UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Sistemas Avanzados de Producción. Equilibrado de líneas de producción II

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización (240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista-Valhondo

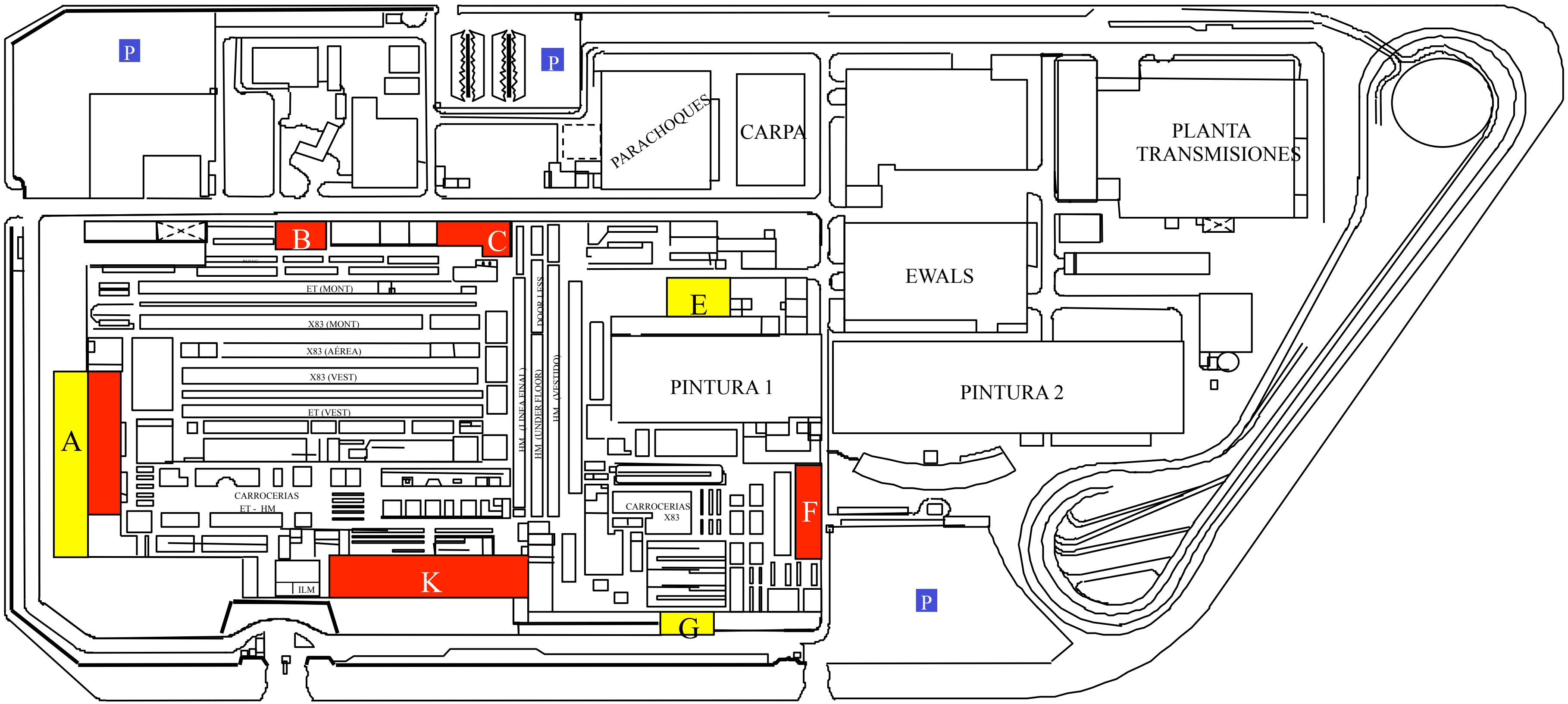
OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2016/33 240EO316 (20160423) - http://futur.upc.edu/OPE - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Contenido

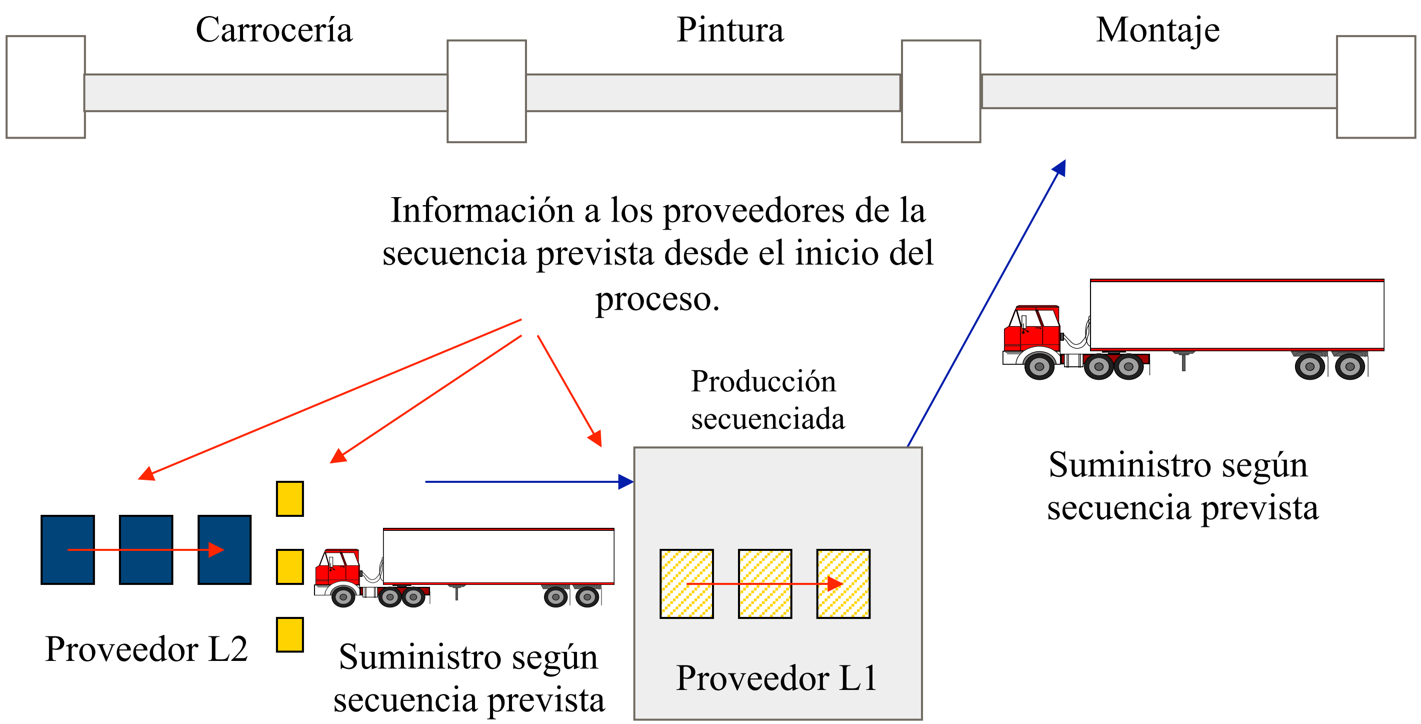
- Entorno : Planta de fabricación, procesos, suministros y líneas
- Líneas de producción · Tipología
- Problemas de equilibrado de líneas. Elementos, descripción, clasificación, variantes SALBP y eficiencia
- Ejemplo 1. Presentación
- Modelos SALBP. Hipótesis, objetivos y formulación
- SALBP-1: Programa matemático, Heurística HB-1, resolución Ejemplo-1
- SALBP-2: Programa matemático, Heurísticas HB-3 y HB-4, resolución Ejemplo-1
- SALBP-E: Programa matemático, Heurística HB-5, resolución Ejemplo-1
- SALBP-F: Programa matemático
- GALBP: Restricciones adicionales · Líneas en forma de U
- Ejemplo 2. Líneas en U · Presentación
- Modelos GALBP-U. Formulación
- GALBP-U1: Programa matemático, Heurística HB-6, resolución Ejemplo-2
- Programas matemáticos: GALBP-U2, GALBP-UE y GALBP-UF
- Procedimientos de resolución problemas ALB

Entorno (1): Planta de fabricación

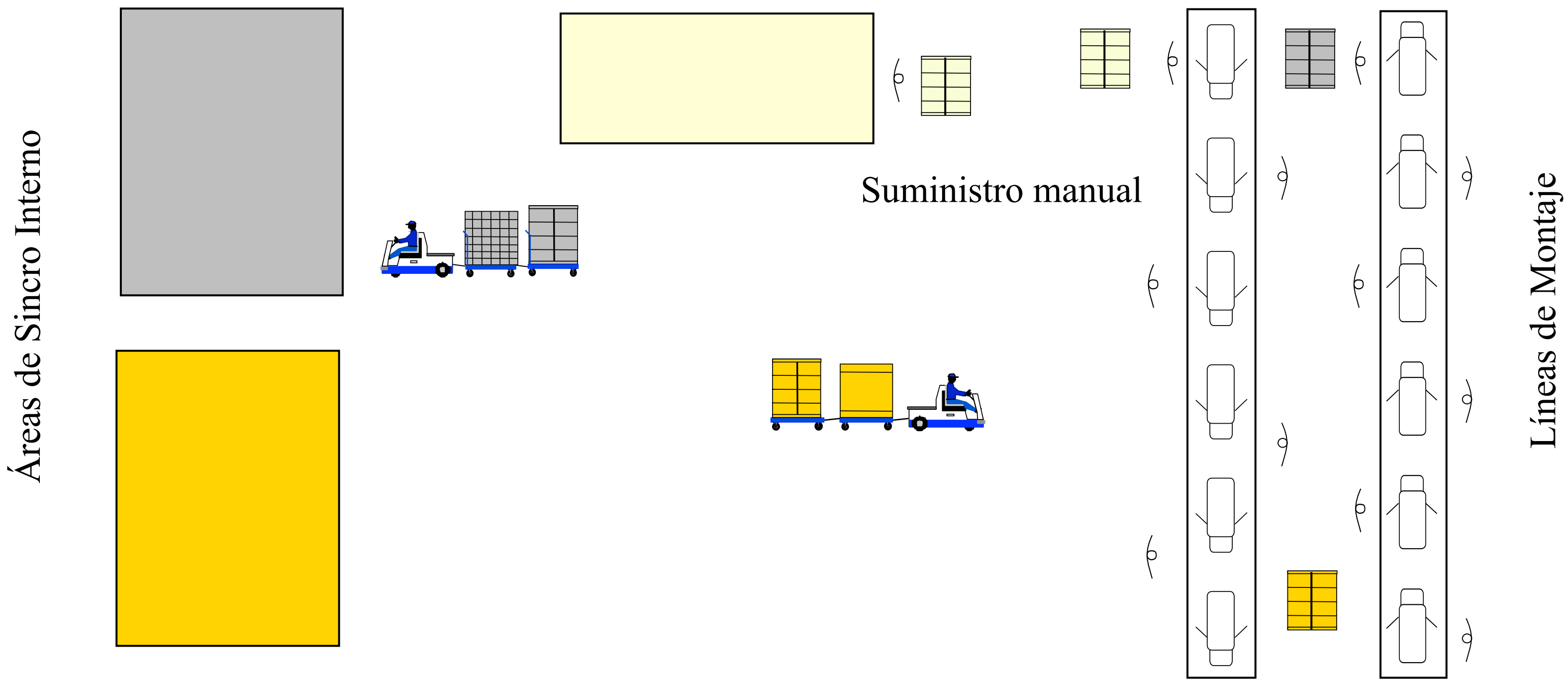


PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

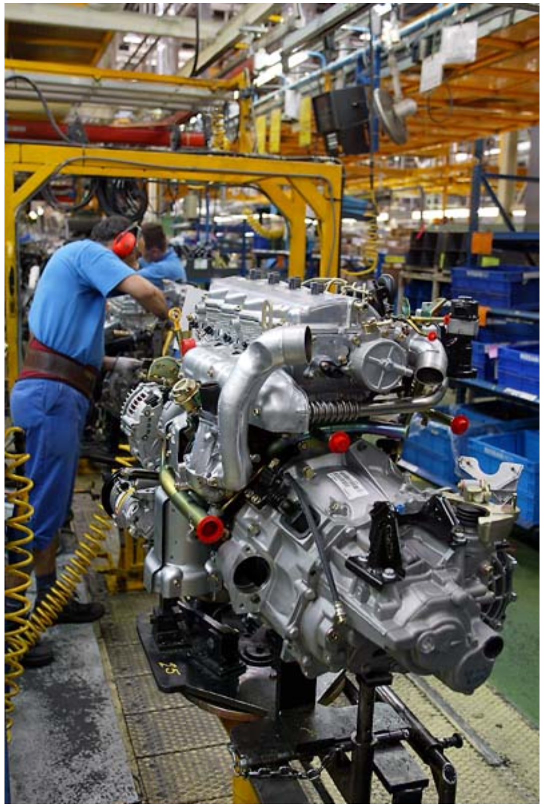
Entorno (2): Procesos



Entorno (3): Suministro a líneas



Entorno (4): Líneas





Líneas de producción · Tipología

Clasificación:

- Línea MONOMODELO (*single model line*), diseñada para fabricar un sólo producto o modelo.

  Líneas de carrocería especializadas; montaje de vagones, etc

- Línea MULTIMODELO (*multimodel line*), dos o más modelos se fabrican por lotes sucesivamente (setups).

  Líneas de envasado de líquidos, detergentes..; líneas de fabricación de bastidores, contrapuertas, parachoques etc.

- Línea MODELOS MIXTOS (*mixed model line*), dos o más modelos se fabrican unidad a unidad.

  Líneas de vestido de distintas variantes de un modelo de vehículo; ensamblado de asientos, etc.

Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (1)

Elementos de los problemas básicos:

- *Estación*: Parte elemental y especializada del proceso. La línea queda constituida por un número de estaciones de trabajo, m, dispuestas en serie y/o en paralelo, a través de las cuales fluye la obra en curso de un producto.
- *Tarea*: Parte elemental del trabajo. La fabricación de una unidad de producto se divide en un conjunto J de tareas.
- *Carga de una estación*: Subconjunto de tareas S_k perteneciente a J que se asigna a la estación k. Toda tarea j sólo puede estar asignada a una estación.
- *Tiempo de operación*: Toda tarea j requiere un tiempo de operación t_j>0 que es función de las tecnologías de fabricación, de los recursos empleados y de la actividad de los operarios.
- *Tareas Precedentes*: La tecnología y la propia naturaleza del producto hacen que cada tarea j pueda estar vinculada a un conjunto de tareas precedentes inmediatas, P_j, las cuales deben estar concluidas antes de que se inicie la tarea j.

Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (2)

Elementos de los problemas básicos:

- *Tiempo de carga de estación*: Suma de las duraciones de las tareas asignadas a la estación: $t(S_k)$, k=1,.., m.
- *Tiempo de carga total*: Suma de tiempos de carga de estación: $t_{sum} = \text{Sum}_k\ t(S_k)$. Trabajo total para completar una unidad de producto.
- *Tiempo de ciclo*: Tiempo concedido a cada estación para realizar las tareas de una unidad de producto que tiene asignadas: c, $\max_k\{t(S_k)\} <= c <= t_{sum}$.
- *Tasa de producción de la línea*: Número de unidades de producto que completa la línea en la unidad de tiempo: r ; $r=1/c$.
- *Tiempo muerto de estación*: Diferencia entre el tiempo de ciclo y tiempo de carga de la estación: $I_k = c - t(S_k)$, k=1,.., m.
- *Tiempo muerto de la línea*: Suma de tiempos muertos de estación que se vincula a la *ineficiencia* de la línea: $I_{sum} = \text{Sum}_k\ I_k = m \cdot c - t_{sum}$.

Problemas de equilibrado de líneas. Descripción y Clasificación

Descripción:

- Los problemas de equilibrado de líneas de montaje ALBP (*Assembly Line Balancing Problem)* están enfocados a agrupar de manera eficiente y coherente las tareas del conjunto J en estaciones de trabajo.

Clasificación:

- SALBP (*Simple Assembly Line Balancing Problem*): dados un conjunto de n tareas con sus atributos y un grafo de precedencias, cada tarea debe asignarse a una sola estación de manera que se satisfagan todas las restricciones de precedencia y que ningún tiempo de carga de estación, $t(S_k)$, sea mayor que el tiempo de ciclo c.
- GALBP (*General Assembly Line Balancing Problem*): se añade a SALBP restricciones adicionales como: la consideración de estaciones en paralelo, las agrupaciones forzadas de tareas y las posibles incompatibilidades entre tareas, la limitación de espacio en las estaciones de trabajo, entre otras.

Problemas de equilibrado de líneas. Variantes SALBP

Variantes de SALBP:

- SALBP-1: minimizar el número de estaciones m dado un valor fijo del tiempo de ciclo c.
- SALBP-2: minimizar el tiempo de ciclo c (maximizar la tasa de producción r) dado un número fijo de estaciones m.
- SALBP-E: minimizar simultáneamente c y m considerando su relación con el tiempo muerto total o la ineficiencia de la línea.
- SALBP-F: dados m y c determinar si el problema es *factible*, y en caso afirmativo hallar una solución.

Objetivo: Maximizar la eficiencia de la línea

Problemas de equilibrado de líneas. Eficiencia

Medidas de eficiencia básicas:

- Número mínimo de estaciones para un ciclo c:

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil \tag{1}$$

- Eficiencia para m estaciones y ciclo c:

$$\eta(m,c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \tag{2}$$

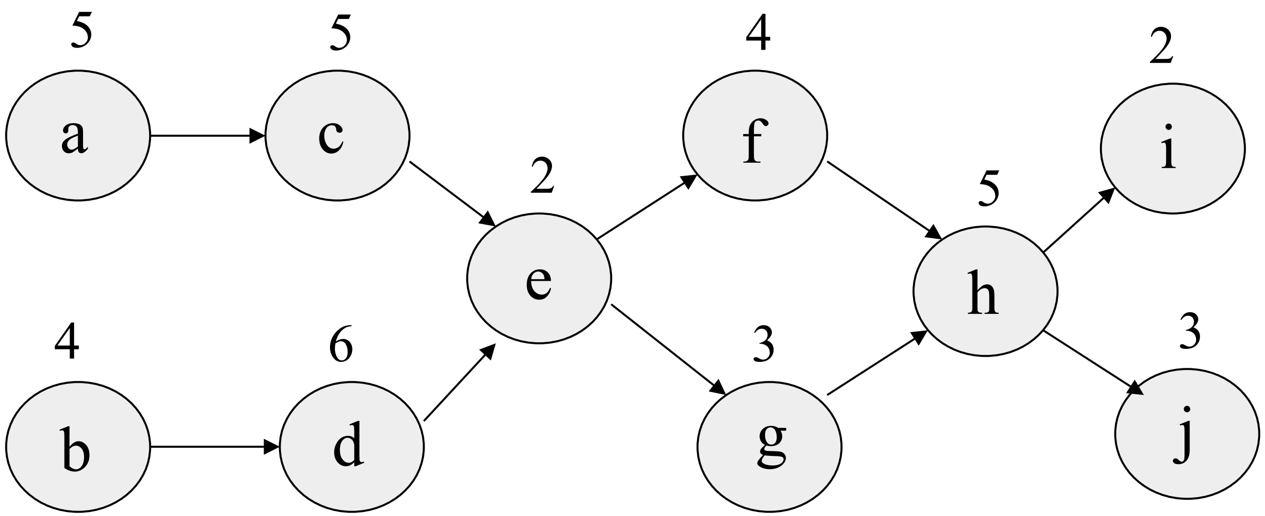
- Eficiencia máxima para un ciclo c:

$$\eta_{\max}(c) = \eta\left(m_{\min}(c), c\right) = \frac{1}{m_{\min}(c) \times c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \tag{3}$$

Ejemplo 1. Presentación

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



Determinar los límites del tiempo de ciclo c; el número mínimo de estaciones m_{min} y la eficiencia máxima de la línea para los ciclos 10, 12 y 20 *ut*.

Modelos SALBP. Hipótesis y objetivos

Hipótesis generales:

1. Una unidad de producto se puede descomponer en un conjunto de tareas elementales.
2. Cada tarea tiene asociado un conjunto de atributos, entre ellos el tiempo de proceso, supuesto determinista y medido a actividad normal.
3. Las estaciones de trabajo están dispuestas en serie y el producto fluye progresivamente entre ellas, de una a su siguiente, a carencia constante.
4. A toda estación se concede el mismo tiempo para efectuar las tareas que tiene asignadas, dicho tiempo recibe el nombre de tiempo de ciclo.
5. Las estaciones requieren recursos tecnológicos y humanos homogéneos con unos costes muy similares.

Objetivos:

1. Maximizar la eficiencia de la línea.
2. Maximizar la tasa de producción.
3. Minimizar el requerimiento de recursos.

Modelos SALBP. Formulación

Nomenclatura:

Parámetros:

J, j	Conjunto de tareas elementales · Índice de tarea $j \in J \left(j = 1,..,\lvert J \rvert \right)$
K, k	Conjunto de estaciones de trabajo · · Índice de estación de trabajo $k \in K \left(k = 1,..,\lvert K \rvert \right)$
t_j	Tiempo de proceso de la tarea $j : \left(j = 1,..,\lvert J \rvert \right)$
P_j, P_j^*	Conjuntos de tareas precedentes de $j : \left(j = 1,..,\lvert J \rvert \right)$ inmediatas y transitivas.
$c_{\min}$	Tiempo de ciclo mínimo · valor inverso de la tasa de producción máxima
$c_{\max}$	Tiempo de ciclo máximo · valor inverso de la tasa de producción mínima
$m_{\min}$	Número mínimo de estaciones de trabajo condicionado por la tasa de demanda
$m_{\max}$	Número máximo de estaciones de trabajo condicionado por la disponibilidad de recursos

Variables:

c	Tiempo de ciclo de la línea · Tiempo concedido a cada estación para realizar sus tareas
m	Número de estaciones de trabajo requeridas por la línea
$x_{j,k}$	Variable binaria que vale 1 si la tarea $j \in J$ se asigna a la estación $k \in K$, y 0 en caso contrario.

Modelo SALBP-1. Programa matemático

SALBP-1 · Formulación:

PM-SALBP-1: $Min\ z_1 = m$ (0)

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (4)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (5)$$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (1)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1:

$Paso-0:$ Inicializar

$$I_{sum}=0; k=1; S_k=\varnothing; T=c \ (T: \text{tiempo disponible});$$

$$\bar{J}=J \ (\bar{J}: \text{conjunto de tareas no asignadas}).$$

$Paso-1$: Construcción del conjunto de tareas candidatas a asignar $(\hat{J}\subseteq\bar{J})$

$$sea: \hat{J}=\left\{j\in\bar{J}:\left(t_j\leq T\right)\wedge\left(P_j^*\cap\bar{J}=\varnothing\right)\right\}$$

$Paso-2$: Test de cierre y apertura de estación

$$si\left|\hat{J}\right|=0 \ (\text{cierre}), hacer:$$

$$I_{sum}\leftarrow I_{sum}+T; T=c; k\leftarrow k+1; S_k=\varnothing; Ir\,a\,Paso-1.$$

$$si\_no, continuar.$$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (2)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1 (continuación):

$Paso-3$: Elección de la tarea asignar (dada una regla $\rho \in \mathrm{P}$)

$$j_\rho^* = \begin{Bmatrix} j', \; si \; \exists j' \in \hat{J} : \left(t_{j'} = T\right) \\ \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j)\right), \; si\_no \end{Bmatrix}$$

$Paso-4$: Asignación de j_ρ^*

$$hacer : T \leftarrow T - t_{j_\rho^*}; S_k \leftarrow S_k \cup \left\{j_\rho^*\right\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - \left\{j_\rho^*\right\}$$

$Paso-5$: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

$$si \left|\bar{J}\right| = 0, \; hacer :$$

$$m = k; \; mostrar \, resultados : S_k \; (k = 1,..,m); \; finalizar.$$

$$si\_no, Ir \, a \, Paso - 1.$$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (3)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1:

Siguientes inmediatas : $F_j = \left\{ j' \in J : j \in P_{j'} \right\}$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Siguientes transitivas : $F_j^* = \left\{ j' \in J : j \in P_{j'}^* \right\}$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Primera estación asignable: $e_j = \left\lceil \frac{1}{c} \left(t_j + \sum_{j' \in P_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Última estación asignable: $l_j = m + 1 - \left\lceil \frac{1}{c} \left(t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Nivel: $n_j = \max_{j' \in P_j} \left(n_{j'} \right) + 1$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

PROTHIUS

Càtedra Organització Industrial

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (4)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1 (Continuación):

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ (tareas candidatas $\subseteq$ tareas no_asignadas), P (conjunto de reglas) y α_ρ (pesos) $\forall \rho \in \mathrm{P}$:

Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right) : \forall \rho \in \mathrm{P}$

$0. v_0(j) = Rnd(0-1)$

$1. v_1(j) = t_j$

$2. v_2(j) = \left| F_j \right|$

$3. v_3(j) = \left| F_j^* \right|$

$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}$

$5. v_5(j) = \dfrac{t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_j'}{1 + \left| F_j^* \right|}$

$6. v_6(j) = m - l_j$

$7. v_7(j) = \dfrac{m - l_j}{1 + \left| F_j^* \right|}$

$8. v_8(j) = \dfrac{t_j}{l_j}$

$9. v_9(j) = m - e_j$

$10. v_{10}(j) = m - \left(l_j - e_j \right)$

$11. v_{11}(j) = \dfrac{\left| F_j^* \right|}{l_j - e_j}$

$12. v_{12}(j) = t_j + \left| F_j^* \right|$

$13. v_{13}(j) = \max_{j' \in \hat{J}} \left(n_{j'} \right) - n_j$

$14. v_{14}(j) = \sum_{\rho \in \mathrm{P}} \alpha_\rho \dfrac{v_\rho(j)}{\max_{j' \in \hat{J}} \left(v_\rho(j') \right)}$

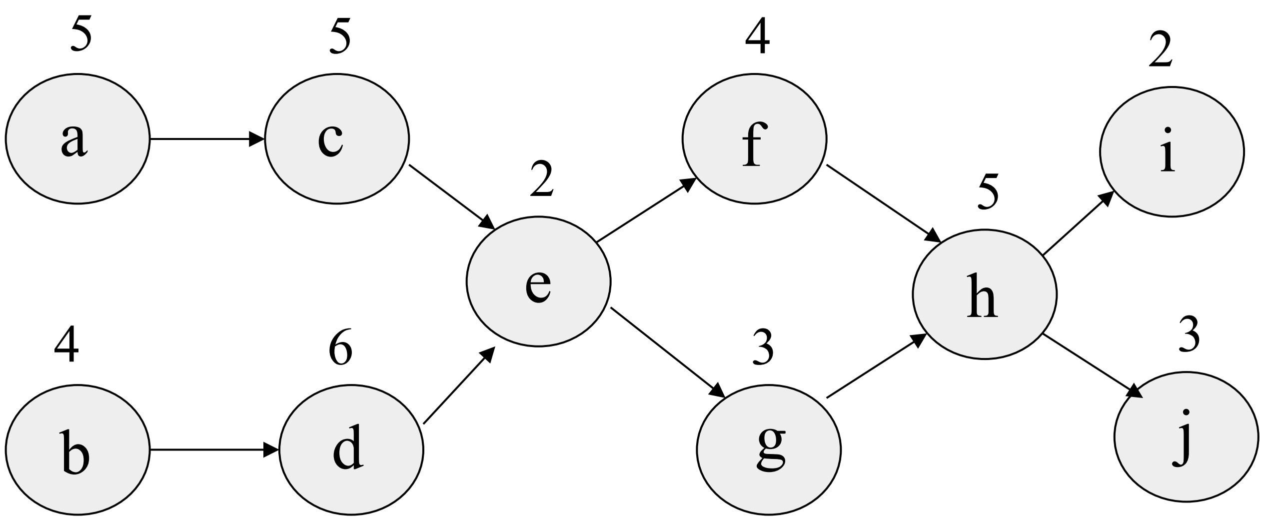
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar j_ρ^* : $j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right)$. Sea $\rho = 4$.

$$4.\ v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_j' \qquad \forall j \in J;\ regla\,(\text{carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie})$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



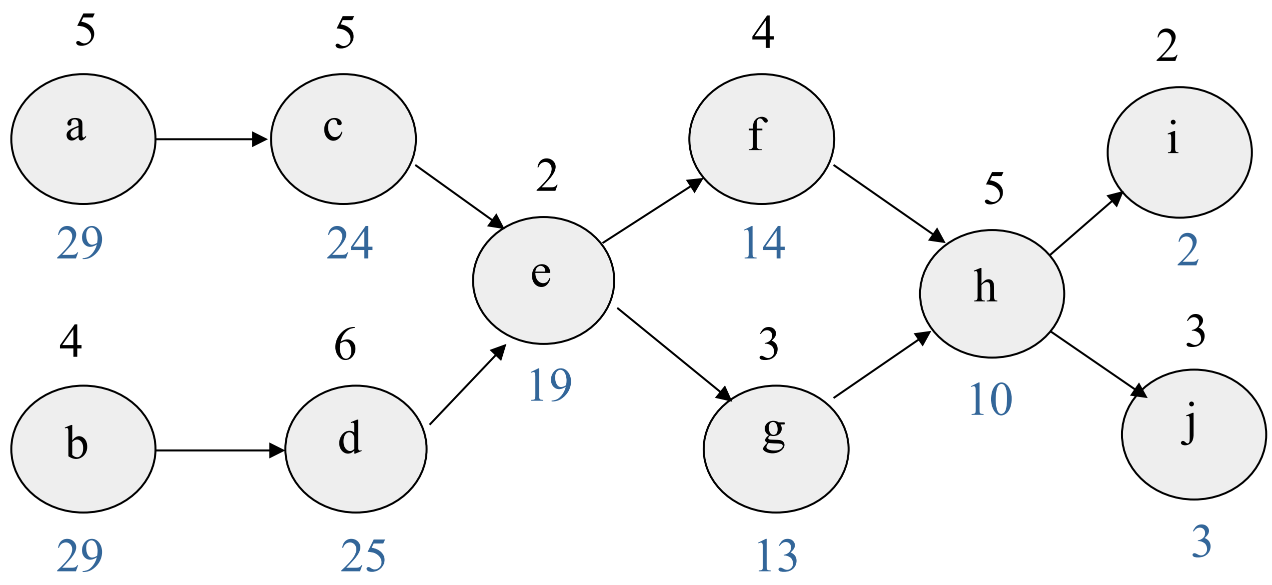
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (2)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

$$\text{Dados}\,\hat{J} \subseteq \bar{J} \text{ y una regla } \rho \in \mathrm{P}: \quad \text{Seleccionar } j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j\in\hat{J}}\left(v_\rho(j)\right). \text{ Sea } \rho = 4.$$

$$4.\; v_4(j) = t_j + \sum_{j'\in F_j^*} t_{j'} \qquad \forall j \in J;\ regla\,(\text{carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie})$$

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	

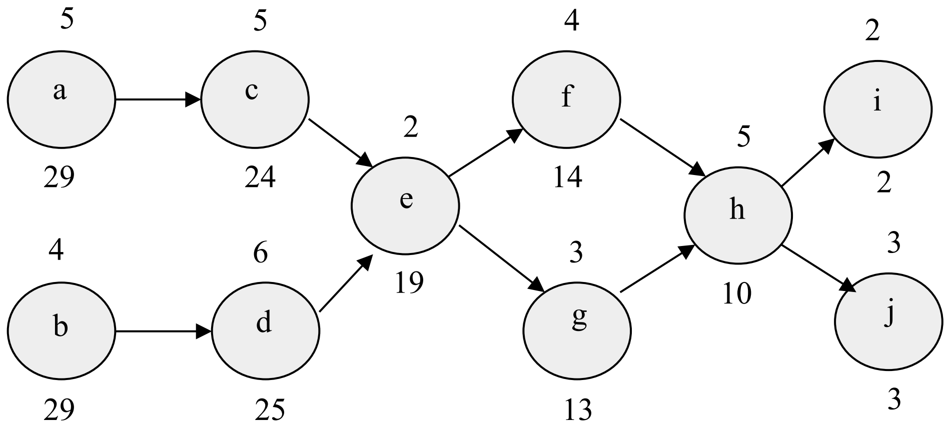


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (3)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

$$4.\ v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}^{\prime} \qquad \forall j \in J;\ regla\text{(carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie)}$$

k	T	$\hat{J}$	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10 5 0	a , b b , c -	a c	29 sat	5 5	0
2	10 6 0	b d -	b d	- -	4 6	0
3	10 8 4 1	e f , g g -	e f g	- 14 -	2 4 3	1
4	10 5 2 0	h i , j i *	h j i	- 3 -	5 3 2	1



$c = 10 \Rightarrow m = 4$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \qquad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m,c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta(4,10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

Ejemplo 1. Resolución HB-1 (4)

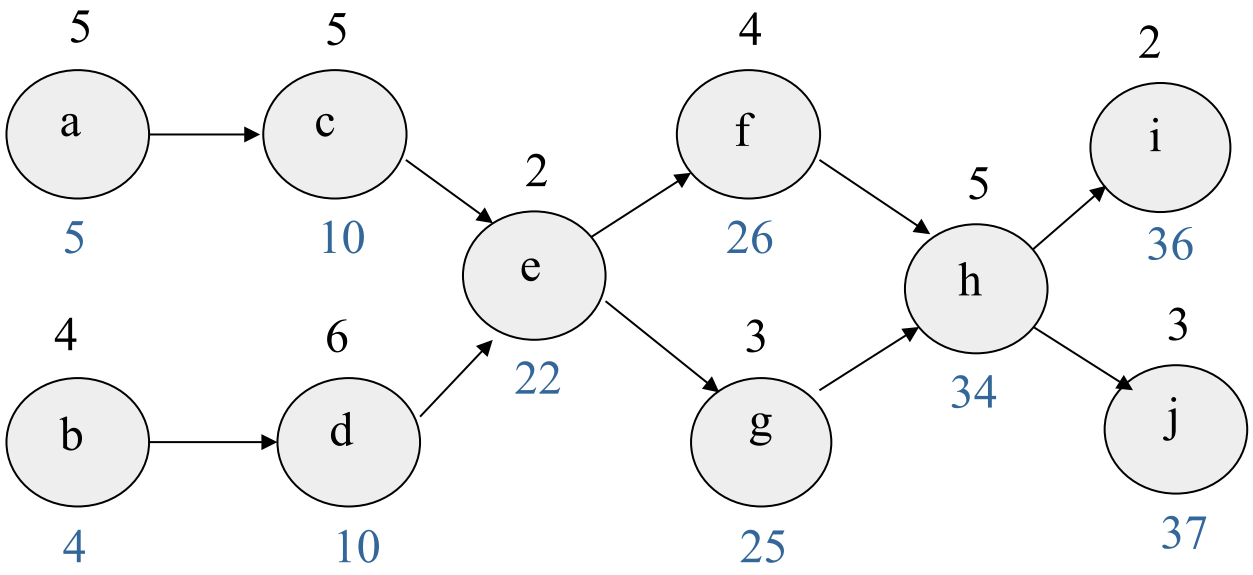
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

$$\text{Dados } \hat{J} \subseteq \bar{J} \text{ y una regla } \rho \in \mathrm{P}: \quad \text{Seleccionar } j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right). \text{ Sea } \rho = 4.$$

$$4.\ v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \qquad \forall j \in J;\ regla\,(\text{carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie})$$

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	

Grafo valoración inversa:

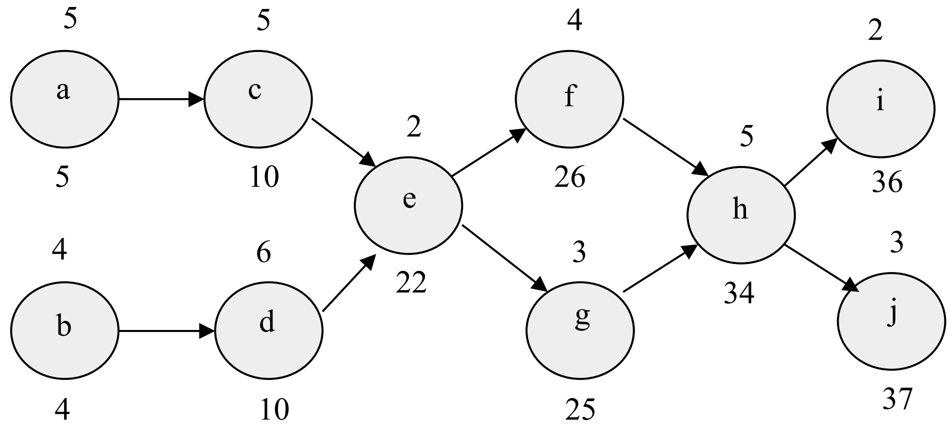


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (5)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

$$4.\ v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t'_j \qquad \forall j \in J;\ regla\,(\text{carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie}) - Inverso$$

k	T	$\hat{J}$	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10 7 5 0	i , j i h -	j i h	37 - -	3 2 5	0
2	10 6 3 1	f , g g e -	f g e	26 - -	4 3 2	1
3	10 5 0	c , d a -	c a	10 -	5 5	1
4	10 4 0	d b *	d b	- -	6 4	1



$$c = 10 \Rightarrow m = 4$$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c}\sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \qquad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c}\sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m,c) = \frac{1}{mc}\sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta(4,10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

Modelo SALBP-2. Programa matemático

SALBP-2 · Formulación:

PM-SALBP-2: $Min\ z_2 = c$ (0)

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (4)$$

Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Bisección (1)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-3 · Bisección asistida por HB-1:

$$Paso-0:\text{Inicialización}$$

$$fijar\ \left(m_{\max}:1<m_{\max}<|J|,\ \vec{\rho}\ \in \mathrm{P}^{|J|},\mu=0.5\right);$$

$$c_1=\max\left(t_{\max},\left\lceil \frac{t_{sum}}{m_{\max}}\right\rceil\right);$$

$$\left(m_1,S_k(k=1,..,m_1)\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_1,\vec{\rho});$$

$$c_2=t_{sum};m_2=1$$

$$Paso-1:\text{Test inicial}$$

$$si\ \ m_1\leq m_{\max},hacer:$$

$$c=c_1;m=m_1;\Im=\left\{S_k(k=1,..,m)\right\};Ir\,a\,Paso-3(\text{finalizar}).$$

$$si\_no,\ continuar.$$

Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Bisección (2)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-3 · Bisección asistida por HB-1 (Continuación):

$$
\begin{array}{l}
Paso-2: \text{Reducción del rango del ciclo} \\
\quad mientras\left(c_2-c_1\right)\geq 1, hacer: \\
\quad\quad c'=c_1+\mu\left(c_2-c_1\right); \\
\quad\quad \left(m', S_k(k=1,..,m')\right) \leftarrow \text{HB\_1}(c', \vec{\rho}) \\
\quad\quad si\ m'>m_{\max}, hacer: \\
\quad\quad\quad c_1=c' \\
\quad\quad si\_no, hacer: \\
\quad\quad\quad c_2=c'; c=\lfloor c_2 \rfloor; m=m'; \Im=\left\{S_k(k=1,..,m)\right\} \\
\quad fin\_mientras \\
Paso-3: \text{Finalización} \\
\quad mostrar\ resultados: c, m, \left\{S_k(k=1,..,m)\right\}; finalizar.
\end{array}
$$

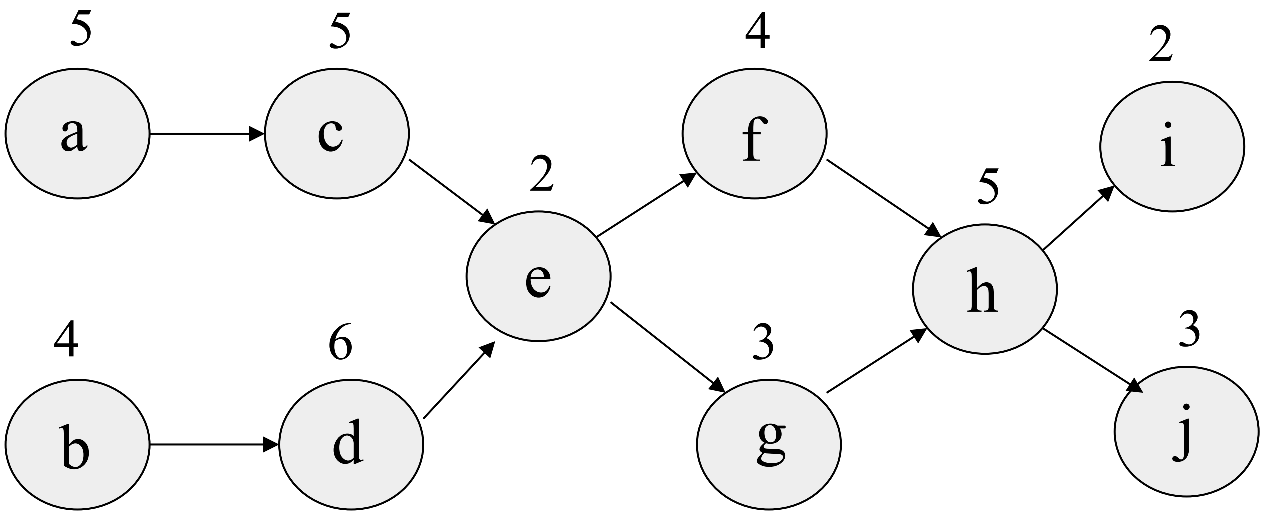
Ejemplo 1. Resolución HB-3 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-3 (m=3)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar j^*_ρ : $j^*_\rho = \mathrm{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right)$. Sea $\rho = 4$.

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F^*_j} t'_j \quad \forall j \in J$; *regla* (carga transitiva pendiente - Helgeson&Birnie)

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



Ciclo tentativo: 13. Bisección c1=10 y c2=14

Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Áurea (1)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-4 · Áurea asistida por HB-1:

$Paso-0:$ Inicialización

$$fijar\left(m_{\max}(1<m_{\max}<|J|),\ \vec{\rho}\ \in \mathrm{P}^{|J|},\varphi=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)\right);c_1=\max\left(t_{\max},\left\lceil\frac{t_{sum}}{m_{\max}}\right\rceil\right);$$

$$\left(m_1,\Im_1=\left\{S_k(k=1,..,m_1)\right\}\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_1,\vec{\rho});c_2=t_{sum};m_2=1;\Im_2=\left\{J\right\}$$

$Paso-1:$ Test inicial

$$si\ m_1\le m_{\max},hacer:$$

$$c=c_1;m=m_1;\Im=\Im_1;Ir\,a\,Paso-4\,(\text{finalizar}).$$

$$si\_no,\ hacer:$$

$$c=c_2;m=m_2;\Im=\Im_2;continuar.$$

$Paso-2:$ Segmentación inicial

$$c_1'=c_2-(\varphi-1)\left(c_2-c_1\right);c_2'=c_1+(\varphi-1)\left(c_2-c_1\right);$$

$$\left(m_1',\Im_1\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_1',\vec{\rho});\left(m_2',\Im_2\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_2',\vec{\rho})$$

Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Áurea (2)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-4 · Áurea asistida por HB-1 (Continuación):

$Paso-3:$Reducción del rango del ciclo

$mientras\left(c_2-c_1\right)\geq 1, hacer:$

$si\ m_1'>m_{\max}, hacer:$

$$c_1=c_1'; c_1'=c_2'; c_2'=c_1+(\varphi-1)\left(c_2-c_1\right);$$

$$m_1'=m_2'; \Im_1=\Im_2; \left(m_2',\Im_2\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_2',\vec{\rho})$$

$si\_no, hacer:$

$$c_2=c_1'; c_2'=c_1+(\varphi-1)\left(c_2-c_1\right); c_1'=c_2-(\varphi-1)\left(c_2-c_1\right);$$

$$c=\lfloor c_2\rfloor; m=m_1'; \Im=\Im_1;$$

$$\left(m_1',\Im_1\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_1',\vec{\rho}); \left(m_2',\Im_2\right)\leftarrow \mathrm{HB\_1}(c_2',\vec{\rho})$$

$fin\_mientras$

$Paso-4:$Finalización:

$mostrar\ resultados: c, m, \Im; finalizar.$

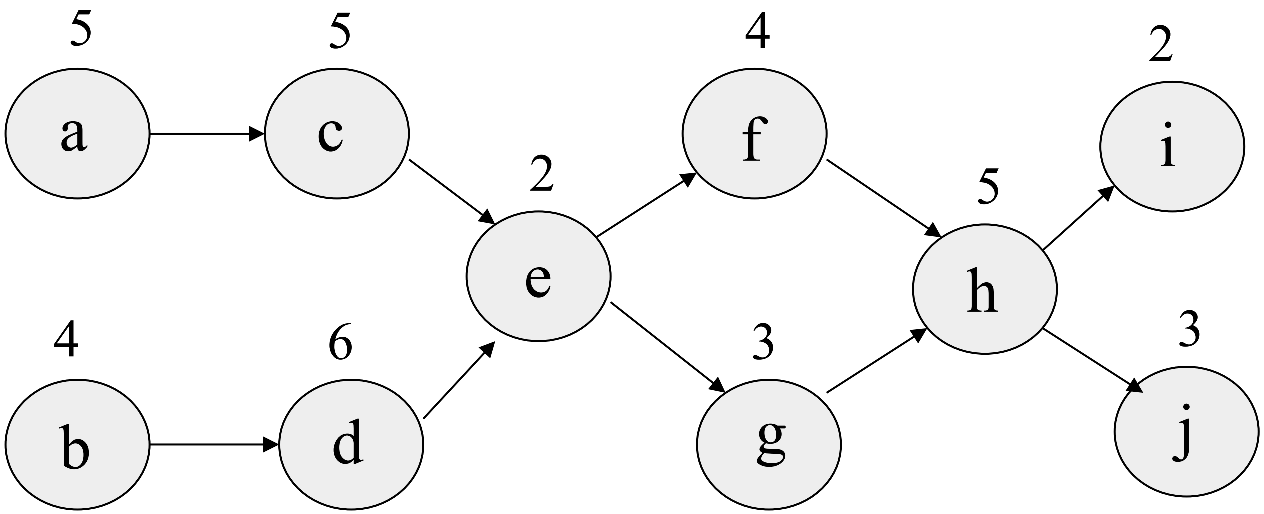
Ejemplo 1. Resolución HB-4 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-4 (m=3)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar j_ρ^* : $j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right)$. Sea $\rho = 4$.

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}^{\prime} \quad \forall j \in J$; *regla* (carga transitiva pendiente - Helgeson&Birnie)

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



Ciclo tentativo: 13. Bisección c1=10 y c2=14

Modelo SALBP-E. Programa matemático

SALBP-E · Formulación:

PM-SALBP-E: $Min\ z_3 = m \times c \quad (0)$

s.a.:

$$m \geq m_{\min} \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (3)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (5)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (6)$$

Modelo SALBP-E. Resolución orientación tareas · Barrido (1)

SALBP-E · Resolución Heurística HB-5 · Barrido de m asistido por HB-3:

$$Paso-0: \text{Inicialización}$$

$$fijar\ \left(m_{\min}, m_{\max} (1 < m_{\min} \le m_{\max} < |J|),\ \vec{\rho}\ \in \mathrm{P}^{|J|}\right);$$

$$\left(c_{\min}, \Im_{\max} = \left\{S_k (k=1,..,m_{\max})\right\}\right) \leftarrow \mathrm{HB\_3}(m_{\max}, \vec{\rho});$$

$$\left(c_{\max}, \Im_{\min} = \left\{S'_k (k=1,..,m_{\min})\right\}\right) \leftarrow \mathrm{HB\_3}(m_{\min}, \vec{\rho})$$

$$Paso-1: \text{Test inicial de mínimo}$$

$$si\ c_{\min} m_{\max} \le c_{\max} m_{\min}, hacer:$$

$$z = c_{\min} m_{\max}; c = c_{\min}; m = m_{\max}; \Im = \Im_{\max}$$

$$si\_no,\ hacer:$$

$$z = c_{\max} m_{\min}; c = c_{\max}; m = m_{\min}; \Im = \Im_{\min}$$

$$fin\_si$$

Modelo SALBP-E. Resolución orientación tareas · Barrido (2)

SALBP-E · Resolución Heurística HB-5 · Barrido de m asistido por HB-3 (Cont.):

$Paso-2:$ Barrido sobre el número de estaciones

$$m' = m_{\min} + 1$$

$$mientras\ \ m' < m_{\max}, hacer:$$

$$\left(c', S_k (k=1,..,m')\right) \leftarrow \mathrm{HB\_3}(m', \vec{\rho})$$

$$si\ \ m'c' \le z, hacer:$$

$$z = m'c'; c = c'; m = m'; \Im = \left\{ S_k (k=1,..,m') \right\}$$

$$fin\_si$$

$$m' \leftarrow m' + 1$$

$$fin\_mientras$$

$Paso-3:$ Finalización

$$mostrar\ resultados: z, c, m, \Im; finalizar.$$

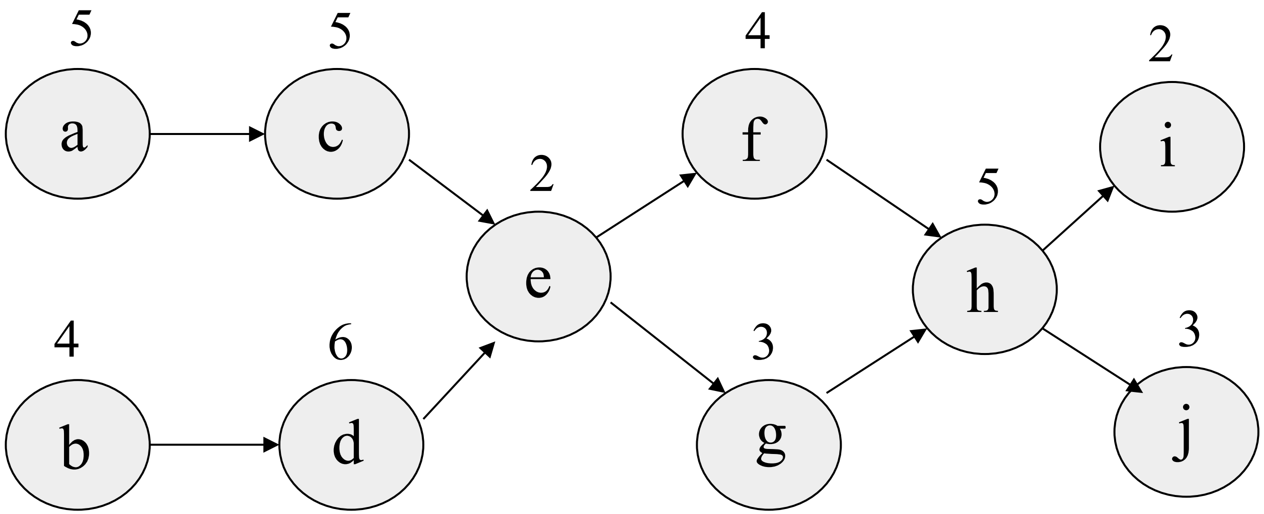
Ejemplo 1. Resolución HB-5 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-5 (m =: [2, 10])

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar $j^*_\rho : j^*_\rho = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right)$. Sea $\rho = 4$.

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F^*_j} t'_j$ $\quad \forall j \in J$; *regla* (carga transitiva pendiente - Helgeson&Birnie)

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



Barrido: $m_{min} = 2$ y $m_{max} = 10$

Modelo SALBP-F. Programa matemático

SALBP-F · Formulación:

PM-SALBP-F: Satisfacer restricciones (1)-(4)

Restricciones:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \le c_{\max} \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \ge 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (4)$$

GALBP · Restricciones adicionales

GALBP · Incompatibilidad entre tareas:

Sea $\aleph$ el conjunto de pares de tareas incompatibles (sin transitividad):

$$\aleph = \left\{ (j, j') \in J^2 : (j \in S_k) \wedge (j' \in S'_k) \Rightarrow k \neq k', \forall k, k' = 1,..,m_{\max} \right\}$$

add :

$$\left| \sum_{k=1}^{m_{\max}} k \left(x_{j,k} - x_{j',k} \right) \right| \geq 1 \qquad \forall (j, j') \in \aleph \qquad (1)$$

Selectividad entre tareas (ILU-NISSAN) de una misma familia

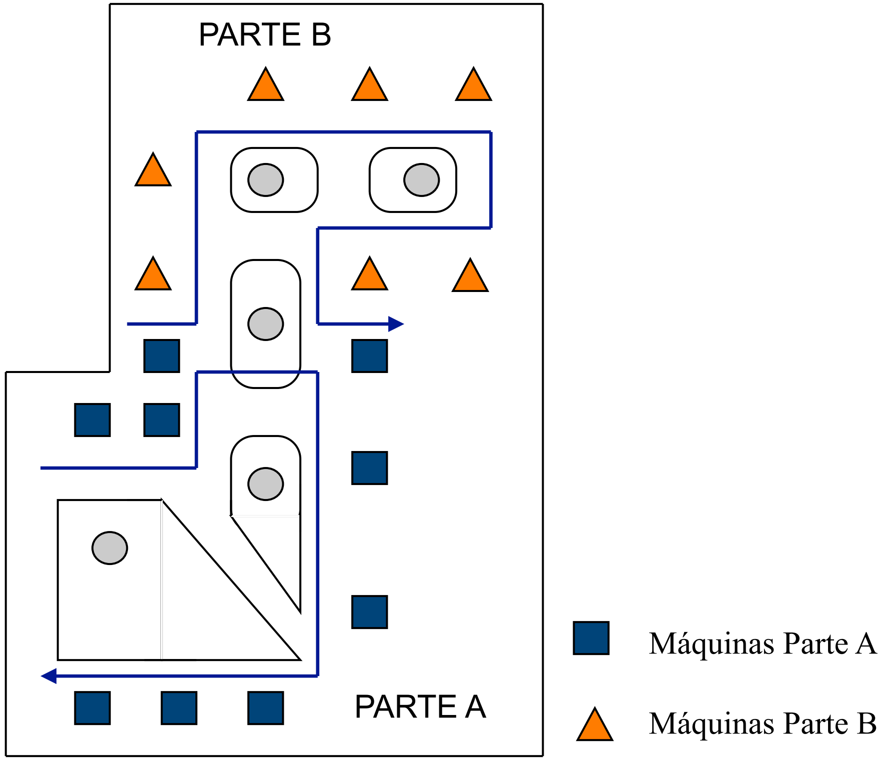
Sea Λ_j la familia de tareas alternativas a la representante (estándar) *j*:

$$\forall j \in J : \left|\Lambda_j\right| > 1 \ \text{Hacer:} \left\{ \begin{array}{lll} \text{1. Rectificar:} & t_j x_{j,k} \leftarrow \sum_{\lambda_j \in \Lambda_j} t_{\lambda_j} x_{\lambda_j,k} & (k = 1,..,m_{\max}) \\ \text{2. Añadir:} & \sum_{\lambda_j \in \Lambda_j} x_{\lambda_j,k} = x_{j,k} & (k = 1,..,m_{\max}) \end{array} \right\}$$

GALBP · Líneas en forma de U

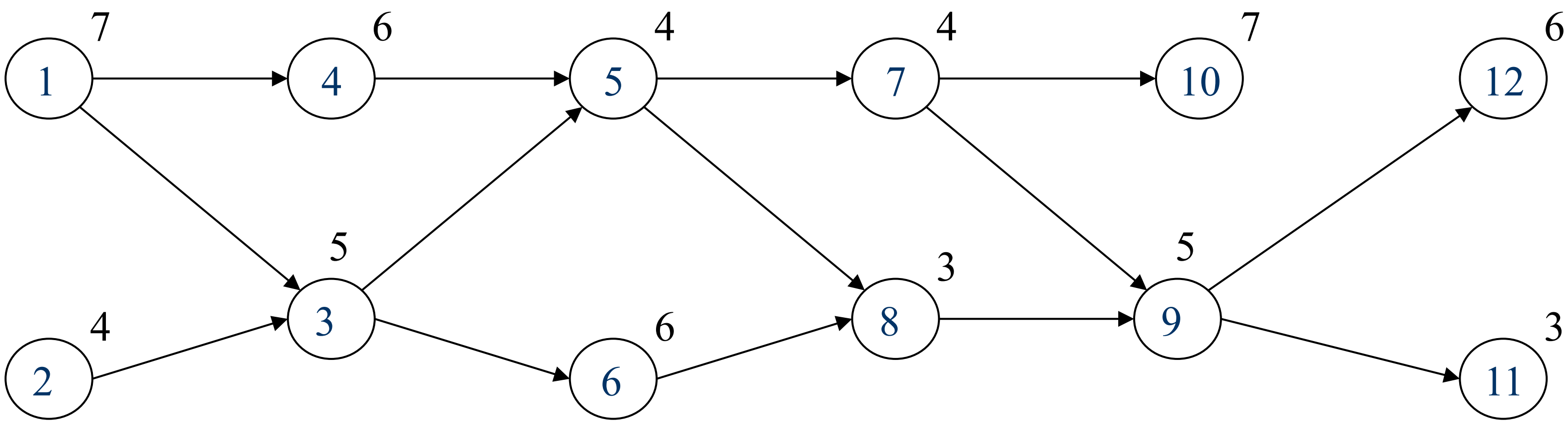
Líneas en U · Características:

(1) Cercanía entre los puntos de entrada y de salida de WIP de la línea. (2) Posibilidad de hacer estaciones abiertas. (3) Posibilidad de concentrar los requerimientos de espacio y de reducir movimientos. (4) Comodidad en la reorganización ante cambios del tiempo de ciclo.



Ejemplo 2. Líneas en U · Presentación

Ejemplo 2: Línea de producción 12 tareas · Forma de U



$c = 10:$

$$t_{sum} = 60,\ m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{60}{10} \right\rceil = 6,\ \eta_{\max}(10) = \frac{60}{6 \times 10} = 1.00,\ \ \eta(6{,}10) = \frac{60}{6 \times 10} = 1.00$$

Determinar los límites del tiempo de ciclo *c*; el número mínimo de estaciones $m_{\min}$ y la eficiencia máxima de la línea para los ciclos 10, 12 y 20 *ut*.

Modelos GALBP-U. Formulación

Nomenclatura:

Parámetros:

J,j	Conjunto de tareas elementales · Índice de tarea $j \in J\left(j=1,..,\lvert J\rvert\right)$
K,k	Conjunto de estaciones de trabajo · Índice de estación de trabajo $k \in K\left(k=1,..,\lvert K\rvert\right)$
t_j	Tiempo de proceso de la tarea $j:\left(j=1,..,\lvert J\rvert\right)$
P_j,P_j^*	Conjuntos de tareas precedentes de $j:\left(j=1,..,\lvert J\rvert\right)$ inmediatas y transitivas.
F_j,F_j^*	Conjuntos de tareas siguientes de $j:\left(j=1,..,\lvert J\rvert\right)$ inmediatas y transitivas.
$c_{\min}$	Tiempo de ciclo mínimo · valor inverso de la tasa de producción máxima
$c_{\max}$	Tiempo de ciclo máximo · valor inverso de la tasa de producción mínima
$m_{\min}$	Número mínimo de estaciones de trabajo condicionado por la tasa de demanda
$m_{\max}$	Número máximo de estaciones de trabajo condicionado por la disponibilidad de recursos

Variables:

c,m	Tiempo de ciclo de la línea · Número de estaciones de trabajo requeridas por la línea
$x_{j,k}$	Variable binaria que vale 1 si la tarea $j \in J$ se asigna a la estación $k \in K$, y 0 en caso contrario.
m_j,y_j	Estación a la que se asigna la tarea $j \in J$ ·
y_j	Variable binaria auxiliar de asignación de los conjuntos P_j y F_j en función de m_j

Modelo GALBP-U1. Programa matemático

GALBP-U1 · Formulación:

PM-GALBP-U1:

$$Min\ z_1 = m \qquad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} = m_j \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (4)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (5)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (6)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (7)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (8)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (9)$$

Modelo GALBP-U1. Resolución orientación tareas (1)

GALBP-U1 · Resolución Heurística HB-6 · Regla 1: argmax(t_j)

$Paso-0$: Inicialización

$$I_{sum}=0; k=1; S_k=\varnothing; T=c \text{ } (T: \text{tiempo disponible});$$

$$\bar{J}=J \text{ } (\bar{J}: \text{conjunto de tareas no asignadas}).$$

$Paso-1$: Construcción del conjunto de tareas candidatas a asignar ($\hat{J} \subseteq \bar{J}$)

$$sea: \hat{J}=\left\{ j \in \bar{J} : \left(t_j \le T\right) \wedge \left(\left(P_j^* \subseteq J-\bar{J}\right) \vee \left(F_j^* \subseteq J-\bar{J}\right)\right)\right\}$$

$Paso-2$: Test de cierre y apertura de estación

$$si \left|\hat{J}\right|=0 \text{ (cierre)}, hacer:$$

$$I_{sum} \leftarrow I_{sum}+T; T=c; k \leftarrow k+1; S_k=\varnothing; Ir\, a\, Paso-1.$$

$$si\_no, continuar.$$

Modelo GALBP-U1. Resolución orientación tareas (2)

GALBP-U1 · Resolución Heurística HB-6 · Regla 1: argmax(t_j) (*Continuación*):

$Paso-3$: Elección de la tarea asignar

$$j_\rho^* = \begin{cases} j', \ si \ \exists j' \in \hat{J} : \left(t_{j'} = T\right) \\ \arg\max_{j \in \hat{J}} \left(v_1(j) = t_j\right), \ si\_no \end{cases}$$

$Paso-4$: Asignación de j_ρ^*

$$hacer : T \leftarrow T - t_{j_\rho^*}; S_k \leftarrow S_k \cup \left\{ j_\rho^* \right\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - \left\{ j_\rho^* \right\}$$

$Paso-5$: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

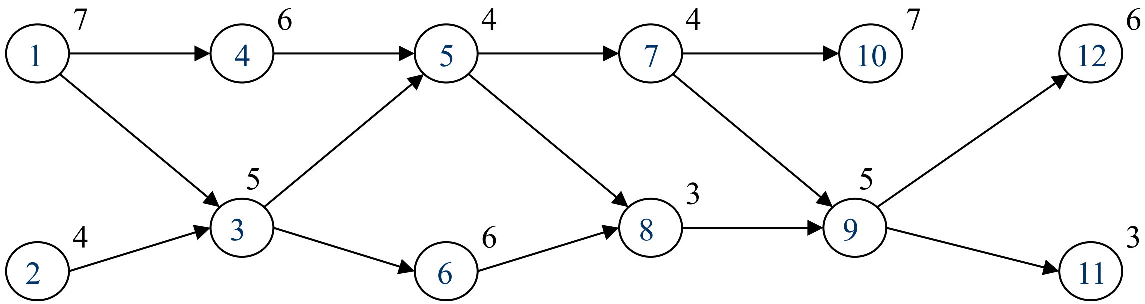
$$si \left| \bar{J} \right| = 0, \ hacer :$$

$$m = k; \ mostrar\, resultados : S_k \ (k = 1,..,m); \ finalizar.$$

$$si\_no, Ir\, a\, Paso - 1.$$

Ejemplo 2. Resolución HB-6

Ejemplo 2: Línea de producción forma U 12 tareas · GALBP-U1 · HB-6 (c=10)

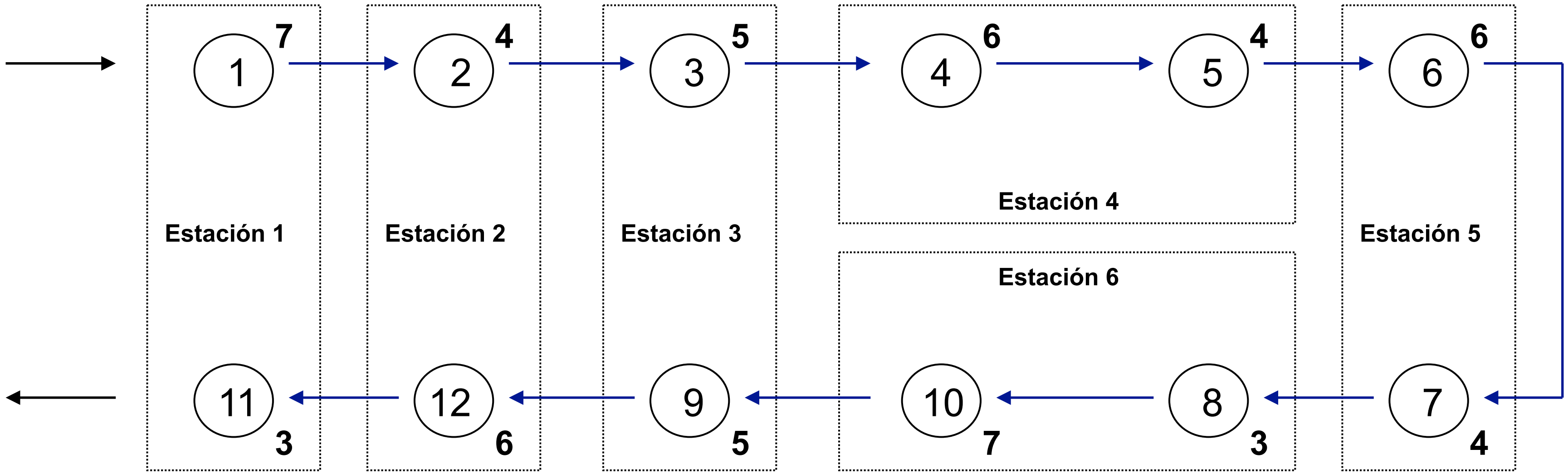


$$c = 10 \Rightarrow m = 6$$

$$t_{sum} = 60$$

$$\eta(6,10) = \frac{60}{6 \times 10} = 1.00$$

$$I_{sum} = 0$$



Modelo GALBP-U2. Programa matemático

GALBP-U2 · Formulación:

PM-GALBP-U2: $\quad Min\ z_2 = c \qquad (0)$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$c - \sum_{k=1}^{m_{\max}} t_j x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} = m_j \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (3)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (4)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (5)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (6)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (7)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (8)$$

Modelo GALBP-UE. Programa matemático

GALBP-UE · Formulación:

PM-GALBP-UE: $Min\ z_E = m \times c$ (0)

s.a.:

$$m \geq m_{\min} \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (3)$$

$$c - \sum_{k=1}^{m_{\max}} t_j x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} = m_j \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (5)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (6)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (7)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (8)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (9)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (10)$$

Modelo GALBP-UF. Programa matemático

GALBP-UF · Formulación:

PM-GALBP-UF: Satisfacer (1) - (8)

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \le c_{\max} \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} = m_j \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (3)$$

$$m_i - m_j \le m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (4)$$

$$m_j - m_i \le m_{\max}(1 - y_j) \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (5)$$

$$m_j - m_i \le m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in P_j^*\right) \qquad (6)$$

$$m_i - m_j \le m_{\max} y_j \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : \left(i \in F_j^*\right) \qquad (7)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (8)$$

Procedimientos de resolución problemas ALB

Procedimientos Exactos:

Programación matemática · Programación dinámica

Procedimientos heurísticos:

- *Metaheurísticos - híbridos*
- *computación evolutiva*
- *algoritmos genéticos*
- *algoritmos meméticos*
- *algoritmos bioinspirados*
- *colonias de hormigas*
- *algoritmos basados en colonias/ enjambres*
- *sistemas inmunes*
- *computación natural*
- *búsqueda tabú*
- *búsqueda dispersa*
- *enfriamiento simulado*
- *GRASP*
- *búsqueda basada en entornos*
- *búsqueda local iterada*
- *búsqueda por vecindarios*
- *otros.*