

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS
Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Modelos y herramientas de decisión. Teoría de Juegos I

MODELOS Y HERRAMIENTAS DE DECISIÓN 240EO023 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización
(240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista-Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2017/19 240EO023 (20170305) - <http://futur.upc.edu/OPE> - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC



PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

MHD' 17 – Juegos (I): 0
J. Bautista

Contenido

- Introducción
- Decisiones en universo hostil · Juego
- Ejemplo 1. Presentación
- Elementos de un juego
- Tipología de Juegos
- Ejemplo 2. Presentación · Campaña política 2x3
- Dominancia entre estrategias
- Ejemplo 2. Resolución
- Ejemplo 3. Presentación: Reina versus Rey
- Ejemplo 3. Árbol del Juego · Cálculo de la tabla de pagos · Resolución
- Juego justo y equilibrio



Introducción

Teoría de juegos:

Teoría matemática que estudia las características generales de situaciones competitivas de manera formal y abstracta tratando (como herramienta de decisión) de dar soluciones a dichas situaciones.

Juego:

Modelo de decisión en universo hostil, sin ley de probabilidad objetiva referida a los estados. Los estados están influidos por las decisiones de entes inteligentes ajenos que también deciden y con objetivos no coincidentes con los del decisor

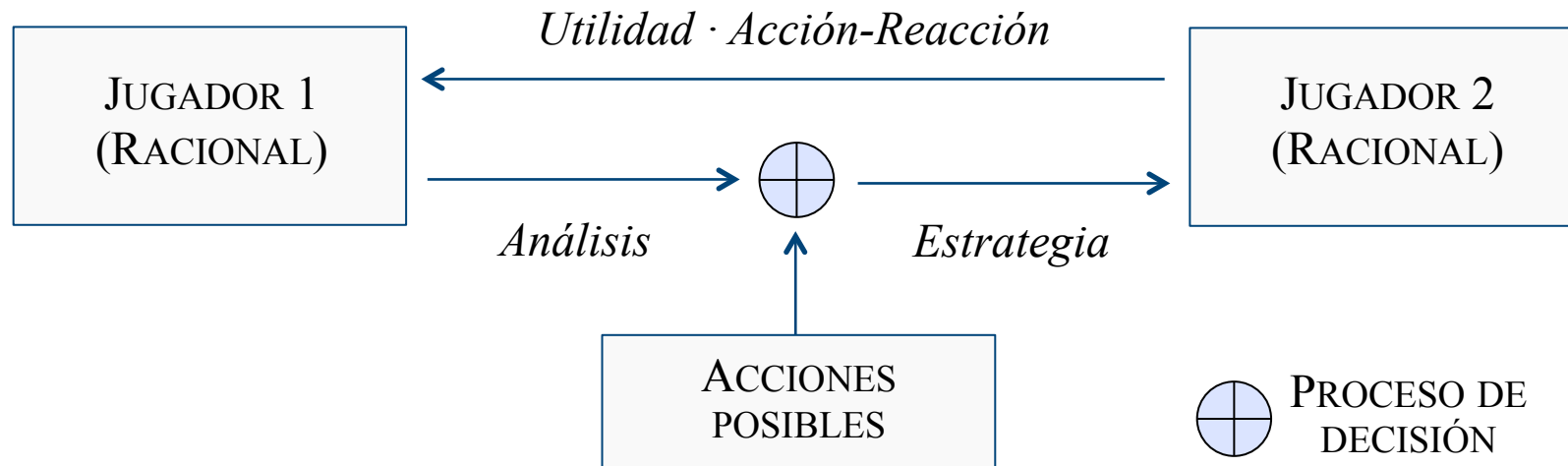
Aplicaciones:

- Juegos de mesa: ajedrez, póquer, damas, dominó.
- Defensa: alianzas, guerra fría, combates militares.
- Política: campañas, oposición, coaliciones, acuerdos, pactos.
- Economía y Empresa: publicidad, comercialización, fusiones, alianzas, convenios.



Decisiones en universo hostil · Juego

Esquema: Proceso de un Juego



Utilidad: Información que comunica el desarrollo del juego.

Acciones: Decisiones parciales tomadas por los jugadores.

Estrategia: Regla predeterminada que concreta las acciones ante cada circunstancia.

Análisis: Estudio de la situación.

Ejemplo 1. Presentación

Ejemplo 1 · Pares o Nones · Enunciado:

Dos jugadores J1 y J2 muestran al mismo tiempo 1 o 2 dedos. Si el número total de dedos mostrados por ambos jugadores es PAR, entonces J1 gana la apuesta (J2 paga 10 *um* a J1). Si el número total de dedos es IMPAR, entonces J1 paga 10 *um* a J2. Las utilidades para cada jugador en función de sus estrategias se recogen en la Tabla-1.

Estrategias J1:	Utilidades (J1,J2)	s1	s2
e_1 : Mostrar 1 dedo	e1	10, -10	-10, 10
e_2 : Mostrar 2 dedos	e2	-10, 10	10, -10
Estrategias J2:	max	10	10

Tabla-1: Utilidades (J1,J2) para el juego “Pares o Nones”. Juego de 2 personas y suma 0 (la ganancia de J1 es pérdida para J2 y viceversa)



Elementos de un juego (1)

Jugadores: Dos o más decisores que en sus acciones, bajo una percepción hostil, emplean el criterio de minimizar su máxima pérdida o de maximizar su mínima ganancia.

Acciones: Decisiones tomadas cuando hay que jugar (elegir).

Estrategia: Regla predeterminada que especifica por completo cómo se va a responder a cada circunstancia posible en cada etapa del juego (v.g.- análisis de un movimiento en ajedrez).

Pagos: Utilidades (ganancias) asociadas a cada conjunto de estrategias de los jugadores. Los valores también pueden corresponder a costes (pérdidas) o frustraciones.

Jugada: Acciones simultáneas de los jugadores sin que éstos conozcan las elecciones de sus oponentes, dando como resultado una utilidad para cada jugador.

Supuestos:

- Ambos jugadores son racionales
- Ambos jugadores eligen sus estrategias para su único beneficio, sin compasión hacia el oponente.



Elementos de un juego (2)

Elementos de un juego de 2 personas: (1) Estrategias del jugador_1, (2) Estrategias del jugador_2, y (3) Matrices de pagos de ambos jugadores.

Hipótesis: Al inicio del juego, cada jugador conoce: (1) las estrategias de que dispone, (2) las estrategias de su competidor y (3) las matrices de pagos de ambos jugadores.

1. Conjunto de estrategias de J1:

$$e_i \in E \quad (i = 1, \dots, m)$$

2. Conjunto de estrategias de J2:

$$s_j \in S \quad (j = 1, \dots, n)$$

3. Matriz de pagos (ganancias) de J1:

$$A = (a_{i,j})_{m \times n} \quad [\forall e_i \in E, \forall s_j \in S]$$

4. Matriz de pagos (ganancias) para J2:

$$B = (b_{i,j})_{m \times n} \quad [\forall e_i \in E, \forall s_j \in S]$$

A, B	s_1	s_2	...	s_n
e_1	a_{11}, b_{11}	a_{12}, b_{12}	·	a_{1n}, b_{1n}
e_2	a_{21}, b_{21}	a_{22}, b_{22}	·	a_{2n}, b_{2n}
·	·	·	·	·
e_m	a_{m1}, b_{m1}	a_{m2}, b_{m2}	·	a_{mn}, b_{mn}

$$\text{Juego suma 0} \Rightarrow B = -A : b_{ij} = -a_{ij} \quad [\forall e_i \in E, \forall s_j \in S]$$



Tipología de juegos

Según el número de jugadores: Dos o más jugadores. El análisis del juego con 2 jugadores es distinto al de más de 2 jugadores (puede haber simplificación).

Según los pagos:

- Suma nula (0) : La ganancia de J1 es pérdida para J2 y viceversa.
- Suma constante: Hay una cantidad constante a repartir entre J1 y J2.
- Suma no nula: La ganancia de J1 no es siempre pérdida para J2 y viceversa.

Según la información:

- Completa : J1 conoce las estrategias y pagos de J2 y viceversa (Ajedrez).
- Incompleta: J1 no conoce las estrategias y/o pagos de J2 y/o viceversa (Pares o nones).

Según el azar:

- Con azar: Sorteo de estados para J1 y J2 con ley de probabilidad (Póker).
- Sin azar: Sin sorteo de estados (Ajedrez, Pares o nones).



Ejemplo 2. Presentación

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Enunciado:

Dos fuerzas políticas (J1 y J2) elaboran un plan de campaña antes de las elecciones. Ambas fuerzas quieren emplear 2 días de la campaña, seleccionando 3 ciudades importantes (B, M y S). Cada fuerza ha diseñado 4 estrategias para conseguir votos (juego de suma 0), siendo las utilidades de J1, en miles de votos ganados a J2, las que se recogen en la Tabla-2.0

Estrategias J1:

e_1 : Ir a B y M

e_2 : Ir solo a B

e_3 : Ir solo a M

e_4 : Ir solo a S

Estrategias J2:

s_1 : Ir a M y S

s_2 : Ir solo a B

s_3 : Ir solo a M

s_4 : Ir solo a S

J1: $a_{ij} \in A$	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.0: Tabla de pagos (ganancias). Miles de votos ganados por J1 a J2 en el problema de la Campaña política 2x3.



Dominancia entre estrategias

Nomenclatura y procedimiento:

Sean :

E, S Conjunto de estrategias del jugador J1, $E = \{e_1, \dots, e_m\}$. Conjunto de estrategias del jugador J2, $S = \{s_1, \dots, s_n\}$

$a_{i,j}$ Utilidad obtenida por J1 ante la estrategia de J1 $e_i \in E$ y la estrategia de J2 $s_j \in S$

$b_{i,j}$ Utilidad obtenida por J2 ante la estrategia de J1 $e_i \in E$ y la estrategia de J2 $s_j \in S$

Definición 1 (Para J1):

Se dice que la estrategia $e_i \in E$ domina a la estrategia $e_k \in E$ (escrito así: $e_i \succ e_k$), cuando se cumple: $a_{i,j} \geq a_{k,j} \forall s_j \in S$

Definición 2 (Para J2):

Se dice que la estrategia $s_j \in S$ domina a la estrategia $s_k \in S$ (escrito así: $s_j \succ s_k$), cuando se cumple: $b_{i,j} \geq b_{i,k} \forall e_i \in E$

Por tanto, en un juego de suma nula (i.e. $a_{i,j} + b_{i,j} = 0 \forall e_i \in E, \forall s_j \in S$): $(s_j \succ s_k) \Rightarrow (a_{i,j} \leq a_{i,k} \forall e_i \in E)$

Procedimiento de reducción de estrategias:

0. Mientras haya reducción, Hacer:

1. Dominancias en J1: $\forall \{e_i, e_k\} \subseteq E$, si $e_i \succ e_k \Rightarrow$ Eliminar e_k (fila k en matriz de pagos)
2. Dominancias en J2: $\forall \{s_j, s_k\} \subseteq S$, si $s_j \succ s_k \Rightarrow$ Eliminar s_k (columna k en matriz de pagos)
3. Fin_Hacer



Ejemplo 2. Resolución (1)

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Dominancias en J1:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Ir a B y M} \\ e_2 : \text{Ir solo a B} \\ e_3 : \text{Ir solo a M} \\ e_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Ir a M y S} \\ s_2 : \text{Ir solo a B} \\ s_3 : \text{Ir solo a M} \\ s_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.0: Tabla de pagos. Miles de votos ganados por J1 a J2 en el problema de la Campaña política 2x3.

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.1: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_3 . Se suprime e_3 .



Ejemplo 2. Resolución (2)

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Dominancias en J1:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Ir a B y M} \\ e_2 : \text{Ir solo a B} \\ e_3 : \text{Ir solo a M} \\ e_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Ir a M y S} \\ s_2 : \text{Ir solo a B} \\ s_3 : \text{Ir solo a M} \\ s_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.1: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_3 . Se suprime e_3 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.2: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_4 . Se suprime e_4 .

Ejemplo 2. Resolución (3)

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Dominancias en J2:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Ir a B y M} \\ e_2 : \text{Ir solo a B} \\ e_3 : \text{Ir solo a M} \\ e_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Ir a M y S} \\ s_2 : \text{Ir solo a B} \\ s_3 : \text{Ir solo a M} \\ s_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.2: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_4 . Se suprime e_4 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.3: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_1 domina a estrategia s_2 . Se suprime s_2 .

Ejemplo 2. Resolución (4)

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Dominancias en J2:

$$\text{Estrategias J1: } \left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Ir a B y M} \\ e_2 : \text{Ir solo a B} \\ e_3 : \text{Ir solo a M} \\ e_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right.$$

$$\text{Estrategias J2: } \left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Ir a M y S} \\ s_2 : \text{Ir solo a B} \\ s_3 : \text{Ir solo a M} \\ s_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right.$$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.3: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_1 domina a estrategia s_2 . Se suprime s_2 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.4: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_1 domina a estrategia s_3 . Se suprime s_3 .

Ejemplo 2. Resolución (5)

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Dominancias en J2:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Ir a B y M} \\ e_2 : \text{Ir solo a B} \\ e_3 : \text{Ir solo a M} \\ e_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Ir a M y S} \\ s_2 : \text{Ir solo a B} \\ s_3 : \text{Ir solo a M} \\ s_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.4: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_1 domina a estrategia s_3 . Se suprime s_3 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.5: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_1 domina a estrategia s_4 . Se suprime s_4 .

Ejemplo 2. Resolución (6)

Ejemplo 2 · Campaña política 2 días y 3 ciudades (2x3) · Dominancias en J1:

$$\text{Estrategias J1: } \left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Ir a B y M} \\ e_2 : \text{Ir solo a B} \\ e_3 : \text{Ir solo a M} \\ e_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right.$$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.5: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_1 domina a estrategia s_4 . Se suprime s_4 .

$$\text{Estrategias J2: } \left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Ir a M y S} \\ s_2 : \text{Ir solo a B} \\ s_3 : \text{Ir solo a M} \\ s_4 : \text{Ir solo a S} \end{array} \right.$$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.6: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_2 . Se suprime e_2 .

Resultado: J1 ganará al menos 1000 votos a J2 con la estrategia e_1 (Ir a B y M)



Ejemplo 3. Presentación

Ejemplo 3 · Reina versus Rey · Q vs K · Enunciado:

Dos jugadores (J1 y J2) y una baraja con infinitas reinas (Q) e infinitos reyes (K). Para entrar en la partida, cada jugador pone 100 euros en el bote.

- El croupier reparte una carta boca abajo a cada jugador ... Cada jugador mira su carta y decide siguiendo un orden.
- J1 puede apostar 200 euros o pasar. Si J1 pasa entonces J2 se queda con el bote.
- Si J1 apuesta, juega J2... Si J2 pasa entonces J1 se queda con el bote.
- Si ambos jugadores apuestan 200 euros y tienen idénticas figuras, se reparten el bote; en caso contrario, gana el jugador que tiene la reina (Q).

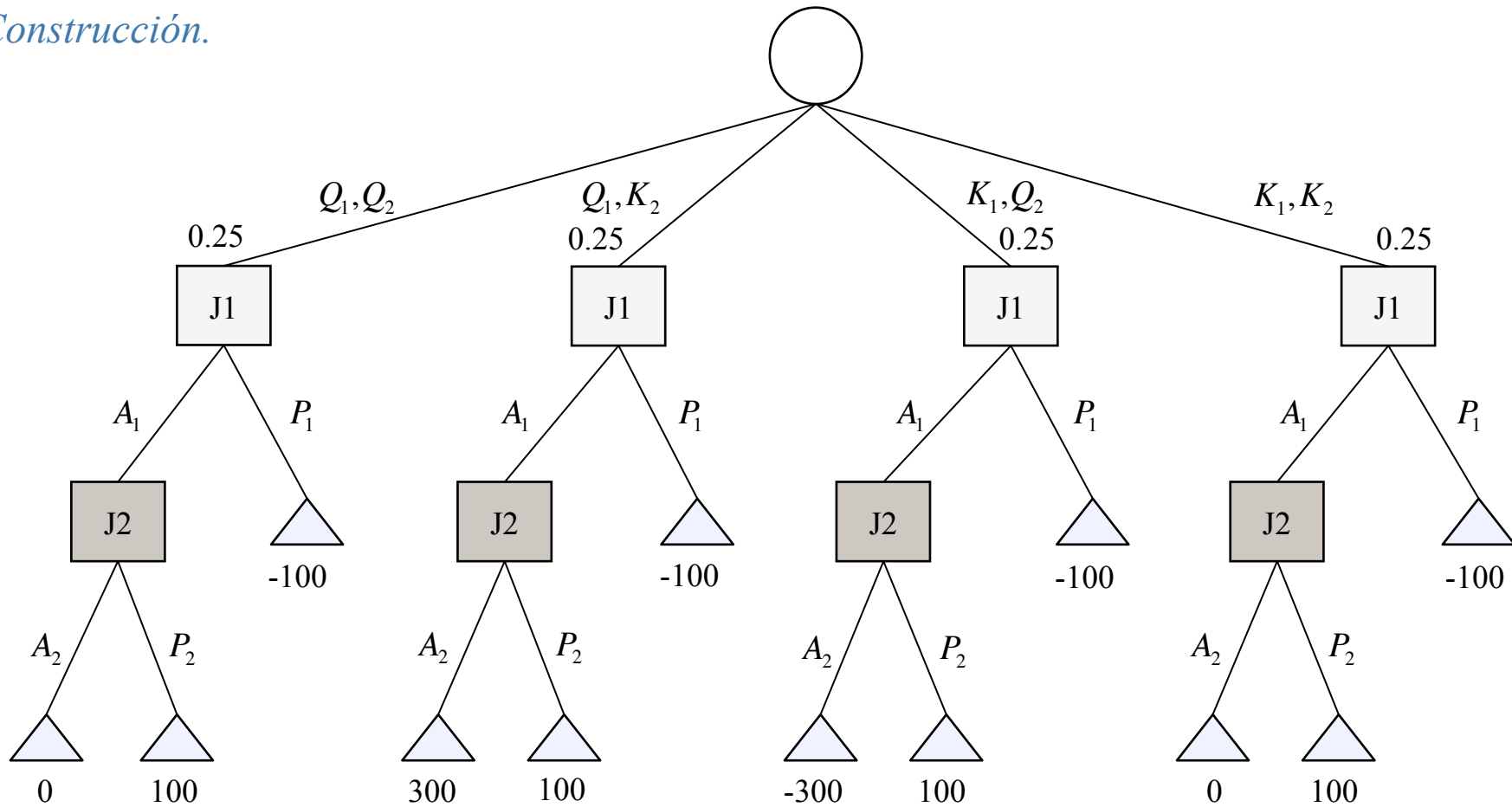
Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Apostar siempre} \\ e_2 : \text{Apostar solo con } Q \\ e_3 : \text{Apostar solo con } K \\ e_4 : \text{Pasar siempre} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Apostar siempre} \\ s_2 : \text{Apostar solo con } Q \\ s_3 : \text{Apostar solo con } K \\ s_4 : \text{Pasar siempre} \end{array} \right\}$



Ejemplo 3. Árbol del juego

Construcción.



Acciones : $\left\{ \begin{array}{l} A_1 : \text{J1 Apuesta} \cdot P_1 : \text{J1 Pasa} \\ A_2 : \text{J2 Apuesta} \cdot P_2 : \text{J2 Pasa} \end{array} \right\}$

Azar : $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 : \text{J1 con Reina} \cdot K_1 : \text{J1 con Rey} \\ Q_2 : \text{J2 con Reina} \cdot K_2 : \text{J2 con Rey} \end{array} \right\}$



Ejemplo 3. Cálculo de la tabla de pagos

Valoración de pagos:

$$\text{Sean: } \left\{ \begin{array}{l} R \quad \text{Conjunto de resultados del reparto para J1 y J2: } R = \{r_1, r_2, r_3, r_4\} = \{Q_1Q_2, Q_1K_2, K_1Q_2, K_1K_2\} \\ u_{i,j}(r_k) \quad \text{Utilidad de J1 con las estrategias } e_i \in E \text{ y } s_j \in S \text{ cuando se produce el resultado } r_k \in R \\ a_{i,j} \quad \text{Utilidad de J1 con las estrategias } e_i \in E \text{ y } s_j \in S : a_{i,j} = \sum_{k=1}^{|R|} p(r_k) u_{i,j}(r_k) \quad \forall e_i, \forall s_j \end{array} \right\}$$

Ejemplos:

$$a_{1,1} = (0 + 300 - 300 + 0) / 4 = 0$$

$$a_{1,3} = (100 + 300 + 100 + 0) / 4 = 125$$

$$a_{2,2} = (0 + 100 - 100 - 100) / 4 = -25$$

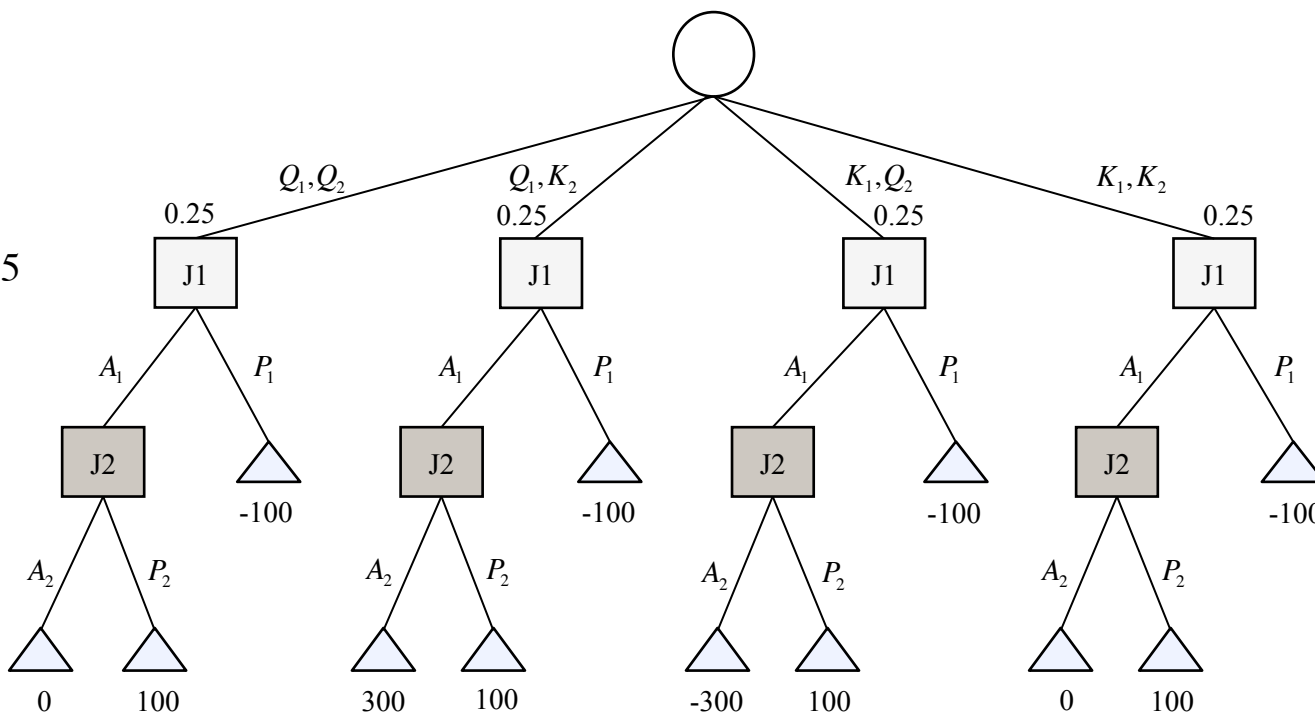
$$a_{2,4} = (100 + 100 - 100 - 100) / 4 = 0$$

$$a_{3,1} = (-100 - 100 - 300 + 0) / 4 = -125$$

$$a_{3,3} = (-100 - 100 + 100 + 0) / 4 = -25$$

$$a_{4,j} = -100 \quad \forall j = 1, \dots, 4$$

- e_1, s_1 : Apostar siempre
- e_2, s_2 : Apostar solo con Q
- e_3, s_3 : Apostar solo con K
- e_4, s_4 : Pasar siempre



Ejemplo 3. Resolución (1)

Ejemplo 3 · Reina versus Rey · Q vs K · Dominancias J1:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Apostar} \\ e_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ e_3 : \text{Apostar solo con K} \\ e_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Apostar} \\ s_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ s_3 : \text{Apostar solo con K} \\ s_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.0: Tabla de pagos de J1 (euros por partida que gana J1 a J2) en el problema Q vs K.

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.1: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_3 . Se suprime e_3 .

Ejemplo 3. Resolución (2)

Ejemplo 3 · Reina versus Rey · Q vs K · Dominancias J1:

$$\text{Estrategias J1: } \left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Apostar} \\ e_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ e_3 : \text{Apostar solo con K} \\ e_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$$

$$\text{Estrategias J2: } \left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Apostar} \\ s_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ s_3 : \text{Apostar solo con K} \\ s_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.1: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_3 . Se suprime e_3 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.2: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_4 . Se suprime e_4 .

Ejemplo 3. Resolución (3)

Ejemplo 3 · Reina versus Rey · Q vs K · Dominancias J2:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Apostar} \\ e_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ e_3 : \text{Apostar solo con K} \\ e_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.2: Tabla de pagos. Dominancias J1: estrategia e_1 domina a estrategia e_4 . Se suprime e_4 .

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Apostar} \\ s_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ s_3 : \text{Apostar solo con K} \\ s_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.3: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_2 domina a estrategia s_1 . Se suprime s_1 .

Ejemplo 3. Resolución (4)

Ejemplo 3 · Reina versus Rey · Q vs K · Dominancias J2:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Apostar} \\ e_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ e_3 : \text{Apostar solo con K} \\ e_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Apostar} \\ s_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ s_3 : \text{Apostar solo con K} \\ s_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.3: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_2 domina a estrategia s_1 . Se suprime s_1 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.3: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_2 domina a estrategia s_3 . Se suprime s_3 .

Ejemplo 3. Resolución (5)

Ejemplo 3 · Reina versus Rey · Q vs K · Dominancias J2:

Estrategias J1: $\left\{ \begin{array}{l} e_1 : \text{Apostar} \\ e_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ e_3 : \text{Apostar solo con K} \\ e_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.3: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_2 domina a estrategia s_3 . Se suprime s_3 .

Estrategias J2: $\left\{ \begin{array}{l} s_1 : \text{Apostar} \\ s_2 : \text{Apostar solo con Q} \\ s_3 : \text{Apostar solo con K} \\ s_4 : \text{Pasar} \end{array} \right\}$

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.4: Tabla de pagos. Dominancias J2: estrategia s_2 domina a estrategia s_4 . Se suprime s_4 .

Resultado: J2 gana en promedio 25 euros por partida con la estrategia s_2 (Apostar con Q)



Juego justo y equilibrio

Valor del juego (suma 0): Es la ganancia del jugador J1 (Pago a J1) cuando los jugadores J1 y J2 operan de la mejor forma posible utilizando sus estrategias óptimas.

Juego justo: Se dice que un juego es JUSTO cuando el valor del juego es 0.

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	1	2	4	1
e_2	-1	0	5	1
e_3	0	1	-1	0
e_4	-2	0	-1	1

Tabla-2.6': Campaña 2x3 · Juego no justo: J1 gana 1000 votos a J2 si J1 se posiciona en e_1 .

J1: a_{ij}	s_1	s_2	s_3	s_4
e_1	0	-25	125	100
e_2	25	-25	50	0
e_3	-125	-100	-25	0
e_4	-100	-100	-100	-100

Tabla-3.4': Reina vs Rey · Juego no justo: J2 gana 25 euros/partida a J1 si J2 se posiciona en s_2 .

Punto de silla: Tupla de estrategias (una para cada jugador) tal que ningún jugador puede aprovechar la estrategia de su oponente para mejorar su propia posición: *solución estable o de equilibrio*.

