Gili, J. A., Alonso, E., Casanovas, J. S. (1982). Estudio experimental sobre el efecto de la relajación de tensiones y la determinación de módulos a pequeñas deformaciones. Boletín No. 60 de la Soc. Esp. Mec. Suelo. pp. 3-21.

Jardine, R. J., Symes, M. J., Burland, J. B. (1984). The measurement of soil stiffness in the triaxial apparatus. Geotechnique 34. No. pp. 323-340.

Ledesma, A. (1987). Identificación de parámetros en geotecnia. Aplicación a la excavación de túneles. Tesis doctoral U. P. C. Barcelona.

Morris, D. V. (1990). An automatic feedback system for resonant column testing. Geotechnical Testing Journal. Vol. 13. No. 1 pp. 16-23.

Richart, F. E. Hall, J. R., Woods, R. D. (1970). vibration of soils and Foundation Prentice-Hall. Inc. New Jersey.

Stokoe, R. H., Isenhowe, W. H. Hsu, J. R. (1980). Dynamic properties of offshore silty samples. Proceedings of 1980 offshore Technology Conference. Vol. 3. pp. 289-302.