UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Sistemas Avanzados de Producción. Equilibrado de líneas de producción I

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización (240MUEO) - ETSEIB

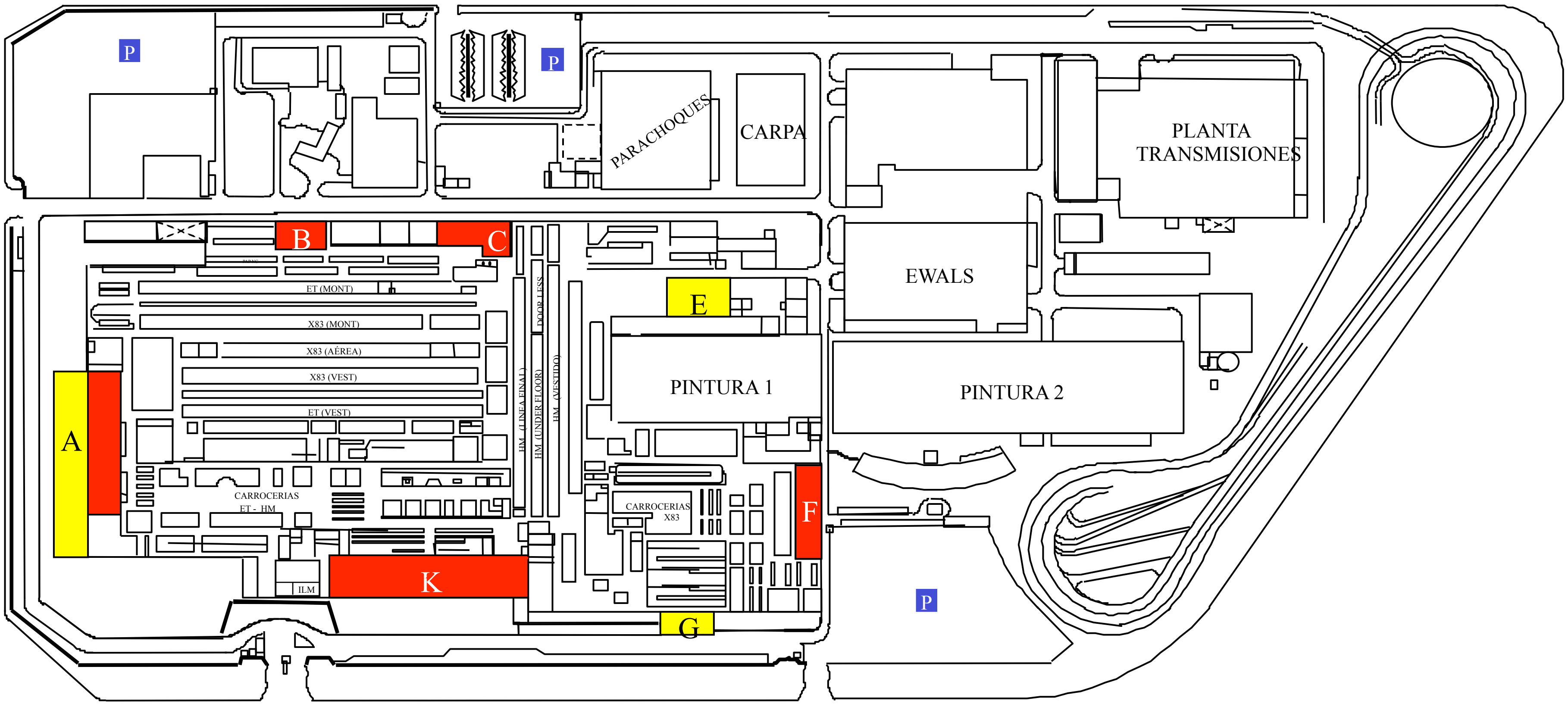
Joaquín Bautista-Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2017/32 240EO316 (20170419) - http://futur.upc.edu/OPE - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC

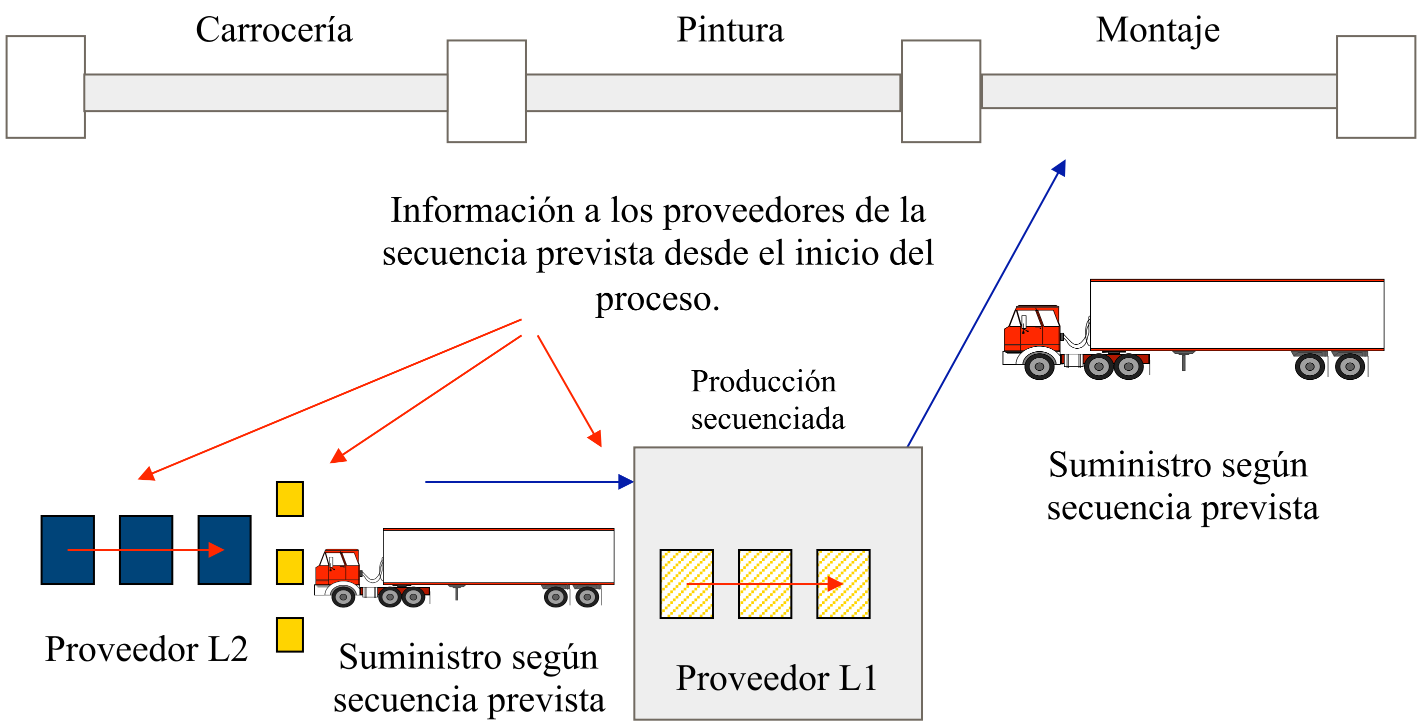
PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Contenido

Entorno (1): Planta de fabricación

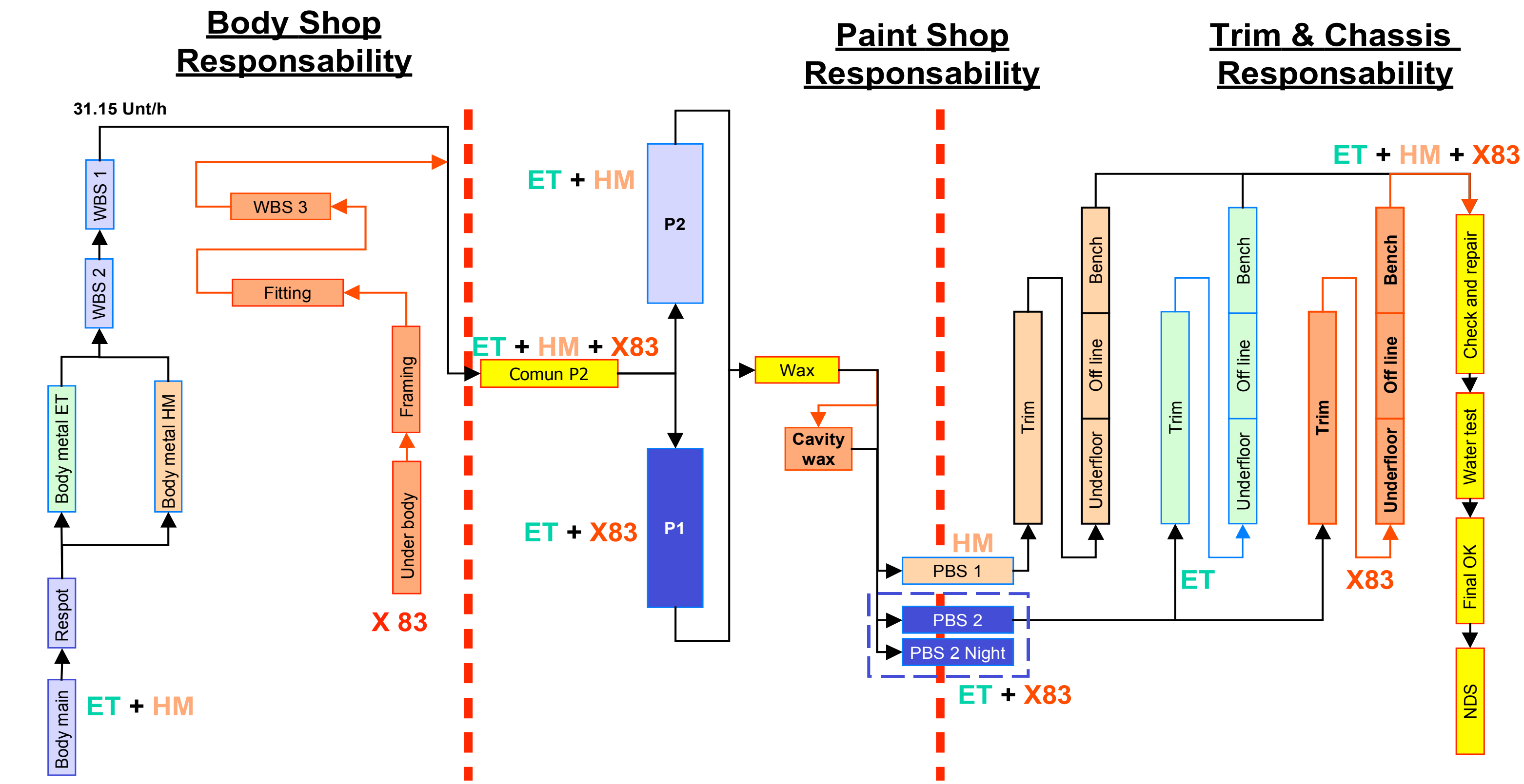


Entorno (2): Procesos

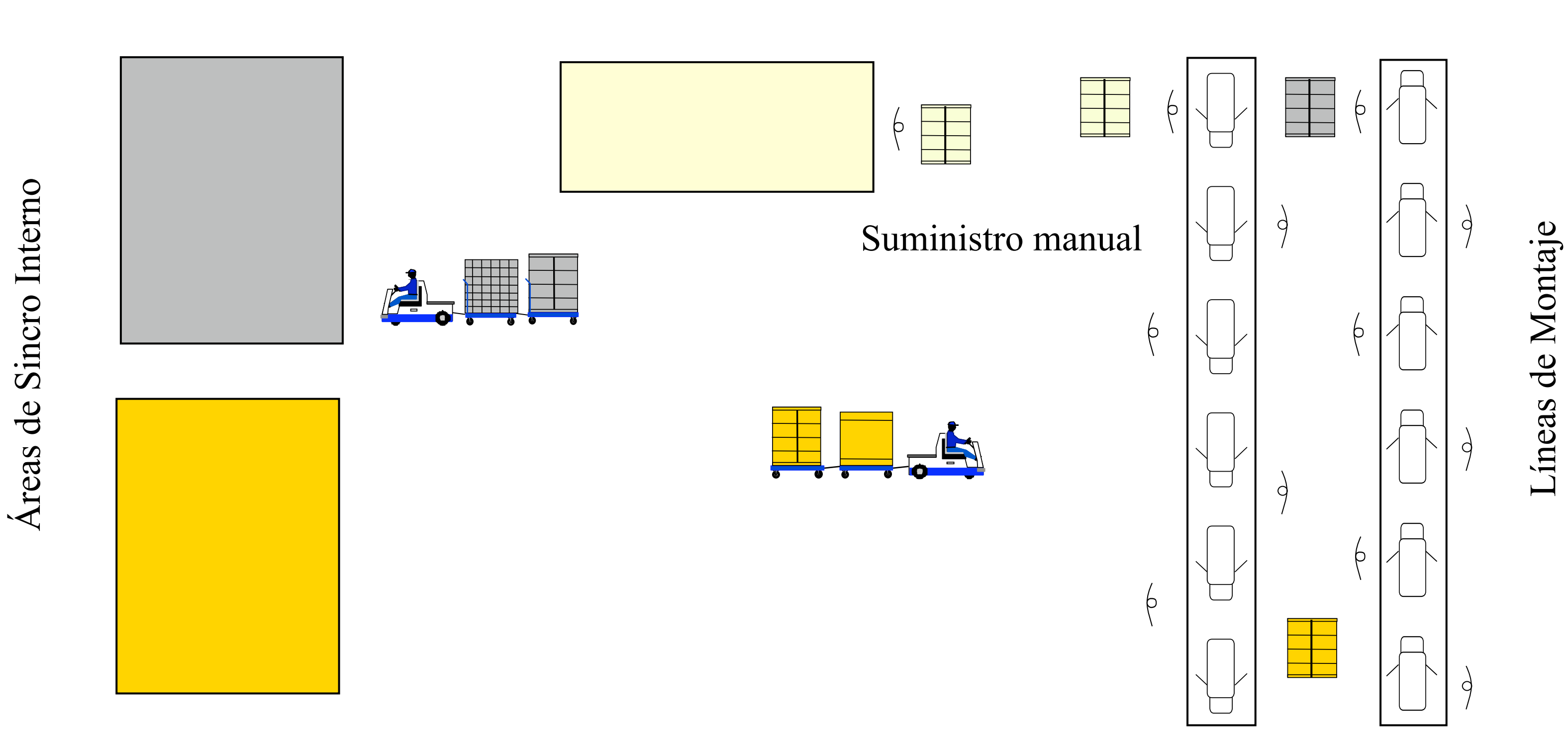


Entorno (3): Líneas

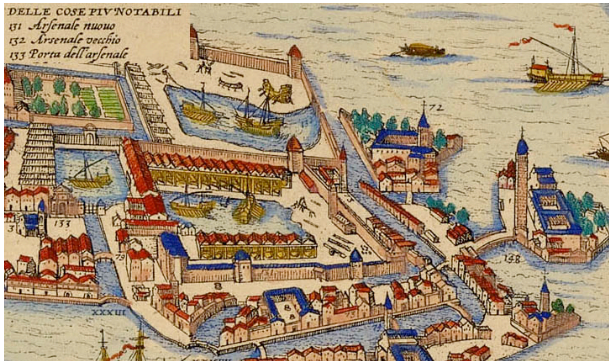
Global management of the vehicle's flow.



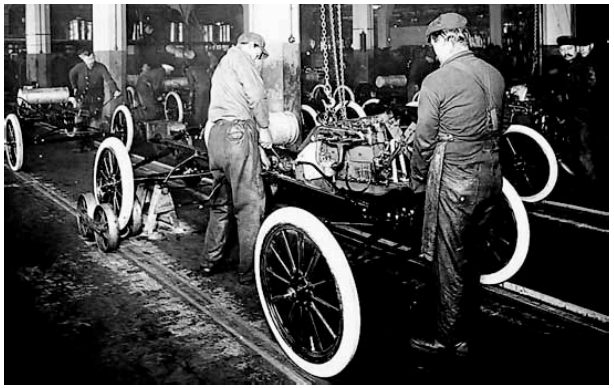
Entorno (4): Suministro a líneas



Líneas de producción (1): Algunos antecedentes



El Arsenal de Venecia: Hacia el año 1100 el Dux Faliero ordena el asentamiento del Arsenal propiciando una revolución en la organización de la construcción naval (buques de combate y galeras de mercado en masa). El Arsenal pasaría por procesos de mejora continua y reingeniería: Vecchio (1100-1300), Nuovo (1300-1400) y Novissimo (1473-1573).



Ford T (1908-1927): La mejora de los procesos de producción en línea supuso una notable reducción de costes. Mientras que las ventas de las primeras unidades (1908) estaban vinculadas a 825$ la unidad, en 1925 el precio del modelo T, con notables mejoras respecto a sus predecesores, estaba alrededor de los 260$.

Líneas de producción (2): Ejemplo línea bastidores

Características Principales:

Nº Zonas 9
- Paso de la línea 5.7 m
- Long. Total 51.3 m

Ciclo
- Actual 163.8s

Nº operarios 10

Capacidad a 2 turnos/día:
- Diaria 292 (unid/día)
- Anual 65700 (unid/año)

Actividades operarios:

21001: Troquelado del bastidor

21010: Montaje amortiguador trasero

21002: Montaje freno disco delantero izq.

21003: Montaje freno disco delantero derecha

$\left.\begin{array}{l}21004\\21005\end{array}\right\}$ Montaje eje trasero

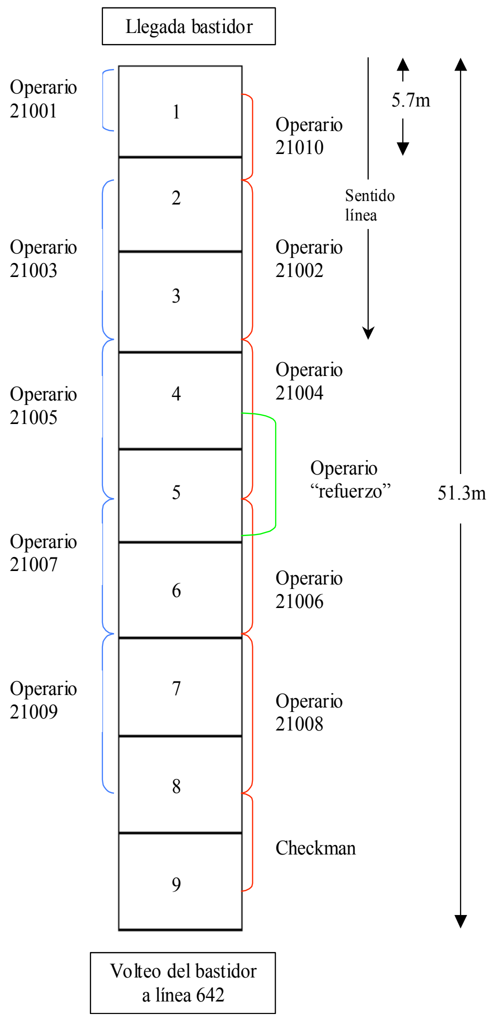
21006: Montaje barra torsión izq.

21007: Montaje barra torsión derecha.

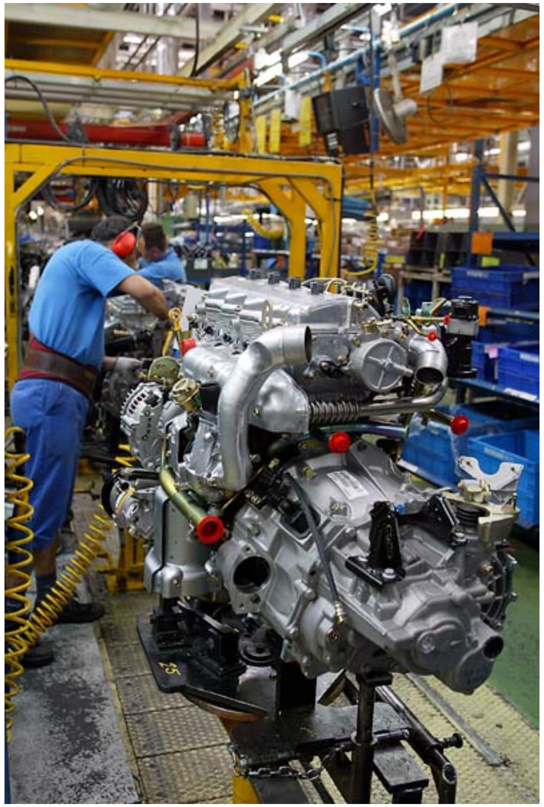
21008: Montaje tubo de frenos izq.

21009: Montaje tubo de frenos derecha.

Checkman



Líneas de producción (3): Ejemplos





Líneas de producción · Tipología

Clasificación:

- Línea MONOMODELO (*single model line*), diseñada para fabricar un sólo producto o modelo.

  Líneas de carrocería especializadas; montaje de vagones, etc

- Línea MULTIMODELO (*multimodel line*), dos o más modelos se fabrican por lotes sucesivamente (setups).

  Líneas de envasado de líquidos, detergentes..; líneas de fabricación de bastidores, contrapuertas, parachoques etc.

- Línea MODELOS MIXTOS (*mixed model line*), dos o más modelos se fabrican unidad a unidad.

  Líneas de vestido de distintas variantes de un modelo de vehículo; ensamblado de asientos, etc.

Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (1)

Elementos de los problemas básicos:

- *Estación*: Parte elemental y especializada del proceso. La línea queda constituida por un número de estaciones de trabajo, m, dispuestas en serie y/o en paralelo, a través de las cuales fluye la obra en curso de un producto.
- *Tarea*: Parte elemental del trabajo. La fabricación de una unidad de producto se divide en un conjunto J de tareas.
- *Carga de una estación*: Subconjunto de tareas S_k perteneciente a J que se asigna a la estación k. Toda tarea j sólo puede estar asignada a una estación.
- *Tiempo de operación*: Toda tarea j requiere un tiempo de operación $t_j>0$ que es función de las tecnologías de fabricación, de los recursos empleados y de la actividad de los operarios.
- *Tareas Precedentes*: La tecnología y la propia naturaleza del producto hacen que cada tarea j pueda estar vinculada a un conjunto de tareas precedentes inmediatas, P_j, las cuales deben estar concluidas antes de que se inicie la tarea j.

Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (2)

Elementos de los problemas básicos:

- *Tiempo de carga de estación*: Suma de las duraciones de las tareas asignadas a la estación: $t(S_k)$, k=1,.., m.
- *Tiempo de carga total*: Suma de tiempos de carga de estación: t_{sum}= Sum$_k$ $t(S_k)$. Trabajo total para completar una unidad de producto.
- *Tiempo de ciclo*: Tiempo concedido a cada estación para realizar las tareas de una unidad de producto que tiene asignadas: c, max$_k\{t(S_k)\}$ <= c <= t_{sum}.
- *Tasa de producción de la línea*: Número de unidades de producto que completa la línea en la unidad de tiempo: r ; r=1/c.
- *Tiempo muerto de estación*: Diferencia entre el tiempo de ciclo y tiempo de carga de la estación: $I_k = c - t(S_k)$, k=1,.., m.
- *Tiempo muerto de la línea*: Suma de tiempos muertos de estación que se vincula a la *ineficiencia* de la línea: I_{sum} = Sum$_k$ $I_k = m \cdot c - t_{\text{sum}}$.

Problemas de equilibrado de líneas. Descripción y Clasificación

Descripción:

- Los problemas de equilibrado de líneas de montaje ALBP (*Assembly Line Balancing Problem)* están enfocados a agrupar de manera eficiente y coherente las tareas del conjunto J en estaciones de trabajo.

Clasificación:

- SALBP (*Simple Assembly Line Balancing Problem*): dados un conjunto de n tareas con sus atributos y un grafo de precedencias, cada tarea debe asignarse a una sola estación de manera que se satisfagan todas las restricciones de precedencia y que ningún tiempo de carga de estación, $t(S_k)$, sea mayor que el tiempo de ciclo c.
- GALBP (*General Assembly Line Balancing Problem*): se añade a SALBP restricciones adicionales como: la consideración de estaciones en paralelo, las agrupaciones forzadas de tareas y las posibles incompatibilidades entre tareas, la limitación de espacio en las estaciones de trabajo, entre otras.

Problemas de equilibrado de líneas. SALBP

Variantes de SALBP:

- SALBP-1: minimizar el número de estaciones *m* dado un valor fijo del tiempo de ciclo *c*.

- SALBP-2: minimizar el tiempo de ciclo *c* (maximizar la tasa de producción *r*) dado un número fijo de estaciones *m*.

- SALBP-E: minimizar simultáneamente *c* y *m* considerando su relación con el tiempo muerto total o la ineficiencia de la línea.

- SALBP-F: dados *m* y *c* determinar si el problema es *factible*, y en caso afirmativo hallar una solución.

Objetivo: Maximizar la eficiencia de la línea

Problemas de equilibrado de líneas. Eficiencia

Medidas de eficiencia básicas:

- Número mínimo de estaciones para un ciclo c:

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil \tag{1}$$

- Eficiencia para m estaciones y ciclo c:

$$\eta(m,c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \tag{2}$$

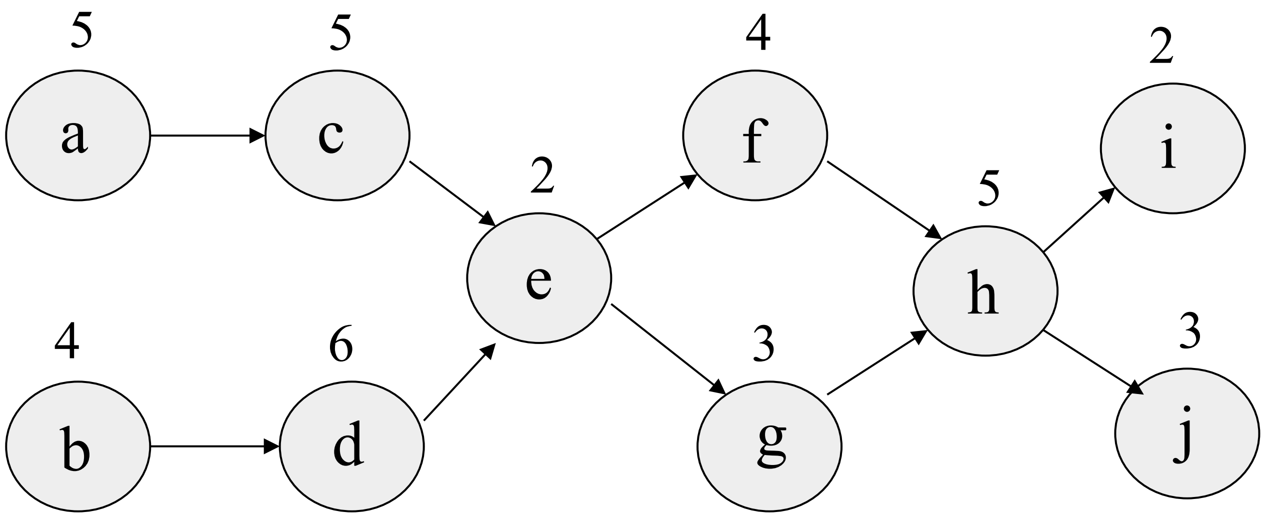
- Eficiencia máxima para un ciclo c:

$$\eta_{\max}(c) = \eta\left(m_{\min}(c), c\right) = \frac{1}{m_{\min}(c) \times c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \tag{3}$$

Ejemplo 1. Presentación

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



Determinar los límites del tiempo de ciclo *c*; el número mínimo de estaciones m_{min} y la eficiencia máxima de la línea para los ciclos 10, 12 y 20 *ut*.

Modelos SALBP. Hipótesis y objetivos

Hipótesis generales:

1. Una unidad de producto se puede descomponer en un conjunto de tareas elementales.
2. Cada tarea tiene asociado un conjunto de atributos, entre ellos el tiempo de proceso, supuesto determinista y medido a actividad normal.
3. Las estaciones de trabajo están dispuestas en serie y el producto fluye progresivamente entre ellas, de una a su siguiente, a carencia constante.
4. A toda estación se concede el mismo tiempo para efectuar las tareas que tiene asignadas, dicho tiempo recibe el nombre de tiempo de ciclo.
5. Las estaciones requieren recursos tecnológicos y humanos homogéneos con unos costes muy similares.

Objetivos:

1. Maximizar la eficiencia de la línea.
2. Maximizar la tasa de producción.
3. Minimizar el requerimiento de recursos.

Modelos SALBP. Formulación

Nomenclatura:

Parámetros:

J, j	Conjunto de tareas elementales · Índice de tarea $j \in J \left(j = 1,..,\lvert J \rvert \right)$
K, k	Conjunto de estaciones de trabajo · · Índice de estación de trabajo $k \in K \left(k = 1,..,\lvert K \rvert \right)$
t_j	Tiempo de proceso de la tarea $j : \left(j = 1,..,\lvert J \rvert \right)$
P_j, P_j^*	Conjuntos de tareas precedentes de $j : \left(j = 1,..,\lvert J \rvert \right)$ inmediatas y transitivas.
$c_{\min}$	Tiempo de ciclo mínimo · valor inverso de la tasa de producción máxima
$c_{\max}$	Tiempo de ciclo máximo · valor inverso de la tasa de producción mínima
$m_{\min}$	Número mínimo de estaciones de trabajo condicionado por la tasa de demanda
$m_{\max}$	Número máximo de estaciones de trabajo condicionado por la disponibilidad de recursos

Variables:

c	Tiempo de ciclo de la línea · Tiempo concedido a cada estación para realizar sus tareas
m	Número de estaciones de trabajo requeridas por la línea
$x_{j,k}$	Variable binaria que vale 1 si la tarea $j \in J$ se asigna a la estación $k \in K$, y 0 en caso contrario.

Modelo SALBP-1. Programa matemático

SALBP-1 · Formulación:

PM-SALBP-1: $Min\ z_1 = m$ (0)

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (4)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (5)$$

Modelo SALBP-2. Programa matemático

SALBP-2 · Formulación:

PM-SALBP-2: $Min\ z_2 = c$ (0)

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (4)$$

Modelo SALBP-E. Programa matemático

SALBP-E · Formulación:

PM-SALBP-E: $Min\ z_3 = m \times c$ (0)

s.a.:

$$m \geq m_{\min} \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (2)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} k x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (3)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (5)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (6)$$

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Modelo SALBP-F. Programa matemático

SALBP-F · Formulación:

PM-SALBP-F: Satisfacer restricciones (1)-(4)

Restricciones:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \qquad \forall j = 1,..,|J| \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \qquad \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k\left(x_{j,k} - x_{i,k}\right) \geq 0 \qquad \forall \{i,j\} \subseteq J : i \in P_j \qquad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,..,|J|, \forall k = 1,..,m_{\max} \qquad (4)$$

Modelos SALBP. Cotas inferiores (1)

SALBP Cotas · Definiciones previas dados J y c:

$$t_{\max} = \max_{1 \le j \le |J|} \left(t_j \right) \qquad (1)$$

$$t_{sum} = \sum_{j=1}^{|J|} t_j \qquad (2)$$

$$p_j = \frac{t_j}{c} \qquad (j = 1,..,|J|) \qquad (3)$$

$$J'(a,b) = \left\{ j \in J' \subseteq J : a < p_j < b \right\} \qquad (4)$$

$$J'(a,b] = \left\{ j \in J' \subseteq J : a < p_j \le b \right\} \qquad (5)$$

$$J'[a,b] = \left\{ j \in J' \subseteq J : a \le p_j \le b \right\} \qquad (6)$$

con $0 \le a \le b \le 1$

Modelos SALBP. Cotas inferiores (2)

SALBP Cotas inferiores globales:

$$LB_1^{(1)}(c)=\left\lceil \frac{t_{sum}}{c} \right\rceil = \left\lceil \sum_{j=1}^{|J|} p_j \right\rceil \qquad LB_1^{(2)}(m)=\max\left(t_{\max},\left\lceil \frac{t_{sum}}{m}\right\rceil\right)$$

$$LB_2^{(1)}(c)=\left|J\left(\frac{1}{2},1\right]\right|+\left\lceil \frac{1}{2}\left|J\left[\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]\right|\right\rceil$$

$$LB_3^{(1)}(c)=\left|J\left(\frac{2}{3},1\right]\right|+\frac{2}{3}\left|J\left[\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right]\right|+\frac{1}{2}\left|J\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)\right|+\frac{1}{3}\left|J\left[\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]\right|$$

En general $(q>3; 2p-q>0; p,q\in Z)$:

$$LB_{(q-1)/q}^{(1)}(c)=\left|J\left(\frac{q-1}{q},1\right]\right|+\frac{q-1}{q}\left|J\left[\frac{q-1}{q},\frac{q-1}{q}\right]\right|+\frac{1}{q-1}\left|J\left(\frac{1}{q},\frac{q-1}{q}\right)\right|+\frac{1}{q}\left|J\left[\frac{1}{q},\frac{1}{q}\right]\right|$$

$$LB_{p/q}^{(1)}(c)=\left|J\left(\frac{p}{q},1\right]\right|+\frac{p}{q}\left|J\left[\frac{p}{q},\frac{p}{q}\right]\right|+\left\lceil \frac{p}{q-p}\right\rceil^{-1}\left|J\left(\frac{q-p}{q},\frac{p}{q}\right)\right|+\frac{q-p}{q}\left|J\left[\frac{q-p}{q},\frac{q-p}{q}\right]\right|$$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (1)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1:

$Paso-0:$ Inicializar

$I_{sum}=0; k=1; S_k=\varnothing; T=c$ (T : tiempo disponible);

$\bar{J}=J$ ($\bar{J}$: conjunto de tareas no asignadas).

$Paso-1$: Construcción del conjunto de tareas candidatas a asignar ($\hat{J}\subseteq\bar{J}$)

$$sea: \hat{J}=\left\{j\in\bar{J}:\left(t_j\le T\right)\wedge\left(P_j^*\cap\bar{J}=\varnothing\right)\right\}$$

$Paso-2$: Test de cierre y apertura de estación

$si\ \left|\hat{J}\right|=0$ (cierre), *hacer*:

$$I_{sum}\leftarrow I_{sum}+T; T=c; k\leftarrow k+1; S_k=\varnothing; Ir\ a\ Paso-1.$$

$si\_no,\ continuar.$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (2)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1 (continuación):

$Paso-3$: Elección de la tarea asignar (dada una regla $\rho \in \mathrm{P}$)

$$j_\rho^* = \begin{Bmatrix} j', \; si \; \exists j' \in \hat{J} : \left(t_{j'} = T \right) \\ \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right), \; si\_no \end{Bmatrix}$$

$Paso-4$: Asignación de j_ρ^*

$$hacer : T \leftarrow T - t_{j_\rho^*} ; S_k \leftarrow S_k \cup \left\{ j_\rho^* \right\} ; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - \left\{ j_\rho^* \right\}$$

$Paso-5$: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

$$si \left| \bar{J} \right| = 0, \, hacer :$$

$$m = k; \; mostrar\, resultados : S_k \, (k = 1,..,m); \; finalizar.$$

$$si\_no, Ir\, a\, Paso-1.$$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (3)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1:

Siguientes inmediatas : $F_j = \left\{ j' \in J : j \in P_{j'} \right\}$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Siguientes transitivas : $F_j^* = \left\{ j' \in J : j \in P_{j'}^* \right\}$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Primera estación asignable: $e_j = \left\lceil \frac{1}{c}\left(t_j + \sum_{j' \in P_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Última estación asignable: $l_j = m + 1 - \left\lceil \frac{1}{c}\left(t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Nivel: $n_j = \max_{j' \in P_j} \left(n_{j'} \right) + 1$ $\quad (j = 1,..,|J|)$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (4)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1 (Continuación):

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ (tareas candidatas $\subseteq$ tareas no_asignadas), P (conjunto de reglas) y α_ρ (pesos) $\forall \rho \in \mathrm{P}$:

Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \mathrm{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right) : \forall \rho \in \mathrm{P}$

0. $v_0(j) = Rnd(0-1)$

1. $v_1(j) = t_j$

2. $v_2(j) = \left| F_j \right|$

3. $v_3(j) = \left| F_j^* \right|$

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}$

5. $v_5(j) = \dfrac{t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_j'}{1 + \left| F_j^* \right|}$

6. $v_6(j) = m - l_j$

7. $v_7(j) = \dfrac{m - l_j}{1 + \left| F_j^* \right|}$

8. $v_8(j) = \dfrac{t_j}{l_j}$

9. $v_9(j) = m - e_j$

10. $v_{10}(j) = m - \left(l_j - e_j \right)$

11. $v_{11}(j) = \dfrac{\left| F_j^* \right|}{l_j - e_j}$

12. $v_{12}(j) = t_j + \left| F_j^* \right|$

13. $v_{13}(j) = \max_{j' \in \hat{J}} \left(n_{j'} \right) - n_j$

14. $v_{14}(j) = \sum_{\rho \in \mathrm{P}} \alpha_\rho \dfrac{v_\rho(j)}{\max_{j' \in \hat{J}} \left(v_\rho(j') \right)}$

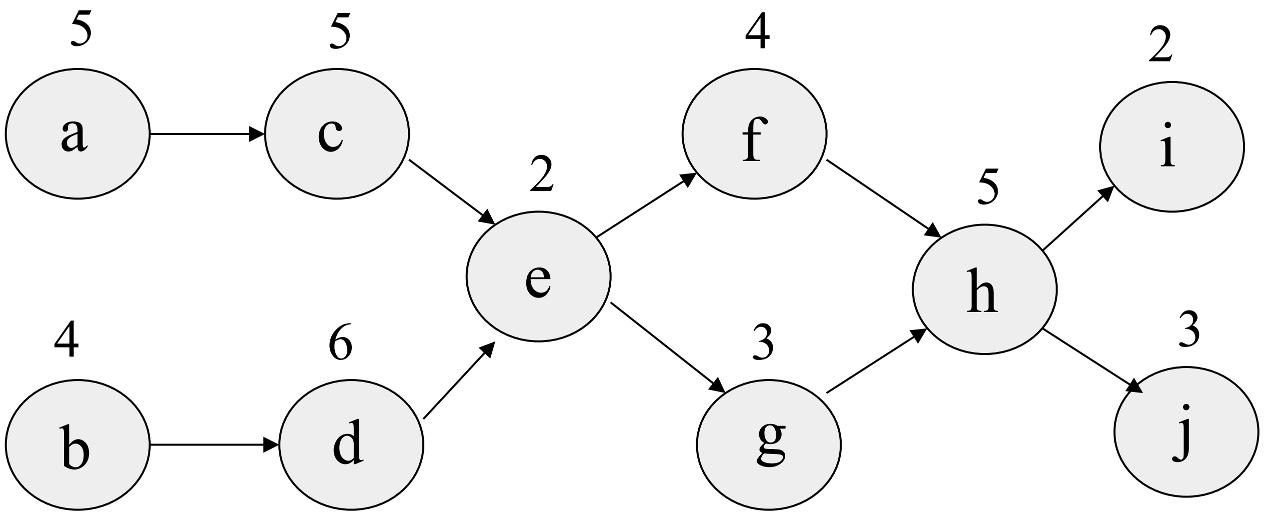
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar j_ρ^* : $j_\rho^* = \text{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right)$. Sea $\rho = 4$.

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_j'$ $\quad \forall j \in J$; *regla* (carga transitiva pendiente - Helgeson&Birnie)

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	



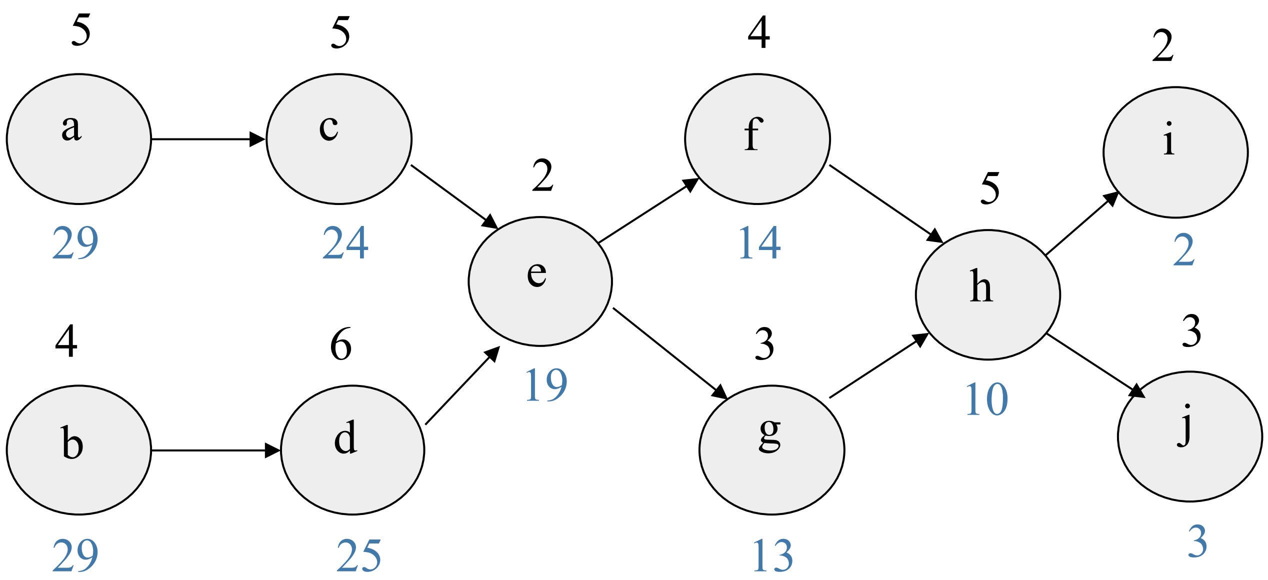
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (2)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \text{argmax}_{j \in \hat{J}} \left(v_\rho(j) \right)$. Sea $\rho = 4$.

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_j' \quad \forall j \in J;\ regla$ (carga transitiva pendiente - Helgeson&Birnie)

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	

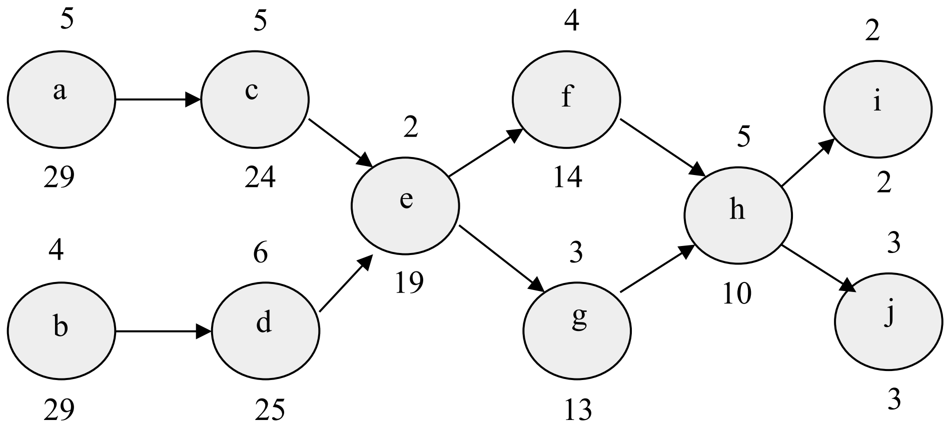


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (3)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

$$4.\ v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}^{'} \qquad \forall j \in J;\ regla\text{(carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie)}$$

k	T	$\hat{J}$	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10 5 0	a , b b , c -	a c	29 sat	5 5	 0
2	10 6 0	b d -	b d	- -	4 6	 0
3	10 8 4 1	e f , g g -	e f g	- 14 -	2 4 3	 1
4	10 5 2 0	h i , j i *	h j i	- 3 -	5 3 2	 1



$$c = 10 \Rightarrow m = 4$$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \qquad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m,c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta(4,10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Ejemplo 1. Resolución HB-1 (4)

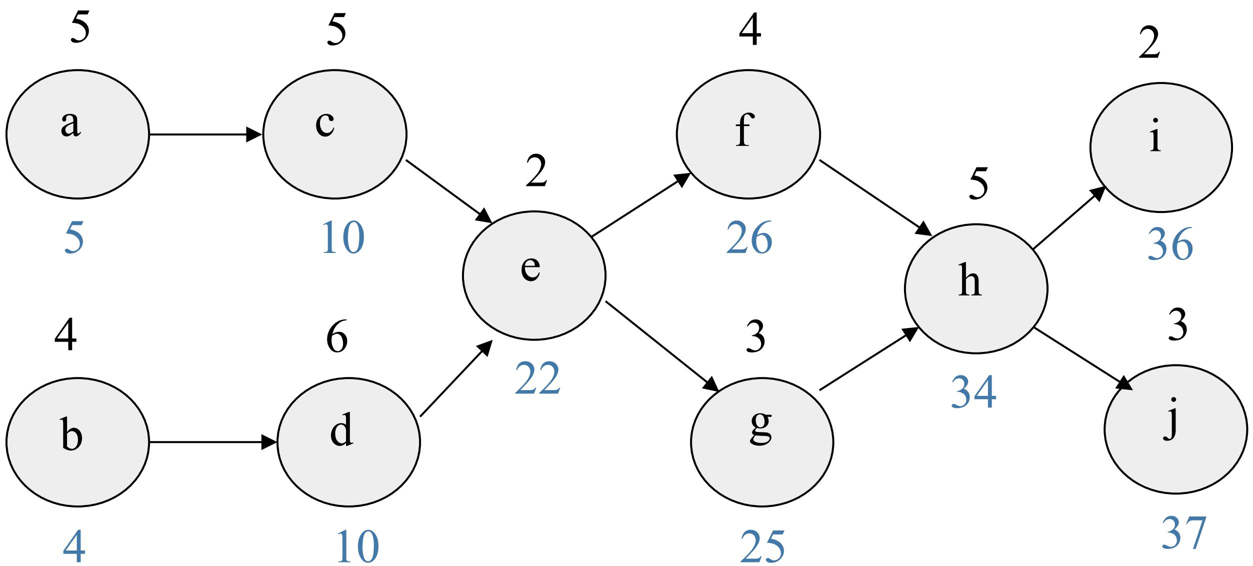
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in \mathrm{P}$: Seleccionar j_ρ^* : $j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j\in\hat{J}}\left(v_\rho(j)\right)$. Sea $\rho = 4$.

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}$ $\quad \forall j \in J$; *regla* (carga transitiva pendiente - Helgeson&Birnie)

Tarea	*Tiempo*	*Prec.*
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c , d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f , g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
	39	

Grafo valoración inversa:

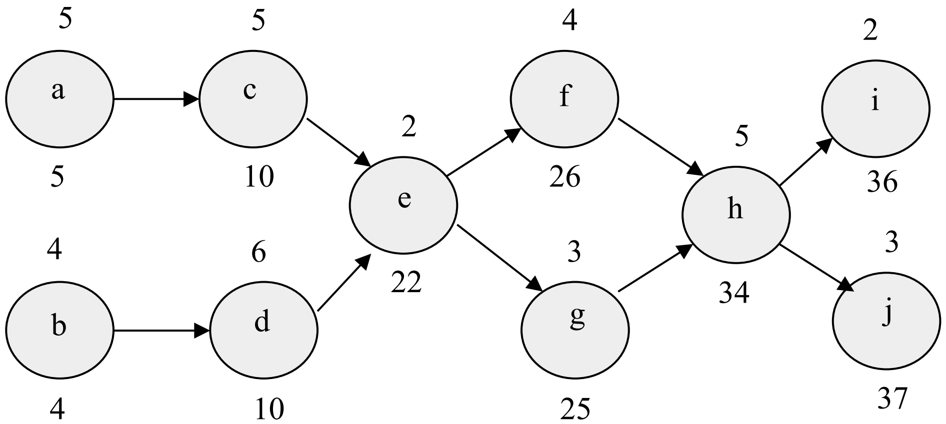


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (5)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

$$4.\ v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t'_j \qquad \forall j \in J;\ regla\,(\text{carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie}) - Inverso$$

k	T	$\hat{J}$	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10	i , j	j	37	3	
	7	i	i	-	2	
	5	h	h	-	5	
	0	-				0
2	10	f , g	f	26	4	
	6	g	g	-	3	
	3	e	e	-	2	
	1	-				1
3	10	c , d	c	10	5	
	5	a	a	-	5	
	0	-				1
4	10	d	d	-	6	
	4	b	b	-	4	
	0	*				1



$$c = 10 \Rightarrow m = 4$$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \qquad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m,c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \qquad \eta(4,10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (1)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-2:

$Paso-0$: Inicialización

$$I_{sum}=0; k=0; S_{k'}=\varnothing, \forall k'=1,..,m_{\max}; \Im=\varnothing \ (\Im: \text{conjunto de estaciones});$$

$$\bar{J}=J \ (\bar{J}: \text{conjunto de tareas no asignadas}).$$

$Paso-1$: Construcción del conjunto de estaciones candidatas a asignar $(\hat{\Im} \subseteq 2^{\bar{J}})$

$$sea: \hat{\Im}=\left\{S \in 2^{\bar{J}}: \left(t(S) \leq c\right) \wedge \left(P_j^* \cap (\bar{J}-S)=\varnothing, \forall j \in S\right)\right\}$$

$Paso-2$: Elección de la estación a asignar (dada una regla $\psi \in \Psi$)

$$S_\psi^*=\begin{cases} S', \ si \ \exists S' \in \hat{\Im}: \left(t(S') > c - \min_{j' \in (\bar{J}-S')}(t_{j'})\right) \\ \operatorname{argmax}_{S \in \hat{\Im}}\left(w_\psi(S)\right), \ si\_no \end{cases}$$

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (2)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-2 (Continuación):

$Paso-4$: Asignación de S_{ψ}^{*}

$hacer:$

$k \leftarrow k+1; S_k = S_{\psi}^{*};$

$\Im \leftarrow \Im \cup \{S_k\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - S_k$

$Paso-5$: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

$si\ |\bar{J}| = 0,\ hacer:$

$m = k;\ mostrar\ resultados: \Im = \{S_k\ (k = 1,..,m)\};$

$finalizar.$

$si\_no, Ir\ a\ Paso-1.$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (3)

SALBP-1 · Generación de estaciones · Paso 1 HB-2:

$Elementos:$

$\bar{J}$: conjunto de tareas pendientes de asignación

$\hat{J}(S)$: conjunto de tareas candidatas a la expansión de S

$\hat{\Im}$: conjunto de estaciones candidatas a la selección

$\bar{\Im}$: conjunto de estaciones candidatas no_exploradas

$Paso-0$: Inicialización (dado $\bar{J}$) :

$$crear\left(\hat{\Im}=\left\{\{j\}\in 2^{\bar{J}}:P_j^*\cap\bar{J}=\varnothing\right\}\right); fijar\left(\bar{\Im}\leftarrow\hat{\Im}; iter_{\max}\right); iter=1$$

$Paso-1$: Test de finalización

$$si\left(\bar{\Im}=\varnothing\right)\vee\left(\exists S\in\hat{\Im}:t(S)\geq c-\min_{j\in\left(\bar{J}-S\right)}\left(t_j\right)\right)\vee\left(iter\geq iter_{\max}\right), Ir\,a\,Paso-3$$

$si\_no, continuar.$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (4)

SALBP-1 · Generación de estaciones · Paso 1 HB-2 (Continuación):

$$Paso-2:\text{Expansión de } \hat{\mathfrak{I}} \text{ mediante conjuntos } \hat{J}(S)$$

$$\forall S \in \bar{\mathfrak{I}}, hacer:$$

$$\hat{J}(S) = \left\{ j \in (\bar{J} - S) : \left(t(S) + t_j \leq c \right) \wedge \left(P_j^* \cap (\bar{J} - S) = \varnothing \right) \right\}$$

$$\forall j \in \hat{J}(S), hacer:$$

$$S' = S \cup \{j\}; \hat{\mathfrak{I}} \leftarrow \hat{\mathfrak{I}} \cup \{S'\}; \bar{\mathfrak{I}} \leftarrow \bar{\mathfrak{I}} \cup \{S'\}$$

$$si\ t(S') > c - \min_{j' \in (\bar{J} - S')}(t_{j'}),\ Ir\,a\,Paso-1$$

$$fin\_\forall$$

$$\bar{\mathfrak{I}} \leftarrow \bar{\mathfrak{I}} - \{S\}$$

$$fin\_\forall$$

$$iter \leftarrow iter + 1;\ Ir\,a\,Paso-1$$

$$Paso-3:\text{Finalización}$$

$$mostrar\,resultados: \hat{\mathfrak{I}} = \left\{ S \in 2^{\bar{J}} : \left(t(S) \leq c \right) \wedge \left(\ddot{P}(S) \cap (\bar{J} - S) = \varnothing \right) \right\}$$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (5)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 2 HB-2:

	Inmediatas	*Transitivas*
1. Precedentes globales	$P(S)=\bigcup_{j\in S} P_j$	$P^*(S)=\bigcup_{j\in S} P_j^*$
2. Precedentes endógenas	$\dot{P}(S)=P(S)\cap S$	$\dot{P}^*(S)=P^*(S)\cap S$
3. Precedentes exógenas	$\ddot{P}(S)=P(S)-\dot{P}(S)$	$\ddot{P}^*(S)=P^*(S)-\dot{P}^*(S)$
4. Siguientes globales	$F(S)=\bigcup_{j\in S} F_j$	$F^*(S)=\bigcup_{j\in S} F_j^*$
5. Siguientes endógenas	$\dot{F}(S)=F(S)\cap S$	$\dot{F}^*(S)=F^*(S)\cap S$
6. Siguientes exógenas	$\ddot{F}(S)=F(S)-\dot{F}(S)$	$\ddot{F}^*(S)=F^*(S)-\dot{F}^*(S)$

Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (6)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 2 HB-2 (Continuación):

Dados $\hat{\mathfrak{I}} \subseteq 2^{J}$ ($\hat{\mathfrak{I}}$: estaciones candidatas), Ψ (conjunto de reglas) y β_{ψ} (pesos) $\forall \psi \in \Psi$:

Seleccionar $S_{\psi}^{*} : S_{\psi}^{*} = \operatorname{argmax}_{S \in \hat{\mathfrak{I}}} \left(w_{\psi}(S) \right), \forall \psi \in \Psi$.

$0.\ w_0(S) = Rnd(0-1)$

$1.\ w_1(S) = t(S) = \sum_{j \in S} t_j$

$2.\ w_2(S) = \left| \ddot{F}(S) \right|$

$3.\ w_3(j) = \left| \ddot{F}^{*}(S) \right|$

$4.\ w_4(j) = t\left(F^{*}(S) \right)$

$5.\ w_5(S) = \dfrac{t\left(F^{*}(S) \right)}{1 + \left| \ddot{F}^{*}(S) \right|}$

$6.\ w_6(S) = m|S| - \sum_{j \in S} l_j$

$7.\ w_7(S) = \dfrac{m|S| - \sum_{j \in S} l_j}{|S| + |S| \left| \ddot{F}^{*}(S) \right|}$

$8.\ w_8(S) = \dfrac{t(S)|S|}{\sum_{j \in S} l_j}$

$9.\ w_9(S) = m|S| - \sum_{j \in S} e_j$

$10.\ w_{10}(S) = m|S| - \sum_{j \in S} \left(l_j - e_j \right)$

$11.\ w_{11}(S) = \dfrac{|S| \left| \ddot{F}^{*}(S) \right|}{\sum_{j \in S} \left(l_j - e_j \right)}$

$12.\ w_{12}(S) = t(S) + \left| \ddot{F}^{*}(S) \right|$

$13.\ w_{13}(S) = \max_{j \in J} \left(n_j \right) |S| - \sum_{j \in S} n_j$

$14.\ w_{14}(S) = \sum_{\psi \in \Psi} \beta_{\psi} \dfrac{w_{\psi}(S)}{\max_{S' \in \hat{\mathfrak{I}}} \left(w_{\psi}(S') \right)}$