PROTHIUS

Cátedra Organización Industrial

Dirección de Operaciones. Gestión de Proyectos Singulares

Joaquín Bautista Valhondo, Rocío Alfaro Pozo y Alberto Cano Pérez

D-03/2013

Departamento de Organización de Empresas

Universidad Politécnica de Cataluña

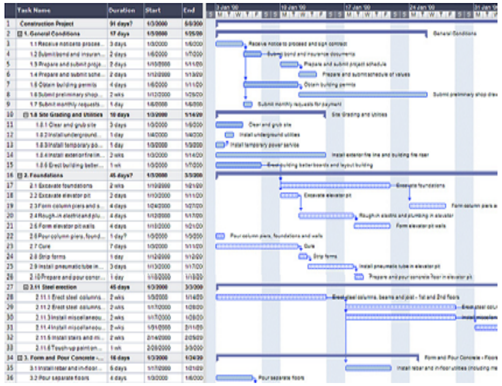
Publica:

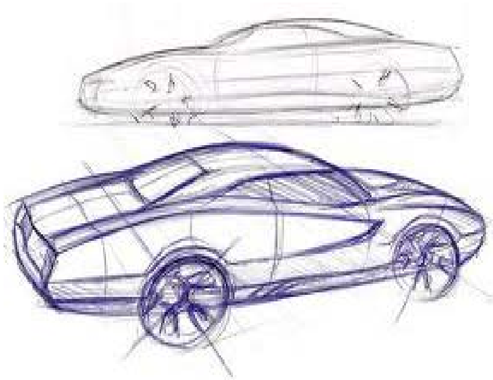
Universitat Politècnica de Catalunya
www.upc.edu

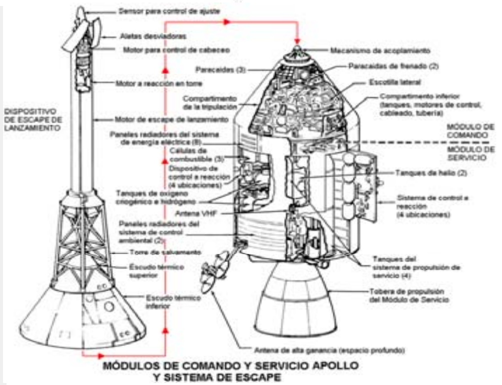
Edita:

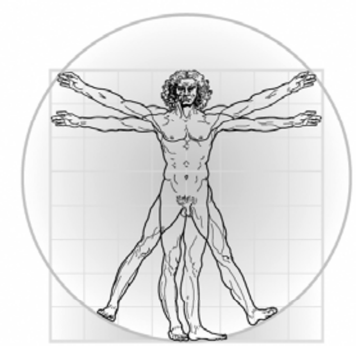
Cátedra Organización Industrial
www.prothius.com
director@prothius.com

Gestión de Proyectos Singulares









UPC Universitat Politècnica de Catalunya

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

Contenido

- Antecedentes
- Definición
- Ejemplos
- Ciclo de vida de un proyecto
- Programación de actividades. Características.
- Programación de actividades. Historia y genealogía.
- Atributos asociados a las actividades.
- Restricciones entre actividades.
- Soluciones.
- Clasificación y tratamiento de los problemas de ordenación.
- Problemas potenciales.
  - Diagrama de Roy.

Contenido

- Diagrama de Pert.
- Diagrama de Gantt.
- Curvas de carga.
- Calendario de pagos.

- Problemas acumulativos.
  - Determinación de cotas.
  - Equilibrado de recursos. Algoritmo Burgess-Kellebrew.
  - Equilibrado y compatibilidad de recursos. Burgess-Kellebrew.
  - Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy.
    - Índices de prioridad.
- Problemas disyuntivos.
- MCX.

Antecedentes

5000 a.C.	Primeras civilizaciones (Sumeria y Acadia).
s.VII a.C.	Babilonia.
s. IV a.C	Alejandría.
s. III a.C	Rodas.
s. XII	Arsenal de Venecia.
	Palacio del Louvre.
	Universidades (la Sorbonne, Salamanca).
s. XIX	Exposiciones universales (Torre Eiffel).
	Canal de Suez.
s. XX	Programas espaciales (Proyecto Gemini, Apollo, Voyager,
s. XXI	Curiosity).






Definición

Un proyecto es un esfuerzo temporal emprendido para crear un producto o servicio único.

- Proyecto no es sinónimo de producto del proyecto.
- Un proyecto se lleva a cabo progresivamente.
- Los proyectos se componen de un conjunto de actividades necesario y suficiente para conseguir el producto del proyecto.
- Un proyecto requiere múltiples recursos humanos, materiales, conceptuales. La limitación de estos recursos genera conflictos en el desarrollo del proyecto.

(A Guide to the Project Management Body of Knowledge, PMI, 1994).

Ejemplos (1/2)

Proyectos de gran magnitud

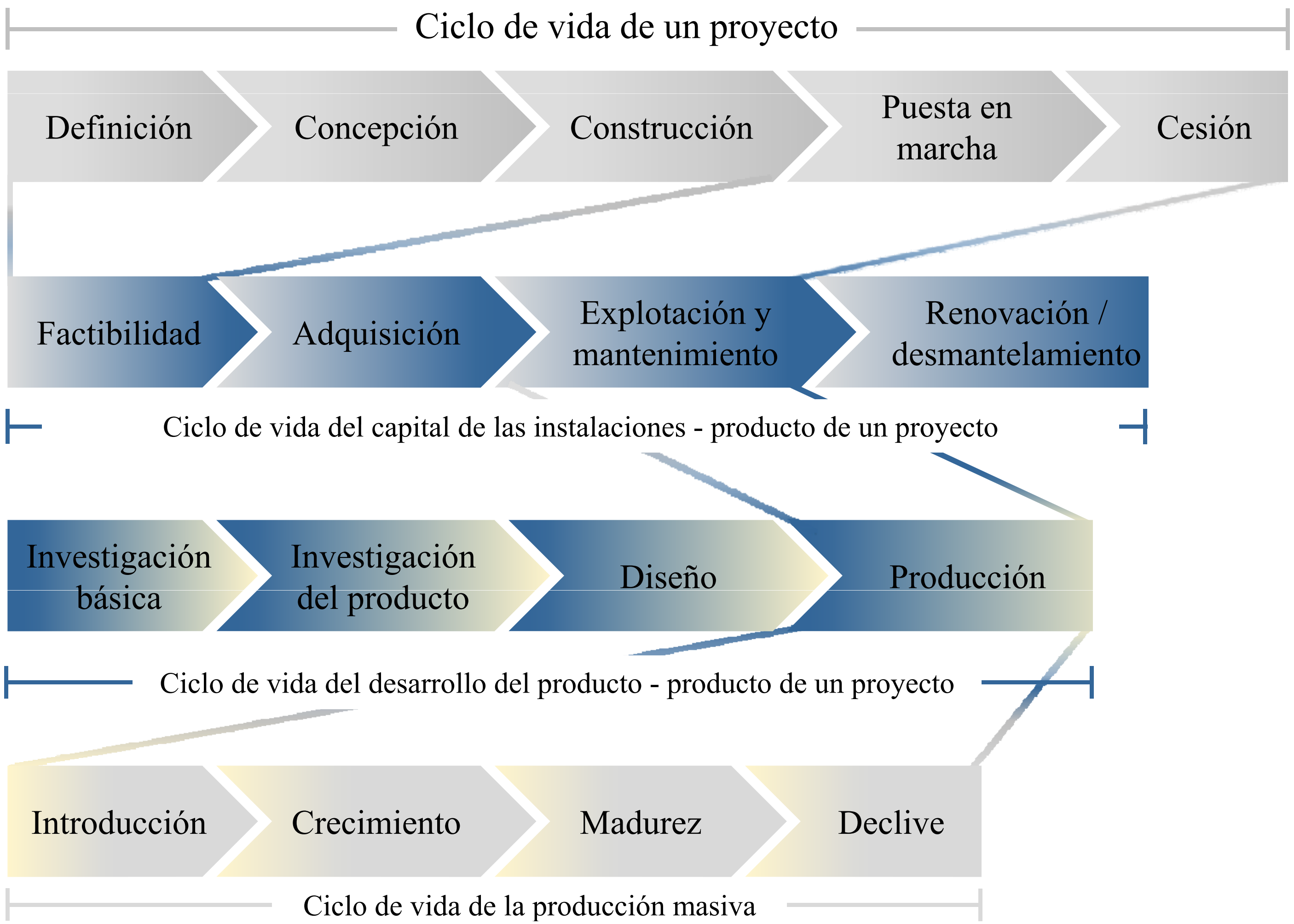
- Construcción de una central térmica
- El diseño, fabricación y puesta en órbita de un satélite de comunicaciones.
- La construcción de un estadio o de un palacio de los deportes que, a su vez, pueden ser actividades realizadas en el marco de un gran proyecto, como es la adecuación de una ciudad de cara a la celebración de unos juegos olímpicos.
- Obras civiles de gran magnitud, tales como autopistas, trasvases entre ríos, presas, centrales eléctricas, infraestructura para un tren de alta velocidad, red de puntos de carga para vehículos eléctricos.
- La determinación de las causas de una enfermedad y, si es el caso, el posterior diseño y elaboración de una vacuna.

Ejemplos (2/2)

Proyectos de magnitud media

- El diseño, construcción y puesta en marcha de un prototipo de automóvil que más tarde será fabricado en serie; o la fabricación de un trasatlántico o de un avión comercial.
- La automatización de una línea de producción o de montaje.
- La construcción de una nueva planta de producción o de un gran almacén adicional.
- La reorganización de una empresa, o la de un departamento o reajustes de la plantilla.
- La informatización de procedimientos para ayudar a la toma de decisiones.

Ciclo de vida de un proyecto



Programación de actividades. Características (1/2)

Objetivo:

- Estudio sobre el planteo, seguimiento y control correspondiente a la realización de un proyecto.

Hipótesis:

- El proyecto se descompone en un conjunto de actividades o tareas, asociando a cada una de ellas una duración en consonancia con un marco de utilización de recursos necesarios para sus desempeños .

- Las actividades están sujetas a un conjunto de restricciones que condicionan su orden de ejecución, las ejecuciones simultáneas entre ellas y sus fechas de inicio y de finalización.

Programación de actividades. Características (2/2)

Resultados

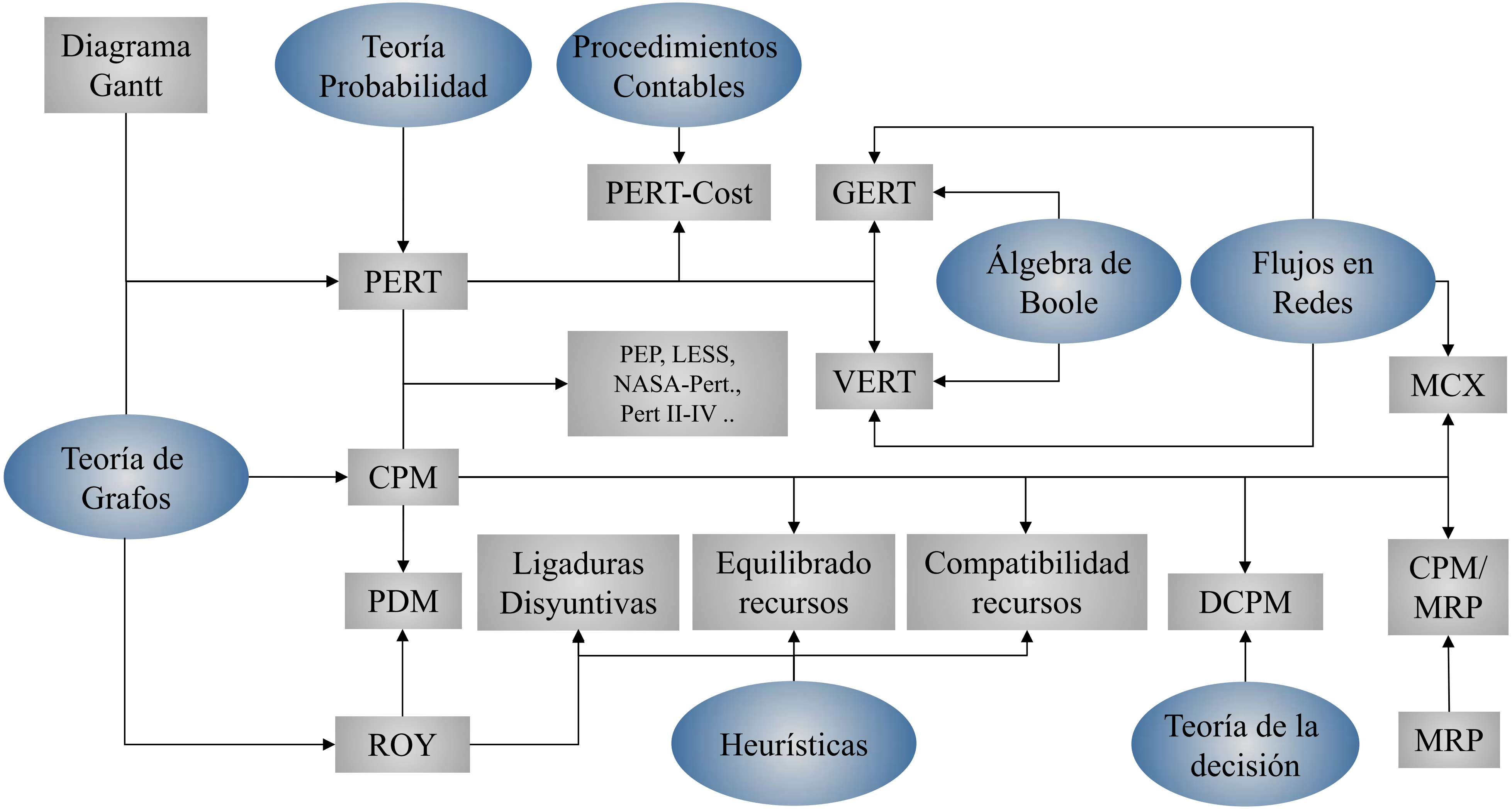
- Las soluciones halladas reciben el nombre de *Programa*.

Programa

- *Un calendario de realización de actividades*: supone la determinación de las fechas de inicio y de finalización de todas las actividades.

- *Una asignación de los recursos a las actividades*: supone elegir una forma o modalidad para realizar cada actividad entre todas las posibles, en función de los conocimientos y de los recursos disponibles.

Programación de actividades. Historia y genealogía



Atributos asociados a las actividades

Atributos Identificación:

- Código
- Designación
- Tipo (agregaciones y vínculos)
- Ejecutor (responsable)

Atributos temporales:

- Duración
- Fechas *previstas* y *reales* de inicio y de finalización
- Holguras y priorizaciones

Atributos de requerimiento de recursos:

- Tipo de Recurso
- Cantidad

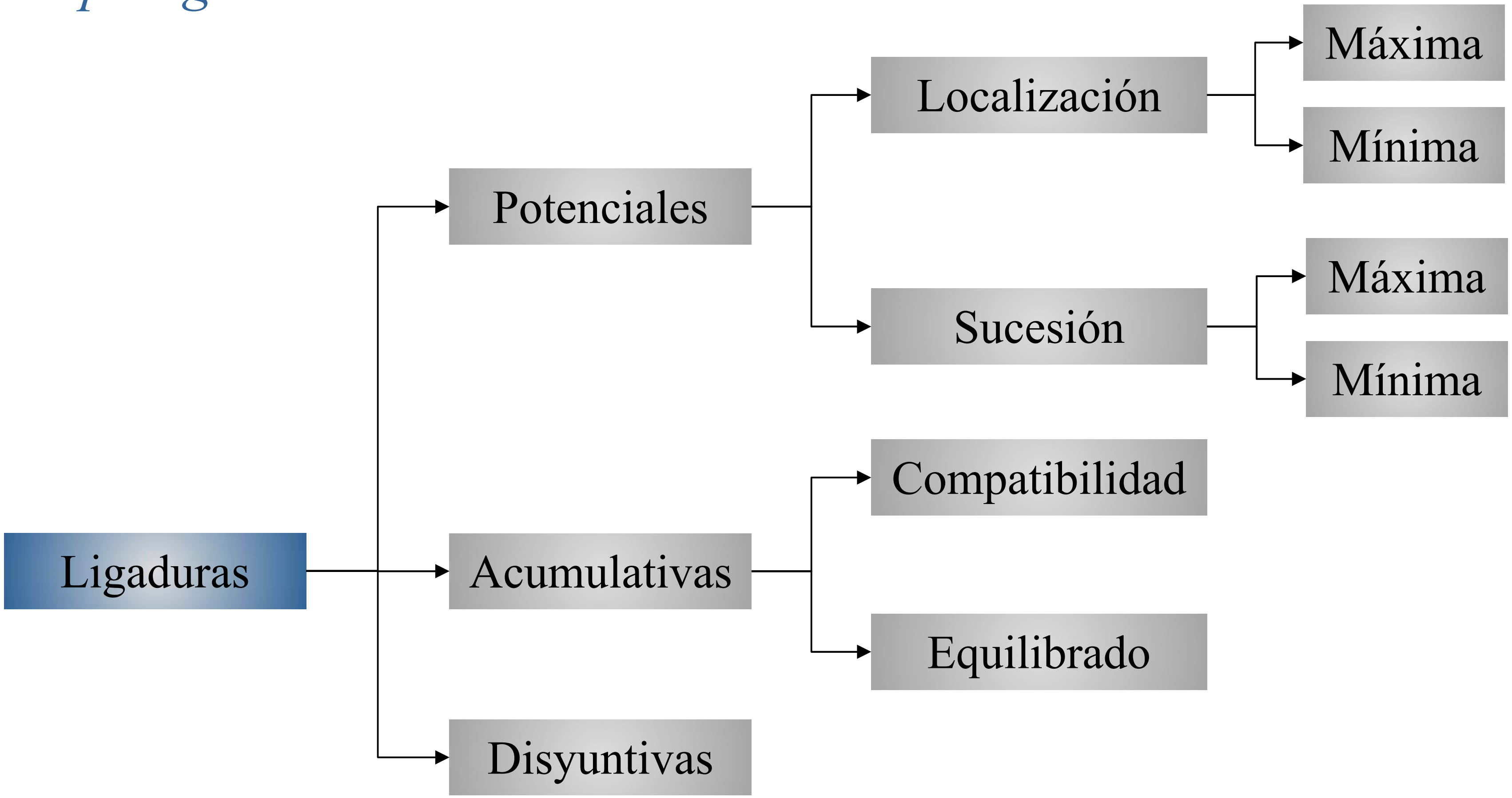
Restricciones entre actividades (1/6)

Causas de la existencia de ligaduras

- Los conocimientos tecnológicos
- La disponibilidad de RRHH
- El grado de calificación de los RRHH
- Las instalaciones
- Los equipamientos
- Los aprovisionamientos
- Las demandas, ventas o aspectos comerciales o contractuales
- La climatología
- Otras

Restricciones entre actividades (2/6)

Una tipología



Restricciones entre actividades (3/6)

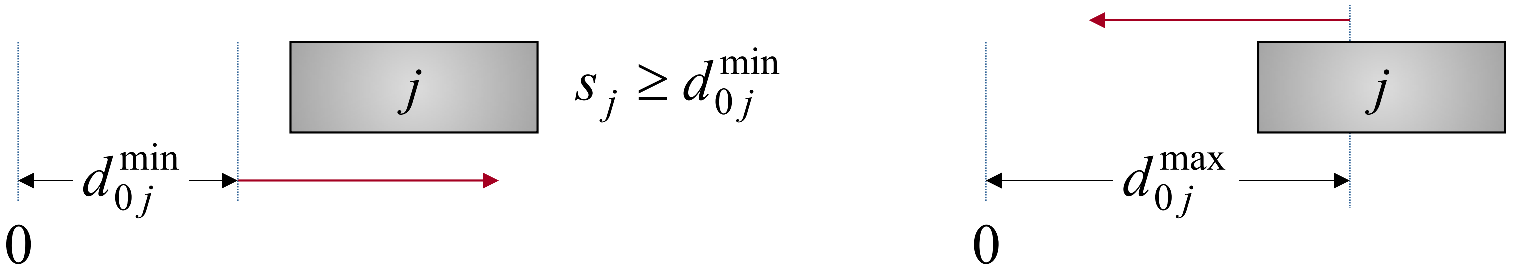
Nomenclatura básica:

- J Conjunto de tareas ($j = 1,\ldots,|J|$)
- p_j Tiempo de proceso de la tarea j ($j = 1,\ldots, |J|$).
- $i \rightarrow j$, (i, j) Restricción de precedencia inmediata entre las actividades i y j.
- E Conjunto de restricciones de precedencia inmediata.
- P_j, P_j^* Conjuntos de precedentes de j ($j = 1,\ldots, |J|$) inmediatas y transitivas.
- F_j, F_j^* Conjuntos de siguientes de j ($j = 1,\ldots,|J|$) inmediatas y transitivas.
- s_j Instante de inicio de la tarea j.
- $d_{ij}^{\min}, d_{ij}^{\max}$ Plazos mínimo y máximo entre los instantes de inicio de i y j.
- $d_{0j}^{\min}, d_{0j}^{\max}$ Plazos mínimo y máximo entre los instantes de inicio del proyecto y de la actividad j.

Restricciones entre actividades (4/6)

Ligaduras potenciales:

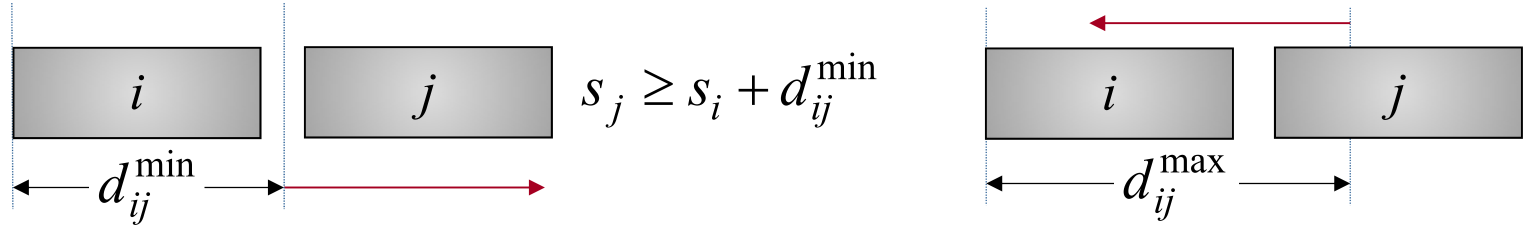
- Localización temporal mínima y máxima



$$s_j \geq d_{0j}^{\min}$$

$$s_j \leq d_{0j}^{\max}$$

- Sucesión mínima y máxima



$$s_j \geq s_i + d_{ij}^{\min}$$

$$s_j \leq s_i + d_{ij}^{\max}$$

Restricciones entre actividades (5/6)

Nomenclatura Ligadura acumulativas y disyuntivas

- T Duración del proyecto.
- $\Re(t)$ Conjunto de recursos renovables en el instante t (t =1,…,T).
- $R_k(t)$ Nivel de disponibilidad constante del recurso renovable k (k =1,…,$|\Re(t)|$) en el instante t (t =1,…,T).
- $r_k(t)$ Tasa de utilización del recurso renovable k en el instante t (t =1,…,T).
- $r_{j,k}$ Tasa de utilización del recurso renovable k por parte de la actividad j (j =1,…,$|J|$).
- $A(t)$ Conjunto de actividades que se están ejecutando en el instante t (t =1,…,T) ($A(t) \subseteq J$).
- $w_k(t)$ Sobrecarga del recurso k en el instante t.
- W_k Sobrecarga global del recurso k a lo largo del proyecto.

Relaciones :

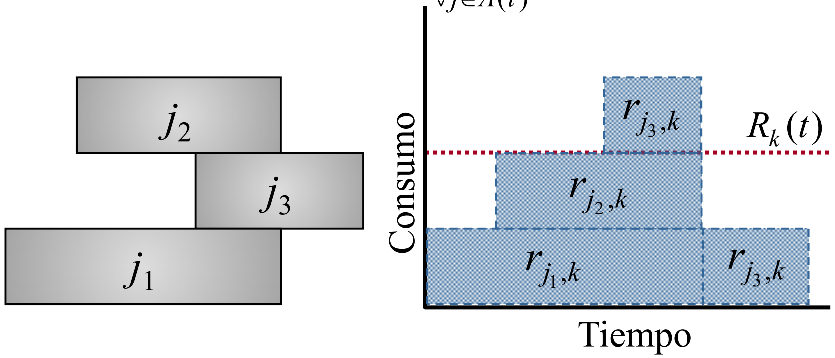
$$r_k(t) = \sum_{\forall j \in A(t)} r_{j,k} \quad ; \quad w_k(t) = \max\{0, r_k(t) - R_k(t)\} \quad (k = 1,\ldots,|\Re(t)|\,; t = 1,\ldots,T)$$

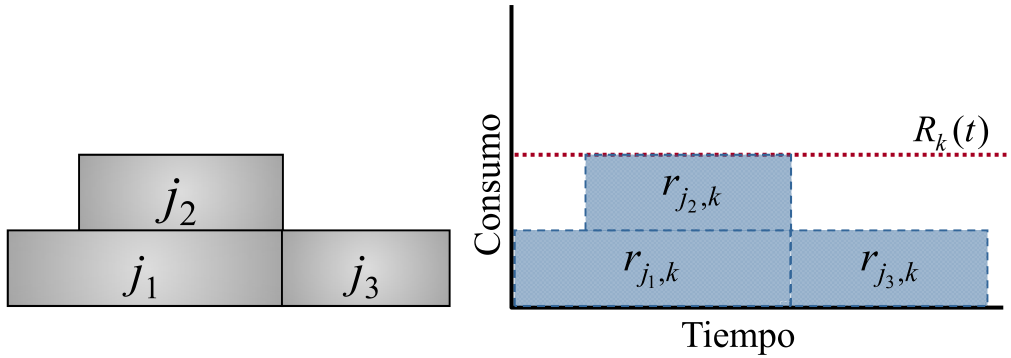
$$W_k = \sum_{\forall t \in T} w_k(t)$$

Restricciones entre actividades (6/6)

Ligaduras acumulativas:

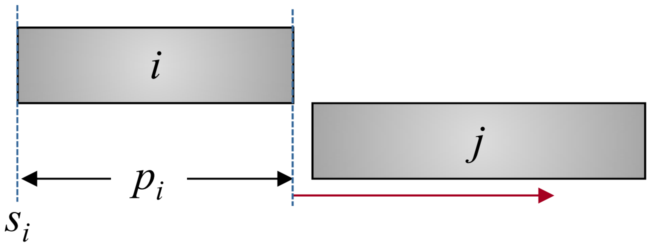
- Formalización: $\sum_{\forall j \in A(t)} r_{j,k} \leq R_k(t) \quad \rightarrow \quad w_k(t) = 0 \quad (t = 1, \ldots, T)$

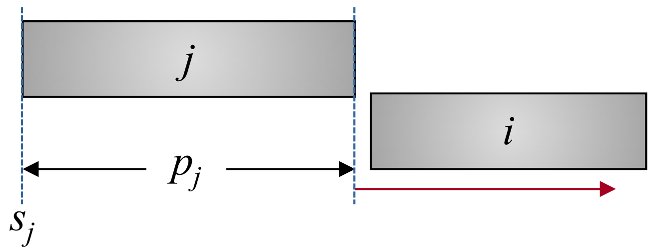




Ligaduras disyuntivas:

- Formalización: $s_j \geq s_i + p_i \quad \vee \quad s_i \geq s_j + p_j$





Soluciones (1/2)

- Reducción, si es posible, de la problemática:
  - Para obviar las ligaduras acumulativas:
    1. Realizar una asignación “a priori” de los recursos a las actividades.
    2. Calcular el programa correspondiente.
    3. Calcular el consumo de los recursos asociado a lo largo del tiempo.
    4. Corregir la asignación de los recursos si los resultados no son los deseados.
  - Para obviar las ligaduras disyuntivas:
    1. Convertir la disyunción en ligaduras potenciales.
       1.1. Elegir un orden razonable de las actividades entre las que existe la ligadura disyuntiva.
    2. Determinar el programa correspondiente.
    3. Si los resultados no son aceptables, ensayar lo que ocurre al adoptar la solución inversa.

Soluciones (2/2)

- Una solución es un programa que está compuesto de la información necesaria para la realización del proyecto.

Programa

- Calendario de realización de las actividades
- Asignación de recursos a las actividades

Criterios de selección

- Duración mínima
- Coste mínimo
- Equilibrado utilización recursos
- Compatibilidad duración mínima

Clasificación y tratamiento de los problemas de ordenación

Problemas de ordenación

- Potenciales:
  - GANTT
  - CPM
  - ROY
  - PERT
- Acumulativos
  - Compatibilidad: HEURÍSTICAS (Manpower Scheduling; Algoritmos Greedy)
  - Compatibilidad y Equilibrado: HEURÍSTICAS (Burgess-Killebrew)
- Disyuntivos: HEURÍSTICAS
- Asignación: HEURÍSTICAS

Problemas Potenciales (1/3)

Definición:

- Problemas de planificación de proyectos en los que las ligaduras son únicamente potenciales, o bien, en los que los condicionantes de otro tipo se tratan independiente o posteriormente.

Datos del problema:

- Cualitativos:
  - Código de cada una de las actividades.
  - Descripción de cada una de las actividades.

- Cuantitativos:
  - Duración (p_j , j=1,…,|J|).
  - Unidades de recursos necesarios ($r_{j,k}$, j =1,…,|J|; k =1,…,|$\Re(t)$|).
  - Actividades precedentes inmediatas (P_j , j =1,…,|J|).
  - Pagos

Problemas Potenciales (2/3)

Objetivo:

- Obtención del calendario de realización de las actividades con mínima duración para el proyecto (T_{min}).
  - $s_j^{\min}$ *Fecha mínima de inicio*. Fecha más temprana en la que puede empezar la actividad j ($j \in J$).
  - $s_j^{\max}$ *Fecha máxima de inicio*. Fecha más tardía en la que puede empezar la actividad j ($j \in J$). sin retrasar la duración mínima del proyecto.
  - Δs_j *Margen total*. Diferencia entre las fechas de inicio máxima y mínima. El margen de cada actividad se corresponde al retraso máximo que puede sufrir la actividad sin retrasar la duración mínima del proyecto.
  - $\Delta s_j = 0$ *Actividad crítica*: actividades cuyo margen es cero, es decir, las fechas de inicio mínima y máxima coinciden. Si una actividad crítica se retrasa representa un retraso del proyecto.

    Camino crítico: secuencia de actividades críticas, sin períodos de realización común, cuyo comienzo y finalización coinciden con los del proyecto.

Problemas Potenciales (3/3)

Resultados:

Directos

- Fechas de inicio: $s_j^{\min}, s_j^{\max} \quad (j = 1, \ldots, |J|)$
- Márgenes totales: $\Delta s_j \quad (j = 1, \ldots, |J|)$
- Actividades críticas: $\Delta s_j = 0$

Subproductos

- Diagrama de Gantt, Roy, Pert
- Caminos Subcríticos
- Calendario de Pagos
- Curvas de carga

Problemas Potenciales. Ejemplo I (1/2)

j	Código	Descripción	p_j (*días*)	P_j	F_j
1	A	Despejar emplazamiento	4	-	B
2	B	Medición y replanteo	3	A	C
3	C	Explanación	2	B	D, E, G, H, F
4	D	Preparación acometida eléctrica	7	C	P
5	E	Excavación conducciones eléctricas	2	C	I
6	F	Excavación desagües	10	C	J
7	G	Cimientos depósito agua	5	C	K
8	H	Perforación pozo	15	C	L
9	I	Instalación conducciones eléctricas	5	E	M
10	J	Instalación tuberías desagües	6	F	M
11	K	Construcción depósito agua	10	G	N
12	L	Instalación Bomba	2	H	O
13	M	Instalación estación transformadora	3	I, J	P
14	N	Instalación tuberías depósito	9	K	Q
15	O	Instalación conducciones subterráneas	8	L	Q
16	P	Conexión red general	5	D, M	-
17	Q	Conexión tuberías	2	N, O	-

Problemas Potenciales. Ejemplo I (2/2)

j	Código	Descripción	$r_{j,A}$	$r_{j,B}$	*CI (Coste inicial)*	*CF (Coste Final)*	*CC (Coste continuo)*
1	A	Despejar emplazamiento	1	1	10	-	-
2	B	Medición y replanteo	2	3	-	-	1
3	C	Explanación	4	-	-	-	2
4	D	Preparación acometida eléctrica	2	4	5	-	1
5	E	Excavación conducciones eléctricas	1	1	-	-	1
6	F	Excavación desagües	2	4	10	-	2
7	G	Cimientos depósito agua	1	3	-	10	-
8	H	Perforación pozo	1	2	-	20	-
9	I	Instalación conducciones eléctricas	2	4	2	-	2
10	J	Instalación tuberías desagües	1	7	-	15	-
11	K	Construcción de pósito agua	3	7	-	25	-
12	L	Instalación Bomba	1	1	4	1	-
13	M	Instalación estación transformadora	2	8	4	15	-
14	N	Instalación tuberías depósito	2	4	4	-	2
15	O	Instalación conducciones subterráneas	1	8	-	20	-
16	P	Conexión red general	1	4	-	10	-
17	Q	Conexión tuberías	2	2	5	-	-

Diagrama de Roy

Herramienta gráfica que representa la estructura de precedencias del proyecto, sin considerar la situación en el tiempo de las actividades.

- Características:
  - *Actividades:* vértices o nodos del grafo.
  - *Número de vértices:* $|J| + 2$ ($\alpha \rightarrow$ inicio ; $\omega \rightarrow$ fin).
  - *Ligaduras potenciales:* los arcos (líneas orientadas que unen los vértices) representan las precedencias entre las actividades.
    - Ligadura potencial de sucesión mínima y máxima entre las actividades *i* y *j*:

$$\boxed{i} \xrightarrow{d_{ij}^{\min}} \boxed{j} \qquad s_j \geq s_i + d_{ij}^{\min}$$

$$\boxed{i} \xleftarrow{-d_{ij}^{\max}} \boxed{j} \qquad s_j \leq s_i + d_{ij}^{\max} \qquad s_i \geq s_j - d_{ij}^{\max}$$

    - Ligadura de localización temporal mínima y máxima de la actividad *j*:

$$\boxed{\alpha} \xrightarrow{d_{0j}^{\min}} \boxed{j} \qquad s_j \geq d_{0j}^{\min}$$

$$\boxed{\alpha} \xleftarrow{-d_{0j}^{\max}} \boxed{j} \qquad s_j \leq d_{0j}^{\min}$$

Diagrama de Roy. Ejemplo I (1/2)

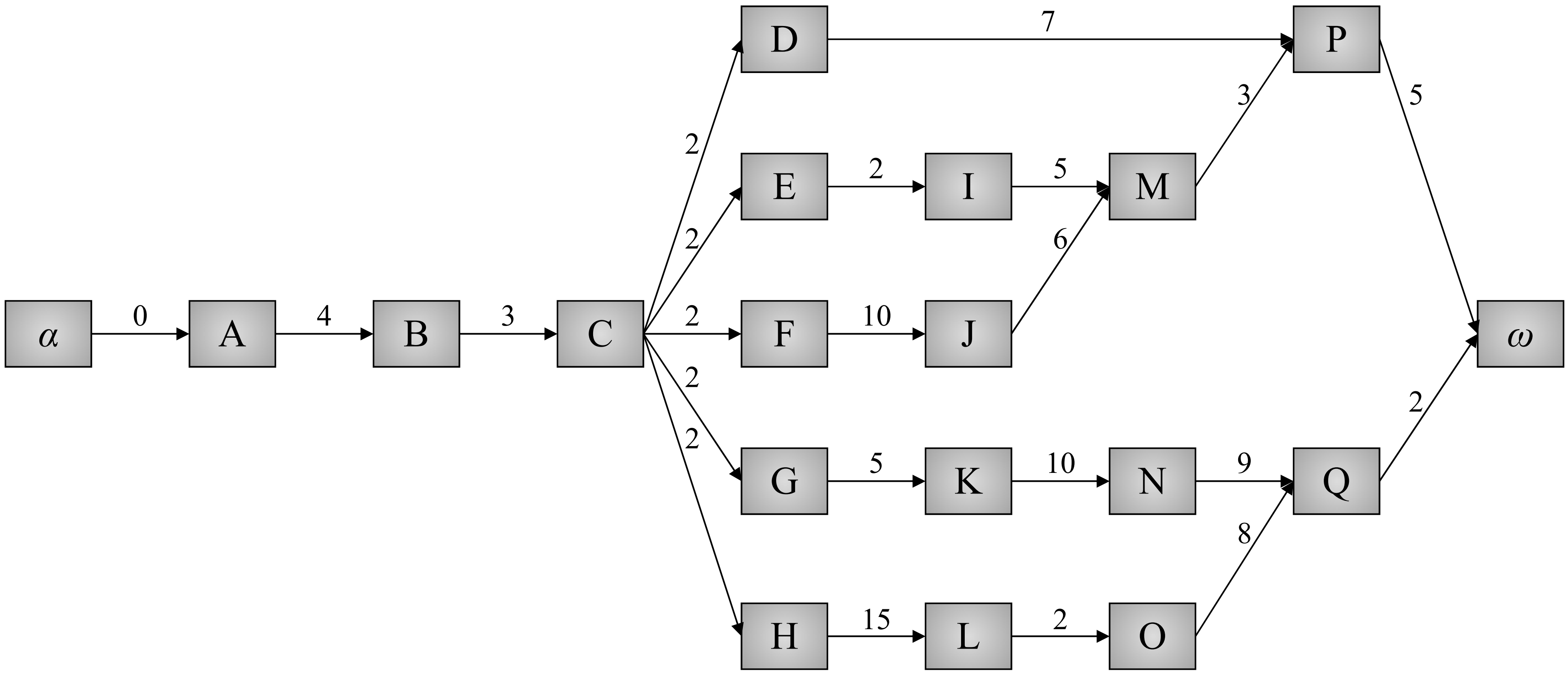
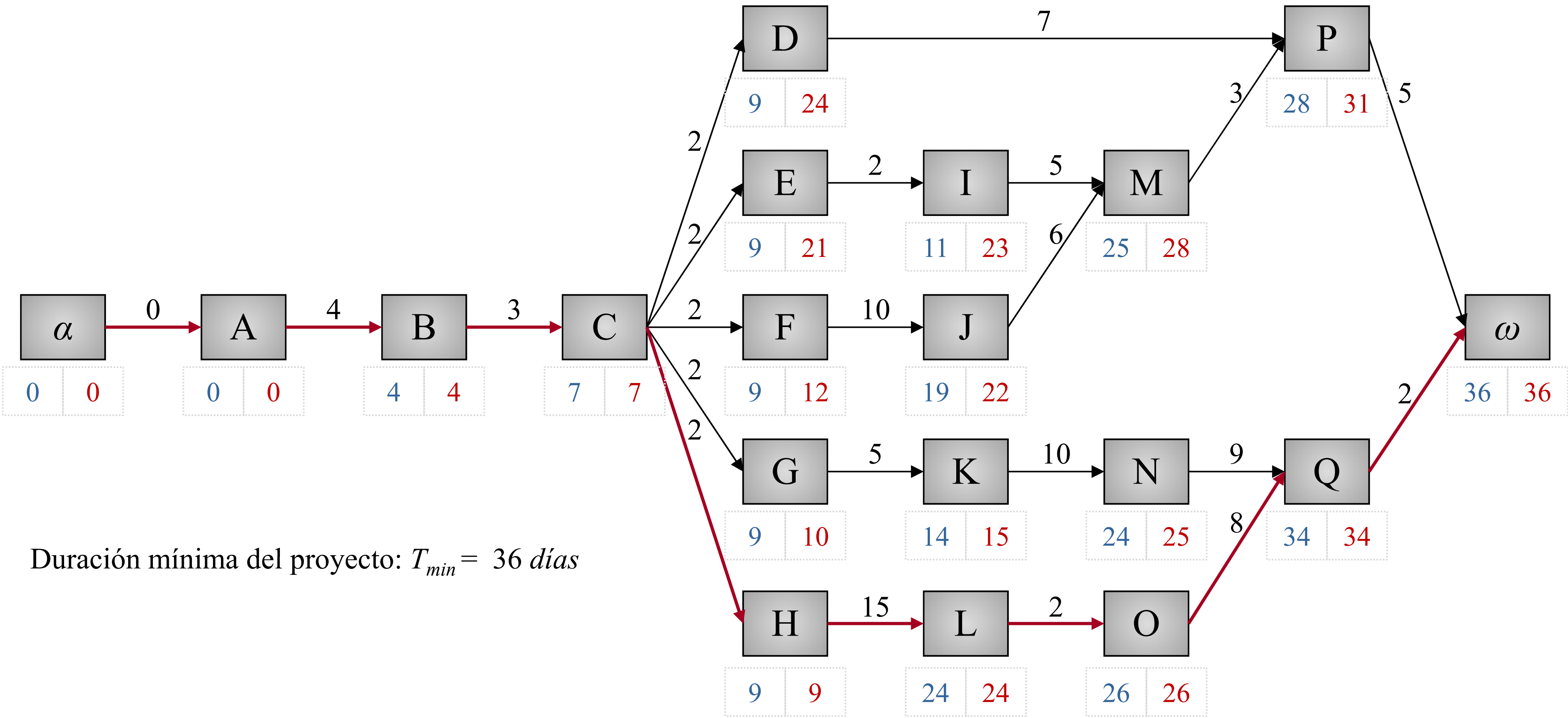


Diagrama de Roy. Ejemplo I (2/2)

- Fechas de inicio mínimas y máximas y camino crítico



Duración mínima del proyecto: $T_{min} = 36$ *días*

Diagrama de PERT-CPM (1/3)

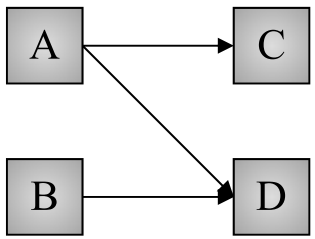
Herramienta gráfica de representación de las relaciones entre las actividades de un proyecto (*Program Evaluation and Review Technique*).

- PERT (*Program Evaluation and Review Technique*).
- CPM (*Critical Path Method*).
- Características:
  - *Actividades:* arcos del grafo ("longitud" que equivale a la duración de la actividad).
  - *Número de arcos:* $|J|$ + [actividades virtuales].
  - *Vértices:* etapas del proyecto que distinguen entre el fin de unas actividades y el inicio de otras.
  - *Actividades virtuales* (v)*:* arcos, no asociados a tareas concretas, necesarios para representar las ligaduras de precedencia.

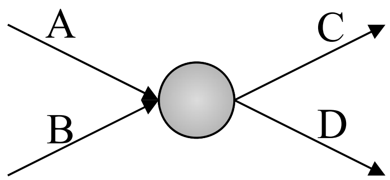
Diagrama de PERT-CPM (2/3)

Empleo de actividades virtuales:

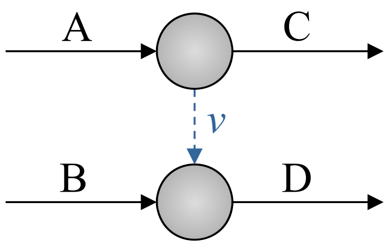
- Una actividad real aparece en más de un conjunto de precedentes:



Representación ROY

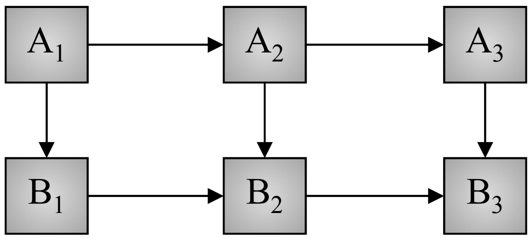


Representación INCORRECTA

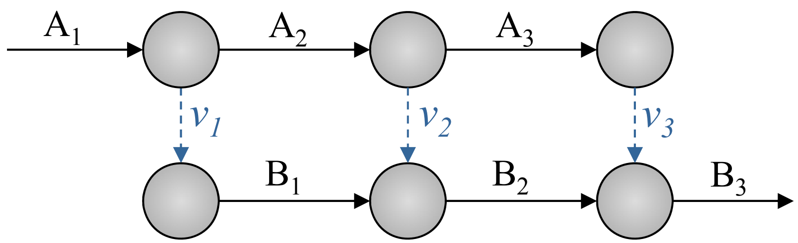


Representación PERT

- Dos trabajos pueden realizarse casi simultáneamente, siendo preciso que esté lista una parte de ellos para poder dar comienzo a la parte correspondiente del otro:



Representación ROY

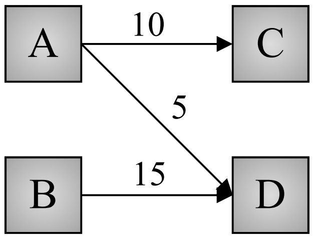


Representación PERT

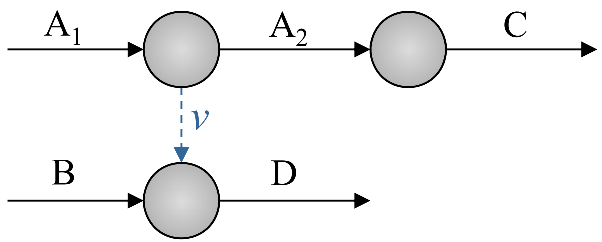
Diagrama de PERT-CPM (3/3)

Empleo de actividades virtuales:

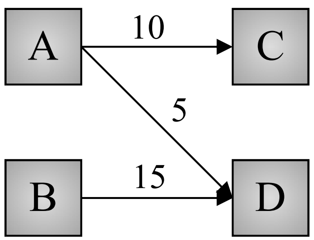
- Los plazos mínimos que deben transcurrir entre el comienzo de una actividad concreta y los comienzos de un grupo de actividades son distintos.



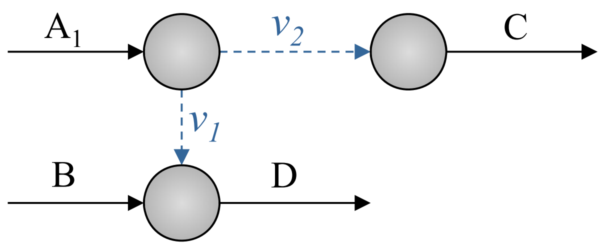
Representación ROY



Representación PERT



Representación ROY



Representación PERT

Diagrama de PERT. Ejemplo I (1/2)

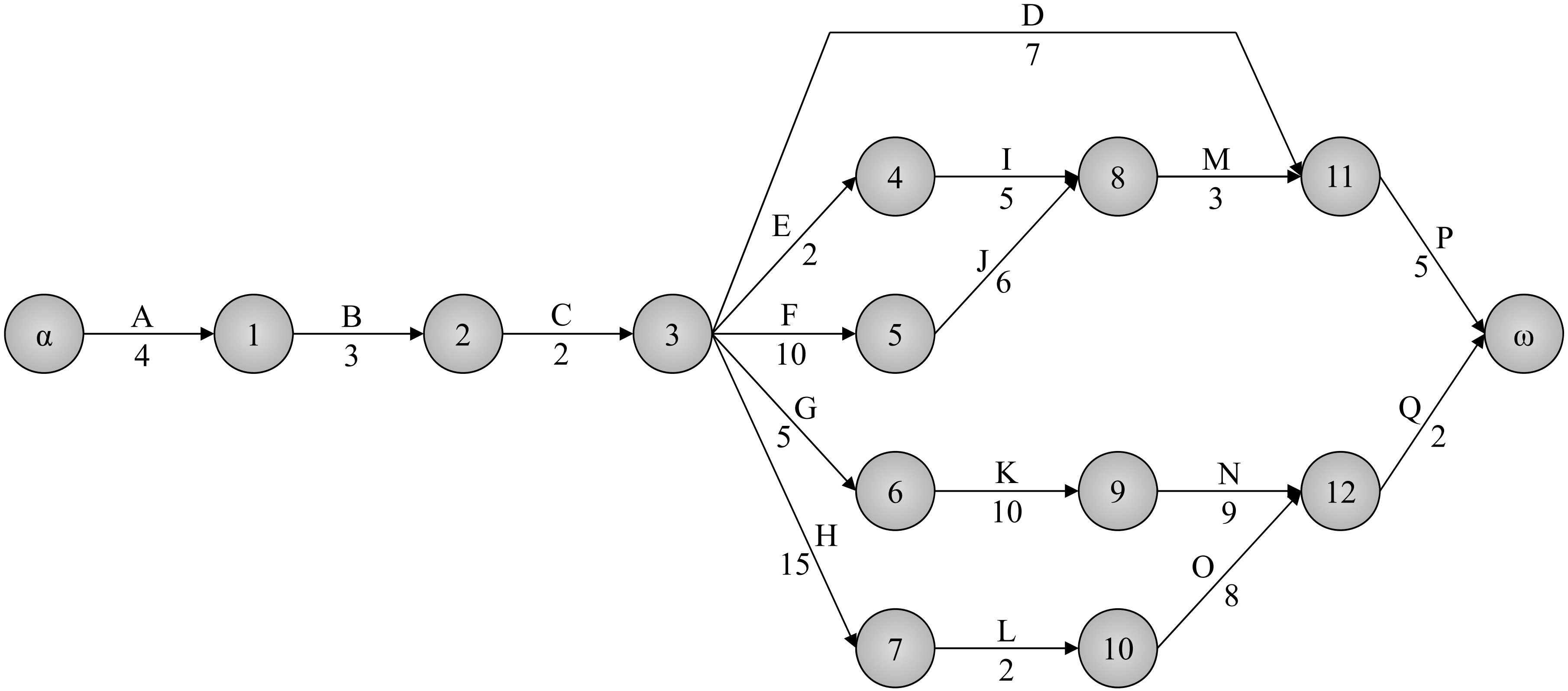
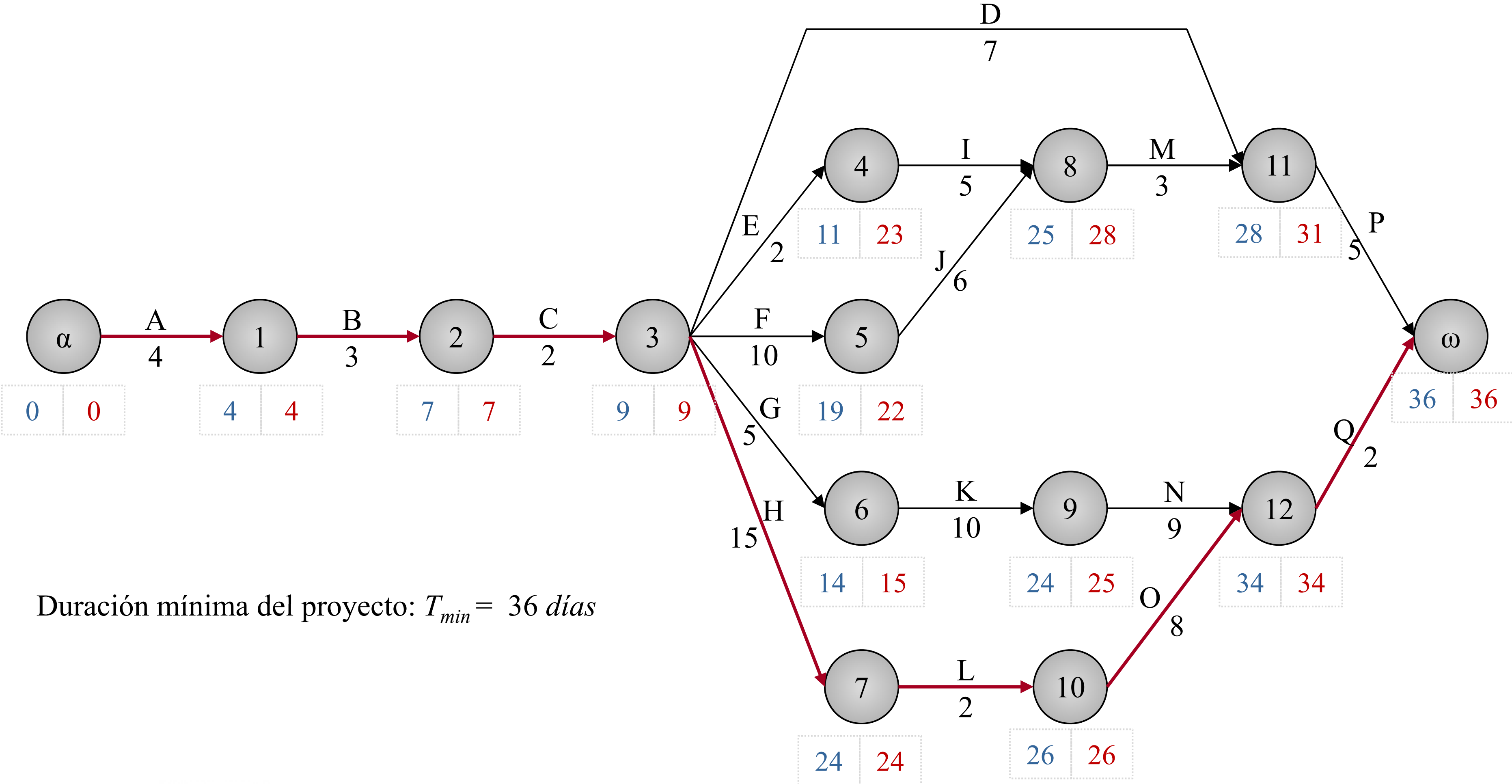


Diagrama de PERT. Ejemplo I (2/2)

- Fechas de inicio mínimas y máximas y camino crítico



Duración mínima del proyecto: $T_{min} =$ 36 *días*

Diagrama de Gantt

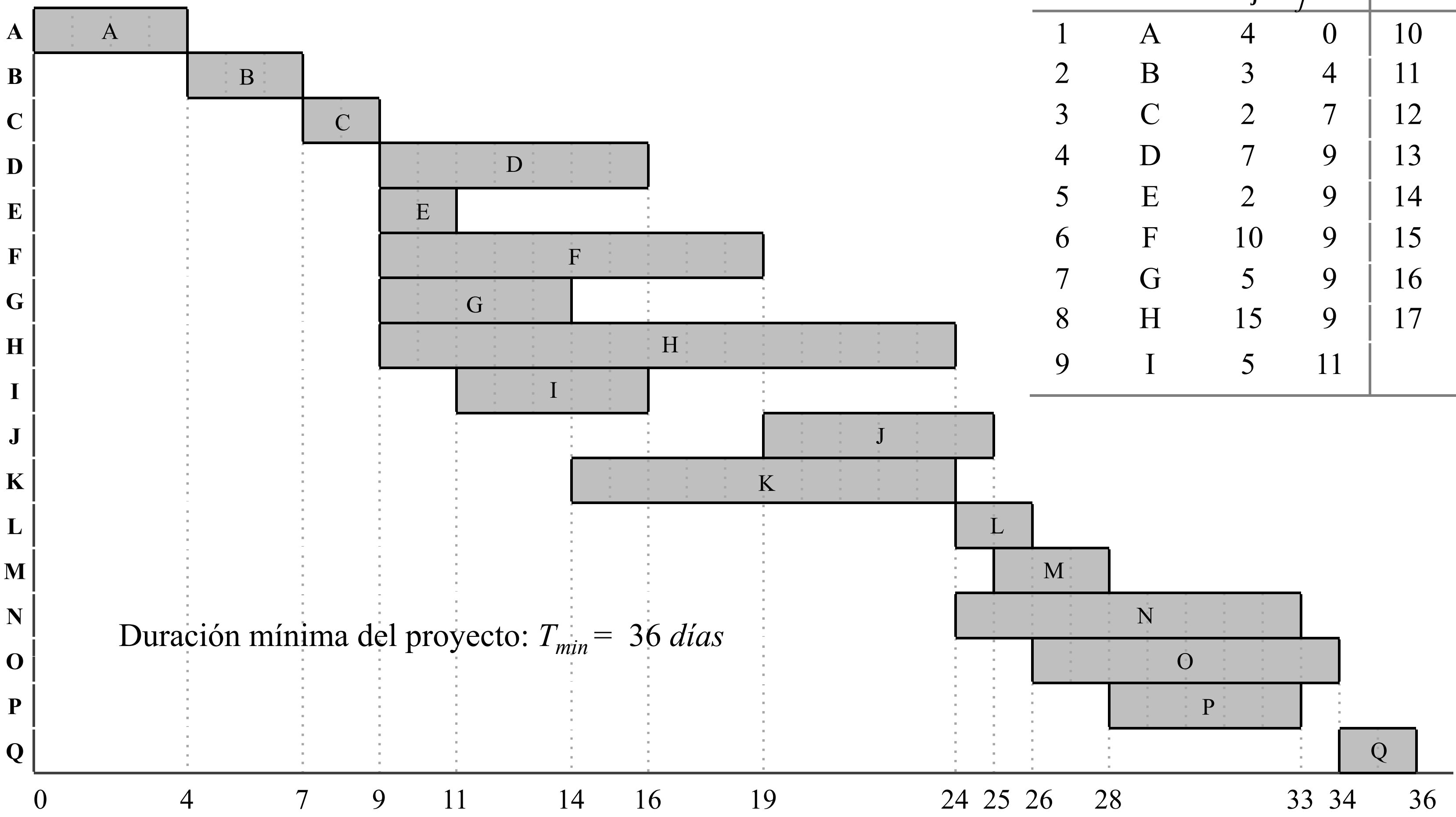
Herramienta gráfica cuyo objetivo es representar mediante un diagrama de barras (correspondientes a las actividades y homotéticas a sus duraciones) la planificación de actividades de un proyecto.

- Diagrama de Gantt de fechas de inicio mínimas:
  - Cumplimiento de precedencias.
  - Eliminación de tiempos muertos.
- Diagrama de Gantt de fechas de inicio máximas:
  - Cumplimiento de sucesiones.
  - Aplazamiento máximo de actividades, sin que se retrase el proyecto.

Diagrama de Gantt. Ejemplo I (1/4)

- Fechas de inicio mínimas

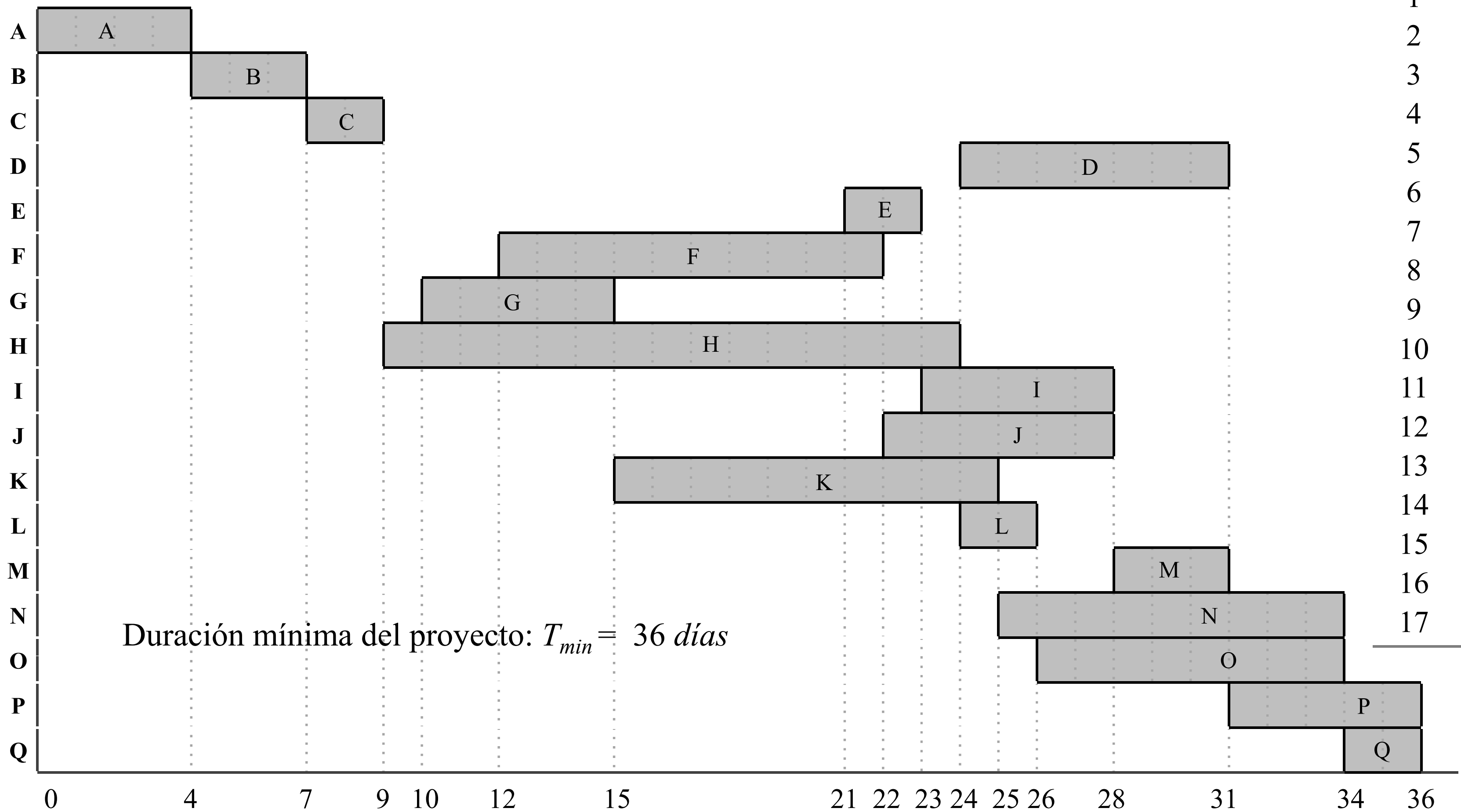
j	Cod.	p_j	s_j^{min}	j	Cod.	p_j	s_j^{min}
1	A	4	0	10	J	6	19
2	B	3	4	11	K	10	14
3	C	2	7	12	L	2	24
4	D	7	9	13	M	3	25
5	E	2	9	14	N	9	24
6	F	10	9	15	O	8	26
7	G	5	9	16	P	5	28
8	H	15	9	17	Q	2	34
9	I	5	11				



Duración mínima del proyecto: $T_{min} = 36\ días$

Diagrama de Gantt. Ejemplo I (2/4)

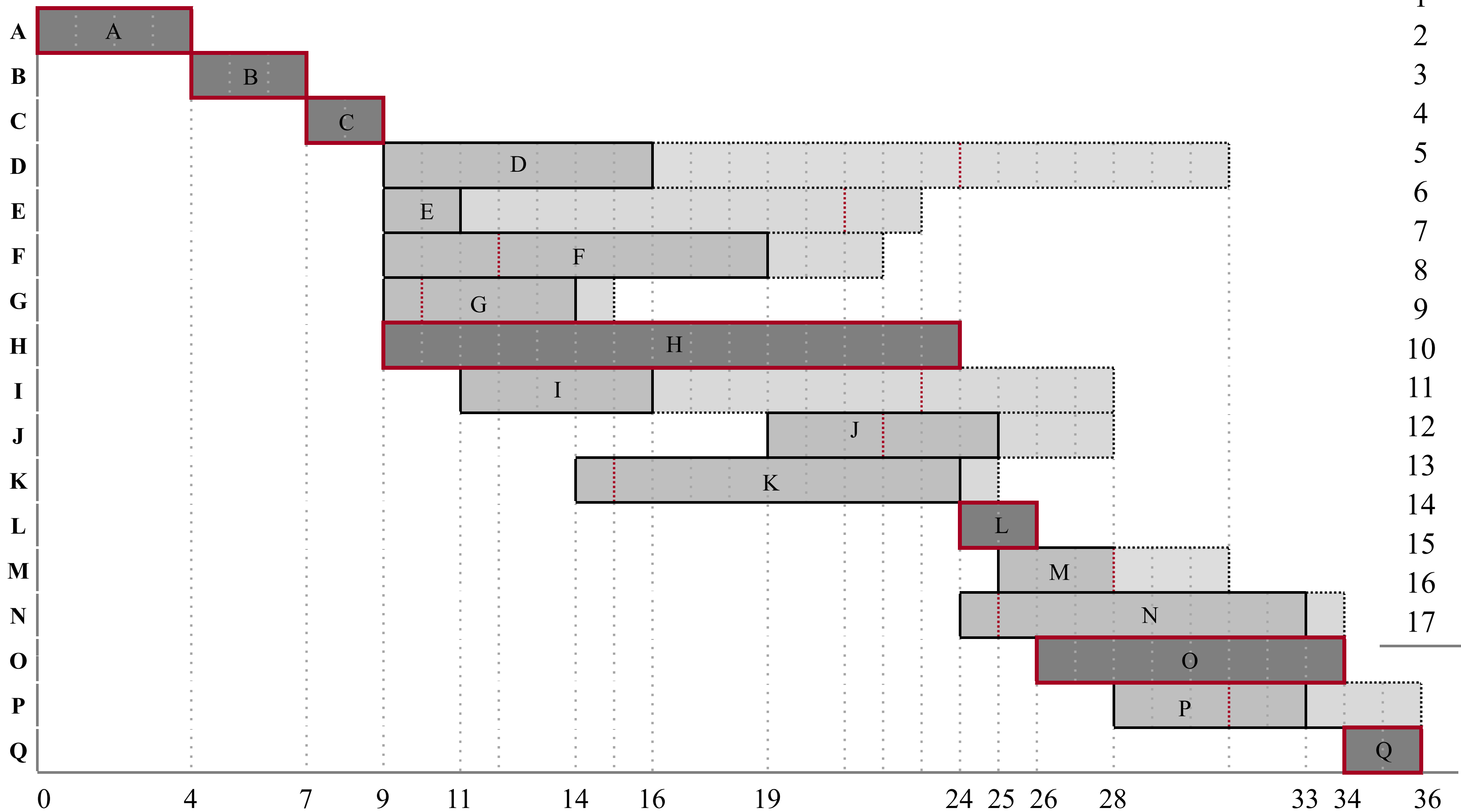
- Fechas de inicio máximas



j	*Cod.*	p_j	s_j^{max}
1	A	4	0
2	B	3	4
3	C	2	7
4	D	7	24
5	E	2	21
6	F	10	12
7	G	5	10
8	H	15	9
9	I	5	23
10	J	6	22
11	K	10	15
12	L	2	24
13	M	3	28
14	N	9	25
15	O	8	26
16	P	5	31
17	Q	2	34

Diagrama de Gantt. Ejemplo I (3/4)

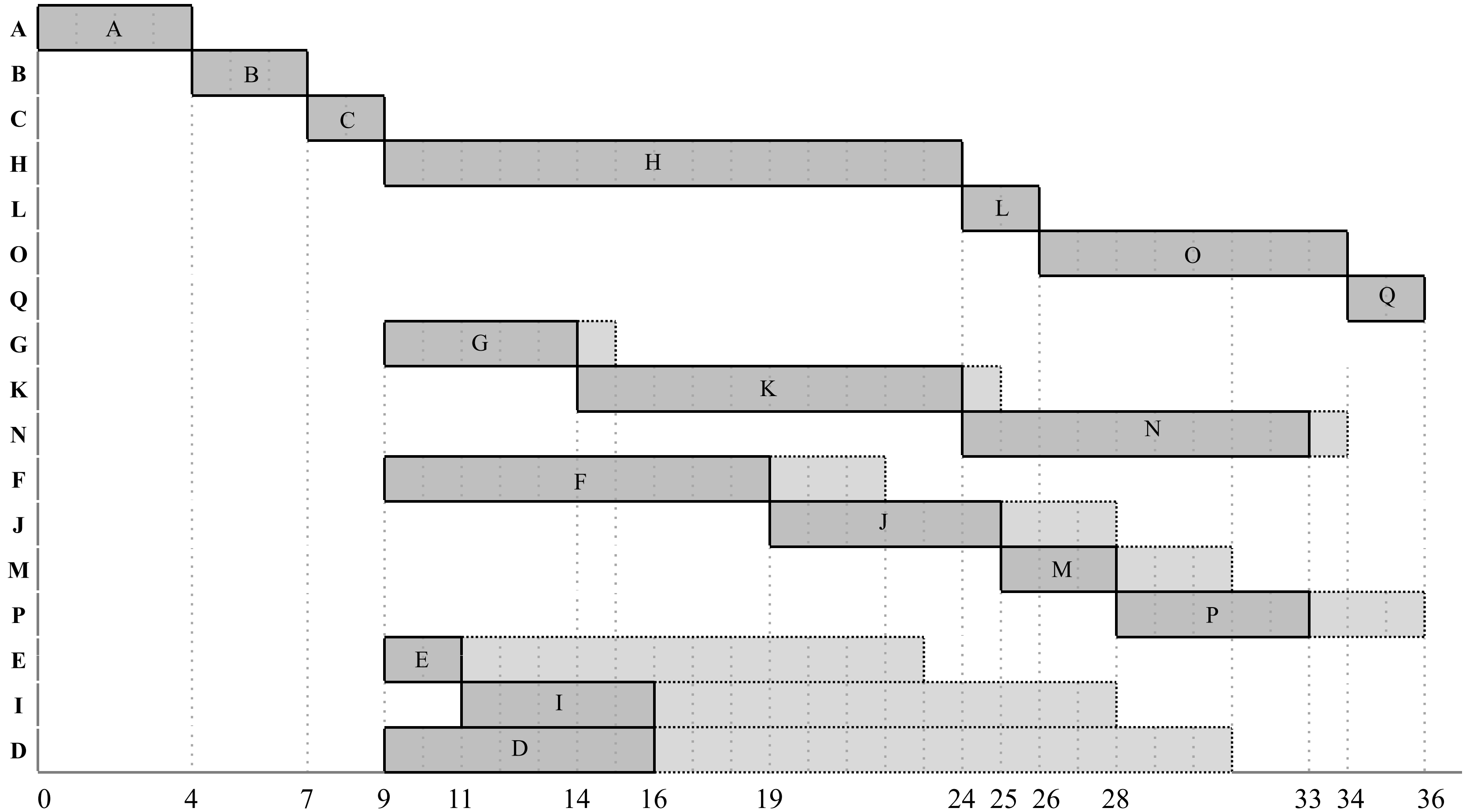
- Márgenes



j	*Cod.*	p_j	Δs_j
1	A	4	0
2	B	3	0
3	C	2	0
4	D	7	15
5	E	2	12
6	F	10	3
7	G	5	1
8	H	15	0
9	I	5	12
10	J	6	3
11	K	10	1
12	L	2	0
13	M	3	3
14	N	9	1
15	O	8	0
16	P	5	3
17	Q	2	0

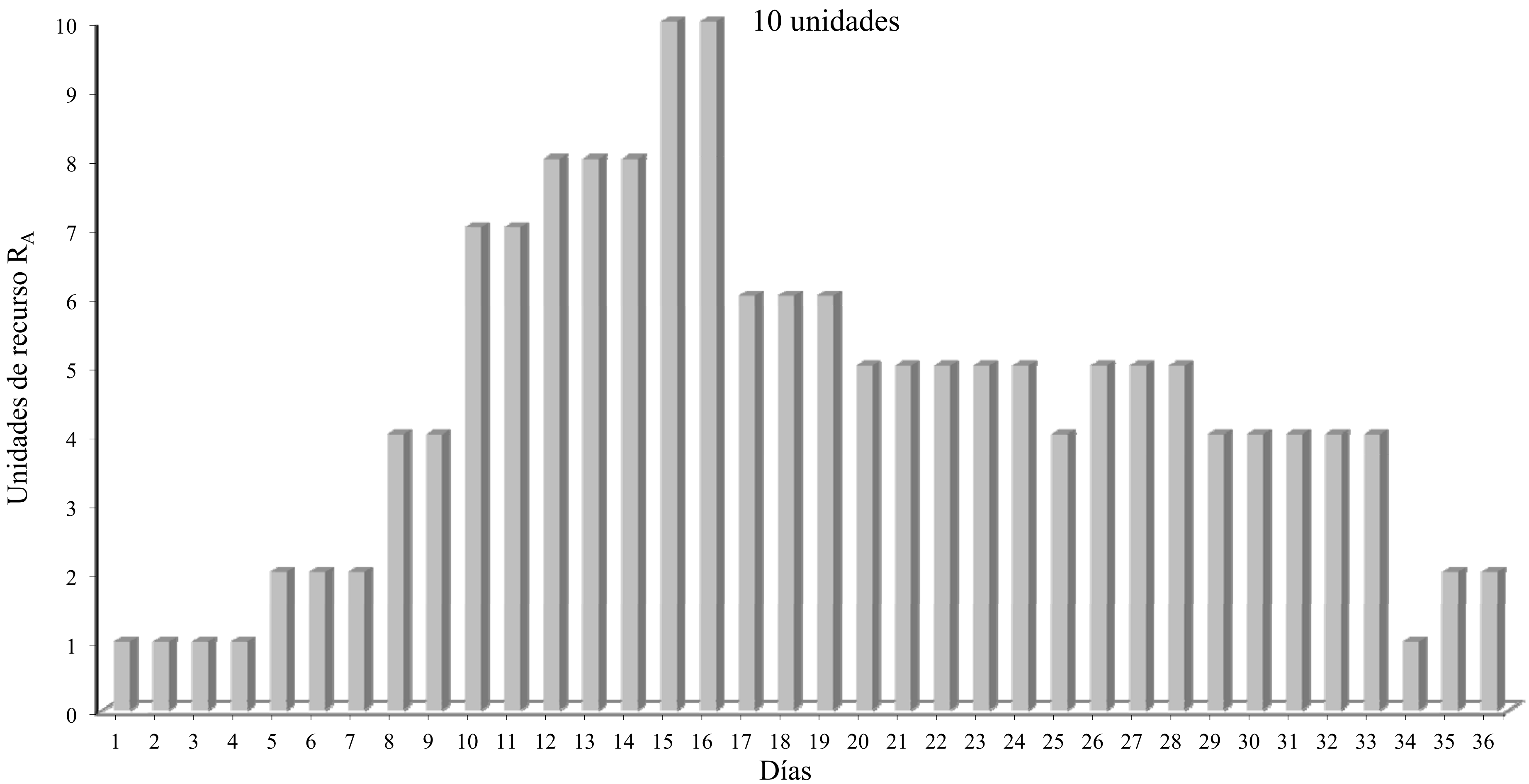
Diagrama de Gantt. Ejemplo I (4/4)

- Cadenas de actividades



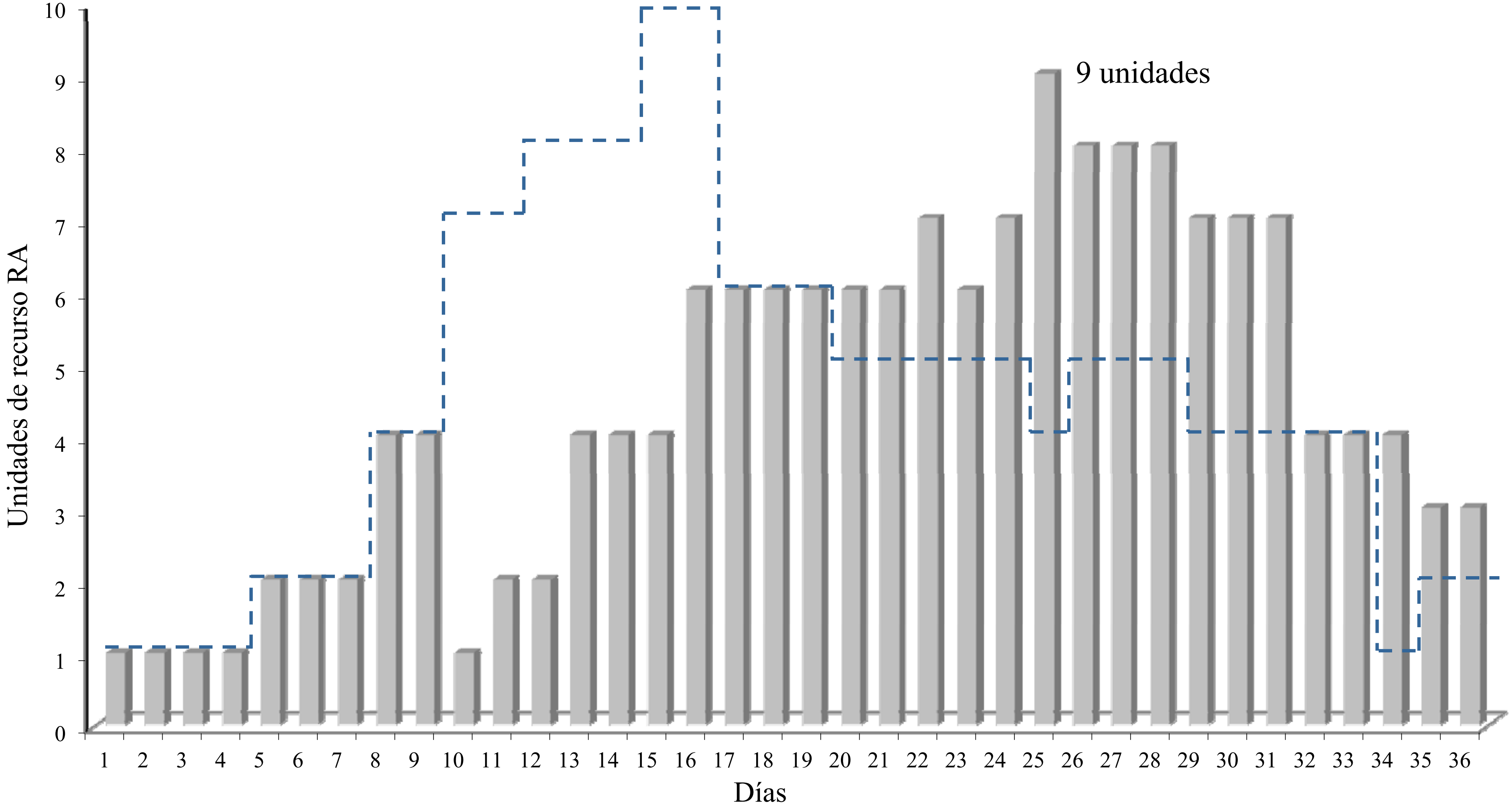
Curvas de carga. Ejemplo I (1/6)

- Curva de carga del recurso R_A con fechas de inicio mínimas.



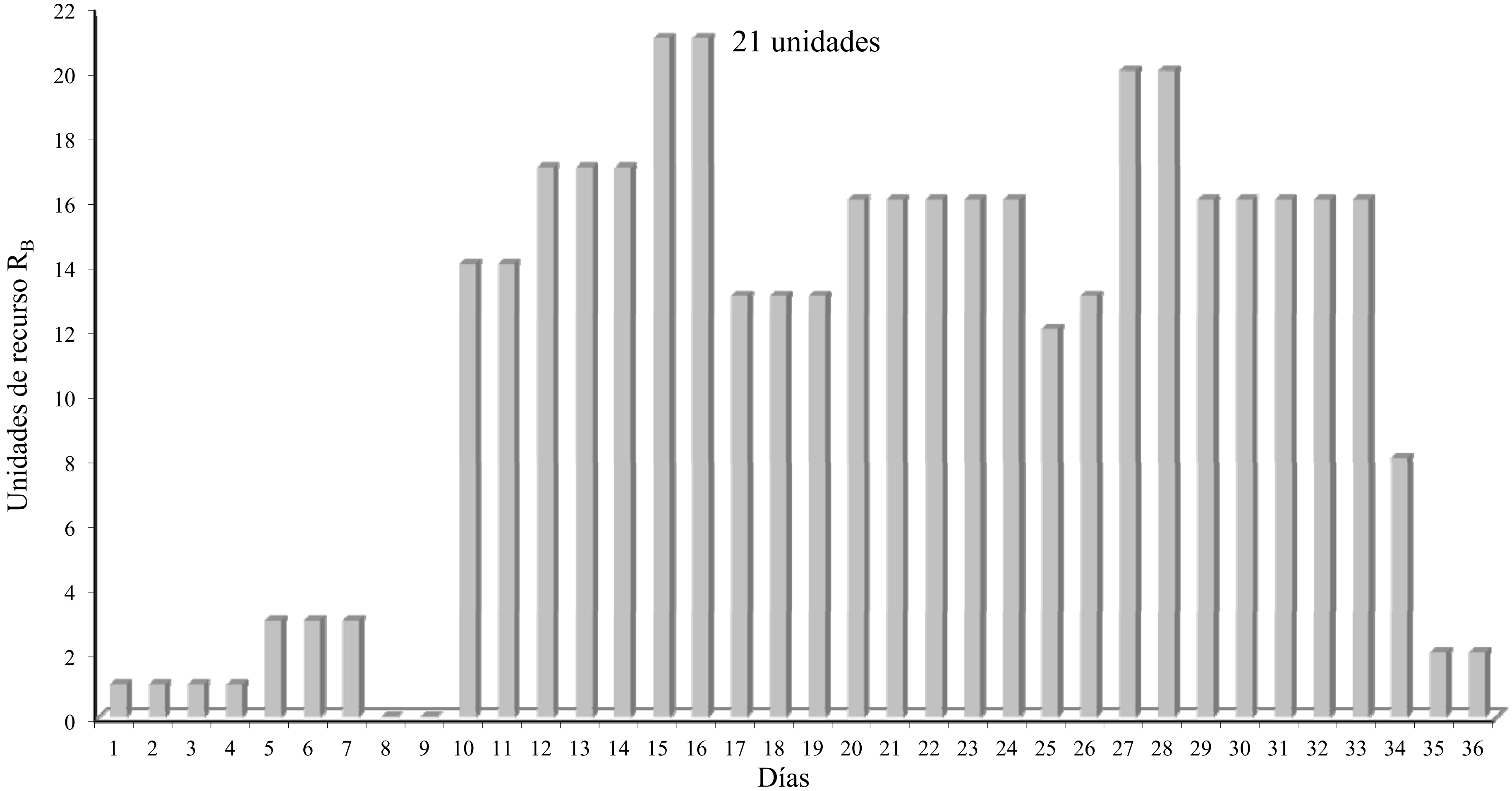
Curvas de carga. Ejemplo I (2/6)

- Curva de carga del recurso R_A con fechas de inicio máximas.



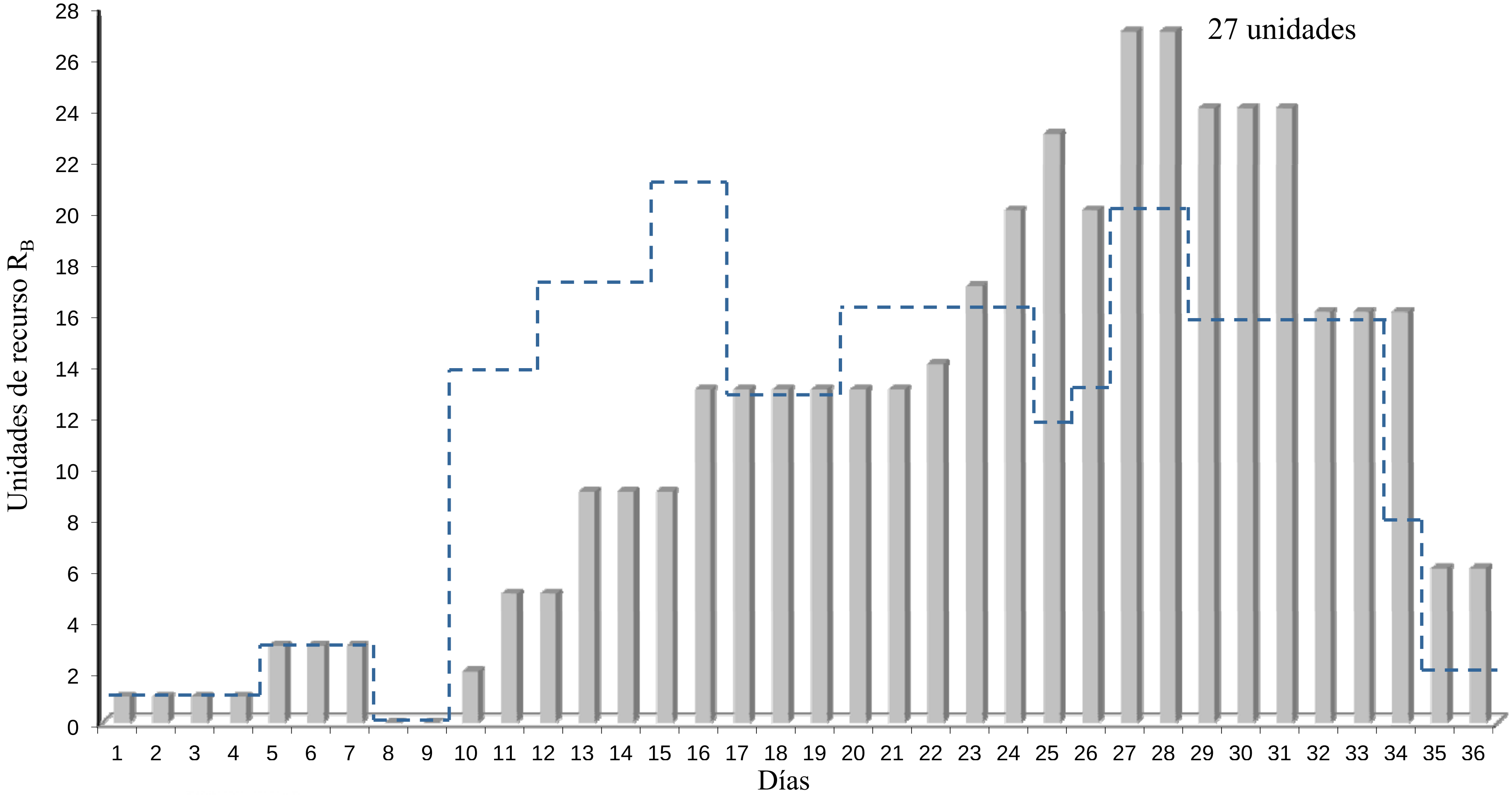
Curvas de carga. Ejemplo I (3/6)

- Curva de carga del recurso R_B con fechas de inicio mínimas.



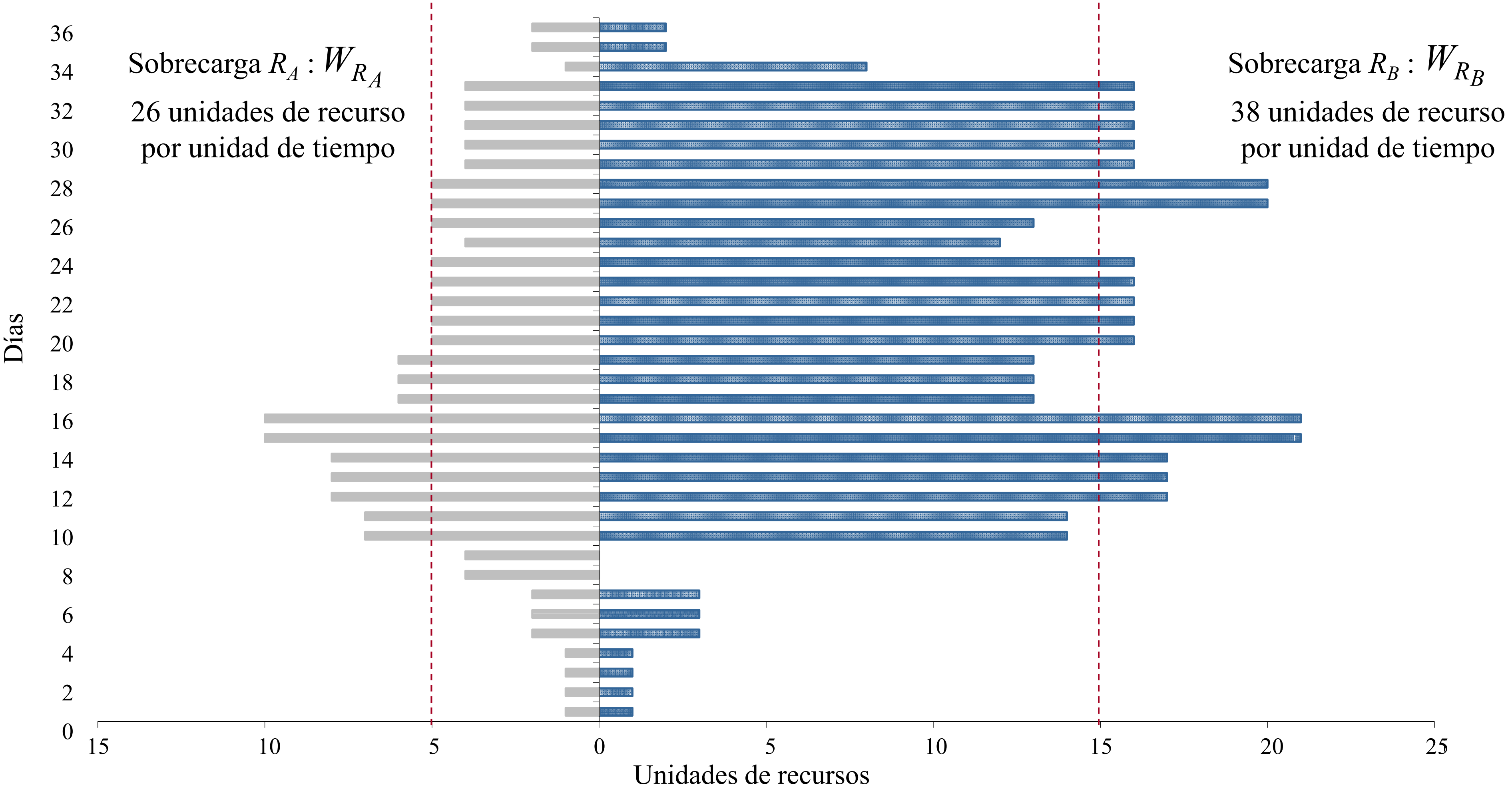
Curvas de carga. Ejemplo I (4/6)

- Curva de carga del recurso R_B con fechas de inicio máximas.



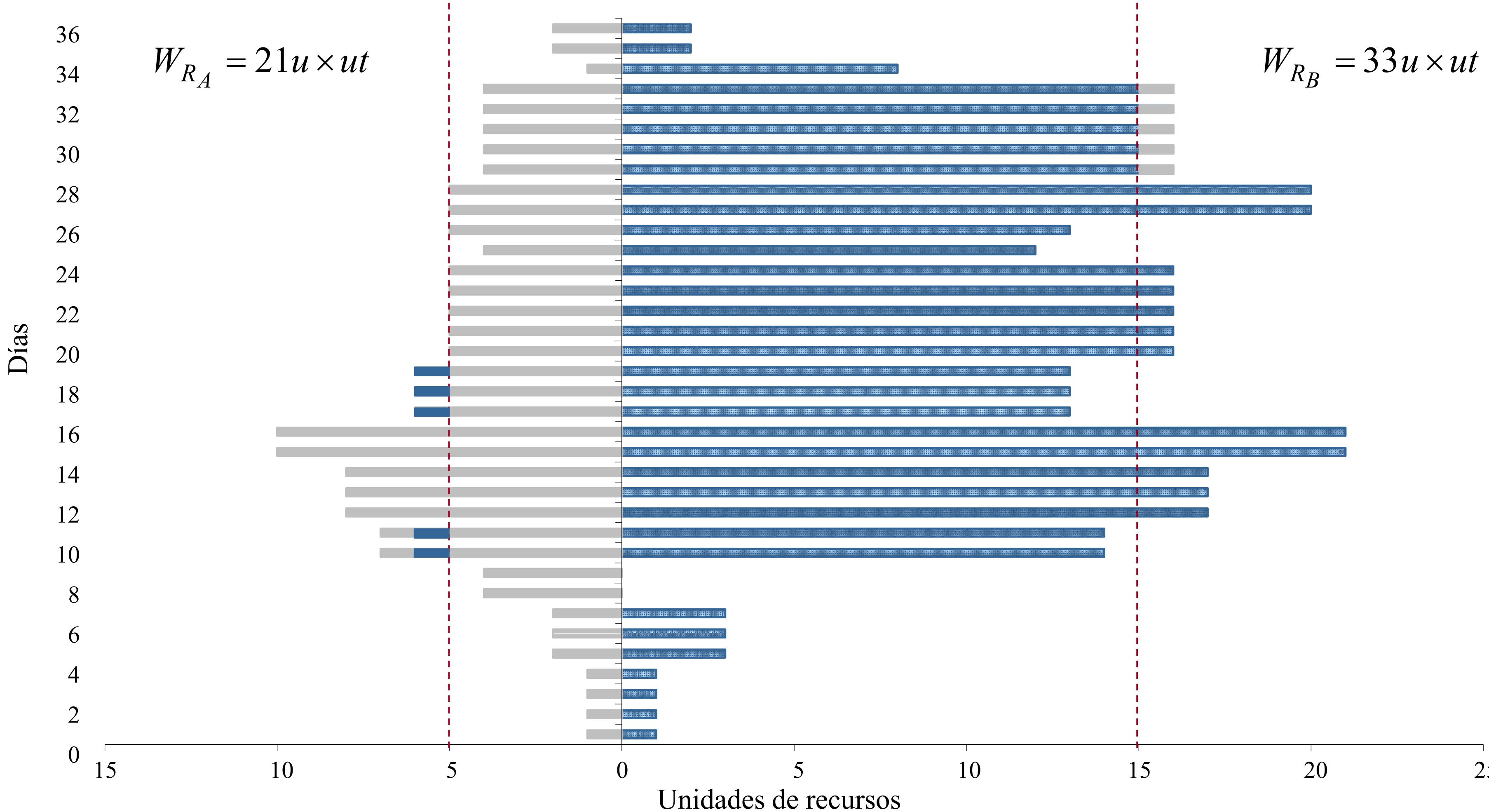
Curvas de carga. Ejemplo I (5/6)

- Recursos especializados.

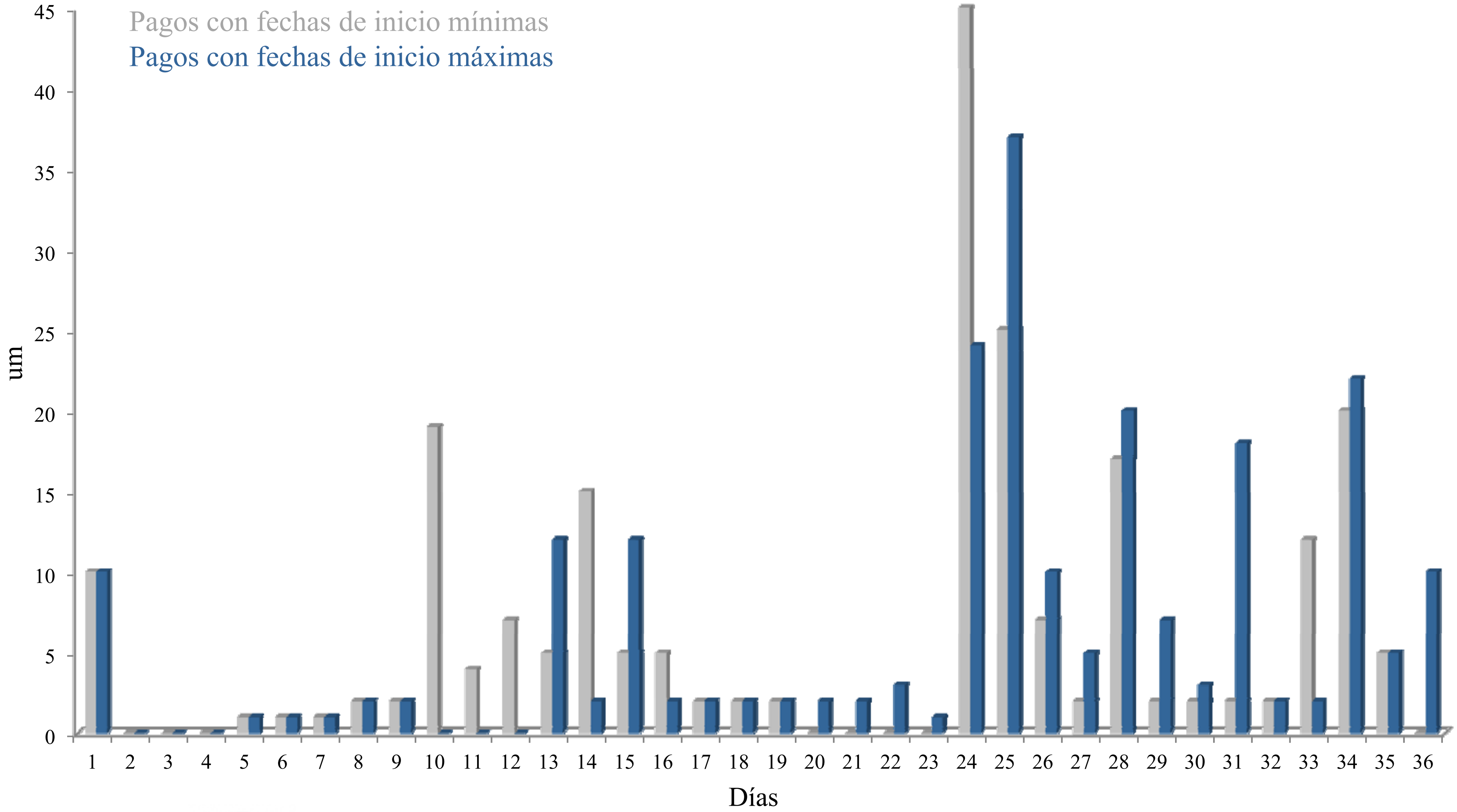


Curvas de carga. Ejemplo I (6/6)

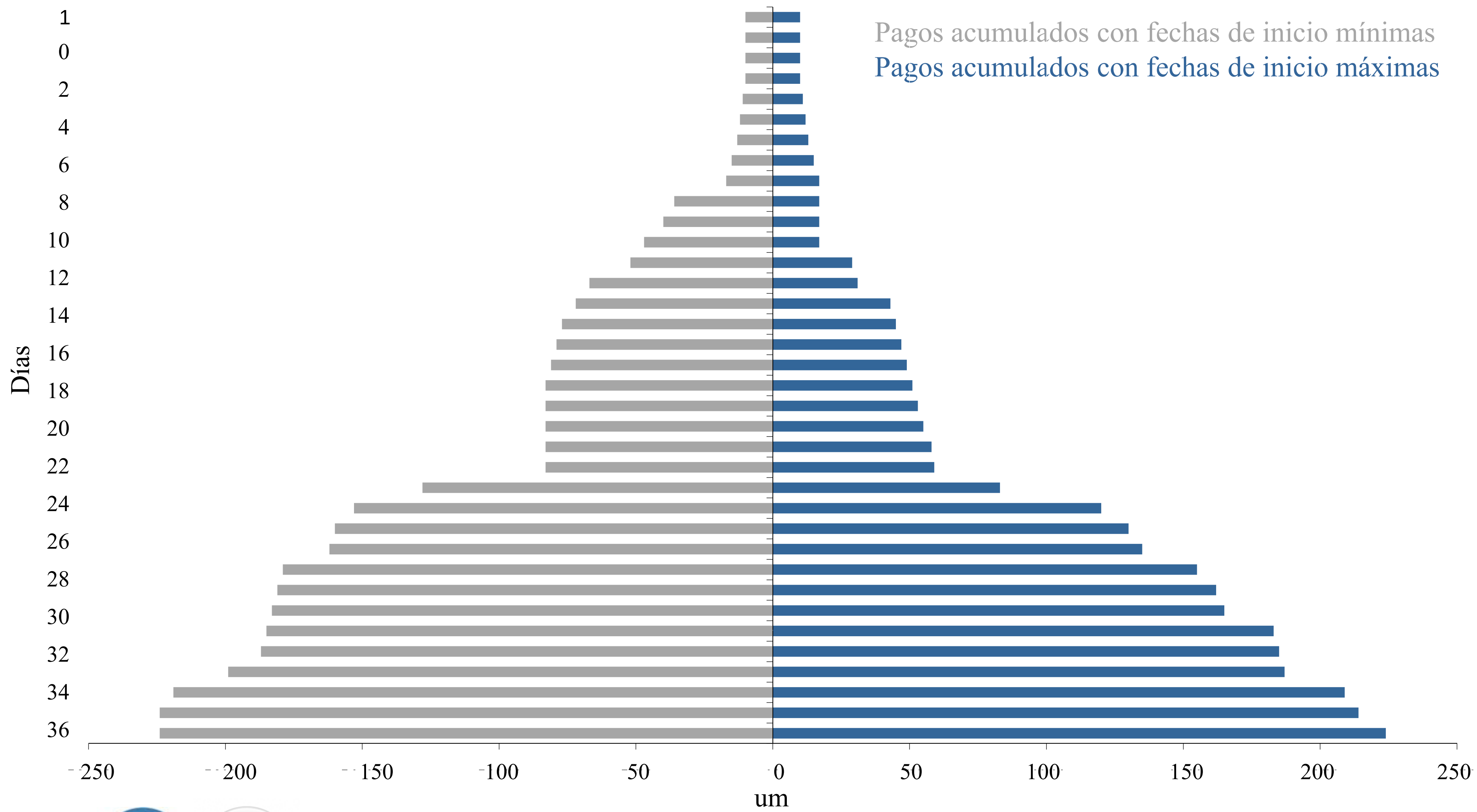
- Recursos bivalentes.



Calendario de Pagos. Ejemplo I (1/2)



Calendario de Pagos. Ejemplo I (2/2)



Problemas Acumulativos (1/2)

Definición:

- Problemas de programación de proyectos en los que, además de ligaduras potenciales, aparecen de manera explícita las ligaduras acumulativas.

Categorías de problemas:

- Problemas de compatibilidad de recursos:
    - Dados unos perfiles de disponibilidad de recursos a lo largo del tiempo, se trata de hallar un programa de realización del proyecto que, además de satisfacer las ligaduras potenciales, suponga un consumo de recursos que en ningún momento supere la disponibilidad de los mismos.
- Problemas de equilibrado de recursos:
    - Dada una duración límite admisible del proyecto y un perfil de recursos referencial a lo largo del tiempo, se trata de obtener un programa tal que los consumos de los recursos se ajusten lo mejor posible, en todo momento, a sus disponibilidades.

Problemas Acumulativos (2/2)

Datos del problema:

- Cualitativos:
  - Código de cada una de las actividades.
  - Descripción de cada una de las actividades.

- Cuantitativos:
  - Duración (p_j , j=1,…,$|J|$).
  - Unidades de recursos necesarios ($r_{j,k}$, j =1,…,$|J|$; k =1,…,$|\Re|$).
  - Nivel de disponibilidad de recursos ($R_k(t) = cte = R_k$, k =1,…,$|\Re|$).
  - Actividades precedentes inmediatas (P_j , j=1,…,$|J|$).
  - Pagos

Procedimientos de resolución:

- Determinación de una cota inferior.
- Obtención de una solución factible.

Determinación de cotas

Una cota inferior es una aproximación (por defecto) de la mejor solución que puede obtenerse para un problema.

Determinación de cotas:

- Resolver de forma exacta el problema, descartando una parte de la complejidad.

  1. Tener en cuenta las ligaduras potenciales (relaciones de precedencia) pero no las ligaduras acumulativas (limitación de recursos).

     - Problema potencial: $LB_1 = T_{min}$

  2. Tener en cuenta los recursos, sin considerar las relaciones de precedencia.

$$LB_2 = \max_{k=1,\dots,|\Re|} \{LB(k)\}$$

$$LB(k) = \frac{\sum_{j=1}^{|J|} p_j \cdot r_{j,k}}{R_k} \qquad (k = 1,\dots,|\Re|)$$

Determinación de cotas. Ejemplo I

j	Código	Descripción	p_j (días)	$r_{j,A}$	$r_{j,B}$
1	A	Despejar emplazamiento	4	1	1
2	B	Medición y replanteo	3	2	3
3	C	Explanación	2	4	-
4	D	Preparación acometida eléctrica	7	2	4
5	E	Excavación conducciones eléctricas	2	1	1
6	F	Excavación desagües	10	2	4
7	G	Cimientos depósito agua	5	1	3
8	H	Perforación pozo	15	1	2
9	I	Instalación conducciones eléctricas	5	2	4
10	J	Instalación tuberías desagües	6	1	7
11	K	Construcción de pósito agua	10	3	7
12	L	Instalación Bomba	2	1	1
13	M	Instalación estación transformadora	3	2	8
14	N	Instalación tuberías depósito	9	2	4
15	O	Instalación conducciones subterráneas	8	1	8
16	P	Conexión red general	5	1	4
17	Q	Conexión tuberías	2	2	2

Cotas:

$LB_1 = 36 \text{ días}$

$LB_2 = 33 \text{ días}$

$$LB_2 = \max\{LB(R_A), LB(R_B)\}$$

$$LB(R_A) = \frac{163}{5} = 32.6 \approx 33 \text{ días}$$

$$LB(R_B) = \frac{410}{15} = 27.3 \approx 28 \text{ días}$$

$$LB = \max\{LB_1, LB_2\}$$

$$LB = 36 \text{ días}$$

Problemas Acumulativos. Ejemplo II

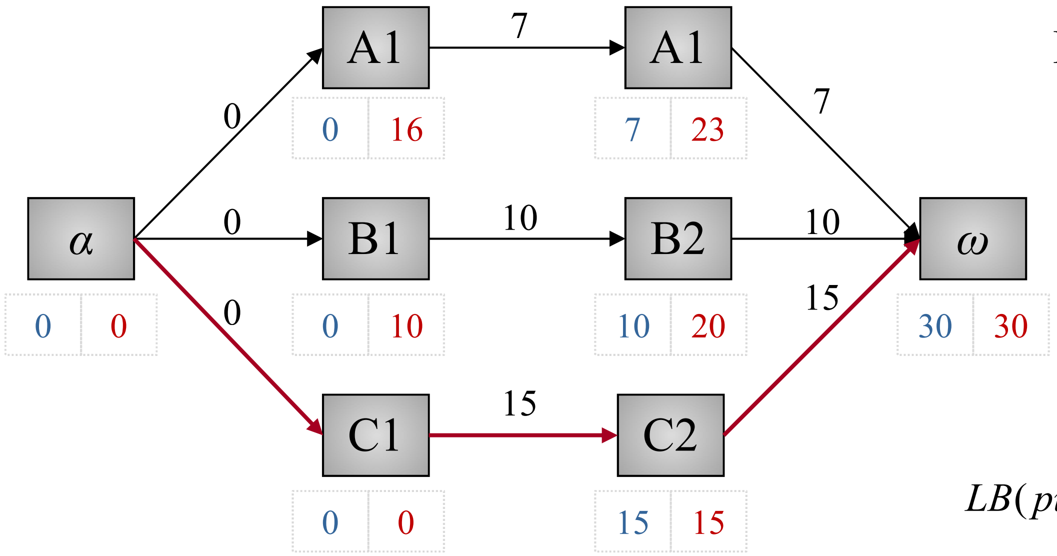
Un taller dispone de dos máquinas idénticas para pulir tres discos distintos, A, B y C por ambas caras. Cada pulidora puede tratar una sola operación de pulido de una cara de un disco a la vez. Los tiempos de preparación son despreciables, mientras que los de pulir una cara de A, de B y de C. son de 7, 10 y 15 horas, respectivamente.

j	**Código**	**Descripción**	p_j (*horas*)	P_j
1	A1	Pulir primera cara del disco A	7	-
2	A2	Pulir segunda cara del disco A	7	1 (A1)
3	B1	Pulir primera cara del disco B	10	-
4	B2	Pulir segunda cara del disco B	10	3 (B1)
5	C1	Pulir primera cara del disco C	15	-
6	C2	Pulir segunda cara del disco C	15	5 (C1)

Hallar un programa compatible que represente la mínima ocupación del taller.

Determinación de cotas. Ejemplo II

- Diagrama de Roy



Duración mínima del proyecto: 30 horas

$$LB_1 = 30 \ horas$$

$$LB_2 = LB(Pulidora)$$

$$LB(pulidora) = \frac{7+7+10+10+15+15}{2} = \frac{64}{2} = 32 \ horas$$

La duración del proyecto será igual o superior a 32 horas

Problemas Acumulativos. Obtención de soluciones

El objetivo final no es obtener una cota, sino encontrar una solución del problema.

Solución del problema:

Fecha de finalización del proyecto e instantes de inicio y finalización de las actividades respetando, en todo momento, la disponibilidad de los recursos.

Determinación de soluciones:

- Desarrollar heurísticas:

  1. Burgess Killebrew (procedimiento de mejora iterativa).
     - Problemas de equilibrado de recursos.
  2. Algoritmos Greedy (procedimiento constructivo).
     - Problemas de compatibilidad de recursos.

Equilibrado de recursos. Algoritmo Burgess-Killebrew

Algoritmo de mejora con el que se intenta reducir, paulatinamente, la sobrecarga W_k de la solución en curso.

$$W_k = \sum_{t=1}^{T} \max(0, w_k(t)) = \sum_{t=1}^{T} \max(0, r_k(t) - R_k(t))$$

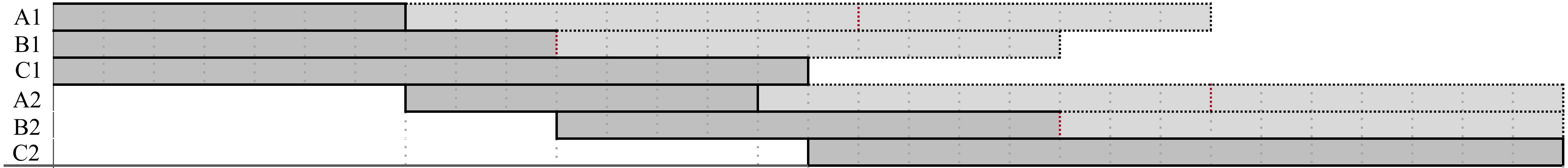
- Procedimiento para problemas de equilibrado de recursos:
  - Paso – 0: Resolver el problema potencial (Gantt).
  - Paso – 1: Calcular la cargas de trabajo $r_k(t)$ y sus cuadrados $(r_k(t))^2$ a lo largo del tiempo o la sobrecarga.

    $$f_{k_0} \in \{V_{k_0}^2, W_{k_0}\} \qquad V_{k_0}^2 = \sum_{t=1}^{T} (r_k(t))^2 \,;\; W_{k_0} = \sum_{t=1}^{T} \max(0, r_k(t) - R_k(t))$$

  - Paso – 2: Mejorar la solución en curso. Disminución de los cuadrados de las cargas.
    - Paso – 2.1: Seleccionar la actividad no crítica con mayor fecha de finalización mínima. En caso de empate, seleccionar la de mayor margen.
    - Paso – 2.2: Retrasar la actividad seleccionada unidad a unidad de tiempo, hasta que lo permita su margen, y elegir como fecha de inicio aquella que dé menor valor para la suma de los cuadrados de la cargas.
  - Paso – 3: Repetir paso 2, para el resto de actividades no críticas, una a una, en orden decreciente de fecha de finalización mínima, hasta que $f_{k_t} \geq f_{k_{t-1}}$.

Equilibrado de recursos. Burgess-Killebrew. Ejemplo II (1/3)

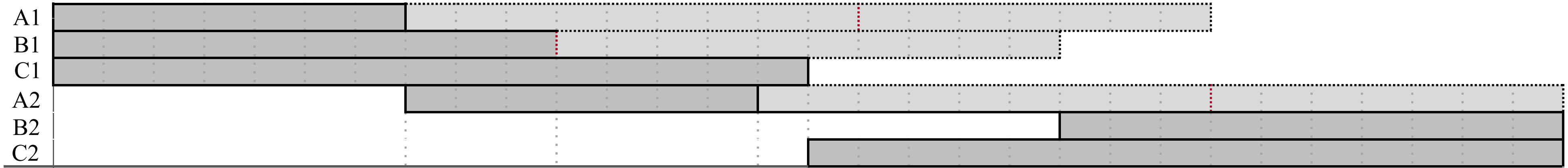
- Gantt fechas mínimas y cargas de trabajo (pasos 0 y 1):



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$r_k(t)$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$r_k(t)^2$	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Suma de los cuadrados de carga: 160

- Disminución de la suma de los cuadrados de carga (1/3). Desplazar B2.

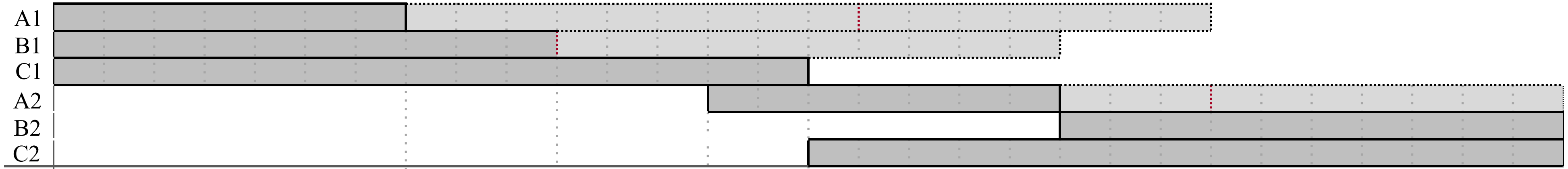


t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$r_k(t)$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$r_k(t)^2$	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Suma de los cuadrados de carga: 152

Equilibrado de recursos. Burgess-Killebrew. Ejemplo II (2/3)

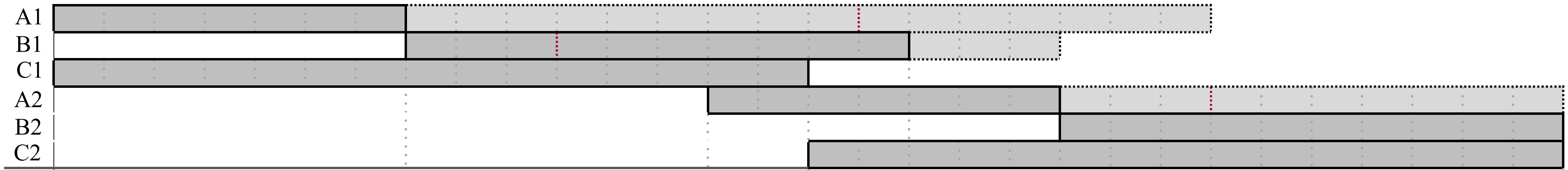
- Disminución de la suma de los cuadrados de carga (2/3). Desplazar A2.



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$r_k(t)$	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$r_k(t)^2$	9	9	9	9	9	9	9	4	4	4	1	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Suma de los cuadrados de carga: 146

- Disminución de la suma de los cuadrados de carga (3/3). Desplazar B1.



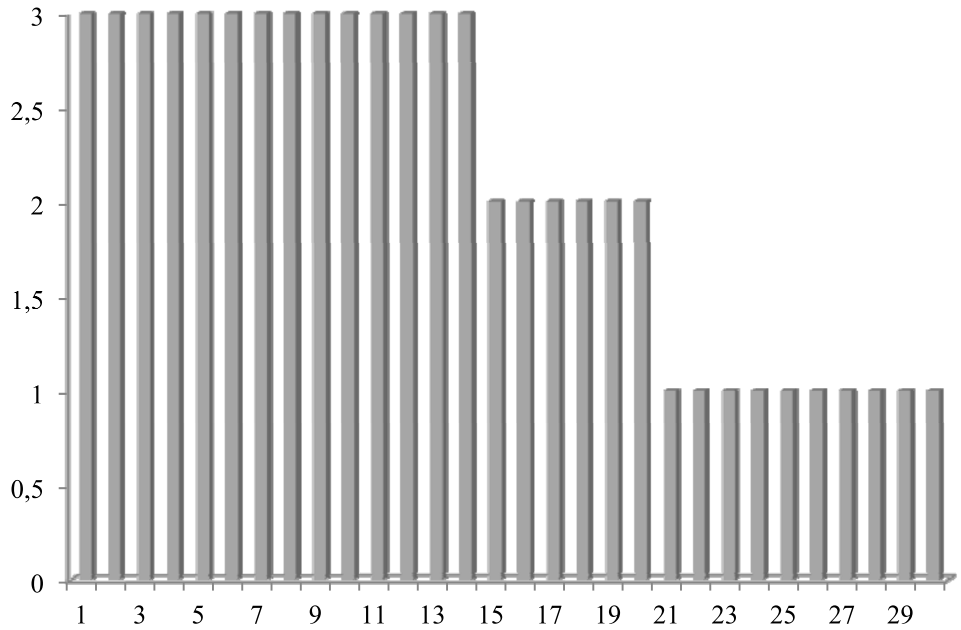
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$r_k(t)$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$r_k(t)^2$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Suma de los cuadrados de carga: 140

Equilibrado de recursos. Burgess-Killebrew. Ejemplo II (3/3)

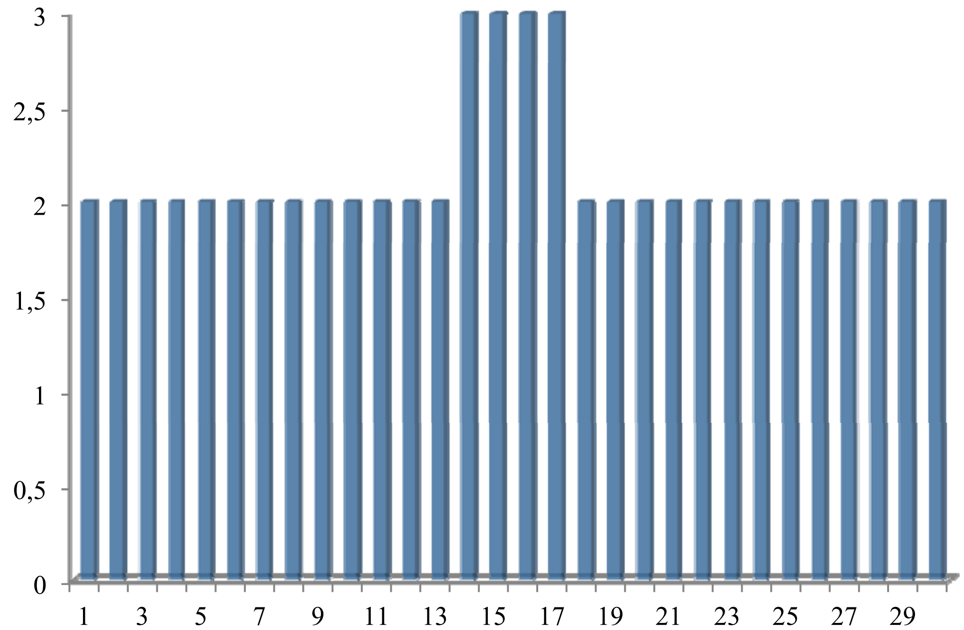
- Curvas de carga

Gantt con fechas mínimas de inicio



$$W_{Pulidora} = 14\, u \times hora$$

Programa resultante (Burgess-Killebrew)



$$W_{Pulidora} = 4\, u \times hora$$

Equilibrado y compatibilidad de recursos. Burgess-Killebrew.

- Procedimiento para problemas de compatibilidad de recursos:
  - Paso – 0: Resolver el problema potencial (Gantt).
  - Paso – 1: Calcular la sobrecarga o la cargas de trabajo a lo largo del tiempo y sus cuadrados.

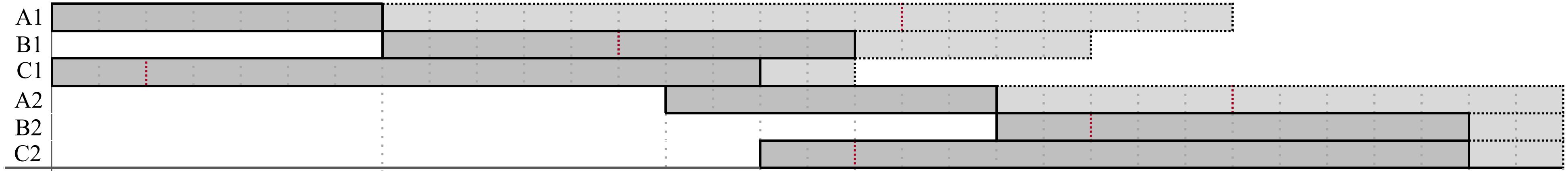
    $$f_{k_0} \in \{V_{k_0}^2, W_{k_0}\}$$

  - Paso – 2: Disminución de los cuadrados de las cargas ($V_{k_t}^2$) o de la sobrecarga ($W_{k_t}^2$).
    - Paso – 2.1: Seleccionar la actividad no crítica con mayor fecha de finalización mínima. En caso de empate, seleccionar la de mayor margen.
    - Paso – 2.2: Retrasar la actividad seleccionada unidad a unidad de tiempo, hasta que lo permita su margen, y elegir como fecha de inicio aquella que dé menor valor para la suma de los cuadrados de la cargas o para la sobrecarga.
  - Paso – 3: Repetir paso 2, para el resto de actividades no críticas, una a una, en orden decreciente de fecha de finalización mínima.
  - Paso – 4: Si $f_{k_t} \geq f_{k_{t-1}}$ repetir pasos 2 y 3.

    Si no, añadir una unidad de tiempo más al proyecto y repetir pasos 2 y 3.

Equilibrado y compatibilidad de recursos. Burgess-Killebrew. Ejemplo II (1/2)

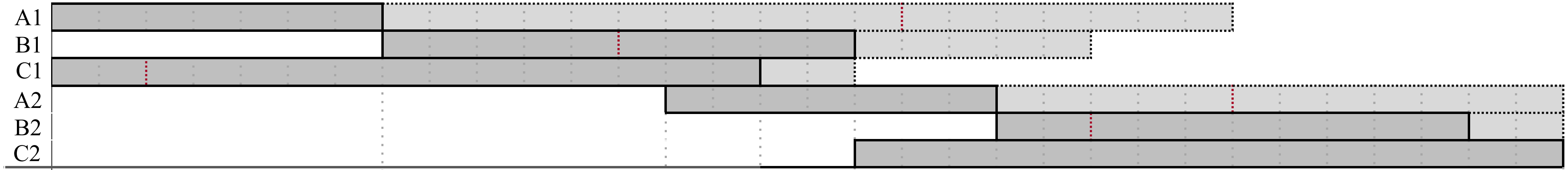
- Adición de dos unidades de tiempo al proyecto.



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$r_k(t)$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0
$r_k(t)^2$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0

$$V^2_{Pulidora_3} = 140; \quad W_{Pulidora} = 4$$

- Disminución de la suma de los cuadrados de carga (1/3). Desplazar C2.

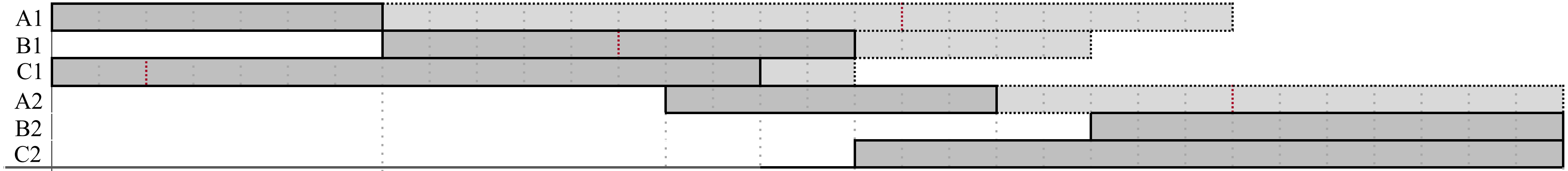


t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$r_k(t)$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1
$r_k(t)^2$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	9	9	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	1	1

$$V^2_{Pulidora_4} = 132; \quad W_{Pulidora} = 2$$

Equilibrado y compatibilidad de recursos. Burgess-Killebrew. Ejemplo II (2/2)

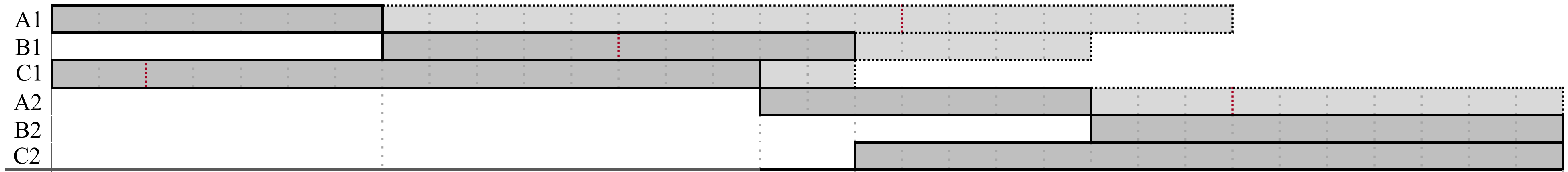
- Disminución de la suma de los cuadrados de carga (2/3). Desplazar B2.



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$r_k(t)$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$r_k(t)^2$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	9	9	4	4	4	4	4	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

$$V^2_{Pulidora_5} = 132; \quad W_{Pulidora} = 2$$

- Disminución de la suma de los cuadrados de carga (3/3). Desplazar A2.



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$r_k(t)$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$r_k(t)^2$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

$$V^2_{Pulidora_6} = 128; \quad W_{Pulidora} = 0$$

Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy

Algoritmo constructivo ideal para la resolución de problemas con más de un recurso.

- Se parte de una ordenación de las tareas según un índice de prioridad basado en alguna de las características de las actividades.
- Se secuencian las actividades (asignación de un instante de inicio) siguiendo un esquema en serie o en paralelo.

  Esquema paralelo:
  - Se secuencian todas las actividades posibles en un instante de tiempo (denominado instante de reloj).
  - Cuando no pueden secuenciarse mas actividades en ese instante de reloj, se pasa al siguiente instante en que pueden secuenciarse actividades (adelanto del instante de reloj).

  Esquema serie :
  - Se seleccionan las actividades según aparecen en la lista y se sitúan en el primer instante posible según precedencias y recursos.
- Cuando todas las actividades han sido secuenciadas, se dispone de una solución.
- No garantiza la obtención de soluciones óptimas.

Índices de prioridad (1/2)

Nomenclatura básica:

- p_j Tiempo de proceso de la tarea j ($j = 1,..., |J|$).
- $r_{j,k}$ Tasa de utilización del recurso k por parte de la actividad j.
- $\Re$ Conjunto de tipos de recursos.
- R_k Nivel de disponibilidad del recurso k ($k =1,\ldots,|\Re|$).
- F_j, Conjunto de actividades siguientes inmediatas a j ($j = 1,...,|J|$).
- F_j^* Conjunto de actividades siguientes transitivas a j ($j = 1,...,|J|$).
- $i \rightarrow j$, (i, j) Restricción de precedencia inmediata entre las actividades i y j.
- $i \Rightarrow j$, (i, j) Restricción de precedencia transitiva entre las actividades i y j.
- *EST* Tiempo de inicio más temprano (Earliest Start Time).
- *LST* Tiempo de inicio más tardío (Latest Start Time).
- *EFT* Tiempo de finalización más temprano (Earliest FinishTime).
- *LFT* Tiempo de finalización más tardío (Latest FinishTime).

Índices de prioridad (2/2)

Dados el conjunto de actividades $\bar{J}$ no ordenadas ($\bar{J} \subseteq J$), el conjunto de reglas P y los pesos α_p (α_p= 0, 0.1,…, 0.9, 1):
Seleccionar la tarea a ordenar j_ρ^* : $j_\rho^* = \arg\max(v_\rho(j)) \quad (\forall \rho \in P)$

1. Tiempo de inicio más tardío: $v_1(j) = -LST(j) = -s_j^{\max}$
2. Tiempo de inicio más temprano: $v_2(j) = -EST(j) = -s_j^{\max}$
3. Tiempo de finalización más tardío: $v_3(j) = -EST(j) = -(s_j^{\max} + p_j)$
4. Tiempo de finalización más temprano: $v_4(j) = -EST(j) = -(s_j^{\min} + p_j)$
5. Menor o mayor tiempo de proceso: $v_5(j) = -p_j \qquad v_5'(j) = p_j$
6. Mayor demanda de recursos: $v_6(j) = p_j \cdot \sum_{k=1}^{|\Re|} r_{j,k}$
7. Mayor número de sucesoras inmediatas: $v_7(j) = \left|F_j\right|$
8. Mayor número de sucesoras transitivas: $v_8(j) = \left|F_j^*\right|$
9. Ponderación de la tasa de utilización de recursos y precedencias inmediatas: $v_9(j) = (1-\alpha_p) \cdot |F_j| + \alpha_p \cdot \sum_{k=1}^{|\Re|} \frac{r_{j,k}}{R_k}$
10. Ponderación de la tasa de utilización de recursos y del tiempo de proceso de las sucesoras transitivas: $v_{10}(j) = (1-\alpha_p) \cdot \sum_{j \Rightarrow i} p_i + \alpha_p \cdot \sum_{k=1}^{|\Re|} \frac{r_{j,k}}{R_k}$

Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy. Ejemplo II (1/6)

- Greedy (secuenciación en paralelo).
  - Ordenación estática de las actividades según el tiempo de finalización más temprano (v_4): $v_4(j) = -EST(j) = -(s_j^{\min} + p_j)$

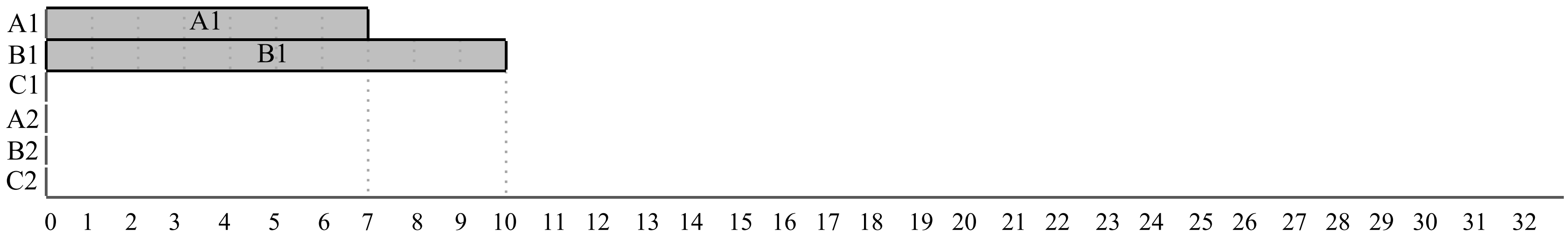
j	Código	Descripción	p_j (*horas*)	P_j	$s_j^{\min}$	$-EST(j)$
1	A1	Pulir primera cara del disco A	7	-	0	-7
2	A2	Pulir segunda cara del disco A	7	1	7	-14
3	B1	Pulir primera cara del disco B	10	-	0	-10
4	B2	Pulir segunda cara del disco B	10	3	10	-20
5	C1	Pulir primera cara del disco C	15		0	-15
6	C2	Pulir segunda cara del disco C	15	5	15	-30

$$j_\rho^* = \arg\max(v_\rho(j)) \quad (\forall \rho \in P)$$

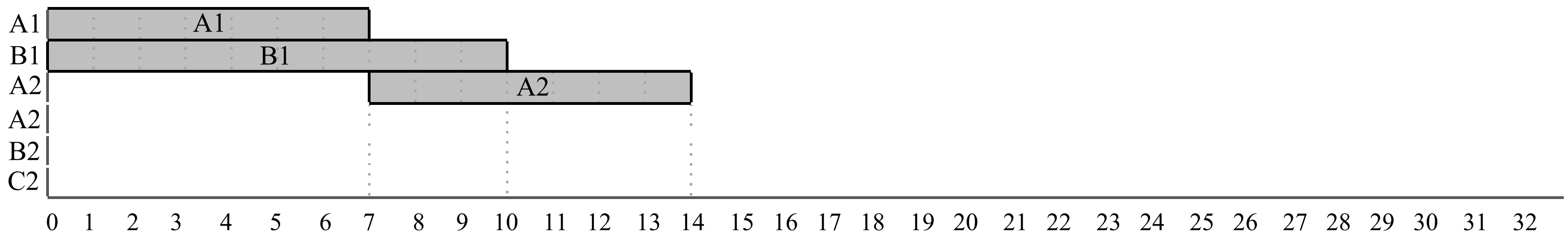
  - Ordenación: $\{1,3,2,5,4,6\} \rightarrow \{A1, B1, A2, C1, B2, C2\}$

Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy. Ejemplo II (2/6)

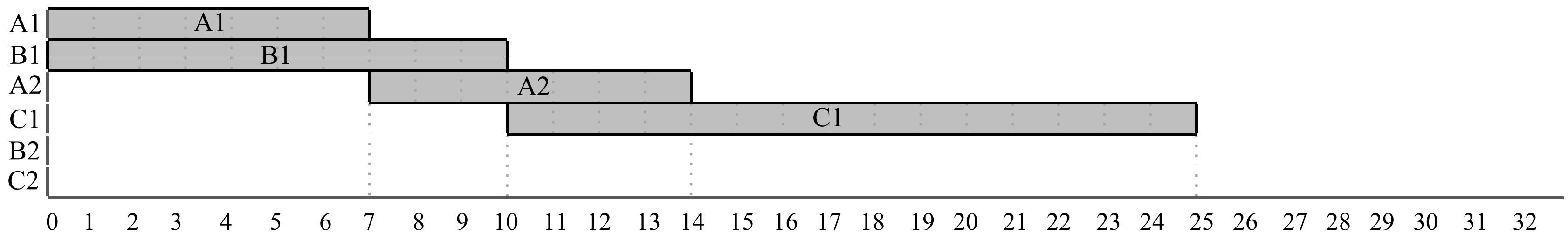
- $t = 0$; {A1, B1, A2, C1, B2, C2}



- $t = 7$; {~~A1~~, ~~B1~~, A2, C1, B2, C2}

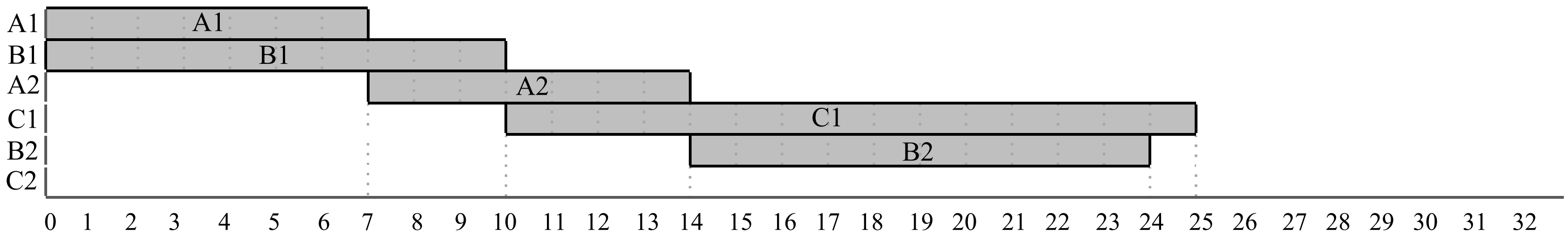


- $t = 10$; {~~A1~~, ~~B1~~, ~~A2~~, C1, B2, C2}

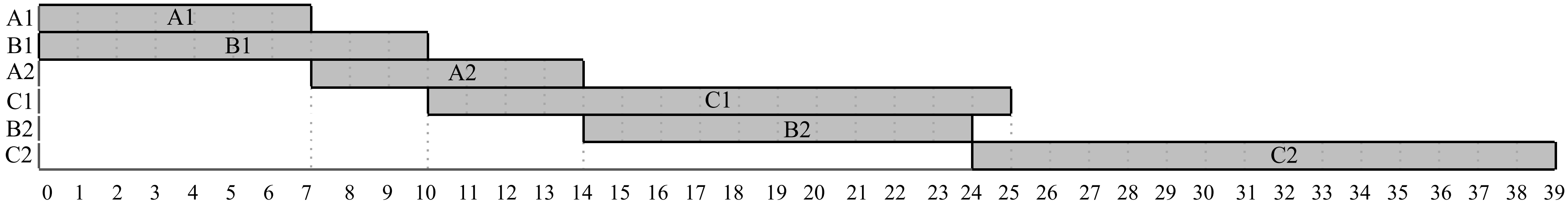


Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy. Ejemplo II (3/6)

- t = 14; {~~A1~~, ~~B1~~, ~~A2~~, ~~C1~~, B2, C2}



- t = 24; {~~A1~~, ~~B1~~, ~~A2~~, ~~C1~~, ~~B2~~, C2}



Ocupación del taller, respetando la limitación de recursos: T = 39 horas

Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy. Ejemplo II (4/6)

- Greedy (secuenciación paralelo vs serie).
  - Ordenación estática de las actividades según el mayor tiempo de proceso (v_5') y, en caso de empate, el mayor número de sucesoras inmediatas (v_7):

$$v_5'(j) = p_j \qquad v_7(j) = |F_j|$$

j	Código	Descripción	p_j (horas)	P_j	$\|F_j\|$
1	A1	Pulir primera cara del disco A	7	-	1
2	A2	Pulir segunda cara del disco A	7	1	0
3	B1	Pulir primera cara del disco B	10	-	1
4	B2	Pulir segunda cara del disco B	10	3	0
5	C1	Pulir primera cara del disco C	15	-	1
6	C2	Pulir segunda cara del disco C	15	5	0

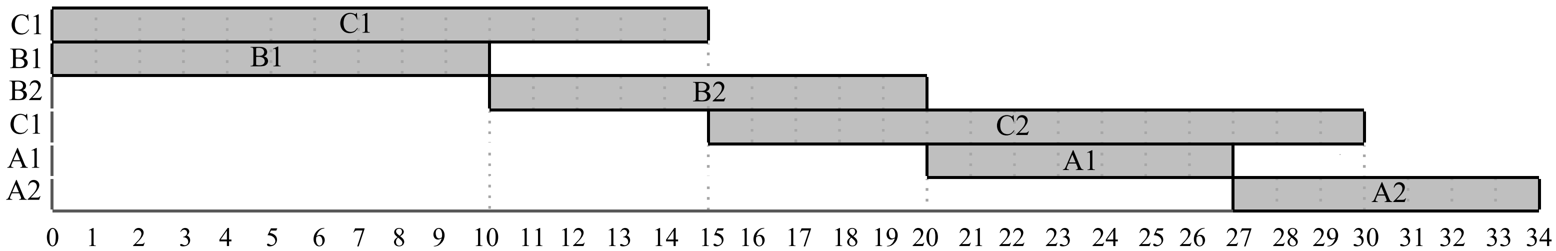
$$j_\rho^* = \arg\max(v_\rho(j)) \quad (\forall \rho \in P)$$

  - Ordenación: {5,6,3,4,1,2} → {C1, C2, B1, B2, A1, A2}

Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy. Ejemplo II (5/6)

Secuenciación en Paralelo:

- Ordenación: {C1, C2, B1, B2, A1, A2}
- $t = 0$ → Secuenciar {C1,B1} ; Actividades no secuenciadas {C2, B2, A1, A2}
- $t = 10$ → Secuenciar {B2} ; Actividades no secuenciadas {C2, A1, A2}
- $t = 15$ → Secuenciar {C2} ; Actividades no secuenciadas {A1, A2}
- $t = 20$ → Secuenciar {A1} ; Actividades no secuenciadas {A2}
- $t = 27$ → Secuenciar {A2} ; Actividades no secuenciadas {Ø}



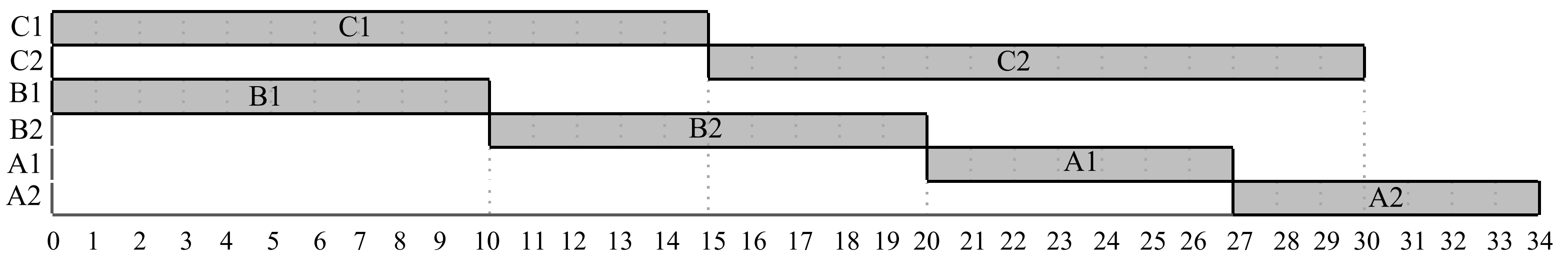
Ocupación del taller, respetando la limitación de recursos: T = 34 horas

Con esta segunda ordenación la máquina está ocupada 5 horas menos.

Compatibilidad de recursos. Algoritmos Greedy. Ejemplo II (6/6)

Secuenciación en Serie:

- Ordenación: {C1, C2, B1, B2, A1, A2}
- C1 $\rightarrow$ $t = 0$
- C2 $\rightarrow$ $t = 15$
- B1 $\rightarrow$ $t = 0$
- B2 $\rightarrow$ $t = 10$
- A1 $\rightarrow$ $t = 20$
- A2 $\rightarrow$ $t = 27$



Ocupación del taller, respetando la limitación de recursos: $T = 34$ horas

La secuenciación en serie y en paralelo, en este caso, proporcionan el mismo resultado

Problemas Disyuntivos

Definición:

- Problemas de programación de proyectos en los que al menos una pareja de actividades no puede realizarse simultáneamente.
- Son un caso particular de las ligaduras acumulativas, pues la limitación está asociada generalmente a los recursos (equipos, instalaciones). Traducen el hecho de que un recurso no puede estar dedicado a más de una actividad.

Procedimiento de resolución:

- Transformar la ligadura disyuntiva entre dos actividades en una ligadura potencial.
- Resolver el problema potencial.
- Seleccionar el orden de actividades que proporcione menor duración del proyecto.

Problemas disyuntivos. Ejemplo I (1/5)

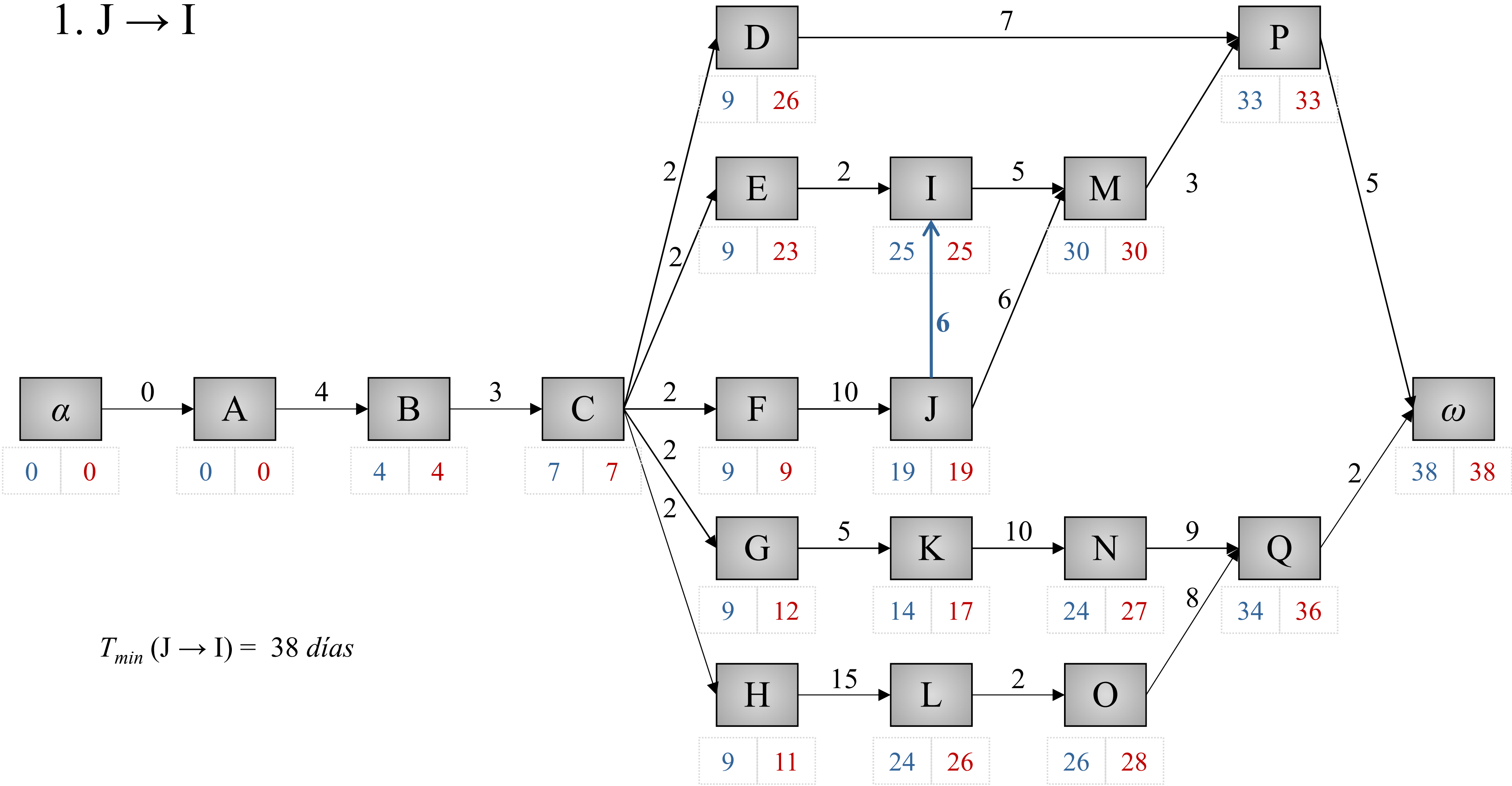
j	Código	Descripción	p_j *(días)*	P_j
1	A	Despejar emplazamiento	4	-
2	B	Medición y replanteo	3	A
3	C	Explanación	2	B
4	D	Preparación acometida eléctrica	7	C
5	E	Excavación conducciones eléctricas	2	C
6	F	Excavación desagües	10	C
7	G	Cimientos depósito agua	5	C
8	H	Perforación pozo	15	C
9	I	Instalación conducciones eléctricas	5	E
10	J	Instalación tuberías desagües	6	F
11	K	Construcción de pósito agua	10	G
12	L	Instalación Bomba	2	H
13	M	Instalación estación transformadora	3	I, J
14	N	Instalación tuberías depósito	9	K
15	O	Instalación conducciones subterráneas	8	L
16	P	Conexión red general	5	D, M
17	Q	Conexión tuberías	2	N, O

Ligaduras disyuntivas:

- I →← J
- L →← N

Problemas disyuntivos. Ejemplo I (2/5)

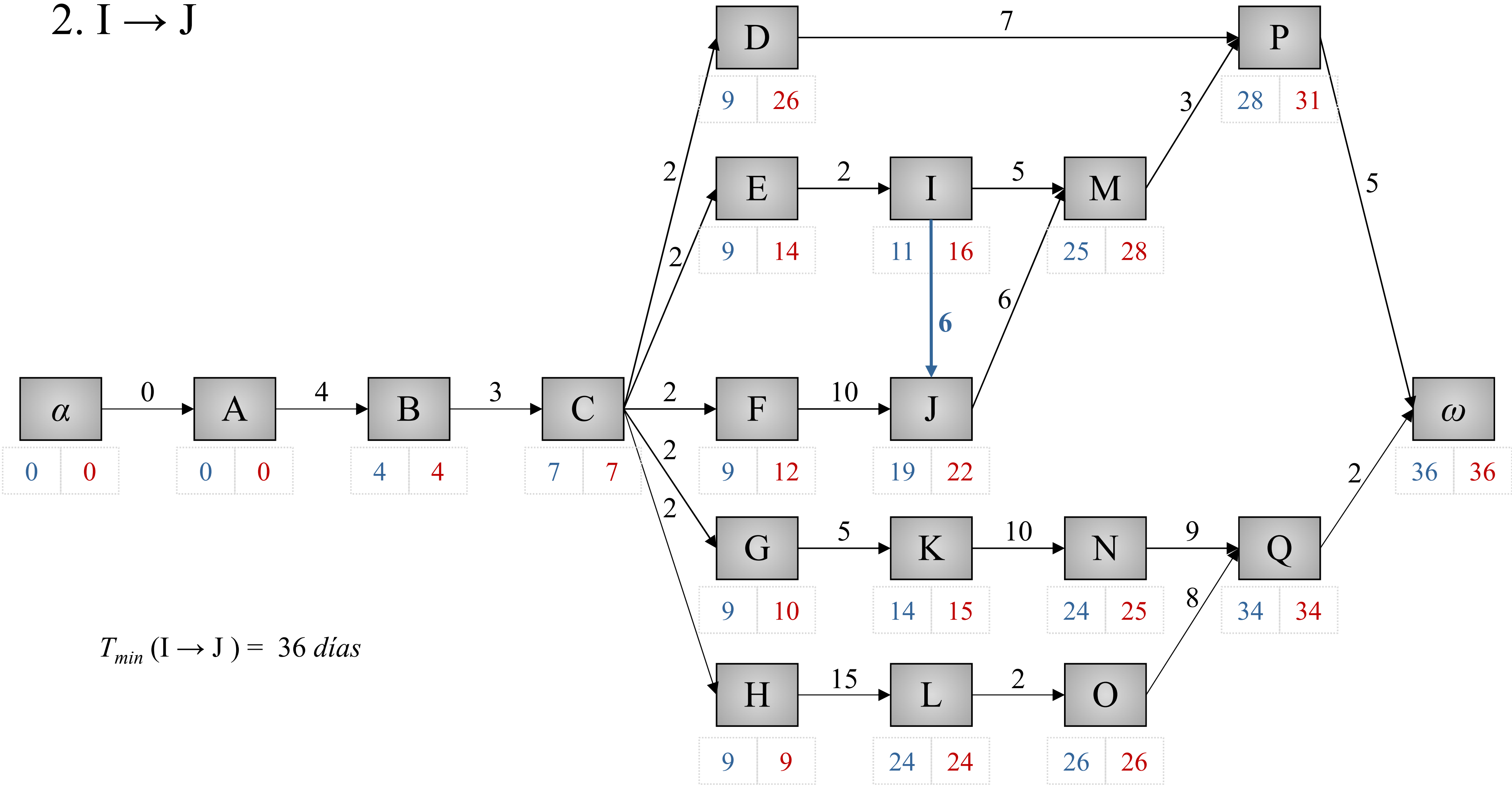
1. J → I



T_{min} (J → I) = 38 *días*

Problemas disyuntivos. Ejemplo I (3/5)

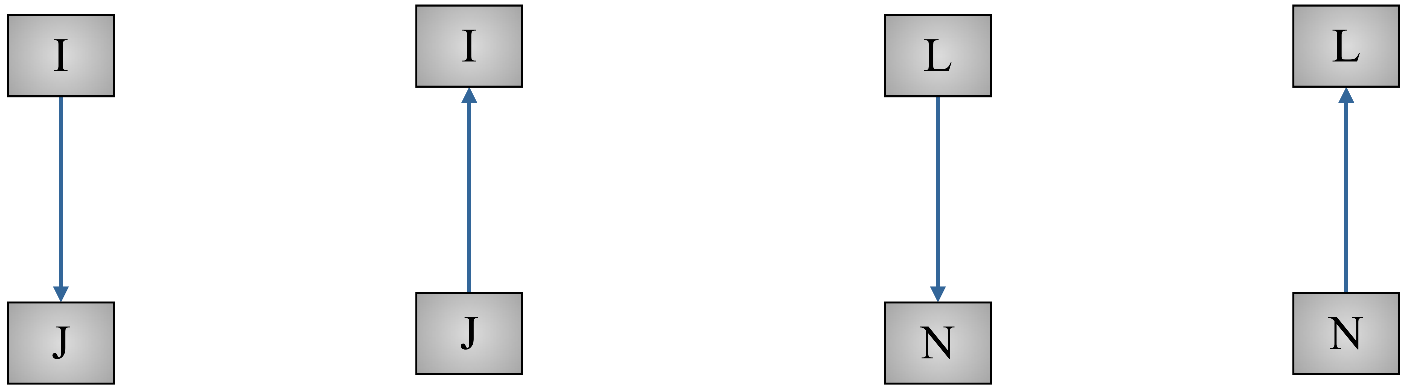
2. I → J



T_{min} (I → J) = 36 *días*

Problemas disyuntivos. Ejemplo I (4/5)

- Soluciones problemas potenciales:



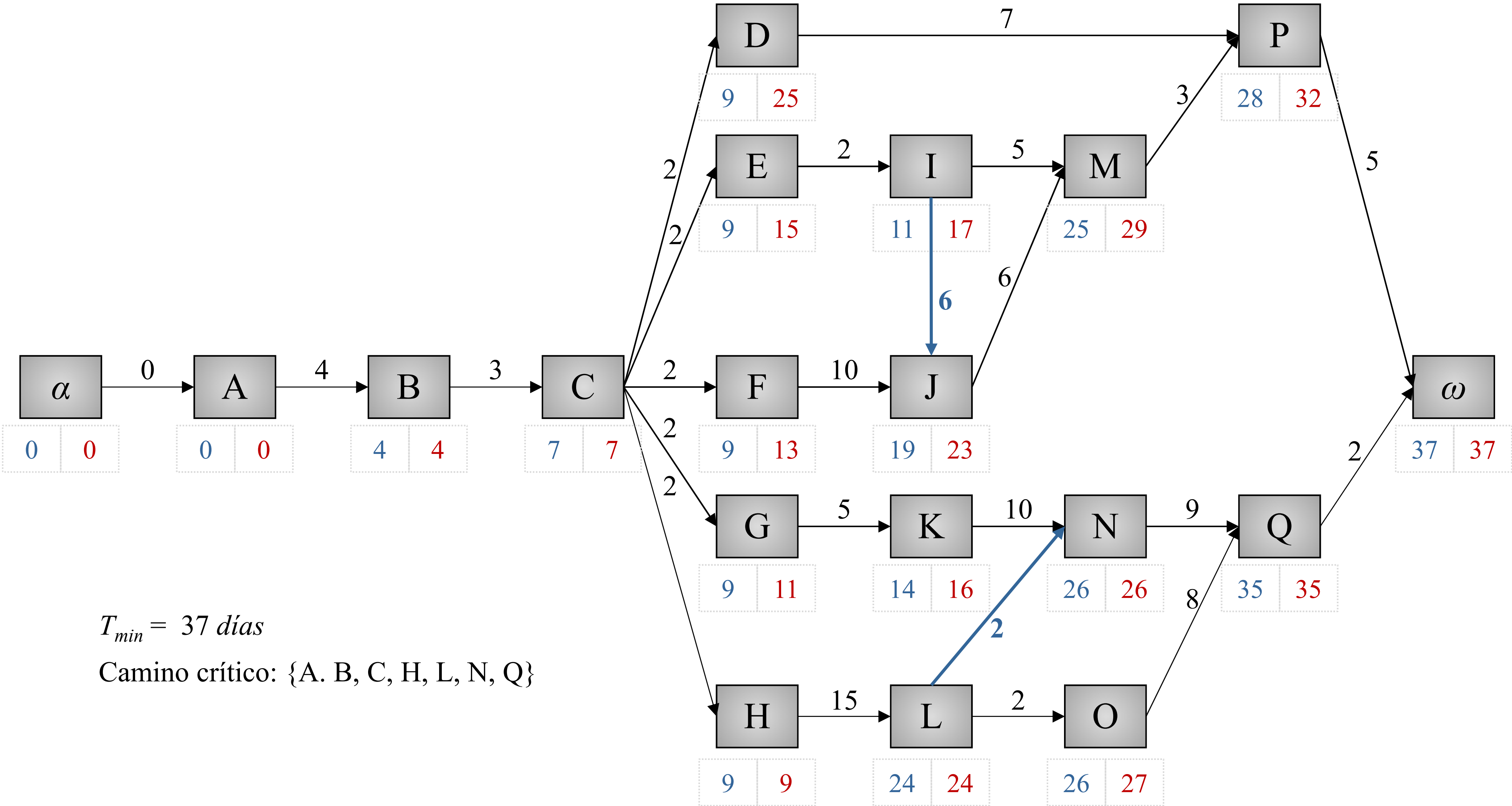
T_{min} (I → J) = 36 *días* T_{min} (J → I) = 38 *días* T_{min} (L → N) = 37 *días* T_{min} (N → L) = 45 *días*

- Fijar el orden correspondiente a lo contrario de la duración máxima:

$$\max (T_{min}) = T_{min} (\mathrm{N} \rightarrow \mathrm{L}) = 45 \text{ días} \quad \Rightarrow \quad \textit{Fijar } \mathrm{L} \rightarrow \mathrm{N}$$

- Con una de las ligaduras ya fijada, en caso de que sea necesario, volver a calcular el problema potencial para el resto de ligaduras, y así fijar el orden más adecuado.
  - En este ejemplo, no es necesario pues ambas ligaduras no están relacionadas.
- Solución problema disyuntivo: L → N y I → J ; T_{min}= 37 *días*

Problemas disyuntivos. Ejemplo I (5/5)



$T_{min} = 37\ días$

Camino crítico: {A. B, C, H, L, N, Q}

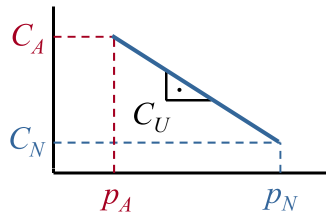
MCX (1/7)

- El MCX (Minimum Cost Expediting o "aceleración del proyecto a coste mínimo") es una variante del CPM que introduce la variación que existe entre el coste y la duración de las actividades, según los niveles de uso de los recursos.
- Permite obtener un frente de Pareto de programas de proyecto a mínimo coste.

Nomenclatura básica:

- p_A Duración acelerada de la actividad. Tiempo mínimo necesario para realizar la actividad si se le asigna el máximo nivel de recursos.
- p_N Duración normal de la actividad. Tiempo necesario para realizar la actividad si se le asigna el nivel estándar de recursos necesarios.
- C_A Coste de la actividad con duración acelerada.
- C_N Coste de la actividad con duración normal.
- C_U Coste adicional de ejecución de la actividad por unidad de tiempo de reducción en su duración.

$$C_U = \frac{C_A - C_N}{p_N - p_A}$$



MCX. Ejemplo III (2/7)

Ejemplo:

Un proyecto cuenta cinco actividades cuyas duraciones pueden reducirse en función de un coste adicional.

j	**Código**	p_A	p_N	P_j	C_A	C_N	C_U
1	A	1	5	-	22	10	3
2	B	5	7	-	5	3	1
3	C	1	3	A	6	4	1
4	D	6	9	A	11	5	2
5	E	1	9	B,C	42	18	3

Determinar un calendario para el proyecto con mínimo coste.

Resolución:

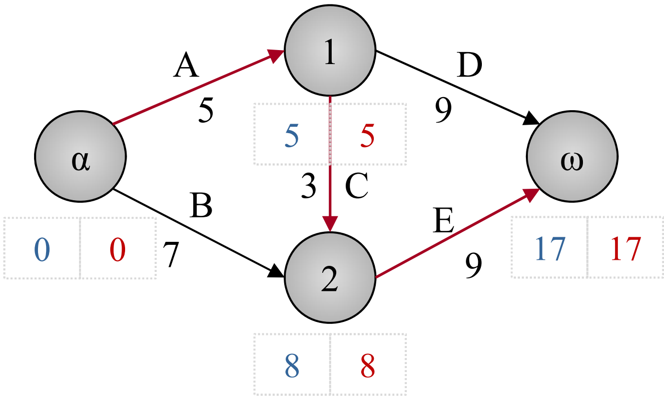
1. Determinar el coste adicional por unidad de tiempo reducida de cada actividad.

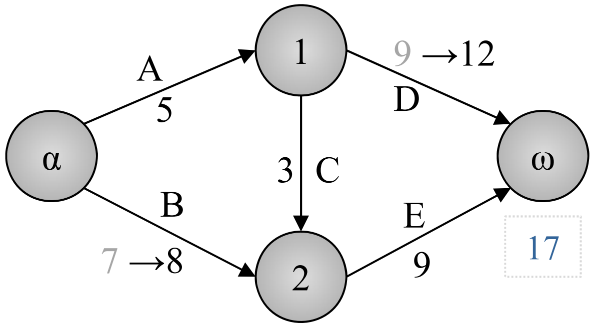
$$C_{U_1} = \frac{22-10}{5-1} = 3 \qquad C_{U_2} = \frac{5-3}{7-5} = 1 \qquad C_{U_3} = \frac{6-4}{3-1} = 1 \qquad C_{U_4} = \frac{11-5}{9-6} = 2 \qquad C_{U_5} = \frac{42-18}{9-1} = 3$$

MCX. Ejemplo III (3/7)

Resolución:

2. Determinar el camino crítico a partir del diagrama de Pert con duraciones normales y saturar todos los caminos.





Caminos:
{A,D} → 5+12=17
{A,C,E} → 5+3+9=17
{B,E} → 8+9=17

Duración proyecto: 17

Coste proyecto: $\sum_{j=1}^{|J|} C_{N_j} = 40$

3. Determinar los cortes y el signo de los arcos para reducir la duración mínima del proyecto, manteniendo la criticidad de los caminos.

{A, B} → {-,-}	**{A, C, E} → {-,+,-}**	**{B,C,D} → {-, -, -}**	**{D, E}→{- , -}**

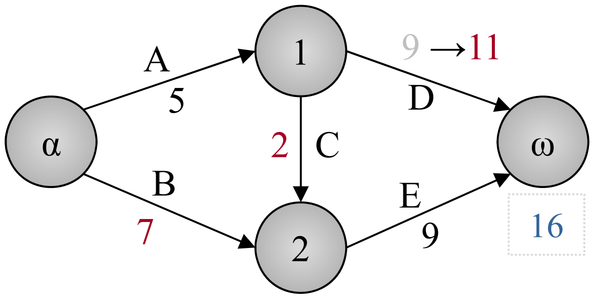
MCX. Ejemplo III (4/7)

Resolución:

4. De todos los cortes reducir los arcos del corte con menor coste adicional por reducir la duración del proyecto.

{A, B} → {-,-} $\Delta C = 3 + 0 = 3$	**{A, C, E} → {-,+,-}** $\Delta C = 3 + 0 + 3 = 6$	**{B,C,D} → {-, -, -}** $\Delta C = 0 + 1 + 0 = 1$	**{D, E}→{- , -}** $\Delta C = 0 + 3 = 3$

5. Reducir una unidad de tiempo las duraciones de las actividades que componen el corte de coste mínimo y calcular duración de proyecto y coste.



Duración proyecto: 16

Coste proyecto: $\sum_{j=1}^{|J|} C_{N_j} + C_{U_3} = 40 + 1 = 41$

MCX. Ejemplo III (5/7)

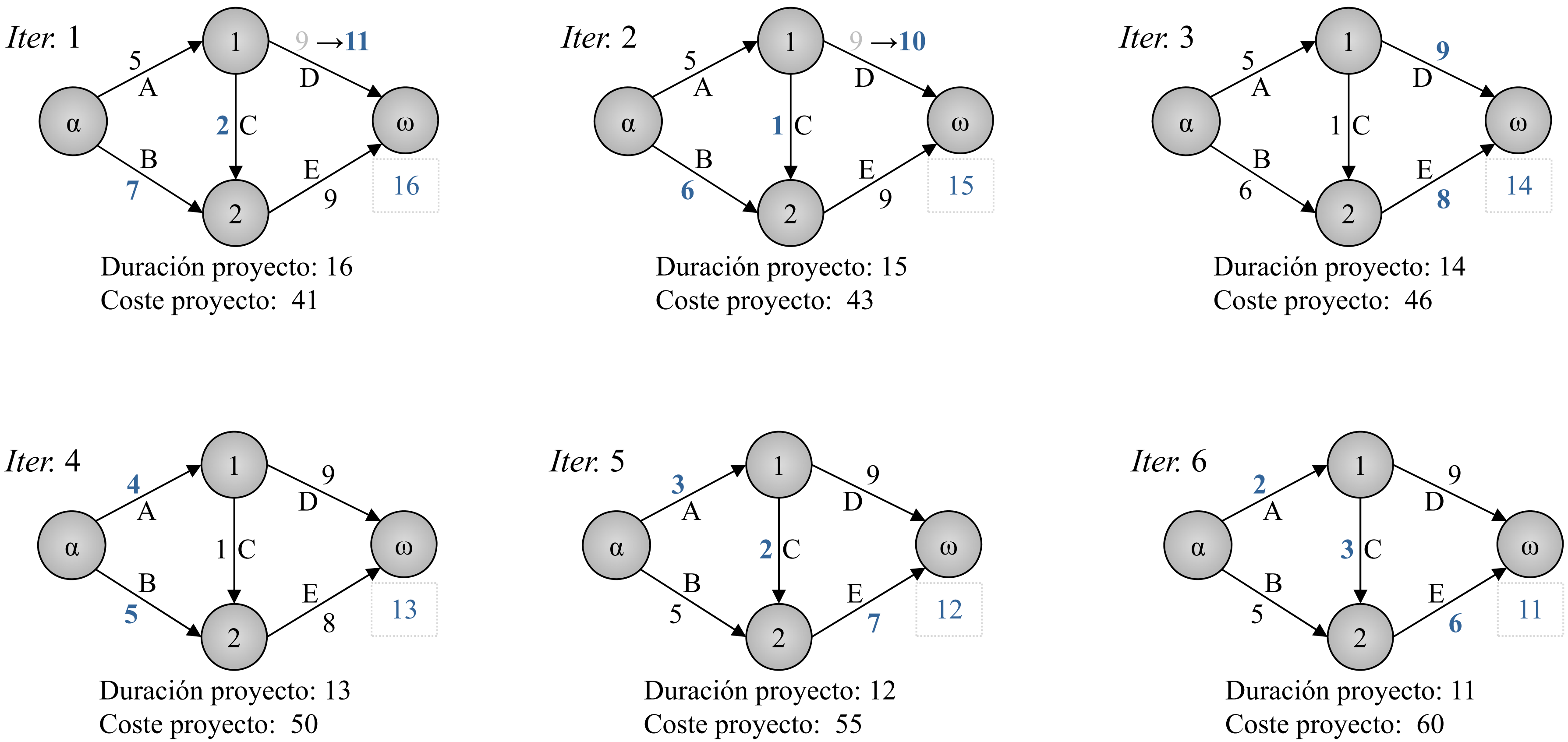
Resolución:

6 . Repetir pasos 4 y 5.

Iter.	{A, B} { - , - }	{A, C, E} { -, + , - }	{B, C, D} { -, - , - }	{D, E} { - , - }	T_{min}
1	3 + 0 = 3	3 + 0 + 3 = 6	**0 + 1 + 0 = 1**	0 + 3 = 3	16
2	3 + 1 = 4	3 (-1)+ 3 = 5	**1 + 1 + 0 = 2**	0 + 3 = 3	15
3	3 + 1 = 4	3 (-1)+ 3 = 5	1 + ∞ + 0 = ∞	**0 + 3 = 3**	14
4	**3 + 1 = 4**	3 (-1)+ 3 = 5	1 + ∞ + 2 = ∞	2 + 3 = 5	13
5	3 + ∞ = ∞	**3 (-1)+ 3 = 5**	∞ + ∞ + 2 = ∞	2 + 3 = 5	12
6	3 + ∞ = ∞	**3 (-1)+ 3 = 5**	∞ + 1 + 2 = ∞	2 + 3 = 5	11
7	3 + ∞ = ∞	3 + 0 + 3 = 6	∞ + 1 + 2 = ∞	**2 + 3 = 5**	10
8	3 + ∞ = ∞	3 + 0 + 3 = 6	∞ + 1 + 2 = ∞	**2 + 3 = 5**	9
9	3 + ∞ = ∞	3 + 0 + 3 = 6	∞ + 1 + 2 = ∞	**2 + 3 = 5**	8
10	3 + ∞ = ∞	**3 + 0 + 3 = 6**	∞ + 1 + ∞ = ∞	∞ + 3 = ∞	7
11	3 + ∞ = ∞	∞ + 0 + 3 = ∞	∞ + 0 + ∞ = ∞	∞ + 3 = ∞	7

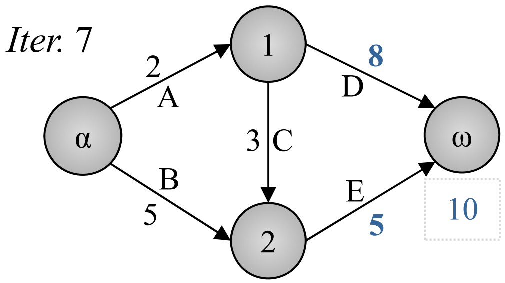
MCX. Ejemplo III (6/7)

Resolución:

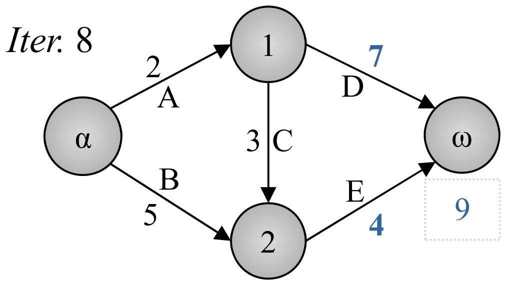


MCX. Ejemplo III (7/7)

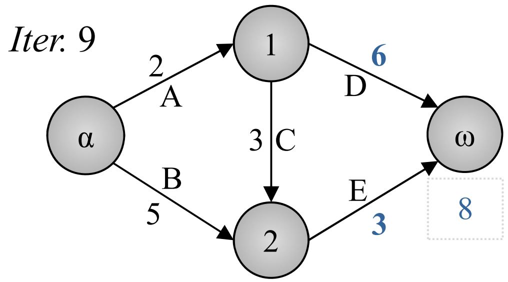
Resolución:



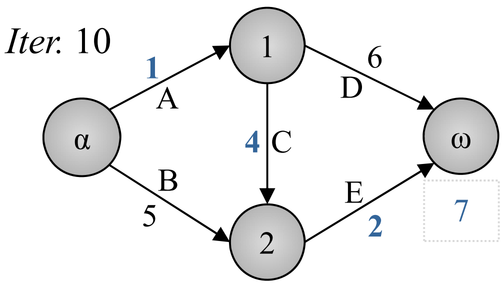
Duración proyecto: 10
Coste proyecto: 65



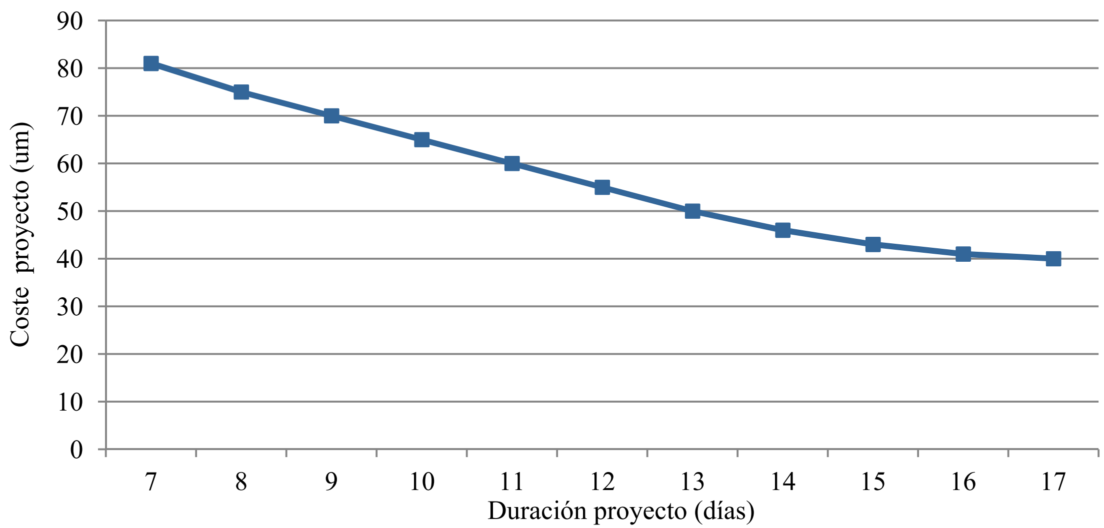
Duración proyecto: 9
Coste proyecto: 70



Duración proyecto: 8
Coste proyecto: 75



Duración proyecto: 7
Coste proyecto: 81



El proyecto y su ciclo de vida

“Pero de todos el más admirado fue el Coloso del Sol en Rodas, hecho por Chares Lindius alumno de Lisipo alumno nombrado arriba. Fue de 70 codos de altura. Esta estatua se derrumbó, 66 años más tarde por un terremoto, pero incluso caído en tierra excita la admiración, son pocos los hombres que abrazan el pulgar, y los dedos son más grandes que la mayoría de las estatuas. El vacío de sus miembros rotos se asemeja a cuevas grandes. En el interior vemos enormes piedras, que con su peso el artista había consolidado puesta de pie. Se completó su construcción, dicen, en 12 años y el coste de 300 talentos producidos de las máquinas de guerra (Helepolis la famosa) abandonadas por el rey Demetrio, durante el asedio de Rodas (305 a.n.e).”

Gayo Plinio Cecilio Segundo (23-79)

Historia natural : Libro 34 (Tratado del cobre), c. XVIII.

Texto original:

“Ante omnes autem in admiratione fuit Solis colossus Rhodi, quem fecerat Chares Lindius, Lysippi supra dicti discipulus. LXX cubitorum altitudinis fuit hoc simulacrum, post LXVI annum terrae motu prostratum, sed iacens quoque miraculo est. pauci pollicem eius amplectuntur, maiores sunt digiti quam pleraeque statuae. Vasti specus hiant defractis membris; spectantur intus magnae molis saxa, quorum pondere stabiliverat eum constituens. Duodecim annis tradunt effectum CCC talentis, quae contigerant ex apparatu regis Demetrii relicto morae taedio obsessa Rhodo.”