

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH  
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS  
Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN )

# Sistemas Avanzados de Producción. Secuenciación en contexto JIT

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización  
(240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista-Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2017/35 240EO316 (20170501) - <http://futur.upc.edu/OPE> - [www.prothius.com](http://www.prothius.com) -  
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC



**PROTHIUS**  
Càtedra Organització Industrial

SAP' 17 – SECU (I) 0

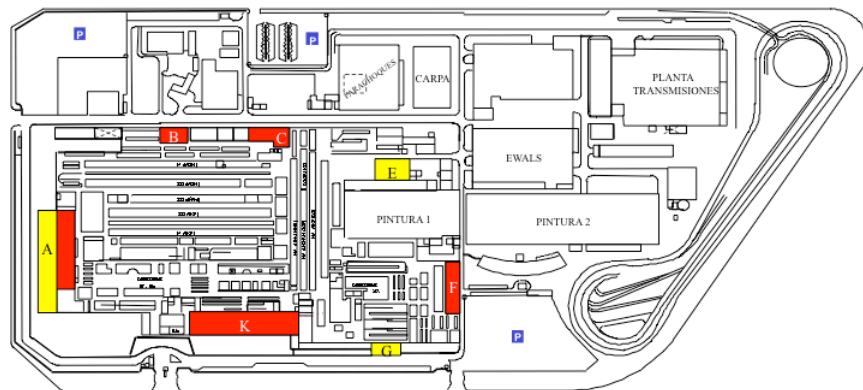
J. Bautista

# Contenido

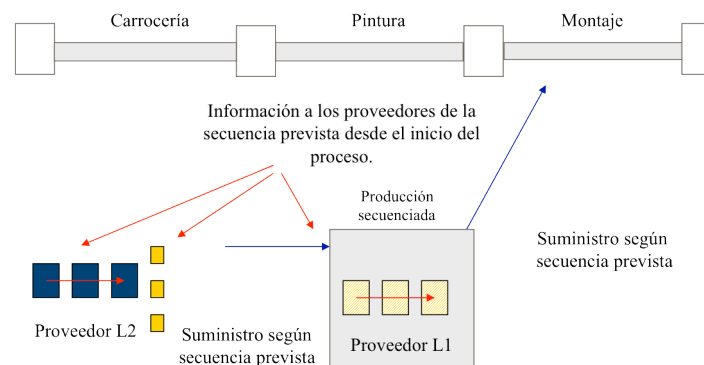
- Introducción
- Contexto JIT · Secuencias regulares
- Ejemplo 2 · Presentación secuencia de motores
- Problema PRV básico. Elementos, formulación y resolución Hamilton
- Ejemplo 2 · Resolución mediante Hamilton
- Ejemplo 3 · Presentación y paradoja de Alabama
- Problema PRV básico. Heurística H-1
- Ejemplo 3 · Resolución mediante H-1



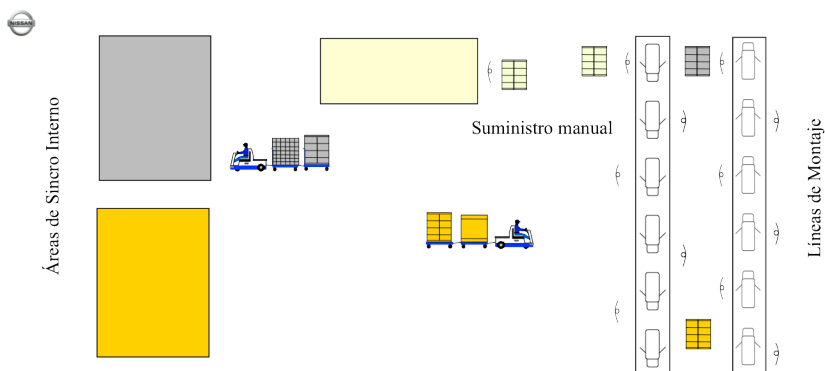
# Introducción



Planta de fabricación Nissan-BCN



Procesos: Body Shop, Paint Shop, Trim & Chasis.



Suministro a líneas. Logística Interna



Ejemplos de líneas objeto de estudio



# Contexto JIT. Secuencias regulares



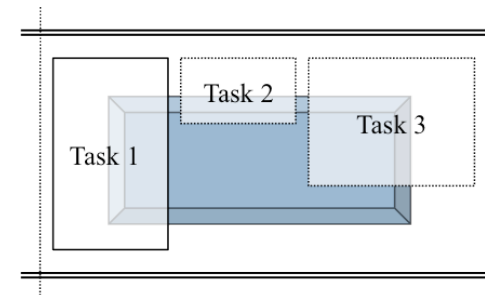
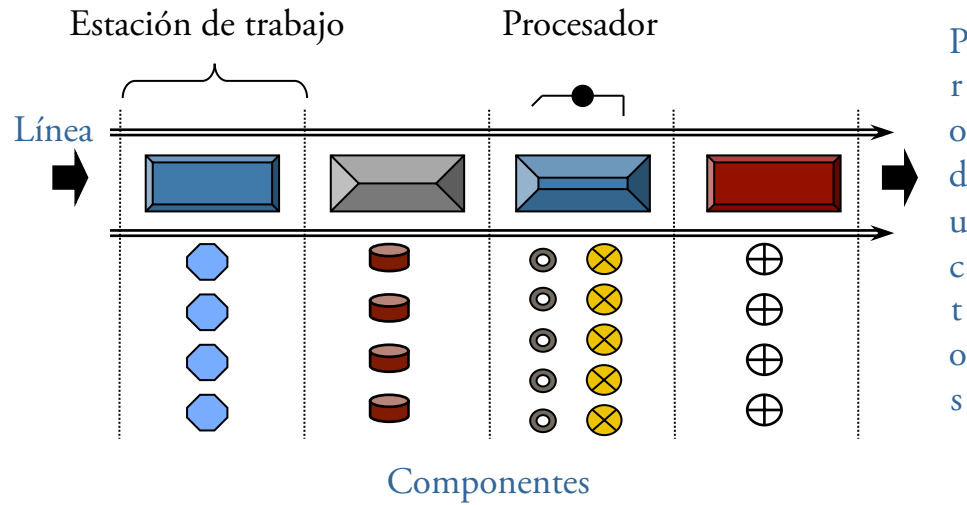
## Características de un motor

- 1.- 747 piezas y 330 referencias en 6 versiones del motor diesel
- 2.- N° de operaciones de Montaje: 378 (incluida la prueba rápida).
- 3.- N° de operarios, para un turno de 301 motores: 79

## Características de la fabricación

- 1.- Montaje: 9 tipos de motores de 3 familias: 4x4 (p1 a p3); furgonetas (p4, p5); camiones MT (p6 a p9).
- 2.- N° de operaciones: 140. Atributos: temporales, espaciales y de riesgo
- 3.- Demanda diaria: 30 motores de cada tipo (instancia #1 Nissan-BCN), 2 turnos de 6h 45' (8h): c=180 s.

# Líneas de modelos mixtos



## Problemas de secuencias

- PRV · *Product Rate variation Problem*
- ORV · *Output Rate Variation Problem*



# Problema PRV básico · Elementos

*Concepto: Obtener una secuencia de productos con máxima preservación del mix de producción*

*Problema · PRV básico (Product Rate Variation) · Nomenclatura:*

Parámetros:

$I, i$  Conjunto de tipos de producto · Índice de producto:  $i = 1, \dots, |I|$

$T, t$  Horizonte de secuenciación en ciclos · Índice de ciclo:  $t = 1, \dots, T$

$\vec{d}, D$  Vector demanda  $\vec{d} = (d_1, \dots, d_{|I|})$  · Demanda total:  $D = \sum_{i \in I} d_i$  (por convenio  $D \equiv T$ )

$\vec{\lambda}$  Vector mix de producción  $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{|I|})$ :  $\vec{\lambda} = \vec{d}/D$

Variables:

$\pi(T)$  Secuencia global de productos:  $\pi(T) = (\pi_1, \dots, \pi_T)$

$\pi(t)$  Secuencia parcial de productos:  $\pi(t) = (\pi_1, \dots, \pi_t) \subseteq \pi(T)$

$x_{i,t}, X_{i,t}$  Variable binaria que vale 1 si una unidad de tipo  $i \in I$  se asigna a la posición  $t$  de la secuencia  $\pi(T)$ , y vale 0 en caso contrario ·  $X_{i,t}$ : Unidades de tipo  $i \in I$  contenidas en la secuencia parcial  $\pi(t) \subseteq \pi(T)$

$\mathfrak{S}_X$  Funciones de discrepancia de preservación del mix de producción:  $\mathfrak{S}_X = \{\Delta_R(X), \Delta_E(X), \Delta_Q(X)\}$ :  
Discrepancias rectangular  $[\Delta_R(X)]$ , euclídea  $[\Delta_E(X)]$  y cuadrática  $[\Delta_Q(X)]$



# Problema PRV básico · Formulación

*Problema · PRV básico · Formulación:*

$$\text{Funciones de discrepancia: } \left\{ \begin{array}{l} 1. \Delta_R(X,t) = \sum_{i \in I} |X_{i,t} - \lambda_{i,t}| \quad \Rightarrow \Delta_R(X) = \sum_{t=1}^T \Delta_R(X,t) \\ 2. \Delta_E(X,t) = \sqrt{\sum_{i \in I} (X_{i,t} - \lambda_{i,t})^2} \quad \Rightarrow \Delta_E(X) = \sum_{t=1}^T \Delta_E(X,t) \\ 3. \Delta_Q(X,t) = \sum_{i \in I} (X_{i,t} - \lambda_{i,t})^2 \quad \Rightarrow \Delta_Q(X) = \sum_{t=1}^T \Delta_Q(X,t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Modelos } M_{PRV} : \quad \min f \left( f \in \mathfrak{S}_X = \{\Delta_R(X), \Delta_E(X), \Delta_Q(X)\} \right) \quad (1)$$

s.a:

$$\sum_{i \in I} x_{i,t} = 1 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{i,t} = d_i \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$X_{i,t} - \sum_{\tau=1}^T x_{i,\tau} = 0 \quad \forall i \in I, \forall t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$x_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall t = 1, \dots, T \quad (5)$$



## Ejemplo 2. Presentación

*Ejemplo 2 · PRV básico · Enunciado:*

En una misma línea de modelos mixtos se debe ensamblar un total de 10 unidades de producto pertenecientes a 3 tipos de motores distintos ( $i = 1,2,3$ ). El plan de producción pactado está definido por la fabricación de 2 unidades de tipo 1, 3 unidades de tipo 2 y 5 unidades de tipo 3. Considerando un contexto de fabricación JIT, establezca una secuencia de motores, lo más regular posible, atendiendo a la preservación del mix de producción a lo largo del tiempo.

$$I = \{1,2,3\} \quad |I| = 3 \quad T \equiv D = 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} d_1 = 2u \Rightarrow \lambda_1 = 0.2 \\ d_2 = 3u \Rightarrow \lambda_2 = 0.3 \\ d_3 = 5u \Rightarrow \lambda_3 = 0.5 \end{array} \right.$$





# Problema PRV básico · Reparto proporcional Hamilton

*Problema · PRV básico · Resolución problema de reparto proporcional (Hamilton):*

Función objetivo:  $\min f(t) \left( f(t) \in \mathfrak{S}_X(t) = \{ \Delta_R(X,t), \Delta_E(X,t), \Delta_Q(X,t) \} \right) \forall t = 1, \dots, T$

s.a.:  $\sum_{i \in I} X_{i,t} = t \quad \forall t, \quad \text{con } X_{i,t} \in Z^+ \cup \{0\} \quad \forall i \forall t$

Resolución:  $\frac{\partial f(t)}{\partial X_{i,t}} = 0 \Rightarrow X_{i,t} - \lambda_i t = 0 \Rightarrow \hat{X}_{i,t} = \lambda_i t = \lfloor \lambda_i t \rfloor + r_{i,t} \quad \forall i \forall t$  (óptimo tentativo)

donde  $r_{i,t}$  son fracciones ( $0 \leq r_{i,t} < 1$ )

Como  $X_{i,t} \in Z^+ \cup \{0\} \Rightarrow \left[ X_{i,t}^* = \lfloor \lambda_i t \rfloor \right] \vee \left[ X_{i,t}^* = \lfloor \lambda_i t \rfloor + 1 \right] \quad \forall i \forall t$  (óptimo)

Procedimiento LF:

1. Iniciar: Hacer  $t = 1$  · Calcular  $\lambda_i = d_i / T \quad \forall i$
2. Fijar óptimos por defecto:  $X_{i,t}^* \leftarrow \lfloor \lambda_i t \rfloor \quad \forall i$
3. Determinar fracciones y resto  $R$  a repartir:  $r_{i,t} = \lambda_i t - X_{i,t}^* \quad \forall i, R = t - \sum_{i \in I} X_{i,t}^*$
4. Ordenar por fracciones · Sea  $LC(t) = (i_1, i_2, \dots, i_{|I|})$  la lista de productos ordenada, que satisface:  $(r_{i,t} \geq r_{i',t}) \Rightarrow pos(i, LC(t)) < pos(i', LC(t))$
5. Repartir  $R$  entre los productos : Hacer  $X_{i,t}^* \leftarrow X_{i,t}^* + 1 \quad \forall i \in I$  tal que:  $pos(i, LC(t)) \leq R$
6. Test de finalización:  $\left. \begin{array}{l} \text{Si } t = T \text{ Finalizar} \\ \text{Si } t < T \text{ Hacer } t \leftarrow t + 1 \cdot \text{Ir a Paso 2} \end{array} \right\}$



## Ejemplo 2. Resolución · Reparto proporcional Hamilton

*Ejemplo 2 · PRV básico · Resolución como problema de reparto proporcional (Hamilton):*

$t$	<i>Óptimo tentativo</i>			<i>Parte entera</i>			<i>Fracción</i>			<i>Resto</i>	<i>Óptimo</i>			$\pi_t$
	$\hat{X}_{1,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$\hat{X}_{3,t}$	$[\lambda_1 t]$	$[\lambda_2 t]$	$[\lambda_3 t]$	$r_{1,t}$	$r_{2,t}$	$r_{3,t}$	$R$	$X_{1,t}^*$	$X_{2,t}^*$	$X_{3,t}^*$	
1	0.2	0.3	0.5	0	0	0	0.2	0.3	0.5	1	0	0	1	3
2	0.4	0.6	1.0	0	0	1	0.4	0.6	0.0	1	0	1	1	2
3	0.6	0.9	1.5	0	0	1	0.6	0.9	0.5	2	1	1	1	1
4	0.8	1.2	2.0	0	1	2	0.8	0.2	0.0	1	1	1	2	3
5	1.0	1.5	2.5	1	1	2	0.0	0.5	0.5	1	1	2	2	2
6	1.2	1.8	3.0	1	1	3	0.2	0.8	0.0	1	1	2	3	3
7	1.4	2.1	3.5	1	2	3	0.4	0.1	0.5	1	1	2	4	3
8	1.6	2.4	4.0	1	2	4	0.6	0.4	0.0	1	2	2	4	1
9	1.8	2.7	4.5	1	2	4	0.8	0.7	0.5	2	2	3	4	2
10	2.0	3.0	5.0	2	3	5	0.0	0.0	0.0	0	2	3	5	3



## Ejemplo 3. Presentación

*Ejemplo 3 · PRV básico · Enunciado:*

En una misma línea de modelos mixtos se debe ensamblar un total de 13 unidades de producto pertenecientes a 3 tipos de motores distintos ( $i = 1,2,3$ ). El plan de producción pactado está definido por la fabricación de 6 unidades de tipo 1, 6 unidades de tipo 2 y 5 unidades de tipo 3. Considerando un contexto de fabricación JIT, establezca una secuencia de motores, lo más regular posible, atendiendo a la preservación del mix de producción a lo largo del tiempo.

$$I = \{1,2,3\} \quad |I| = 3 \quad T \equiv D = 13 \quad \left\{ \begin{array}{l} d_1 = 6u \Rightarrow \lambda_1 = 6/13 \\ d_2 = 6u \Rightarrow \lambda_2 = 6/13 \\ d_3 = 1u \Rightarrow \lambda_3 = 1/13 \end{array} \right\}$$



## Ejemplo 3. Resolución · Reparto proporcional Hamilton

Ejemplo 3 · PRV básico · Resolución como problema de reparto proporcional (Paradoja de Alabama):

	<i>Óptimo tentativo</i>			<i>Parte entera</i>			<i>Fracción</i>			<i>Resto</i>	<i>Óptimo</i>			
$t$	$\hat{X}_{1,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$\hat{X}_{3,t}$	$\lfloor \lambda_1 t \rfloor$	$\lfloor \lambda_2 t \rfloor$	$\lfloor \lambda_3 t \rfloor$	$r_{1,t}$	$r_{2,t}$	$r_{3,t}$	$R$	$X_{1,t}^*$	$X_{2,t}^*$	$X_{3,t}^*$	$\pi_t$
1	0.46	0.46	0.08	0	0	0	0.46	0.46	0.08	1	1	0	0	1
2	0.92	0.92	0.15	0	0	0	0.92	0.92	0.15	2	1	1	0	2
3	1.38	1.38	0.23	1	1	0	0.38	0.38	0.23	1	2	1	0	1
4	1.85	1.85	0.31	1	1	0	0.85	0.85	0.31	2	2	2	0	2
5	2.31	2.31	0.38	2	2	0	0.31	0.31	0.38	1	2	2	1	3
6	2.77	2.77	0.46	2	2	0	0.77	0.77	0.46	2	3	3	0	1,2,-3
7	3.23	3.23	0.54	3	3	0	0.23	0.23	0.54	1	3	3	1	3
8	3.69	3.69	0.62	3	3	0	0.69	0.69	0.62	2	4	4	0	1,2,-3
9	4.15	4.15	0.69	4	4	0	0.15	0.15	0.69	1	4	4	1	3
10	4.62	4.62	0.77	4	4	0	0.62	0.62	0.77	2	5	4	1	1
11	5.08	5.08	0.85	5	5	0	0.08	0.08	0.85	1	5	5	1	2
12	5.54	5.54	0.92	5	5	0	0.54	0.54	0.92	2	6	5	1	1
13	6.00	6.00	1.00	6	6	1	0.00	0.00	0.00	0	6	6	1	2



# Problema PRV básico · Reparto proporcional · Heurística H-1

*Problema · PRV básico · Resolución problema de reparto proporcional (heurística basada en Hamilton):*

Función objetivo:  $\min f(t) \left( f(t) \in \mathfrak{S}_X(t) = \{ \Delta_R(X,t), \Delta_E(X,t), \Delta_Q(X,t) \} \right) \forall t = 1, \dots, T$

s.a.:  $\sum_{i \in I} X_{i,t} = t \quad \forall t, \quad \text{con } X_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \quad \forall i \forall t$

Resolución:  $\frac{\partial f(t)}{\partial X_{i,t}} = 0 \Rightarrow X_{i,t} - \lambda_i t = 0 \Rightarrow \hat{X}_{i,t} = \lambda_i t = \lfloor \lambda_i t \rfloor + r_{i,t} \quad \forall i \forall t$  (óptimo tentativo)

donde  $r_{i,t}$  son fracciones ( $0 \leq r_{i,t} < 1$ )

Condición heurística:  $X_{i,t}^* \geq X_{i,t-1}^* \quad \forall i \forall t$  (no garantiza óptimo)

- Procedimiento H-1:
1. Iniciar: Hacer  $X_{i,0}^* = 0 \quad \forall i$  · Hacer  $t = 1$  · Calcular  $\lambda_i = d_i/T \quad \forall i$
  2. Fijar pseudo-óptimos por defecto:  $X_{i,t}^* \leftarrow \max \{ X_{i,t-1}^*, \lfloor \lambda_i t \rfloor \} \quad \forall i$
  3. Determinar fracciones  $\hat{r}_{i,t}$  y resto  $R$ :  $\hat{r}_{i,t} = \max \{ 0, \lambda_i t - X_{i,t}^* \} \quad \forall i, R = t - \sum_{i \in I} X_{i,t}^*$
  4. Determinar el producto con mayor fracción reducida:  $i^* = \operatorname{argmax}_{i \in I} \{ \hat{r}_{i,t} \}$
  5. Añadir  $R \in \{0,1\}$  a producto  $i^*$ : Hacer  $X_{i^*,t}^* \leftarrow X_{i^*,t}^* + R$
  6. Test de finalización:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } t = T \text{ Finalizar} \\ \text{Si } t < T \text{ Hacer } t \leftarrow t + 1 \cdot \text{Ir a Paso 2} \end{array} \right\}$



## Ejemplo 3. Resolución · Reparto proporcional · Heurística H-1

Ejemplo 2 · PRV básico · Resolución como problema de reparto proporcional (Heurística H-1):

	<i>Óptimo tentativo</i>			<i>ps-Óptimo defecto</i>			<i>Fracción</i>			<i>Resto</i>	<i>ps-Óptimo</i>			
$t$	$\hat{X}_{1,t}$	$\hat{X}_{2,t}$	$\hat{X}_{3,t}$	$X_{1,t}^*$	$X_{2,t}^*$	$X_{3,t}^*$	$\hat{r}_{1,t}$	$\hat{r}_{2,t}$	$\hat{r}_{3,t}$	$R$	$X_{1,t}^*$	$X_{2,t}^*$	$X_{3,t}^*$	$\pi_t$
1	0.46	0.46	0.08	0	0	0	0.46	0.46	0.08	1	1	0	0	1
2	0.92	0.92	0.15	1	0	0	0.00	0.92	0.15	1	1	1	0	2
3	1.38	1.38	0.23	1	1	0	0.38	0.38	0.23	1	2	1	0	1
4	1.85	1.85	0.31	2	1	0	0.00	0.85	0.31	1	2	2	0	2
5	2.31	2.31	0.38	2	2	0	0.31	0.31	0.38	1	2	2	1	3
6	2.77	2.77	0.46	2	2	1	0.77	0.77	0.00	1	3	2	1	1
7	3.23	3.23	0.54	3	3	1	0.23	0.23	0.00	0	3	3	1	2
8	3.69	3.69	0.62	3	3	1	0.69	0.69	0.00	1	4	3	1	1
9	4.15	4.15	0.69	4	4	1	0.15	0.15	0.00	0	4	4	1	2
10	4.62	4.62	0.77	4	4	1	0.62	0.62	0.00	1	5	4	1	1
11	5.08	5.08	0.85	5	5	1	0.08	0.08	0.00	0	5	5	1	2
12	5.54	5.54	0.92	5	5	1	0.54	0.54	0.00	1	6	5	1	1
13	6.00	6.00	1.00	6	6	1	0.00	0.00	0.00	0	6	6	1	2

