

Disseny de reguladors

En un sistema realimentat, normalment es desitja ajustar el seu funcionament d'acord amb unes acceptables especificacions.

Generalment, no n'hi prou amb modificar els paràmetres del sistema i s'ha de redissenyar el sistema incorporant-hi un compensador (regulador).

Si es disposa d'un model fiable del sistema es recomana utilitzar tècniques analítiques temporals o freqüencials. Si, en canvi, no es disposa d'un model fiable s'han d'utilitzar fórmules empíriques.

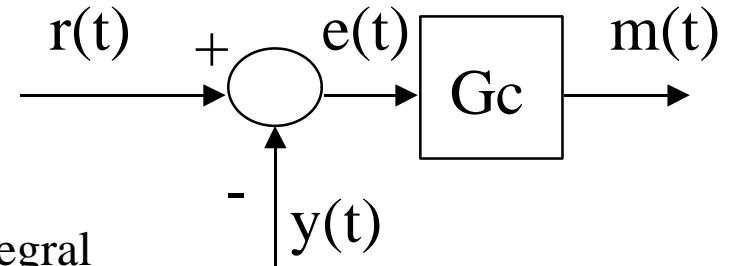
Combinaciones d'accions bàsiques de control

$$m(t) = K_p * e(t) \quad - \text{P: proporcional}$$

$$m(t) = K_p * e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad - \text{PI: proporcional - integral}$$

$$m(t) = K_p * e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad - \text{PD: proporcional - derivativo}$$

$$m(t) = K_p * e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad - \text{PID: proporcional - integral - derivativo}$$



$$G_c(s) = K_p$$

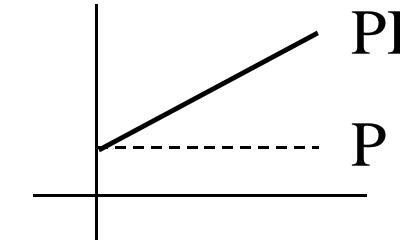
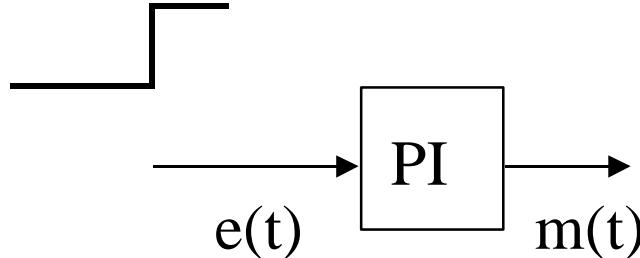
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_p}{T_i s} = K_p \frac{(1 + T_i s)}{T_i s}$$

$$G_c(s) = K_p + K_p T_d s = K_p(1 + T_d s)$$

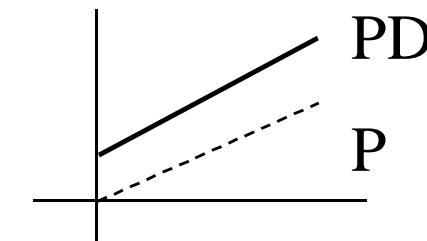
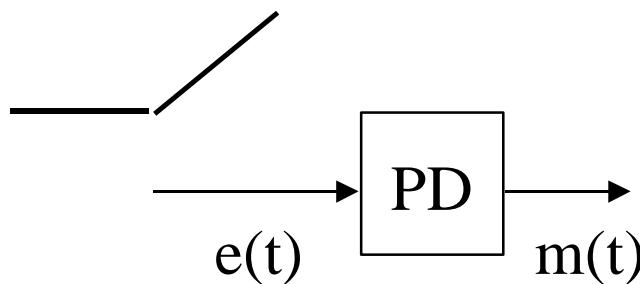
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_p}{T_i s} + K_p T_d s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

Combinacions d'accions bàsiques de control

L'acció integral
acumula l'error



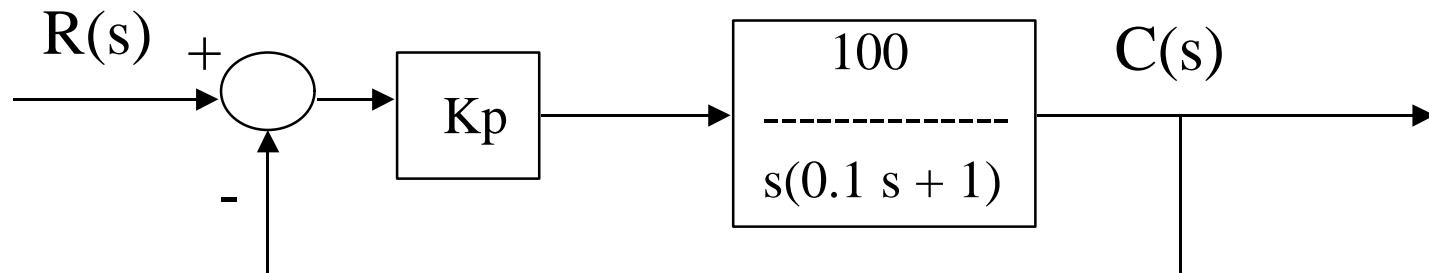
L'acció derivativa
té un caràcter
anticipatiu



Mètode temporal: $G_c(s) = K_p$

- 1- Determinar la regió del pla s que compleix les especificacions temporals S.P., T_s , t_p , ...
- 2- Determinar el valor de K_p que situa els pols en la regió desitjada.
- 3- Comprovar si compleix les especificacions.

Exemple:



Especificacions $\longrightarrow S.P. \approx 5\%$

$$e_v \leq 20\%$$

Mètode temporal: $G_c(s) = K_p(1+T_{ds})$

Idèntica tècnica que per al controlador P però es poden fixar els pols dominants. A continuació, comprovar si són realment dominants i si es compleixen les especificacions.

$$Gc(s)G(s) = Kp(1 + T_d s) \frac{100}{s(1 + 0.1s)} \quad S.P. \approx 5\% \\ Ts \leq 0.57$$

$$q(s) = 0.1s^2 + (1 + 100T_dKp)s + 100Kp$$

$$q_d(s) = (s + 7 + 7j)(s + 7 - 7j)$$

igualando la ecuación característica deseada y la que tenemos

$$T_d = 0.04$$

$$Kp = 0.098$$

Método temporal: $G_c(s) = K_p(1 + 1/T_i s)$

Idèntica tècnica que per al controlador PD però en aquest cas particular s'ha d'introduir un tercer pol, ja que l'equació del sistema és d'ordre 3.

$$G_c(s)G(s) = K_p\left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{100}{s(1 + 0.1s)} \quad S.P. \approx 5\%$$
$$q(s) = s^3 + s^2 + 100K_p s + 100 \frac{K_p}{T_i} \quad Ts \leq 4$$

$$q_d(s) = (s^2 + 2s + 2)(s + b)$$

igualando la ecuacion caracteristica deseada y la que tenemos

$$T_i = 18/16$$

$$K_p = 0.018$$

$$b = 8$$

Mètode temporal: $G_c(s) = PID$

Idèntica tècnica que per al controlador PI però en aquest cas particular es pot decidir la posició del pol extra.

$$q(s) = s^3 + s^2(10 + 1000K_p T_d) + 1000K_p s + 1000 \frac{K_p}{T_i} \quad S.P. \approx 5\% \quad Ts \leq 4 / 7$$

$$q_d(s) = (s + 7 + 7j)(s + 7 - 7j)(s + 50)$$

igualando la ecuacion caracteristica deseada y la que tenemos

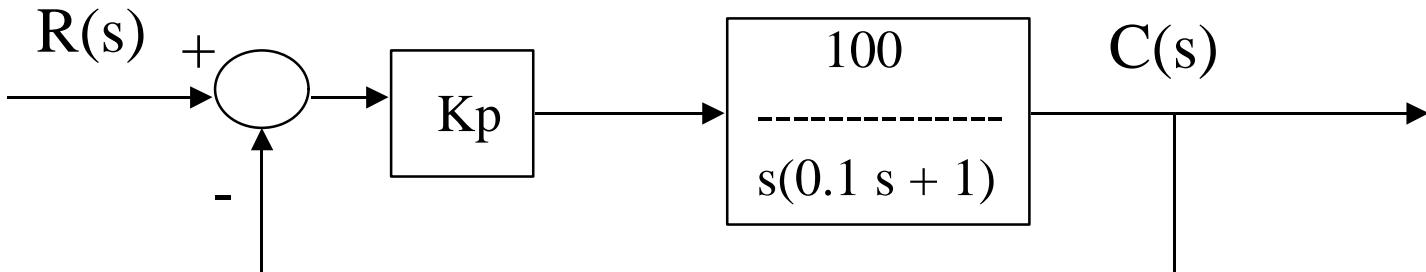
$$T_i = 798 / 4900$$

$$K_p = 0.798$$

$$T_d = 798 / 4900$$

Mètode freqüencial: $G_c(s) = \text{PID}$

Exemple:



Es desitja aconseguir un marge de fase de 63 graus ($P_m = MF$) i una banda passant de 1 rad/seg ($w_c = 1$).

En primer lloc s'ha de calcular el mòdul i la fase del sistema per $w = w_c$.

$$|G(jw_c)| = \left| \frac{100}{\sqrt{1 + 0.1^2}} \right| \approx 100 \quad q(jw_c) = -90^\circ - \tan^{-1}(0.1) \approx -95^\circ$$

Mètode freqüencial: $G_c(s) = PID$

$$q_c = -180^\circ + MF - q(jw_c) \approx -21^\circ$$

i els paràmetres del PID s'obtenen amb:

$$K_p = \frac{\cos(q_c)}{|G(jw_c)|} = \frac{\cos(-21)}{100} \approx 0.0093$$

$$T_d w_c - \frac{1}{T_i w_c} = \operatorname{tg}(q_c) = \operatorname{tg}(-21) = 0.4$$

Mètode freqüencial: $G_c(s) = PID$

Si es selecciona un controlador PI ($T_d=0.0$), aleshores $T_i=2.5$ seg

Si es selecciona un controlador PID s'ha de fixar la relació T_i/T_d . Per una relació $T_i/T_d=4$:

$$T_d - \frac{1}{4T_d} = \operatorname{tg}(-21) = 0.4 \quad \rightarrow \quad y T_d = 0.75 \text{ seg}$$

En resum, els valors del PID seran:

$$K_p = 0.0093$$

$$T_i = 3 \text{ seg}$$

$$T_d = 0.75 \text{ seg}$$