



# Cátedra Nissan

-PROTHIUS-

## **Organización Industrial. Métodos y tiempos, Asignación de máquinas e interferencias.**

*Joaquín Bautista Valhondo*

D-23/2011  
(Rec. OP-BCC)

*Departamento de Organización de Empresas*

Universidad Politécnica de Cataluña

**Publica:**

Universitat Politècnica de Catalunya  
[www.upc.edu](http://www.upc.edu)



**Edita:**

Cátedra Nissan  
[www.nissanchair.com](http://www.nissanchair.com)  
director@nissanchair.com

# Métodos y tiempos



Departament  
d'Organització  
d'Empreses

Ref.: Companys, R; Corominas, A. (1994) Organización de la Producción I. Diseño de sistemas productivos 3. Edicions UPC, Barcelona.

# Contenido

---

- Preliminares (estudio de métodos)
- Rediseño de un trabajo
  - Contenido del trabajo
  - Método y organización
  - Oportunidades y condiciones
  - Repercusión en los costes
- Descripción de métodos
- Mejora de métodos
- Estudio de tiempos
  - Cronometraje
  - Sistemas de tiempos predeterminados
  - Muestreo del trabajo



# Preliminares

---

- *Concepto de estudio de métodos:*

El estudio de métodos es el registro y examen crítico sistemático de los métodos existentes y proyectados para llevar a cabo un trabajo, con el propósito de idear y aplicar métodos más sencillos y eficaces y reducir los costes.

- *Finalidades del estudio de métodos:*

- Mejorar los procesos y los procedimientos.
- Mejorar la disposición de la fábrica, taller y lugar de trabajo, así como de los modelos de máquinas e instalaciones.
- Economizar el esfuerzo humano y reducir la fatiga innecesaria.
- Mejorar la utilización de materiales, máquinas y mano de obra.
- Crear mejores condiciones materiales de trabajo.

# Rediseño de un trabajo

---

## *Aspectos a considerar:*

- Contenido del trabajo.
- Método de trabajo y organización.
- Oportunidades del puesto de trabajo.
- Condiciones y relaciones sociales de trabajo.
- Repercusión en los costes

## Rediseño de un trabajo. Contenido

---

### *Aspectos a considerar:*

- Integridad y relación entre tareas.
- Adición de tareas nuevas, más especializadas y más variadas.
- Utilización de destrezas y aptitudes de los RRHH.
- Incluir tareas auxiliares y preparatorias.
- Autonomía RRHH en inspección y reparación en su zona.
- Responsabilidad RRHH de montaje, mantenimiento y limpieza en su zona.
- Percepción de la utilidad del producto.
- Contenido digno.

# Rediseño de un trabajo. Método y organización

---

## *Aspectos a considerar:*

- Dar opciones a RH para elegir.
- RH elige alternativa, planifica y organiza su trabajo.
- Autoregulación, autocontrol y autonomía.
- RH es responsable del control y rendimiento de su trabajo.
- RH marca el ritmo del trabajo.
- RH interviene en la resolución de problemas.
- RH participa en el diseño y mejora de puestos.
- RH es informado sobre objetivos y evaluación del desempeño.

## Rediseño de un trabajo. Oportunidades y condiciones (1/2)

---

### *Aspectos a considerar sobre las oportunidades del puesto:*

- Más formación que la mínima requerida.
- RH aprende sobre el proceso.
- Perspectivas de promoción RH.
- Asignación de tareas que permitan adquirir pericia a RH.
- Más responsabilidad para RH.

### *Aspectos a considerar sobre las condiciones sociales:*

- Permitir o no reuniones ajenas al trabajo.
- Permitir o no movimientos no relacionados con el trabajo.





## Rediseño de un trabajo. Oportunidades y condiciones (2/2)

---

- *Ampliación o extensión horizontal:* asignar a una misma persona un mayor número de elementos de trabajo de la misma naturaleza.
- *Enriquecimiento o extensión vertical:* asignar a una misma persona tareas de distinta naturaleza (planificación y ejecución, p.e.).
- *Trabajo en grupos:* asignar al grupo parte de la responsabilidad en la organización del trabajo.
- *Rotación de puestos:* ejercicio por parte de las personas, de modo sucesivo y cíclico, en periodos de duración dada, de diversas funciones.
- *Polivalencia:* evolución de la rotación de puestos donde la persona es capaz de realizar un conjunto de funciones y aplica esta capacidad a medida que las circunstancias lo exigen.



# Rediseño de un trabajo. Repercusión en los costes

---

## *Aspectos a considerar:*

- Edificios y superficie.
- Utillajes y existencias.
- Formación y consultas.
- Productividad y salarios.
- Personal de ejecución y mandos intermedios.
- Absentismo y rotación.
- Calidad y ahorro de materiales.

# Descripción de métodos. Diagrama de actividades simultáneas (1/2)

DIAGRAMA DE ACTIVIDADES MÚLTIPLES		R E S U M E N		
DIAGRAMA núm. 8	HOJA núm. 7	ACTUAL (minutos)	PROPUESTO (minutos)	ECONOMIA
PRODUCTO: <i>Pieza de fundición B. 239</i>	PLANO núm. B. 239/1	Operario Máquina	2.0 2.0	
PROCESO: <i>Fresado segunda cara</i>		Operario Máquina	1.2 0.8	
MAQUINA(S): <i>Fresadora vertical Cincinnati núm. 4</i>	VELOCIDAD AVANCE 80 38 r/min. cm/min.	Operario Máquina	0.8 1.2	
OPERARIO:	FICHA núm. 1234	Operario	60%	
COMPUESTO POR:	FECHA:	Máquina	40%	
TIEMPO (minutos)	OPERARIO	MAQUINA		TIEMPO (minutos)
0.2	<i>Saca pieza terminada</i>			0.2
0.4	<i>Limpiar con aire comprimido</i>			0.4
0.6	<i>Calibra profundidad en placa</i>			0.6
0.8	<i>Desbasta borde con lima</i>			0.8
1.0	<i>Limpiar con aire comprimido</i>			1.0
1.2	<i>Coloca en caja piezas acabadas</i>			1.2
1.4	<i>Recoge otra pieza</i>			1.4
1.6	<i>Limpiar la máquina con aire comprimido</i>			1.6
1.8	<i>Coloca pieza en soporte</i>			1.8
2.0	<i>Pone en marcha la máquina y el avance</i>			2.0
2.2				2.2
2.4				2.4
2.6				2.6
2.8				2.8
3.0				3.0
3.2				3.2
3.4				3.4
3.6				3.6
3.8				3.8

Diagrama RH-máquina (fresado - método original) Fuente: OIT, Introducción al estudio del trabajo

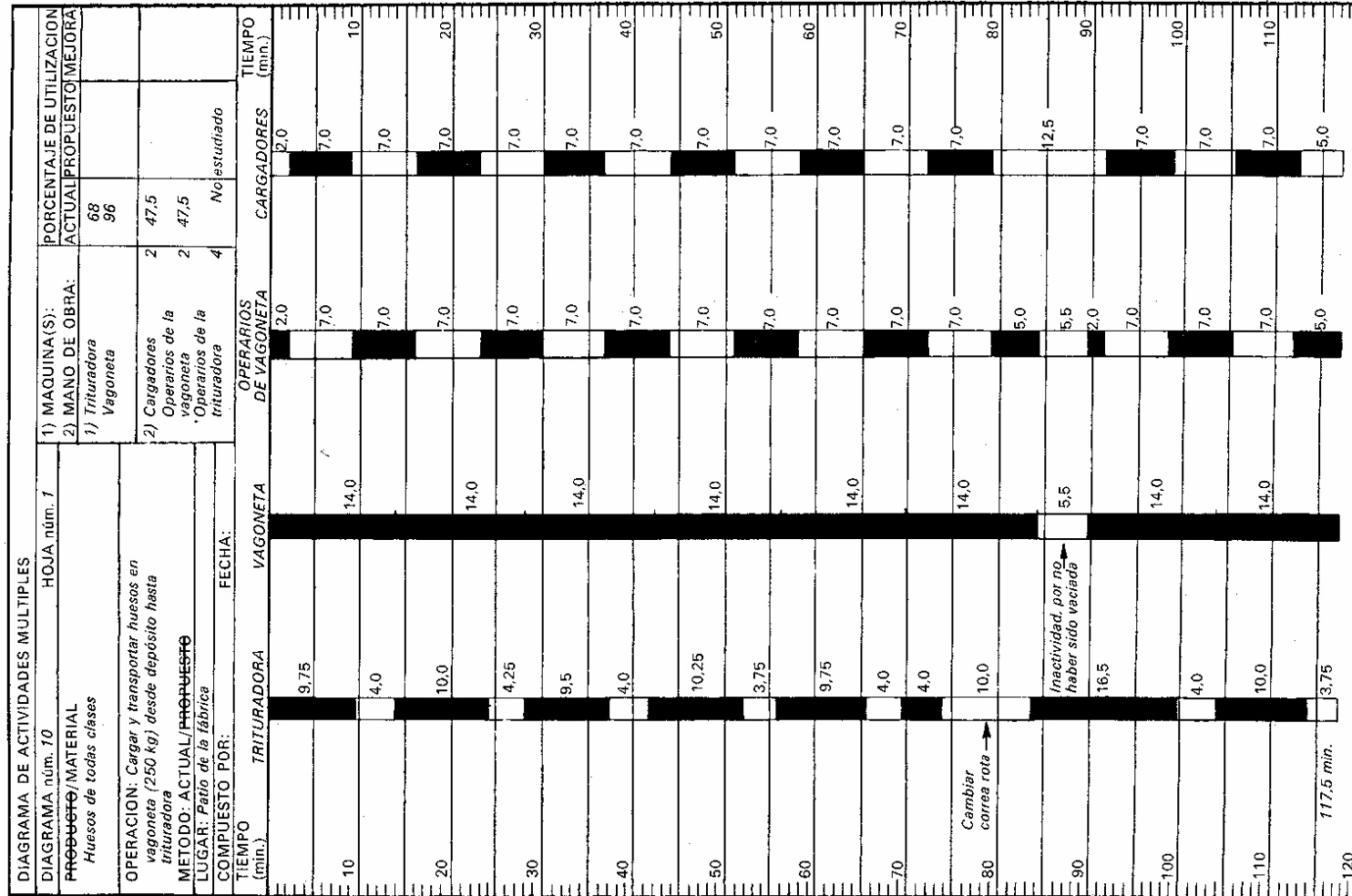


# Descripción de métodos. Diagrama de actividades simultáneas (2/2)

DIAGRAMA DE ACTIVIDADES MULTIPLES		R E S U M E N			
DIAGRAMA núm. 9	HOJA núm. 1	ACTUAL	PROPUESTO	ECONOMIA	
PRODUCTO: Pieza de fundición B. 239	PLANO núm. B. 239/1	Hombre 2.0	1.36	0.64	
PROCESO: Fresado segunda cara		Máquina 2.0	1.36	0.64	
MAQUINA(S): Fresadora vertical Cincinnati núm. 4	VELOCIDAD AVANCE 80 38 r/min. cm/min.	Hombre 1.2	1.12	0.08	
OPERARIO:	FICHA núm. 1234	Máquina 0.8	0.8	—	
COMPUESTO POR:	FECHA:	Hombre 60%	63%	23%	
TIEMPO (minutos)	OPERARIO	Máquina 40%	59%	19%	
0.2	Saca pieza terminada				0.2
0.4	Limpia máquina con aire comprimido. Coloca otra pieza en soporte. pone en marcha la máquina y el autoavance		Inactiva		0.4
0.6					0.6
0.8	Desbarba borde con lima: limpia con aire comprimido				0.8
1.0	Cuiltra profundidad en pieza		Trabalando		1.0
1.2	Coloca pieza en cañón pieza acabadada: recoge otra pieza y le deposita cerca de máquina		Fresado segunda cara		1.2
1.4	Inactivo				1.4
1.6					1.6
1.8					1.8
2.0					2.0
2.2					2.2
2.4					2.4
2.6					2.6
2.8					2.8
3.0					3.0
3.2					3.2
3.4					3.4
3.6					3.6
3.8					3.8

Diagrama RH-máquina (fresado - método propuesto) Fuente: OIT, Introducción al estudio del trabajo

# Descripción de métodos. Diagrama de actividades múltiples



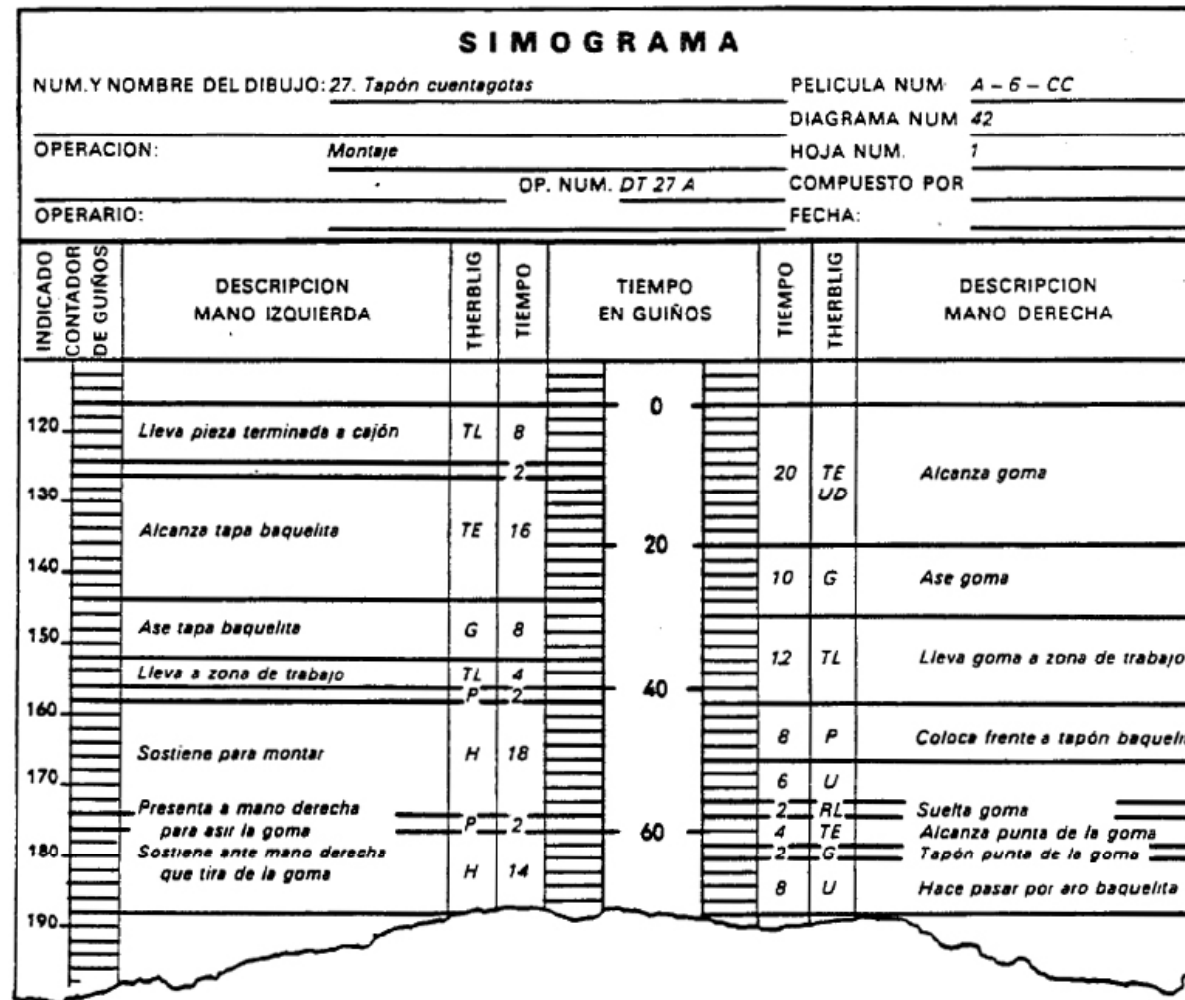
Proceso trituración de huesos (método original) Fuente: OIT, Introducción al estudio del trabajo







# Descripción de métodos. Simograma



Movimientos simultáneos ambas manos *Fuente: OIT, Introducción al estudio del trabajo*



## Mejora de métodos (1/5)

---

### *Procedimiento:*

1. Selección del trabajo a mejorar.
2. Descripción del método actual.
3. Crítica.
4. Diseño del nuevo método.
5. Comparación de los dos métodos.
6. Entrenamiento.
7. Control.



## Mejora de métodos (2/5)

---

*Crítica sobre el método. Cuestiones:*

<i>Preguntas</i>	<i>Intención</i>
¿Qué?	Eliminar
¿Dónde?	Combinar y reordenar
¿Cuándo?	
¿Quién?	
¿Cómo?	Simplificar

## Mejora de métodos (3/5)

---

*Crítica sobre el método. Aspectos cuestionables:*

- Materiales.
- Transporte.
- Operaciones y operarios.
- Herramientas y equipos.
- Condiciones de trabajo: iluminación, temperatura, ventilación, alturas.
- Diseño del puesto de trabajo.
- Diseño del producto.



## Mejora de métodos (4/5)

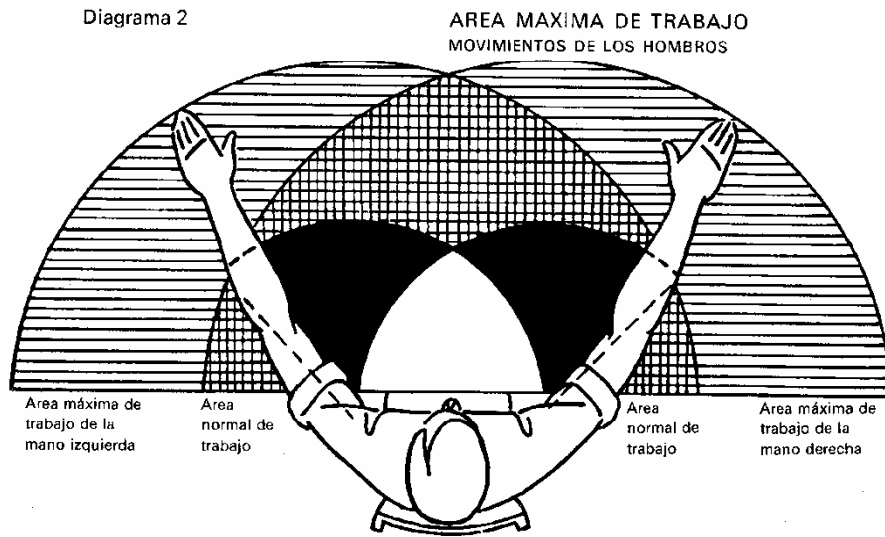
---

### *Reglas generales:*

- Simplificar los movimientos todo lo que sea posible, de forma que tengan lugar siempre dentro de las *esferas de trabajo* y que supongan el mínimo esfuerzo.
- Evitar cambios bruscos de dirección y paradas.
- Movimientos de ambas manos simultáneos y simétricos.
- Alturas de las superficies de trabajo cómodas.
- Los materiales y las herramientas han de estar en posiciones fijas, dentro de las esferas de trabajo.
- Aprovechar la gravedad para el aprovisionamiento de componentes y para la evacuación de subconjuntos o de productos.
- Maximizar la utilización de soportes y dispositivos de sujeción.

# Mejora de métodos (5/5)

## *Simplificación de movimientos. Esferas de trabajo:*



Proyecciones de las esferas de trabajo sobre el plano horizontal (áreas máxima y normal de trabajo)

*Fuente:* OIT, Introducción al estudio del trabajo

# Estudio de tiempos

---

- *Concepto:*

El estudio de tiempos comprende el cronometraje, los sistemas de tiempos predeterminados y el muestreo del trabajo. Permite establecer puntos de referencia para estandarizar los tiempos de las operaciones compuestas por elementos de trabajo.

- *Finalidades:*

- Mejorar continuamente los procesos y los procedimientos.
- Mejorar continuamente las condiciones de trabajo.
- Establecer comparaciones entre productividades de operaciones alternativas.
- Observar y revisar, analíticamente, la efectividad y la validez de los elementos de trabajo que componen una operación.

## Cronometraje. Conceptos básicos (1/2)

---

- *Elemento de trabajo*: Parte del trabajo de una operación o proceso que está delimitada por unos instantes de inicio y finalización claramente observables.  
Requisitos:
  - Tiempo de observación suficientemente largo para reducir errores de cronometraje.
  - Observación suficientemente corta para garantizar un ritmo de trabajo constante.
- *Actividad* ( $A_i$ ): Ritmo observado (apreciado) sobre el desempeño del  $i$ -ésimo elemento de trabajo.
  - Escalas (normal-óptima): (A) 75-100, (B: Bedaux) 60-80; (C: centesimal) 100-133'33.
  - Actividad normal ( $A_0$ ): andar a 4'8 km/h sin carga en suelo llano sin accidentes.
  - Actividad óptima ( $A^*$ ): actividad que está a 1/3 por encima de la actividad normal.
- *Tiempo registrado* ( $y_i$ ): Tiempo observado (cronometrado) sobre la duración del  $i$ -ésimo elemento de trabajo (segundos, centésima de minuto, diezmilésima de hora).
- *Observación  $k$  sobre el elemento de trabajo  $i$* : par ordenado ( $A_{k_i}, y_{k_i}$ )

## Cronometraje. Conceptos básicos (2/2)

---

- *Factor de actividad para la k-ésima observación del i-ésimo elemento de trabajo:*

$$a_{k_i} = \frac{A_{k_i}}{A_0} \quad \forall k_i \in O(i) \equiv \{\text{observaciones válidas sobre } i\}$$

- *Tiempo normal para la k-ésima observación del i-ésimo elemento de trabajo:*

$$x_{k_i} = a_{k_i} y_{k_i} \quad \forall k_i \in O(i)$$

- *Tiempo normal representativo del i-ésimo elemento de trabajo:*

$$\bar{x}_i = \frac{1}{|O(i)|} \sum_{k_i \in O(i)} a_{k_i} y_{k_i} = \frac{1}{|O(i)|} \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i} \quad \forall i \in I \equiv \{\text{elementos de trabajo}\}$$



## Cronometraje. Estimaciones

- *Intervalo de confianza para el tiempo normal representativo del i-ésimo elemento de trabajo referido a la población:*

$$\bar{x}_i \pm t_\alpha \frac{\sigma_i}{\sqrt{N_i}} \quad \forall i \in I,$$

$t_\alpha \Rightarrow$  ley normal para el nivel de confianza  $(1 - \alpha) \Rightarrow (t_{0.05} = 1.96)$

- *Intervalo de confianza para el tiempo normal representativo del i-ésimo elemento de trabajo referido a una muestra:*

$$\bar{x}_i \pm t_{|O(i)|-1, \alpha} \frac{\sqrt{|O(i)| \sum_{k_i \in O(i)} x_{i_k}^2 - \left( \sum_{k_i \in O(i)} x_{i_k} \right)^2}}{\sqrt{N_i |O(i)| (|O(i)| - 1)}} \quad \forall i \in I,$$

$t_{\nu, \alpha} \Rightarrow$  ley Student - Fisher para  $\nu$  grados de libertad y riesgo bilateral  $\alpha \Rightarrow (t_{\infty, 0.05} = 1.96)$

## Cronometraje. Precisión

- *Observaciones requeridas para garantizar una precisión absoluta  $\pm \Delta(\bar{x}_i)$*

$$\bar{x}_i \pm \Delta(\bar{x}_i) \Rightarrow N_i \geq t_{|O(i)|-1, \alpha}^2 \frac{|O(i)| \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i}^2 - \left( \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i} \right)^2}{\Delta^2(\bar{x}_i) |O(i)| (|O(i)| - 1)} \quad \forall i \in I,$$

$t_{\nu, \alpha} \Rightarrow$  ley Student - Fisher para  $\nu$  grados de libertad y riesgo bilateral  $\alpha \Rightarrow (t_{\infty, 0.05} = 1.96)$

- *Observaciones requeridas para garantizar una precisión relativa  $\pm \delta(\bar{x}_i)$*

$$1 \pm \delta(\bar{x}_i) \Rightarrow N_i \geq t_{|O(i)|-1, \alpha}^2 \frac{|O(i)|^2 \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i}^2 - |O(i)| \left( \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i} \right)^2}{\delta^2(\bar{x}_i) (|O(i)| - 1) \left( \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i} \right)^2} \quad \forall i \in I,$$

$t_{\nu, \alpha} \Rightarrow$  ley Student - Fisher para  $\nu$  grados de libertad y riesgo bilateral  $\alpha \Rightarrow (t_{\infty, 0.05} = 1.96)$

## Cronometraje. Ejemplo

$k_i$	$A_{k_i}$	$y_{k_i}$	$x_{k_i}$	$x_{k_i}^2$
1	60	95	95,0	9025,0
2	60	83	83,0	6889,0
3	70	87	101,5	10302,3
4	70	89	103,8	10781,4
5	70	64	74,7	5575,1
6	80	86	114,7	13148,4
7	80	81	108,0	11664,0
8	85	76	107,7	11592,1
9	85	68	96,3	9280,1
10	90	73	109,5	11990,3

$$A_0 = 60 \text{ (B)}; |O(i)| = 10; \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i} = 994.2; \sum_{k_i \in O(i)} x_{k_i}^2 = 100247.6; \bar{x}_i = 99.42; t_{9,0.05} = 2.262$$

$\Delta(x_i)$	1	2	3	4	5	9	$\delta(x_i)$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.09
$N_i \geq$	802	201	89	50	32	10	$N_i \geq$	812	203	90	51	32	10



## Cronometraje. Tiempos de ciclo

- *Tiempo normal representativo del ciclo y tiempo tipo o estándar del ciclo:*

$I$  : conjunto de elementos de trabajo en un ciclo

$\bar{x}_i$  : tiempo normal representativo del elemento  $i \in I$

$f_i$  : frecuencia del elemento  $i \in I$  dentro del ciclo

$g_i$  : coeficiente de recuperación y descanso aplicado al elemento  $i \in I$

$T$  : estimación del tiempo normal representativo del ciclo

$T'$  : estimación del tiempo *estándar* del ciclo

$$T = \sum_{i \in I} f_i \bar{x}_i \Rightarrow \sum_{i \in I} f_i (\bar{x}_i \pm \Delta(\bar{x}_i)) = \sum_{i \in I} f_i \bar{x}_i \pm \sum_{i \in I} f_i \Delta(\bar{x}_i) = T \pm \Delta(T)$$

$$T' = \sum_{i \in I} (1 + g_i) f_i \bar{x}_i \Rightarrow \sum_{i \in I} (1 + g_i) f_i (\bar{x}_i \pm \Delta(\bar{x}_i)) = T' \pm \sum_{i \in I} (1 + g_i) f_i \Delta(\bar{x}_i) = T' \pm \Delta(T')$$

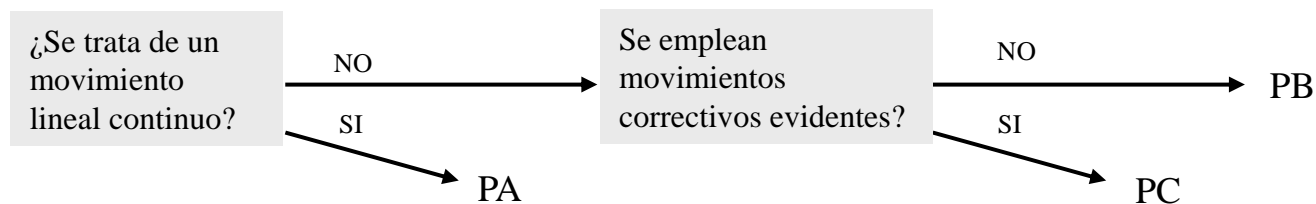
## Sistemas de tiempos predeterminados (1/2)

---

▪ Recoger	GA	GB	GC
▪ Poner	PA	PB	PC
▪ Reasir	R		
▪ Aplicar presión	A		
▪ Emplear los ojos	E		
▪ Mover el pie	F		
▪ Dar un paso	S		
▪ Inclinarsse y levantarse	B		
▪ Factores peso	GW	PW	
▪ Hacer girar	C		

## Sistemas de tiempos predeterminados (2/2)

- *Poner* es una acción que tiene por finalidad principal trasladar un objeto hasta su destino con la mano
  - empieza: cuando el objeto está asido y dominado en el lugar inicial
  - comprende: todos los movimientos de traslado y corrección necesarios para colocar el objeto
  - termina: con el objeto todavía asido en el lugar previsto
- Se opta entre tres clases de la acción **poner** conforme a las siguientes variables
  - 1) necesidad de emplear movimientos de corrección
  - 2) distancia recorrida
  - 3) peso del objeto o resistencia al movimiento
- La clase *poner* se determina conforme al siguiente modelo de opción:
  - Ejemplo de PA: apartar un objeto
  - Ejemplo de PB: poner una esfera de 12 mm en un agujero de 15 mm de diámetro
  - Ejemplo de PC: introducir una llave o similar en una cerradura



## Muestreo del trabajo (Tippet 1934)

---

- *Concepto:*

El muestreo del trabajo consiste en hacer, en instantes elegidos al azar, observaciones en las que se registra cuál de los casos establecidos a priori es el que se produce, efectivamente, en dichos instantes.

- *Finalidades:*

- Mejorar continuamente los procesos y los procedimientos.
- Mejorar continuamente las condiciones de trabajo.
- Estimar la proporción de tiempo activo o inactivo.
- Estimar la proporción de tiempo dedicado a un tipo de trabajo establecido a priori.

## Muestro del trabajo. Estimaciones

---

- *Intervalo de confianza para una proporción de elementos que poseen una propiedad:*

$J$  : conjunto de propiedades

$\omega_j$  : proporción de elementos en la población que poseen la propiedad  $j \in J$

$\hat{\omega}_j$  : estimación de  $\omega_j$  con una muestra de  $N$  observaciones

$$\hat{\omega}_j \pm t_\alpha \sqrt{\frac{\omega_j(1-\omega_j)}{N}} \quad \forall j \in J$$

$\omega_j$  (deconocida), se substituye por  $\omega'_j$  que corresponde a una muestra de  $n$  observaciones :

$$\hat{\omega}_j \pm t_\alpha \sqrt{\frac{\omega'_j(1-\omega'_j)}{N}} \quad \forall j \in J$$



## Muestreo del trabajo. Precisión

- *Observaciones requeridas para garantizar una precisión absoluta  $\pm \Delta(\hat{\omega}_j)$*

$$\hat{\omega}_j \pm \Delta(\hat{\omega}_j) \Rightarrow N_j \geq t_\alpha^2 \frac{\omega'_j(1-\omega'_j)}{\Delta^2(\hat{\omega}_j)} \quad \forall j \in J,$$

$$t_\alpha \Rightarrow \text{ley normal para riesgo bilateral } \alpha \Rightarrow (t_{0.05} = 1.96)$$

- *Observaciones requeridas para garantizar una precisión relativa  $\pm \delta(\hat{\omega}_j)$*

$$1 \pm \delta(\hat{\omega}_j) \Rightarrow N_j \geq t_\alpha^2 \frac{1-\omega'_j}{\omega'_j \delta^2(\hat{\omega}_j)} \quad \forall j \in J,$$

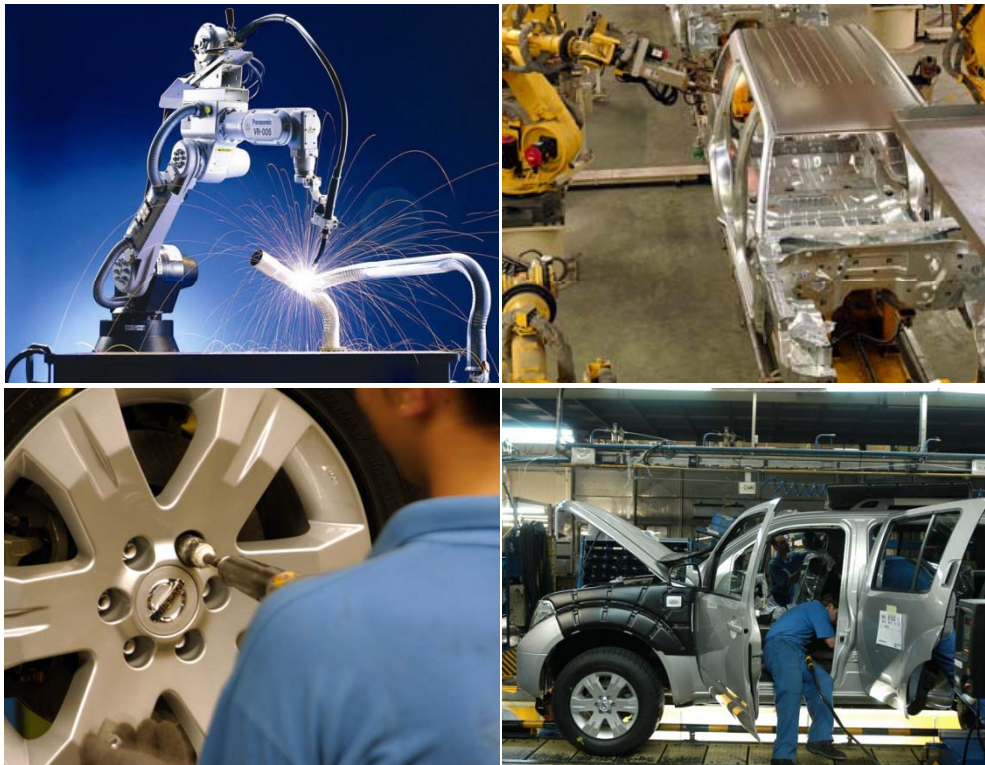
$$t_\alpha \Rightarrow \text{ley normal para riesgo bilateral } \alpha \Rightarrow (t_{0.05} = 1.96)$$

## Muestreo del trabajo. Ejemplos

$\omega'_j$	$\Delta(\hat{\omega}_j)$	$\delta(\hat{\omega}_j)$	$N_j \geq$
0,100	0,001	0,01	345744
0,100	0,005	0,05	13830
0,100	0,010	0,10	3458
0,200	0,002	0,01	153664
0,200	0,010	0,05	6147
0,200	0,020	0,10	1537
0,400	0,004	0,01	57624
0,400	0,020	0,05	2305
0,400	0,040	0,10	577
0,500	0,005	0,01	38416
0,500	0,025	0,05	1537
0,500	0,050	0,10	385
0,800	0,008	0,01	9604
0,800	0,040	0,05	385
0,800	0,080	0,10	97
0,900	0,009	0,01	4269
0,900	0,045	0,05	171
0,900	0,090	0,10	43



# Asignación de máquinas e interferencias



**DOE**

Departament  
d'Organització  
d'Empreses

Ref.: Companys, R; Corominas, A. (1994) Organización de la Producción I. Diseño de sistemas productivos 3. Edicions UPC, Barcelona.

# Contenido

---

- Preliminares (asignación de máquinas e interferencias)
- Máquinas idénticas
  - Nomenclatura
  - Conceptos económicos
- Caso determinista
  - Hipótesis
  - Ejemplos
  - Modelos
- Caso aleatorio
  - Hipótesis
  - Modelos
  - Tablas de Ashcroft



# Preliminares

---

- *Concepto:*

Se trata de responder la cuestión de qué o cuántas máquinas, R2, ha de tener a su cargo un operario, R1, o, más en general, cuántas unidades de un cierto recurso, R2, hay que asignar a un recurso de otro tipo, R1 (persona, robot, etc.), indispensable para que funcionen las unidades del primer tipo.

- *Situaciones:*

- Asignación baja de R2 a R1: carga de R1 baja, rendimiento de R2 alto.
- Asignación alta de R2 a R1: carga de R1 alta, *Interferencias* en R2.

- *Objetivo:*

- Maximizar beneficio: puede conducir a tiempos inactivos de R1 o R2.



## Máquinas idénticas. Nomenclatura

---

- *Nomenclatura básica:*

$t$ : tiempo de máquina necesario para obtener una unidad de producto.

$H$ : coste, por unidad de tiempo, de un operario (R1).

$M$ : coste, por unidad de tiempo, de posesión de una máquina (R2).

$m$ : coste de funcionamiento de una máquina para obtener una unidad de producto.

$u$ : margen de una unidad de producto sin considerar los costes  $H$ ,  $M$  y  $m$ .

$N$ : número de máquinas asignadas a un operario.

$A(N)$ : número medio de máquinas en funcionamiento;  $A(N) < N$ .

$P(N)$ : producción por unidad de tiempo (tasa) por grupo operario -  $N$  máquinas.

$\lambda$ : número de intervenciones del operario por unidad de tiempo de funcionamiento de la máquina.

$\tau$ : tiempo requerido para una intervención del operario.

$C$ : carga del operario:  $C = \lambda\tau A(N)$

# Máquinas idénticas. Conceptos económicos

- *Producción, costes y márgenes:*

Producción por unidad de tiempo (tasa) grupo operario -  $N$  máquinas :

$$P(N) = \frac{A(N)}{t} < \frac{1}{t} N$$

Coste del proceso por unidad de producto :

$$c = \frac{H + NM}{P(N)} + m$$

Margen por máquina y unidad de tiempo :

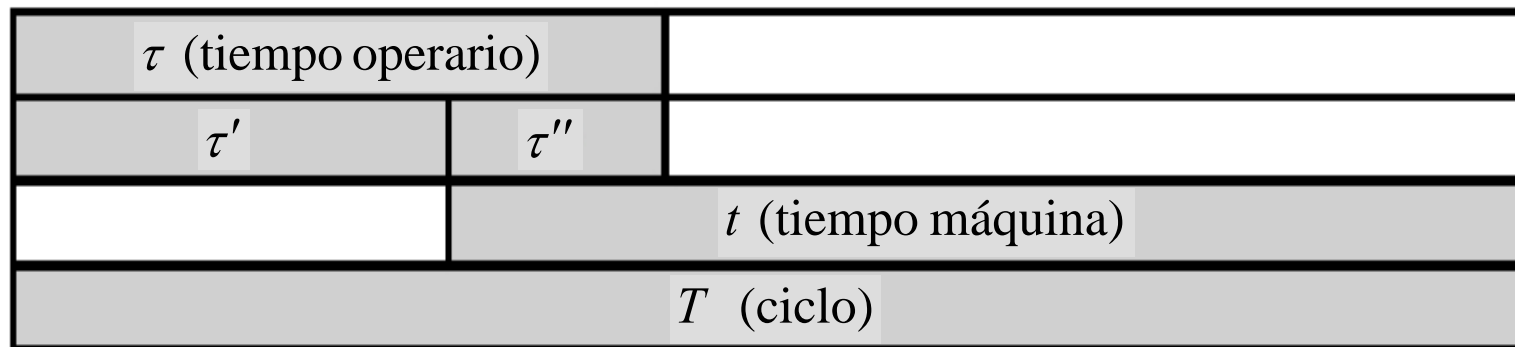
$$b = \frac{1}{N} \left( \frac{A(N)}{t} (u - m) - H \right) - M$$

Margen por operario y unidad de tiempo :

$$b' = Nb = \frac{A(N)}{t} (u - m) - H - NM$$

## Máquinas idénticas. Caso determinista. Hipótesis

- *Hipótesis:* Los tiempos y las secuencias son fijos y en cada Ciclo hay un tiempo de trabajo del operario y un tiempo de funcionamiento de la máquina que puede solaparse con el tiempo del operario.
- *Esquema de tiempos:*



- *Relaciones:*

$$\tau = \tau' + \tau'' ; T = \tau' + t$$



# Máquinas idénticas. Caso determinista. Ejemplos (1/3)

- *Ejemplo-1:*

$$\tau' = 2; \tau'' = 0; t = 3; T = 5$$

Máquina	Tiempo														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2															

Ejemplo-1 : Secuencia de actividades de 1-operario y 2-máquinas. Las máquinas no presentan tiempos de paro (no han de esperar). El operario permanece inactivo 1 ut. en cada ciclo de 5 ut.

## Máquinas idénticas. Caso determinista. Ejemplos (2/3)

- *Ejemplo-2:*

$$\tau' = 2; \tau'' = 0; t = 3; T = 6$$

Máquina	Tiempo														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2															
3															

Ejemplo-2 : Secuencia de actividades de 1-operario y 3-máquinas. El operario actúa sin interrupciones; no obstante, hay interferencias: cada máquina debe esperar 1 ut., cada vez que finaliza un ciclo de 6 ut., para ser atendida.

## Máquinas idénticas. Caso determinista. Ejemplos (3/3)

- *Ejemplo-3:*

$$\tau' = 2; \tau'' = 1; t = 5; T = 7$$

MAQUINA	TIEMPO														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2															

Ejemplo-3 : Secuencia de actividades de 1-operario y 2-máquinas. Las máquinas no presentan tiempos de paro (no han de esperar). El operario permanece inactivo 1 ut. en cada ciclo de 7 ut.

## Máquinas idénticas. Caso determinista. Modelos (1/2)

- *Número máximo de máquinas atendibles sin interferencias (holgura):*

$$N_{\max} = \left\lfloor \frac{T}{\tau} \right\rfloor; \text{ entonces, si } N \leq N_{\max} :$$
$$A(N) = \frac{t}{T} N \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = \left( \frac{H}{N} + M \right) T + m \\ b = \frac{u - m}{T} - \frac{H}{N} - M \\ b' = Nb = N \frac{u - m}{T} - H - NM \\ C = \frac{N\tau}{T} \end{array} \right.$$

## Máquinas idénticas. Caso determinista. Modelos (2/2)

- *Número mínimo de máquinas atendibles con interferencias (saturación):*

$$N_{sat} = \left\lceil \frac{T}{\tau} \right\rceil; \text{ entonces, si } N = N_{sat} :$$

$$A(N) = \frac{t}{N\tau} N = \frac{t}{\tau} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = (H + NM)\tau + m \\ b = \frac{1}{N} \left( \frac{u - m}{\tau} - H \right) - M \\ b' = Nb = \frac{u - m}{\tau} - H - NM \\ C = 1 \end{array} \right.$$

# Máquinas idénticas. Caso aleatorio. Hipótesis

---

- *Hipótesis comunes:*
  - La intervención del operario se realiza con la máquina parada; por tanto, ésta no generará nuevas incidencias mientras sea atendida.
  - Las máquinas generan incidencias de manera independiente.
  - El tiempo de funcionamiento de una máquina, hasta la aparición de una incidencia, se distribuye exponencialmente. Sea  $\lambda$  (constante) la tasa de incidencias que representa el número medio de incidencias por unidad de tiempo de funcionamiento.
  - El tiempo de trabajo manual con la máquina en marcha es 0:  $\tau'' = 0 \Rightarrow \tau = \tau'$
- *Corolarios:*
  - Corolario 1: la probabilidad de aparición de una incidencia es independiente del tiempo de funcionamiento de la máquina.
  - Corolario 2: el valor inverso de  $\lambda$  corresponde al tiempo medio de funcionamiento ininterrumpido de la máquina.

## Máquinas idénticas. Caso aleatorio. Modelos (1/2)

- *Distribución exponencial para el tiempo de resolución de una incidencia:*

$A(N)$  : número medio de máquinas en funcionamiento;  $A(N) < N$ .

$\lambda$  : número medio de incidencias por unidad de tiempo de funcionamiento (ley exponencial).

$\tau$  : tiempo medio requerido para resolver una incidencia (ley exponencial).

$\rho$  : factor de servicio :  $\rho = \lambda\tau$ .

$C$  : carga del operario :  $C = \lambda\tau A(N) = \rho A(N)$ .

$P_0$  : probabilidad de que en el sistema haya 0 incidencias.

En régimen permanente (M/M/1 : GD/ $\infty$ /N) :

$$1 - P_0 = \rho A(N) \Rightarrow A(N) = \frac{1 - P_0}{\rho} \quad \text{con} \quad P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^N \left( \frac{N!}{(N-n)!} \rho^n \right)}$$

## Máquinas idénticas. Caso aleatorio. Modelos (2/2)

- *Ashcroft: valor constante para el tiempo de resolución de una incidencia:*

$\lambda$  : número medio de incidencias por unidad de tiempo de funcionamiento (exponencial).

$\tau$  : tiempo medio requerido para resolver una incidencia (constante).

$X_N$  : número medio de máquinas reparadas en una fase activa del operario.

$\alpha(N), \beta(N)$  : número medio de averías y reparaciones por unidad de tiempo.

$$\alpha(N) = \lambda A(N), \quad \beta(N) = \frac{1}{\tau} \times \frac{\tau X_N}{\tau X_N + (\lambda N)^{-1}} = \frac{\lambda N X_N}{1 + \rho N X_N}$$

En régimen permanente :

$$\alpha(N) = \beta(N) \Rightarrow \lambda A(N) = \frac{\lambda N X_N}{1 + \rho N X_N} \Rightarrow A(N) = \frac{N X_N}{1 + \rho N X_N}$$

$$\text{con } X_N = \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^{n-1} \frac{(N-1)!}{n!(N-1-n)!} X_{N-n} + \prod_{n=1}^{N-1} (e^{n\rho} - 1), \left\{ \begin{array}{l} X_1 = 1 \\ X_2 = e^\rho \end{array} \right\}$$



# Tablas de Ashcroft (1/3)

*Concepto:*

Los valores  $A(N)$ , dependientes de  $\rho$  y  $N$ , se tabulan. Emplear:

$$A(N) = \frac{NX_N}{1 + \rho NX_N}, X_1 = 1$$

$$X_N = \sum_{n=1}^{N-1} (-1)^{n-1} \binom{N-1}{n} X_{N-n} + \prod_{n=1}^{N-1} (e^{n\rho} - 1)$$

*Ejemplos:*

$\rho$	$N$	$A(N)$
0.25	6	3.73
0.125	13	7.94
0.0225	24	23.22
0.0365	30	25.82

p	N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8	N=9	N=10
0'00	1'00	2'00	3'00	4'00	5'00	6'00	7'00	8'00	9'00	10'00
0'01	0'99	1'98	2'97	3'96	4'95	5'94	6'93	7'92	8'91	9'90
0'02	0'98	1'96	2'94	3'92	4'90	5'88	6'85	7'83	8'81	9'78
0'03	0'97	1'94	2'91	3'88	4'84	5'81	6'77	7'74	8'70	9'66
0'04	0'96	1'92	2'88	3'84	4'79	5'74	6'69	7'64	8'58	9'52
0'05	0'95	1'90	2'85	3'79	4'74	5'67	6'61	7'53	8'45	9'37
0'06	0'94	1'88	2'82	3'75	4'68	5'60	6'51	7'42	8'31	9'19
0'07	0'93	1'86	2'79	3'71	4'62	5'52	6'42	7'29	8'15	8'99
0'08	0'93	1'85	2'76	3'67	4'56	5'44	6'31	7'16	7'98	8'76
0'09	0'92	1'83	2'73	3'62	4'50	5'36	6'20	7'01	7'78	8'50
0'10	0'91	1'81	2'70	3'58	4'44	5'28	6'08	6'85	7'57	8'21
0'11	0'90	1'79	2'67	3'53	4'38	5'19	5'96	6'68	7'33	7'89
0'12	0'89	1'77	2'64	3'49	4'31	5'10	5'83	6'50	7'08	7'55
0'13	0'88	1'76	2'61	3'44	4'24	5'00	5'69	6'31	6'81	7'19
0'14	0'88	1'74	2'58	3'40	4'18	4'90	5'55	6'10	6'53	6'83
0'15	0'87	1'72	2'55	3'35	4'11	4'80	5'40	5'90	6'25	6'48
0'16	0'86	1'71	2'52	3'31	4'04	4'70	5'25	5'68	5'97	6'14
0'17	0'85	1'69	2'50	3'26	3'97	4'59	5'10	5'47	5'70	5'82
0'18	0'85	1'67	2'48	3'22	3'90	4'48	4'94	5'26	5'44	5'52
0'19	0'84	1'66	2'44	3'17	3'83	4'37	4'79	5'05	5'19	5'24
0'20	0'83	1'64	2'41	3'12	3'75	4'26	4'63	4'85	4'95	4'99
0'21	0'83	1'62	2'38	3'08	3'68	4'15	4'48	4'66	4'73	4'75
0'22	0'82	1'61	2'35	3'03	3'61	4'04	4'33	4'47	4'53	4'54
0'23	0'81	1'59	2'33	2'98	3'53	3'94	4'18	4'30	4'34	4'34
0'24	0'81	1'58	2'30	2'94	3'46	3'83	4'04	4'13	4'16	4'16
0'25	0'80	1'56	2'27	2'89	3'39	3'73	3'90	3'98	4'00	4'00



# Tablas de Ashcroft (2/3)

p	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20
0'000	11'00	12'00	13'00	14'00	15'00	16'00	17'00	18'00	19'00	20'00
0'005	10'94	11'94	12'93	13'93	14'92	15'92	16'91	17'91	18'90	19'89
0'010	10'88	11'87	12'86	13'85	14'84	15'83	16'82	17'80	18'79	19'78
0'015	10'82	11'80	12'79	13'77	14'75	15'73	16'71	17'69	18'69	19'65
0'020	10'76	11'73	12'71	13'68	14'65	15'62	16'59	17'56	18'53	19'50
0'025	10'69	11'66	12'62	13'58	14'54	15'50	16'46	17'41	18'37	19'32
0'030	10'62	11'57	12'53	13'48	14'42	15'37	16'31	17'24	18'17	19'10
0'035	10'54	11'48	12'42	13'36	14'29	15'21	16'13	17'04	17'94	18'82
0'040	10'46	11'39	12'31	13'23	14'13	15'03	15'92	16'79	17'64	18'48
0'045	10'37	11'28	12'18	13'08	13'95	14'82	15'66	16'48	17'27	18'03
0'050	10'27	11'16	12'04	12'91	13'75	14'57	15'35	16'10	16'81	17'45
0'055	10'17	11'04	11'89	12'71	13'51	14'27	14'98	15'64	16'25	16'75
0'060	10'05	10'90	11'71	12'49	13'23	13'92	14'54	15'09	15'56	15'93
0'065	9'93	10'74	11'51	12'24	12'91	13'52	14'04	14'47	14'80	15'04
0'070	9'80	10'57	11'29	11'96	12'55	13'06	13'47	13'78	14'00	14'14
0'075	9'65	10'38	11'05	11'65	12'15	12'56	12'87	13'08	13'20	13'28
0'080	9'50	10'18	10'79	11'30	11'72	12'03	12'25	12'38	12'45	12'48
0'085	9'33	9'96	10'50	10'94	11'27	11'49	11'63	11'71	11'74	11'76
0'090	9'15	9'72	10'19	10'55	10'80	10'96	11'05	11'09	11'10	11'11
0'095	8'96	9'47	9'87	10'16	10'34	10'45	10'49	10'52	10'52	10'52
0'100	8'76	9'21	9'54	9'76	9'89	9'96	9'98	9'99	10'00	10'00
0'105	8'55	8'94	9'21	9'38	9'46	9'50	9'52	9'52	9'52	9'52
0'110	8'34	8'67	8'88	9'00	9'06	9'08	9'09	9'09	9'09	9'09
0'115	8'12	8'39	8'56	8'64	8'68	8'69	8'69	8'69	8'69	8'69
0'120	7'89	8'12	8'24	8'30	8'32	8'33	8'33	8'33	8'33	8'33
0'125	7'67	7'85	7'94	7'98	7'99	8'00	8'00	8'00	8'00	8'00

p	N=21	N=22	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29	N=30
0'0000	21'00	22'00	23'00	24'00	25'00	26'00	27'00	28'00	29'00	30'00
0'0025	20'95	21'94	22'94	23'94	24'94	25'93	26'93	27'93	28'92	29'92
0'0035	20'92	21'92	22'92	23'91	24'91	25'90	26'90	27'90	28'89	29'89
0'0045	20'90	21'90	22'89	23'89	24'88	25'88	26'87	27'87	28'86	29'86
0'0055	20'88	21'87	22'87	23'86	24'85	25'85	26'84	27'83	28'83	29'82
0'0065	20'85	21'85	22'84	23'83	24'82	25'82	26'81	27'80	28'79	29'78
0'0075	20'83	21'82	22'81	23'80	24'79	25'78	26'77	27'77	28'76	29'75
0'0085	20'80	21'79	22'78	23'77	24'76	25'75	26'74	27'73	28'72	29'71
0'0095	20'78	21'77	22'76	23'74	24'73	25'72	26'71	27'69	28'68	29'67
0'0105	20'75	21'74	22'73	23'71	24'70	25'68	26'67	27'65	28'64	29'62
0'0115	20'73	21'71	22'70	23'68	24'66	25'65	26'63	27'61	28'59	29'58
0'0125	20'70	21'68	22'66	23'65	24'63	25'61	26'59	27'57	28'55	29'53
0'0135	20'67	21'65	22'63	23'61	24'59	25'57	26'55	27'53	28'50	29'48
0'0145	20'64	21'62	22'60	23'58	24'55	25'53	26'50	27'48	28'45	29'43
0'0155	20'61	21'59	22'57	23'54	24'51	25'48	26'46	27'43	28'40	29'37
0'0165	20'58	21'55	22'53	23'50	24'47	25'44	26'41	27'38	28'34	29'31
0'0175	20'55	21'52	22'49	23'46	24'43	25'39	26'36	27'32	28'28	29'24
0'0185	20'51	21'48	22'45	23'42	24'38	25'34	26'30	27'26	28'22	29'17
0'0195	20'48	21'44	22'41	23'37	24'33	25'29	26'24	27'20	28'15	29'10
0'0200	20'46	21'43	22'39	23'35	24'31	25'26	26'21	27'17	28'11	29'06
0'0205	20'44	21'41	22'37	23'32	24'28	25'23	26'18	27'13	28'08	29'02
0'0210	20'43	21'39	22'34	23'30	24'25	25'20	26'15	27'10	28'04	28'97
0'0215	20'41	21'36	22'32	23'27	24'23	25'17	26'12	27'06	28'00	28'93
0'0220	20'39	21'34	22'30	23'25	24'20	25'14	26'08	27'02	27'95	28'88
0'0225	20'37	21'32	22'27	23'22	24'17	25'11	26'05	26'98	27'91	28'83



# Tablas de Ashcroft (3/3)

p	N=21	N=22	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29	N=30
0'0230	20'35	21'30	22'25	23'20	24'14	25'08	26'01	26'94	27'86	28'78
0'0235	20'33	21'28	22'22	23'17	24'11	25'04	25'97	26'90	27'81	28'73
0'0240	20'81	21'25	22'20	23'14	24'07	25'00	25'93	26'85	27'76	28'67
0'0245	20'29	21'23	22'17	23'11	24'04	24'97	25'89	26'81	27'71	28'61
0'0250	20'26	21'21	22'14	23'08	24'01	24'93	25'85	26'76	27'66	28'55
0'0255	20'24	21'18	22'12	23'05	23'97	24'89	25'80	26'71	27'60	28'43
0'0260	20'22	21'16	22'09	23'02	23'94	24'85	25'76	26'65	27'54	28'41
0'0265	20'20	21'13	22'06	22'99	23'90	24'81	25'71	26'60	27'48	28'34
0'0270	20'17	21'10	22'03	22'95	23'86	24'76	25'66	26'54	27'41	28'26
0'0275	20'15	21'08	22'00	22'91	23'82	24'72	25'61	26'48	27'34	28'18
0'0280	20'12	21'05	21'97	22'88	23'78	24'67	25'55	26'42	27'27	28'10
0'0285	20'10	21'02	21'93	22'84	23'74	24'62	25'49	26'35	27'19	28'01
0'0290	20'07	21'00	21'90	22'80	23'69	24'57	25'43	26'28	27'11	27'92
0'0295	20'04	20'96	21'86	22'76	23'65	24'51	25'37	26'21	27'03	27'80
0'0300	20'02	20'93	21'83	22'72	23'60	24'46	25'31	26'14	26'94	27'72
0'0305	19'99	20'90	21'79	22'68	23'55	24'40	25'24	26'06	26'85	27'61
0'0310	19'96	20'86	21'75	22'63	23'50	24'34	25'17	25'97	26'75	27'49
0'0315	19'93	20'83	21'71	22'59	23'44	24'28	25'10	25'89	26'65	27'37
0'0320	19'90	20'79	21'67	22'54	23'39	24'22	25'02	25'80	26'54	27'25
0'0325	19'87	20'76	21'63	22'49	23'33	24'15	24'94	25'70	26'43	27'11
0'0330	19'84	20'72	21'59	22'44	23'27	24'08	24'86	25'60	26'31	26'98
0'0335	19'80	20'68	21'54	22'39	23'21	24'00	24'77	25'50	26'19	26'83
0'0340	19'77	20'64	21'50	22'33	23'14	23'93	24'68	25'39	26'06	26'68
0'0345	19'73	20'60	21'45	22'27	23'08	23'85	24'58	25'28	25'93	26'52
0'0350	19'70	20'55	21'40	22'22	23'01	23'77	24'49	25'16	25'79	26'35
0'0355	19'66	20'51	21'35	22'15	22'93	23'68	24'38	25'04	25'64	26'18

p	N=21	N=22	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29	N=30
0'0360	19'63	20'47	21'29	22'09	22'86	23'59	24'28	24'91	25'49	26'00
0'0365	19'59	20'45	21'24	22'03	22'78	23'50	24'16	24'78	25'33	25'82
0'0370	19'55	20'38	21'18	21'96	22'70	23'40	24'05	24'64	25'17	25'63
0'0375	19'51	20'33	21'13	21'89	22'62	23'30	23'93	24'50	25'00	25'43
0'0380	19'46	20'28	21'07	21'82	22'53	23'19	23'80	24'35	24'83	25'23
0'0385	19'42	20'23	21'00	21'74	22'44	23'09	23'68	24'20	24'65	25'02
0'0390	19'38	20'17	20'94	21'67	22'35	22'98	23'54	24'04	24'46	24'81
0'0395	19'33	20'12	20'87	21'59	22'25	22'86	23'40	23'88	24'28	24'60
0'0400	19'28	20'06	20'80	21'50	22'15	22'74	23'26	23'71	24'08	24'38
0'0405	19'24	20'00	20'73	21'42	22'05	22'62	23'12	23'54	23'89	24'15
0'0410	19'19	19'94	20'66	21'33	21'94	22'50	22'97	23'37	23'69	23'93
0'0415	19'13	19'88	20'59	21'24	21'83	22'36	22'81	23'19	23'48	23'70
0'0420	19'08	19'82	20'51	21'15	21'72	22'23	22'66	23'01	23'28	23'47
0'0425	19'03	19'75	20'43	21'05	21'61	22'09	22'50	22'82	23'07	23'25
0'0430	18'97	19'69	20'35	20'95	21'49	21'95	22'33	22'63	22'86	23'02
0'0435	18'92	19'62	20'26	20'85	21'37	21'81	22'15	22'44	22'65	22'79
0'0440	18'86	19'55	20'18	20'75	21'24	21'66	21'99	22'25	22'43	22'56
0'0445	18'80	19'47	20'09	20'64	21'11	21'51	21'82	22'06	22'22	22'33
0'0450	18'74	19'40	20'00	20'53	20'98	21'36	21'65	21'86	22'01	22'10
0'0460	18'61	19'24	19'81	20'30	20'72	21'04	21'29	21'47	21'59	21'66
0'0470	18'48	19'08	19'61	20'07	20'44	20'73	20'94	21'08	21'17	21'22
0'0480	18'34	18'91	19'41	19'82	20'15	20'40	20'57	20'69	20'76	20'80
0'0490	18'19	18'73	19'19	19'57	19'86	20'07	20'21	20'30	20'36	20'38
0'0500	18'04	18'54	18'97	19'31	19'56	19'74	19'86	19'93	19'96	19'98

