UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Sistemas Avanzados de Producción. Desagregación de planes de producción mediante programación matemática

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización (240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2017/31 240EO316 (20170407) - http://futur.upc.edu/OPE - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Contenido

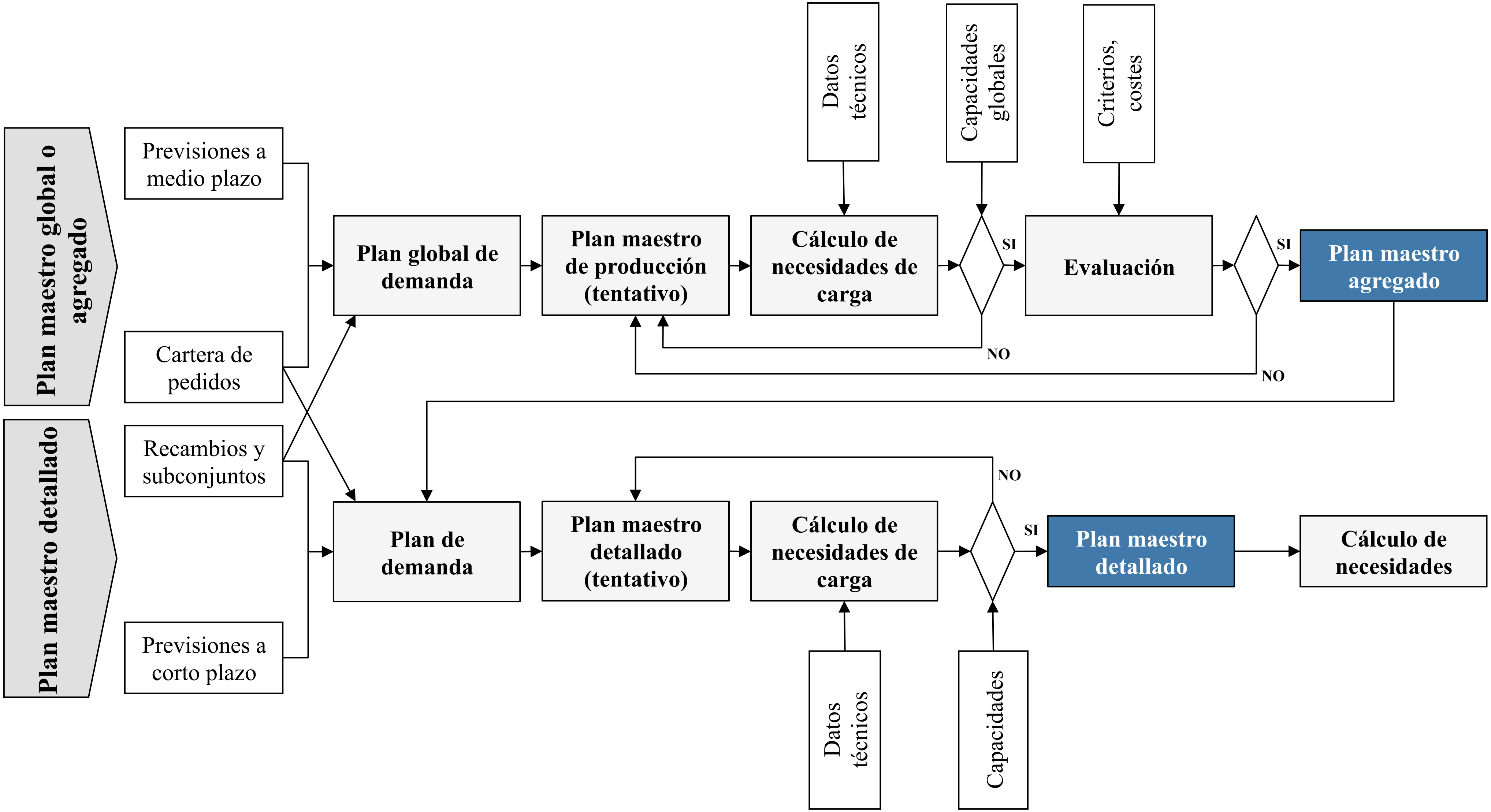
- Plan. Concepto y tipología
- Planificación. Proceso
- Planificación agregada. Hipótesis
- Planificación agregada. Nomenclatura
- Planificación agregada. Cálculos y relaciones
- Ejemplo 1. Datos y Tasas de producción agregada
- Planificación agregada. Modelos de optimización
- Ejemplo 1. Resolución planes agregados
- Desagregación proporcional. Hipótesis
- Desagregación proporcional al mix de la demanda. Modelos de optimización
- Ejemplo 1. Planes 1 y 2· Desagregación proporcional al mix de la demanda
- Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan

Plan. Concepto y tipología

Plan.- Camino que se traza desde un estado inicial hasta un estado final para alcanzar un objetivo productivo.

NOMBRE	MOTIVO	HORIZONTE	FRECUENCIA	INTERVALO	RIGIDEZ	NIVEL
Estratégico-Producto	Definir binomio producto-mercado	10 años	2 a 3 años	1 año	4 a 5 años	Modelo gran opción
Estratégico-Proceso	Nuevas plantas Nuevas filiales	5 a 7 años	1 a 2 años	trimestral (para 1 año)	2 a 3 años	Grandes líneas
Operativo-Táctico	Coordinar inversiones	3 a 5 años	anual	Trimestral (para 1 año)	1 año	Modelo global
Maestro global	Asignar recursos críticos	12 meses	mensual	1 mes	2 meses	Familias de producto
Maestro detallado	Tasas de producción. Aprovisionamiento	16 semanas	semanal	semana	3 semanas	Productos o Mezclas
Cálculo necesidades	Órdenes fabricación y aprovisionamiento	12 semanas	semanal	semana	2 semanas	Orden
Programa operaciones	Situar operaciones en tiempo y espacio	5 días	diaria	día	1 día	Operación

Planificación. Proceso



Planificación agregada. Hipótesis

1. Una sola familia de productos *P* y una sola etapa global productiva.
2. Se tiene un conjunto *S* de modalidades o fuentes de producción que representa las formas de obtener el producto; cada modalidad tiene su capacidad limitada.
3. Los costes variables de producción dependen de la modalidad empleada.
4. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en las modalidades.
5. Se considera un horizonte de planificación *T* dividido en periodos mensuales.
6. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
7. La tasa diaria de producción es constante durante el mes, admitiendo la posibilidad de variar dicha tasa de un mes a otro. La demanda global debe ser satisfecha.
8. El producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
9. La demanda puede diferirse con un coste por unidad de producto y mes.
10. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock, y (3) costes por diferir la demanda.

Planificación agregada. Nomenclatura

Parámetros:

T, P Horizonte del plan · Familia de productos $\left(i=1,..,|P|\right)$

S Conjunto de modalidades o fuentes de producción (turno, planta, máquina)

$t,\ \lambda_t$ Índice de periodo $t=0,..,T$ (mes) · Días laborables del mes $t\,(t=1,..,T)$

$\alpha,\ I_t^*$ Factor de stock de seguridad · Stock ideal al final del mes $t\,(t=0,..,T)$

$d_t, \hat{d}_t$ Demanda del mes $t\,(t=1,..,T)$ · Demanda corregida del mes $t\,(t=1,..,T)$

$r_s^{\max}$ Tasa máxima de producción diaria en modalidad $s \in S$ (unidades / día)

$x_{t,s}^{\max}$ Produccion máxima con modalidad $s \in S$ en el mes t $(t=1,..,T)$: $x_{t,s}^{\max} = \lambda_t \cdot r_s^{\max}\ \ \forall t\, \forall s$

c_{u_s} Coste de producción unitario en modalidad $s \in S$ (um / unidad)

c_h, c_b Coste de posesión de stock · Coste de diferir la demanda (um / unidad_ mes)

Variables:

$x_{t,s}, X_t$ Produccion parcial con modalidad $s \in S$ y total en el mes $t\,(t=1,..,T)$

$r_{t,s}, R_t$ Tasa parcial de producción diaria con modalidad $s \in S$ y total en el mes $t\,(t=1,..,T)$

I_t Stock neto al final del mes $t\,(t=0,..,T)$. $I_0 = I_0^*$ (stock inicial)

I_t^+, I_t^- Exceso (I_t^+) y Defecto (I_t^-) de stock al final del mes $t\,(t=0,..,T)$

Planificación agregada. Cálculos y relaciones

Demanda corregida, Producción, Stock y Coste:

Demanda corregida:

$$d_t = \sum_{i \in P} d_{i,t} \qquad (t = 1,..,T)$$

$$\hat{d}_t = d_t + I_t^* - I_{t-1}^* \qquad (t = 1,..,T)$$

$$I_t^* = \alpha \cdot d_t \qquad (t = 1,..,T)$$

Producción y Stock:

$$R_t = \sum_{s \in S} r_{t,s} \qquad (t = 1,..,T)$$

$$x_{t,s} = \lambda_t \cdot r_{t,s} \qquad (t = 1,..,T)(s \in S)$$

$$X_t = \sum_{s \in S} x_{t,s} = \lambda_t \cdot R_t \qquad (t = 1,..,T)$$

$$I_t = I_{t-1} + X_t - d_t \qquad (t = 1,..,T)$$

$$I_t^+ = \max\left(0, I_t - I_t^*\right) \qquad (t = 1,..,T)$$

$$I_t^- = \max\left(0, I_t^* - I_t\right) \qquad (t = 1,..,T)$$

Coste global:

$$C_T = \sum_{s \in S} \left(c_{u_s} \sum_{t=1}^{T} x_{t,s} \right) + \sum_{t=1}^{T} \left(c_h I_t^+ + c_b I_t^- \right)$$

Ejemplo 1. Presentación (1)

Datos:

t (mes)	λ_t (día)	$d_{1,t}$ (unidad)	$d_{2,t}$ (unidad)	$d_{3,t}$ (unidad)	d_t (total)
1	20	250	300	450	1000
2	20	300	350	550	1200
3	22	350	470	580	1400
4	21	450	500	850	1800
5	21	300	400	500	1200
6	21	250	330	420	1000
	125	1900	2350	3350	7600

$$S = \{1,2,3\},\ P = \{1,2,3\},\ \alpha = 0.1,\ \vec{I}_0 = (50,50,100) \Rightarrow I_0 = 200$$

$$r^{\max} : \begin{Bmatrix} r_1^{\max} = 50 \\ r_2^{\max} = 40 \\ r_3^{\max} = 40 \end{Bmatrix} (u/día) \qquad c_u : \begin{Bmatrix} c_{u_{i,1}} = 200 \\ c_{u_{i,2}} = 300 \\ c_{u_{i,3}} = 500 \end{Bmatrix} \forall i \in P\ (um) \qquad c_{h/b} : \begin{Bmatrix} c_{h_i} = 30 \\ c_{b_i} = 90 \end{Bmatrix} \forall i \in P\ (um/u\_mes)$$

Ejemplo 1. Presentación (2)

Tasas de producción agregada:

t (mes)	λ_t (días)	Λ_t (días)	d_t (u)	I_t^* (u)	$\hat{d}_t$ (u)	$\hat{D}_t$ (u)	$\hat{D}_t/\Lambda_t$	$\hat{d}_t/\lambda_t$
		0		200		0		
1	20	20	1000	100	900	900	45.00	45.00
2	20	40	1200	120	1220	2120	53.00	61.00
3	22	62	1400	140	1420	3540	57.10	64.55
4	21	83	1800	180	1840	5380	64.82	87.62
5	21	104	1200	120	1140	6520	62.69	54.29
6	21	125	1000	100	980	7500	60.00	46.67
	125		7600	$\alpha = 0.1$	7500			

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Planificación agregada. Modelos de optimización (1)

LP-1: *Modelo de Bowman básico*

$$\text{LP-1: } \min C_T = \sum_{s\in S}\left(c_{u_s}\sum_{t=1}^{T} x_{t,s}\right) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_h I_t^{+} + c_b I_t^{-}\right) \qquad (0)$$

s.a:

$$X_t - \sum_{s\in S} x_{t,s} = 0 \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$X_t + I_{t-1} - I_t = d_t \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (2)$$

$$I_t - I_t^{+} + I_t^{-} = I_t^{*} \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (3)$$

$$r_{t,s} \le r_s^{\max} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (4)$$

$$x_{t,s} \le x_{t,s}^{\max} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (5)$$

$$x_{t,s} - \lambda_t \cdot r_{t,s} = 0 \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (6)$$

$$(x_{t,s}, r_{t,s}) \ge \vec{0} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (7)$$

$$(X_t, I_t^{+}, I_t^{-}) \ge \vec{0} \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (8)$$

$$\text{Condiciones LP-1:}\left\{\begin{array}{l}\text{Plan sin demanda diferida } \Rightarrow I_t^{-} = 0 \ \ \forall t = 1,..,T \\ \text{Plan tasas JIT} \cdot \text{DS} \Rightarrow I_t^{-} = I_t^{+} = 0 \ \ \forall t = 1,..,T\end{array}\right\}$$

Planificación agregada. Modelos de optimización (2)

LP-2: *Modelo de Bowman modificado*

Sean: $\left\{\begin{array}{ll} \hat{x}_{t,\hat{t},s} & \text{Producción con modalidad } s \in S, \text{ en el mes } \hat{t} \ (\forall \hat{t}), \text{ para cubrir la demanda del mes } t \ (\forall t) \\ c_{t,\hat{t},s} & \text{Coste unitario de produción asociado a } \hat{x}_{t,\hat{t},s} \ (\forall t \ \forall \hat{t} \ \forall s) \end{array}\right\}$

$$\text{LP-2: } \min C_T = \sum_{t=1}^{T} \sum_{\hat{t}=1}^{T} \sum_{s=1}^{|S|} c_{t,\hat{t},s} \cdot \hat{x}_{t,\hat{t},s} \qquad (0)$$

s.a:

$$\sum_{\hat{t}=1}^{T} \sum_{s=1}^{|S|} \hat{x}_{t,\hat{t},s} = \hat{d}_t \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{T} \hat{x}_{t,\hat{t},s} \le x_{\hat{t},s}^{\max} \qquad \forall \hat{t} = 1,..,T; \forall s \in S \qquad (2)$$

$$\hat{x}_{t,\hat{t},s} \ge 0 \qquad \forall t = 1,..,T; \ \forall \hat{t} = 1,..,T; \ \forall s \in S \qquad (3)$$

Relaciones LP-1 · LP2: $x_{\hat{t},s} = \sum_{t=1}^{T} \hat{x}_{t,\hat{t},s} \ (\forall \hat{t} \ \forall s); \ c_{t,\hat{t},s} = \left\{\begin{array}{ll} c_{u_s} + (t-\hat{t}) \cdot c_h, & \text{si } \hat{t} \le t \\ c_{u_s} + (\hat{t}-t) \cdot c_b, & \text{si } \hat{t} > t \end{array}\right\} \ (\forall t \ \forall \hat{t} \ \forall s)$

Condiciones LP-2: $\left\{\begin{array}{l} \text{Plan sin demanda diferida: } \hat{x}_{t,\hat{t},s} = 0 \ \forall \hat{t} > t \ \ (t = 1,..,T-1) \\ \text{Plan tasas JIT} \cdot \text{DS}: \hat{x}_{t,\hat{t},s} = 0 \ \forall \hat{t} \ne t \ \ (t = 1,..,T) \end{array}\right\} \ (\forall s)$

Ejemplo 1. Optimización sin demanda diferida

	Mes 1		Mes 2		Mes 3		Mes 4		Mes 5		Mes 6	
$x_{\hat{\imath},s}^{\max}$	1000	800	1000	800	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
Mes 1	1000	800	1000	800	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
	200	300										
900	900											
Mes 2	100	800	1000	800	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
	230	330	200	300								
1220	100		1000	120								
Mes 3	0	800	0	680	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
	260	360	230	330	200	300						
1420					1100	320						
Mes 4	0	800	0	680	0	560	1050	840	1050	840	1050	840
	290	390	260	360	230	330	200	300				
1840							1050	790				
Mes 5	0	800	0	680	0	560	0	50	1050	840	1050	840
	320	420	290	390	260	360	230	330	200	300		
1140									1050	90		
Mes 6	0	800	0	680	0	560	0	50	0	750	1050	840
	350	450	320	420	290	390	260	360	230	330	200	300
980											980	
$x_{\hat{\imath},s}$	1000	0	1000	120	1100	320	1050	790	1050	90	980	0
	0	800	0	680	0	560	0	50	0	750	70	840
$r_{\hat{\imath},s}$	50	0	50	6	50	14.55	50	37.62	50	4.29	46.67	0

$r_1^{\max} = 50\,\text{u/día}$ $\quad c_{u_1} = 200\,\text{um}$ $\quad c_h = 30\ \text{um/u\_mes}$

$r_2^{\max} = 40\,\text{u/día}$ $\quad c_{u_2} = 300\,\text{um}$ $\quad c_b = 90\ \text{um/u\_mes}$

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo 1. Optimización con demanda diferida

	Mes 1		Mes 2		Mes 3		Mes 4		Mes 5		Mes 6	
$x_{\hat{\imath},s}^{\max}$	1000	800	1000	800	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
Mes 1	1000	800	1000	800	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
	200	300	290	390	380	480	470	570	560	660	650	750
900	900											
Mes 2	100	800	1000	800	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
	230	330	200	300	290	390	380	480	470	570	560	660
1220	100		1000	120								
Mes 3	0	800	0	680	1100	880	1050	840	1050	840	1050	840
	260	360	230	330	200	300	290	390	380	480	470	570
1420					1100	320						
Mes 4	0	800	0	680	0	560	1050	840	1050	840	1050	840
	290	390	260	360	230	330	200	300	290	390	380	480
1840							1050	790				
Mes 5	0	800	0	680	0	560	0	50	1050	840	1050	840
	320	420	290	390	260	360	230	330	200	300	290	390
1140									1050	20	70	
Mes 6	0	800	0	680	0	560	0	50	0	820	980	840
	350	450	320	420	290	390	260	360	230	330	200	300
980											980	
$x_{\hat{\imath},s}$	1000	0	1000	120	1100	320	1050	790	1050	20	1050	0
	0	800	0	680	0	560	0	50	0	820	0	840
$r_{\hat{\imath},s}$	50	0	50	6	50	14.55	50	37.62	50	0.95	50	0

$r_1^{\max} = 50$ u/día $\quad c_{u_1} = 200$ um $\quad c_h = 30$ um/u_mes

$r_2^{\max} = 40$ u/día $\quad c_{u_2} = 300$ um $\quad c_b = 90$ um/u_mes

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo 1. Plan 1: Optimización sin demanda diferida

Plan 1 · Optimización sin demanda diferida: $\vec{R} = (50.00, 56.00, 64.55, 87.62, 54.29, 46.67)$ u/día

t (mes)	λ_t (días)	d_t (u)	I_t^* (u)	$x_{t,1}$ (u)	$x_{t,2}$ (u)	X_t (u)	I_t (u)	I_t^+ (u)	I_t^- (u)
			200	$R_t = r_{t,1} + r_{t,2}$			200		
1	20	1000	100	1000	0	1000	200	100	0
2	20	1200	120	1000	120	1120	120	0	0
3	22	1400	140	1100	320	1420	140	0	0
4	21	1800	180	1050	790	1840	180	0	0
5	21	1200	120	1050	90	1140	120	0	0
6	21	1000	100	980	0	980	100	0	0
	125	7600	$\alpha = 0.1$	6180	1320	7500		100	0

$$C_T = \sum_{s\in S} c_{u_s}\left(\sum_{t=1}^{T} x_{t,s}\right) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_h I_t^+ + c_b I_t^-\right)$$

COSTES	um/unidad	unidades	um
Producción modalidad 1	200	6180	1.236.000
Producción modalidad 2	300	1320	396.000
Exceso de Stock	30	100	3.000
Defecto de Stock	90	0	0
COSTE TOTAL			1.635.000

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo 1. Plan 2: Optimización con demanda diferida

Plan 2 · Optimización con demanda diferida: $\vec{R} = (50.00, 56.00, 64.55, 87.62, 50.95, 50.00)$ u/día

t (mes)	λ_t (días)	d_t (u)	I_t^* (u)	$x_{t,1}$ (u)	$x_{t,2}$ (u)	X_t (u)	I_t (u)	I_t^+ (u)	I_t^- (u)
			200	$R_t = r_{t,1} + r_{t,2}$			200		
1	20	1000	100	1000	0	1000	200	100	0
2	20	1200	120	1000	120	1120	120	0	0
3	22	1400	140	1100	320	1420	140	0	0
4	21	1800	180	1050	790	1840	180	0	0
5	21	1200	120	1050	20	1070	50	0	70
6	21	1000	100	1050	0	1050	100	0	0
	125	7600	$\alpha = 0.1$	6250	1250	7500		100	70

$$C_T = \sum_{s \in S} c_{u_s} \left(\sum_{t=1}^{T} x_{t,s} \right) + \sum_{t=1}^{T} \left(c_h I_t^+ + c_b I_t^- \right)$$

COSTES	um/unidad	unidades	um
Producción modalidad 1	200	6250	1.250.000
Producción modalidad 2	300	1250	375.000
Exceso de Stock	30	100	3.000
Defecto de Stock	90	70	6.300
COSTE TOTAL			1.634.300

Desagregación proporcional. Hipótesis

1. Se considera un horizonte de planificación T dividido en periodos mensuales.
2. Se tiene un conjunto P de tipos de producto agregados en una familia. Todos los productos de la familia agregan en uno solo calculando unos costes ponderados a partir de aquéllos.
3. Se tiene un conjunto S de fuentes de producción que representa las formas de obtener los productos. Toda fuente tiene su capacidad de producción limitada mensualmente. Todo tipo de producto emplea parte de la capacidad de las fuentes para su fabricación.
4. Los costes variables de producción dependen del producto y la modalidad empleada.
5. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en las modalidades, aunque puede haber un coste de lanzamiento de los productos.
6. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
7. La demanda global de todos los productos debe ser satisfecha en la media de lo posible.
8. Todo producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes. Las demandas pueden diferirse con unos coste por unidad de producto y mes.
9. Se determina un plan agregado de la familia.
10. Las cantidades obtenidas para la familia se desagregan entre los tipos de producto en forma aproximadamente proporcional a las cantidades ideales de éstos (según mix o lanzamientos).

Desagregación proporcional al mix-D. Modelos de optimización (1)

Nomenclatura:

Parámetros:

T, t	Horizonte del plan · Índice de periodo: $t = 1,..,T$
P, S	Familia de productos o Conjunto de tipos de productos · Conjunto de fuentes de producción
i, s	Índice de producto $(i \in P)$ · Índice de fuente de producción $(s \in S)$
d_t, I_t^*	Demanda de la Familia P en el mes $t\,(t = 1,..,T)$ · Stock ideal de la Famila P al final de $t\,(t = 0,..,T)$
$d_{i,t}, I_{i,t}^*$	Demanda del producto $i \in P$ en el mes $t\,(t = 1,..,T)$ · Stock ideal de $i \in P$ al final de $t\,(t = 0,..,T)$
$A_{t,s}$	Capacidad máxima de producción de la fuente $s \in S$ en el mes t $(t = 1,..,T)$. v.g.- horas/mes.
$a_{i,s}$	Capacidad requerida a la fuente $s \in S$ para fabricar una unidad de $i \in P$. v.g.- tiempo de proceso.
$c_{u_{i,s}}$	Coste unitario de producción de $i \in P$ en modalidad $s \in S$ (um / unidad)
$\hat{x}_{t,s}, \hat{X}_t$	Produccion parcial con modalidad $s \in S$ y total en el mes $t\,(t = 1,..,T)$ de la Familia P

Variables:

$x_{i,t,s}$	Produccion parcial del producto $i \in P$ con modalidad $s \in S$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
$X_{i,t}$	Produccion total del producto $i \in P$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
$I_{i,t}$	Stock neto del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$
$I_{i,t}^+, I_{i,t}^-$	Exceso $(I_{i,t}^+)$ y Defecto $(I_{i,t}^-)$ de stock del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

Desagregación proporcional al mix-D. Modelos de optimización (2)

Formulación · Modelo básico de desagregación proporcional al mix-D (cantidades ideales):

$$\text{PM-1·Fase 1: } \min C_T = \sum_{t=1}^{T}\sum_{i\in P}\left(\frac{X_{i,t}}{d_{i,t}+I^*_{i,t}-I^*_{i,t-1}} - \frac{\widehat{X}_t}{\sum_{i'\in P}\left(d_{i,t}+I^*_{i',t}-I^*_{i',t-1}\right)}\right)^2 \qquad (0)$$

s.a:

$$\sum_{i\in P} X_{i,t} = \widehat{X}_t \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \qquad \forall i\in P,\ \forall t = 1,..,T \qquad (2)$$

$$I_{i,t} - I^+_{i,t} + I^-_{i,t} = I^*_{i,t} \qquad \forall i\in P,\ \forall t = 1,..,T \qquad (3)$$

$$(X_{i,t}, I^+_{i,t}, I^-_{i,t}) \geq \vec{0} \qquad \forall i\in P,\ \forall t = 1,..,T \qquad (4)$$

$$\text{PM-1·Fase 2: } \min C'_T = \sum_{i\in P}\sum_{t=1}^{T}\sum_{s\in S} c_{u_{i,s}} x_{i,t,s} \qquad (0')$$

s.a:

$$\sum_{s\in S} x_{i,t,s} = X^*_{i,t} \qquad \forall i\in P,\ \forall t = 1,..,T \qquad (1')$$

$$\sum_{i\in P} a_{i,s}\cdot x_{i,t,s} \leq A_{t,s} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s\in S \qquad (2')$$

$$x_{i,t,s} \geq 0 \qquad \forall i\in P,\ \forall t = 1,..,T,\ \forall s\in S \qquad (3')$$

$$\text{Condiciones PM-1:}\left\{\begin{array}{l}\text{Stock inicial conocido: } I_{i,0} = I^*_{i,0}\ \ \forall i\in P \\ \text{Plan Familia conocido: } \widehat{X}_t\ \ \forall t = 1,..,T\end{array}\right\}$$

Desagregación proporcional al mix-D. Modelos de optimización (3)

Resolución · Modelo básico de desagregación proporcional al mix-D:

Función objetivo: $\min f(t) = \sum_{i \in P} \left(\frac{X_{i,t}}{\hat{d}_{i,t}} - \frac{\widehat{X}_t}{\hat{d}_t} \right)^2 \forall t = 1,..,T,$ Demandas corregidas: $\begin{Bmatrix} \hat{d}_{i,t} = d_{i,t} + I^*_{i,t} - I^*_{i,t-1} \\ \hat{d}_t = d_t + I^*_t - I^*_{t-1} \end{Bmatrix}$

s.a.: $\sum_{i \in P} X_{i,t} = \widehat{X}_t \; \forall t,$

Resolución: $\frac{\partial f(t)}{\partial X_{i,t}} = 0 \Rightarrow \frac{X_{i,t}}{\hat{d}_{i,t}} - \frac{\widehat{X}_t}{\hat{d}_t} = 0 \Rightarrow X^*_{i,t} \cong \hat{Q}_{i,t} \forall i \forall t$

Cuotas de demanda corregida : $\hat{Q}_{i,t} \equiv \left(\hat{d}_{i,t} / \hat{d}_t \right) \widehat{X}_t \; \forall i \forall t$, con $\sum_{i \in P} \hat{d}_{i,t} = \hat{d}_t \; \forall t$

Procedimiento LF

(Variables enteras: $X_{i,t} \in Z^+ \cup \{0\} \; \forall i \forall t$):

1. Para todo $t = 1,..,T$ y para todo $i \in P$, Hacer:
3. Calcular cuotas $\hat{Q}_{i,t} = \left(\hat{d}_{i,t} / \hat{d}_t \right) \widehat{X}_t$
4. Fijar óptimos enteros por defecto: $X^*_{i,t} \leftarrow \left\lfloor \hat{Q}_{i,t} \right\rfloor$
5. Determinar fracciones: $\varphi_{i,t} = \hat{Q}_{i,t} - X^*_{i,t}$, y resto: $R = \widehat{X}_t - \sum_{i \in P} X^*_{i,t}$
6. Ajustar producción guía $\varphi_{i,t}$· Cumplir: $\begin{Bmatrix} (i) \sum_{t=1}^{T} X^*_{i,t} = \sum_{t=1}^{T} d_{i,t} - I_{i,0} + I_{i,T} \; \forall i \\ (ii) \sum_{i \in P} X^*_{i,t} = \widehat{X}_t \; \forall t \end{Bmatrix}$

Ejemplo 1. Plan 1· Desagregación proporcional al mix-D (1)

Ejemplo 1: Plan sin demanda diferida · Tabla de Demandas y Stock ideal A, B y C

	Demanda				Stock ideal ($\alpha = 0.1$)			
Mes	*Global*	A	B	C	*Global*	A	B	C
1	1000	250	300	450	100	25	30	45
2	1200	300	350	550	120	30	35	55
3	1400	350	470	580	140	35	47	58
4	1800	450	500	850	180	45	50	85
5	1200	300	400	500	120	30	40	50
6	1000	250	330	420	100	25	33	42
Suma · Stock(0)	7600	1900	2350	3350	200	50	50	100

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo 1. Plan 1· Desagregación proporcional al mix-D (2)

Ejemplo 1: Plan sin demanda diferida · Demandas corregidas y cuotas unitarias A, B y C

	Demanda corregida				Cuotas unitarias de producción			
Mes	*Global*	A	B	C	*Global*	A	B	C
1	900	225	280	395	1.00	0.25	0.31	0.44
2	1220	305	355	560	1.00	0.25	0.29	0.46
3	1420	355	482	583	1.00	0.25	0.34	0.41
4	1840	460	503	877	1.00	0.25	0.27	0.48
5	1140	285	390	465	1.00	0.25	0.34	0.41
6	980	245	323	412	1.00	0.25	0.33	0.42
Suma · Media	7500	1875	2333	3292	1.00	0.25	0.31	0.44

Ejemplo 1. Plan 1· Desagregación proporcional al mix-D (3)

Ejemplo 1: Plan sin demanda diferida · Demandas corregidas y cuotas de producción A, B y C

	Demanda corregida				Cuotas de producción (teóricas)				
Mes	*Global*	A	B	C	*Global*	A	B	C	*Suma*
1	900	225	280	395	1000	250.00	311.11	438.89	1000
2	1220	305	355	560	1120	280.00	325.90	514.10	1120
3	1420	355	482	583	1420	355.00	482.00	583.00	1420
4	1840	460	503	877	1840	460.00	503.00	877.00	1840
5	1140	285	390	465	1140	285.00	390.00	465.00	1140
6	980	245	323	412	980	245.00	323.00	412.00	980
Suma	7500	1875	2333	3292	7500	1875	2335.01	3289.99	7500

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo 1. Plan 1· Desagregación proporcional al mix-D (4)

Ejemplo 1: Plan sin demanda diferida · Cuotas teóricas y producción real A, B y C

	Cuotas de producción (teóricas)				Producción de artículos (real)			
Mes	*Global*	A	B	C	*Global*	A	B	C
1	1000	250.00	311.11	438.89	1000	250	310	440
2	1120	280.00	325.90	514.10	1120	280	325	515
3	1420	355.00	482.00	583.00	1420	355	482	583
4	1840	460.00	503.00	877.00	1840	460	503	877
5	1140	285.00	390.00	465.00	1140	285	390	465
6	980	245.00	323.00	412.00	980	245	323	412
(1) Producción	7500	1875	2335.01	3289.99	7500	1875	2333	3292
(2) Stock (I-F)	100	25	17	58	100	25	17	58
(1) + (2)	7600	1900	2352.01	3347.99	7600	1900	2350	3350
Demanda	7600	1900	2350	3350	7600	1900	2350	3350

Ejemplo 1. Plan 2· Desagregación proporcional al mix-D (1)

Ejemplo 1: Plan con demanda diferida · Demandas corregidas y cuotas de producción A, B y C

	Demanda corregida				*Cuotas de producción (teóricas)*				
Mes	*Global*	A	B	C	*Global*	A	B	C	*Suma*
1	900	225	280	395	1000	250.00	311.11	438.89	1000
2	1220	305	355	560	1120	280.00	325.90	514.10	1120
3	1420	355	482	583	1420	355.00	482.00	583.00	1420
4	1840	460	503	877	1840	460.00	503.00	877.00	1840
5	1140	285	390	465	1070	267.50	366.05	436.45	1070
6	980	245	323	412	1050	262.50	346.07	441.43	1050
Suma	7500	1875	2333	3292	7500	1875	2334.14	3290.86	7500

Ejemplo 1. Plan 2· Desagregación proporcional al mix-D (2)

Ejemplo 1: Plan con demanda diferida · Cuotas teóricas y producción real A, B y C

	Cuotas de producción (teóricas)				Producción de artículos (real)			
Mes	*Global*	A	B	C	*Global*	A	B	C
1	1000	250.00	311.11	438.89	1000	250	311	439
2	1120	280.00	325.90	514.10	1120	280	325	515
3	1420	355.00	482.00	583.00	1420	355	482	583
4	1840	460.00	503.00	877.00	1840	460	503	877
5	1070	267.50	366.05	436.45	1070	267	366	437
6	1050	262.50	346.07	441.43	1050	263	346	441
(1) Producción	7500	1875	2334.14	3290.86	7500	1875	2333	3292
(2) Stock (I-F)	100	25	17	58	100	25	17	58
(1) + (2)	7600	1900	2351.14	3348.86	7600	1900	2350	3350
Demanda	7600	1900	2350	3350	7600	1900	2350	3350

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (1)

ARTEMISA_NISSAN · *El problema*

Misión:

1. Determinar: fabricación diaria de productos a partir de unas cantidades mensuales.
2. Resultado: un programa de producción *a nivel diario*.
3. Derivados: un programa de aprovisionamiento a nivel diario (bajo ideología JIT).

Hipótesis y consideraciones:

1. Clases de vehículos con producción diaria limitada. Conjunto de *restricciones* formuladas mediante inecuaciones lineales.
2. Vehículos fabricación-0 ciertos días o períodos del mes. Limitación denominada Inhibición. *Parámetros booleanos*.
3. Programa diario equilibrado en carga y materiales. Fabricación regular-sincronizada *(Douki Seisan)*. Critrerio que exprese las *discrepancias* entre las producciones reales y las ideales.

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (2)

ARTEMISA_NISSAN · *Visión modular del Producto*

- Un producto (carrocería-color) está constituido por dos módulos:
  - El módulo *carrocería*
  - El módulo *color*
- Cada uno de los módulos posee ciertas características y atributos:
  - Carrocería: *Modelo*, *Tamaño* y *Guía* (Nacionalidad)
  - Color: *Tipo* y *Número*

MÓDULO	CARROCERÍA			COLOR	
CARACTERÍSTICA	1. MODELO	2. TAMAÑO	3. GUÍA	4. TIPO	5. NÚMERO
Valor 1	Castor	Corto	Izquierda	Pastel	Monocolor
Valor 2	Polux	Largo	Derecha	Metalizado	Bicolor
Atributo	País			-	

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (3)

ARTEMISA_NISSAN · *Familias o clases del producto*

Clase	c1	c2	c3	c4	c5	Clase	c1	c2	c3	c4	c5
F01	1	1	1	1	1	F17	2	1	1	1	1
F02	1	1	1	1	2	F18	2	1	1	1	2
F03	1	1	1	2	1	F19	2	1	1	2	1
F04	1	1	1	2	2	F20	2	1	1	2	2
F05	1	1	2	1	1	F21	2	1	2	1	1
F06	1	1	2	1	2	F22	2	1	2	1	2
F07	1	1	2	2	1	F23	2	1	2	2	1
F08	1	1	2	2	2	F24	2	1	2	2	2
F09	1	2	1	1	1	F25	2	2	1	1	1
F10	1	2	1	1	2	F26	2	2	1	1	2
F11	1	2	1	2	1	F27	2	2	1	2	1
F12	1	2	1	2	2	F28	2	2	1	2	2
F13	1	2	2	1	1	F29	2	2	2	1	1
F14	1	2	2	1	2	F30	2	2	2	1	2
F15	1	2	2	2	1	F31	2	2	2	2	1
F16	1	2	2	2	2	F32	2	2	2	2	2

Ejemplos: F01 (Castor · Corto · Izquierda · Pastel · Monocolor), F32 (Polux · Largo · Derecha · Metalizado · Bicolor)

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (4)

ARTEMISA_NISSAN · *Restricciones*

Las restricciones vienen impuestas por las limitaciones productivas, afectan conjuntos de familias, y deben formalizar enunciados del tipo:

- e1. *El montaje diario de productos del tipo castor_largos no debe superar las 92 unidades*.
- e2. *El número de productos metalizados_bicolor no debe superar las 48 unidades diarias*.

La definición de restricciones:

- F: los productos sometidos a la restricción son los que poseen el primer valor de la característica.
- S: los productos sometidos a la restricción son los que poseen el segundo valor de la característica.
- B: los productos sometidos a la restricción son los que poseen cualquiera de los dos valores de la característica.

Ejemplos

- e1 corresponde al quinteto de índices: F - S - B - B – B. Familias del tipo : 1 - 2 - * - * - *
- e2 corresponde al quinteto de índices: B - B - B - S – S. Familias del tipo : * - * - * - 2 – 2

R.e1: Y09 + Y10 + Y11 + Y12 + Y13 + Y14 + Y15 + Y16 <= 92

R.e2: Y04 + Y08 + Y12 + Y16 + Y20 + Y24 + Y28 + Y32 <= 48

Se pueden definir hasta $3^5 = 243$ restricciones, sobre un total de 2^{32}-1 posibles con 32 clases.

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (5)

ARTEMISA_NISSAN · *Inhibiciones*

Producto				Inhibiciones					
carroc.	**color**	**país**	**clase**	**día-01**	**día-02**	**día-03**	**.........**	**.........**	**día-20**
AB12	10A	SP	01	1	1	1	1	1	1
AB12	10B	SP	01	1	1	1	1	1	1
AB12	13C	SP	02	1	1	1	1	1	1
AB12	16B	SP	03	1	1	1	1	1	1
AB25	10A	IT	01	1	1	1	1	1	1
AB25	13C	IT	02	1	1	1	1	1	1
AB37	10B	FR	01	1	1	1	1	1	1
AB37	16B	FR	03	1	1	1	1	1	1
EF18	10A	SP	09	1	1	1	1	1	1
EF23	10A	IT	09	1	1	1	1	1	1
EF23	13C	IT	10	1	1	1	1	1	1
IJ15	10B	UK	05	1	1	1	1	0	0
IJ18	10B	IR	05	0	0	0	0	1	1
IK13	13C	UK	14	1	1	1	1	0	0
IK19	16C	IR	15	0	0	0	0	1	1
PQ11	10A	SP	17	1	1	1	1	1	1
PQ11	10B	SP	17	1	1	1	1	1	1
ST18	13C	IT	26	1	1	1	1	1	1
WX10	10B	UK	23	1	1	1	1	0	0
WX12	10B	IR	23	0	0	0	0	1	1

Valores: 0 (producción prohibida) 1 (producción posible)
Elementos inhibibles: (1) producto, (2) carrocería, (3) color, (4) país y (5) cualquier combinación con (1) a (4)

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (6)

ARTEMISA_NISSAN · *Proceso de planificación*

- PASO 1

  Se parte de un plan ideal (reglas y pautas) de tipos de producto. Se procede a la Agregación de productos en Familias para obtener un plan ideal de Familias en un horizonte mensual.

- PASO 2

  Se determina un plan real a nivel Familia con las siguientes condiciones: (1) el plan real debe satisfacer la demanda, (2) el plan real debe ser factible respecto a las limitaciones de recursos y (3) los valores del plan real deben estar lo más cerca posible de los valores del plan ideal. La distancia entre planes puede ser la rectangular, la euclídea o la cuadrática.

- PASO 3

  Desagregar las cantidades obtenidas para las Familias entre los tipos de producto en forma aproximadamente proporcional a las cantidades ideales de éstos.

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (7)

ARTEMISA_NISSAN · *Plan diario*

Producto				Inhibiciones						
carroc.	color	país	clase	día-01	día-02	día-03	·······	·······	día-20	Total
AB12	10A	SP	01	5	5	5	5	4	4	90
AB12	10B	SP	01	3	3	3	3	3	3	60
AB12	13C	SP	02	2	2	2	2	2	2	40
AB12	16B	SP	03	2	3	2	3	2	2	45
AB25	10A	IT	01	2	2	2	2	2	3	48
AB25	13C	IT	02	2	2	2	2	1	1	35
AB37	10B	FR	01	2	2	2	2	3	2	32
AB37	16B	FR	03	3	3	3	3	2	2	44
EF18	10A	SP	09	4	3	4	3	4	4	70
EF23	10A	IT	09	1	1	1	1	2	2	24
EF23	13C	IT	10	1	1	1	1	2	2	15
IJ15	10B	UK	05	2	2	2	2	0	0	20
IJ18	10B	IR	05	0	0	0	0	3	3	25
IK13	13C	UK	14	1	1	1	1	0	0	11
IK19	16C	IR	15	0	0	0	0	1	1	12
PQ11	10A	SP	17	2	3	2	3	2	2	64
PQ11	10B	SP	17	2	2	2	2	2	2	56
ST18	13C	IT	26	1	1	1	1	1	1	23
WX10	10B	UK	23	2	1	2	1	0	0	14
WX12	10B	IR	23	0	0	0	0	1	1	12
			Total:	37	37	37	37	37	37	740

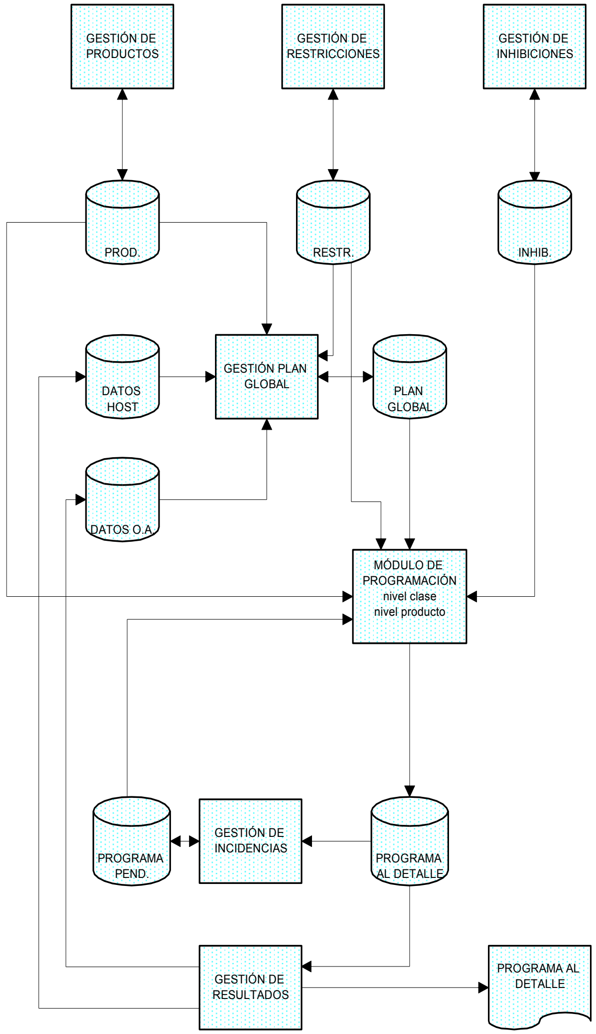
PLAN:

- Producto
- Día
- Cantidad

Caso de estudio PM-1: Sistema Artemisa Nissan (8)

ARTEMISA_NISSAN · *Realizaciones*

- La primera versión del sistema, para vehículos ligeros, arrancó en 1986 y empezó a dar los primeros resultados, en Barcelona, en el año 1987.
- En la primavera de 1988 se realizó una adaptación para vehículos pesados, dando resultados igualmente satisfactorios en la planta de camiones de Ávila.
- Posteriormente, se incorporaron una serie de ampliaciones solicitadas por los usuarios, siempre ligadas a facilitar la gestión de los datos y a abrir nuevas vías de comunicación con otros sistemas.



NISSAN-UPC: R Companys · J Bautista

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial