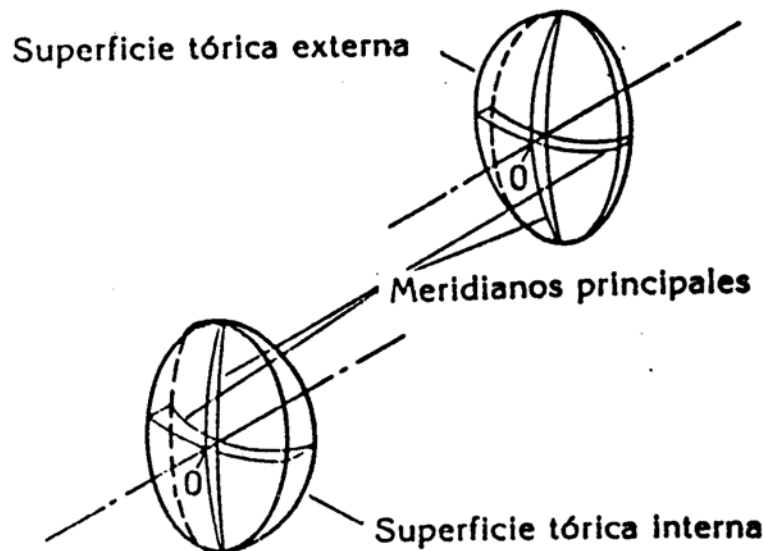


# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por  
Ingrid Pascual y Joan Salvadó  
de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.



**LENTE MONOFOCALES ASTIGMATICAS Y PRISMATICAS.-**  
**Alfred Schikorra. Münster. RFA.**

nº		pº
38	<b>LENTE MONOFOCALES ASTIGMATICAS:</b>	1
	<b>Introducción e historia.</b>	
	<b>Lentes planocilíndricas:</b>	
39	<b>Lentes bicilíndricas:</b>	5
	Lentes paralelocilíndricas	
	Lentes paralelocilíndricas cóncavo-convexas	
	Lentes paralelocilíndricas convexo-concavas	
	Lentes con los cilindros cruzados	7
	Lentes con los cilindros cruzados oblicuamente	9
40	<b>Lentes esferocilíndricas</b>	12
	Lentes esferocil. dioptricamente equivalentes	13
	Potencia astigmática y su indicación	
41	<b>Lentes esferotóricas</b>	16
	Superficies tóricas	
	Lentes esferotóricas: ejemplos	18
43	<b>Astigmatismo oblicuo en lentes tóricas:</b>	20
	Efectos del astigmatismo oblicuo en la utilización de lentes esferotóricas.	21
	<b>Imagen anamórfica producida por lentes tóricas:</b>	
	Distorsión anamórfica angular	22
45	<b>Astigmatismo de acomodación</b>	24
	<b>Peso de las lentes monofocales esferotóricas</b>	27
47	<b>LENTE PRISMATICAS</b>	28
	<b>Conceptos y definiciones:</b>	
	Efecto prismático de lentes monofocales	30
	Regla de Prentice	
	<b>Efecto prismático por descentramiento</b>	31
49	<b>Lentes esfero-prismáticas</b>	32
	<b>Lentes prismáticas esferotóricas</b>	34

<b>51</b>	<b>Lentes con efecto prismático fuerte</b>	<b>36</b>
	Distribución de efectos prismáticos	
	Diferencia de espesor de borde en prismas	37
	Peso de lentes monofocales prismáticas	
	Láminas prismáticas	38
	Propiedades críticas de efectos prismáticos	
<b>53</b>	<b>Efecto prismático debido a un mal centrado</b>	<b>40</b>
	Comparación del efecto prismático y del efecto prismático secundario.	41
	Valor de corrección, valor de medida y valor nominal de lentes refractivas prismáticas.	

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó, de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Introducción e historia

El grupo de las lentes astigmáticas lo constituyen las lentes ópticas, que de un objeto puntual sobre el eje óptico, no forman una imagen puntual, sino que forman dos imágenes perpendiculares entre sí y separadas en el espacio. Este tipo de formación de imagen de un punto axial se denomina astigmático, es decir, no puntual. (fig. 1).

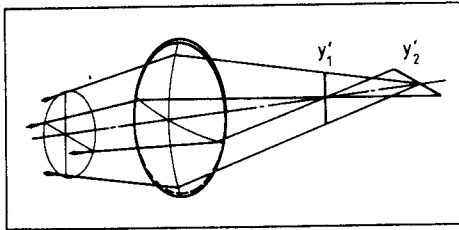


Fig. 1. Formación de imagen astigmática-representación esquemática

El astigmatismo del ojo, caracterizado también por la imagen no puntual de un punto objeto situado en el eje, se puede corregir con lentes astigmáticas si éste es regular, es decir, cuando el meridiano del ojo de mayor y el de menor potencia están perpendiculares entre sí (fig. 2).

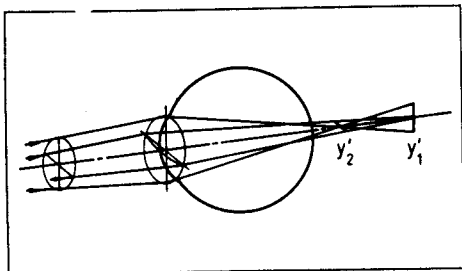


Fig. 2. Astigmatismo regular del ojo

El concepto «lente astigmática» se refiere exclusivamente a su efecto dióptrico y no a la forma de las superficies ópticas. Una lente astigmática puede tener superficies cilíndricas o tóricas.

Aunque el astigmatismo ocular ya era conocido a finales del siglo XVII el médico y científico inglés TH. Young fue el primero que demostró en el año 1801 los efectos de esta ametropía— pasaron todavía 60 años más, hasta que fuera reclamada con insistencia por el médico holandés F.C. Donders una ayuda óptica para esta deficiencia

ocular. A principios del s. XIX ya era conocido que se podía compensar el astigmatismo ocular con lentes cilíndricas, pero su utilización era rara. Ya en el año 1825 se hizo fabricar el astrónomo inglés C.B. Airy, por un óptico, lentes esferocilíndricas, para la compensación de su astigmatismo. Pero en general, hasta la segunda mitad del siglo XIX se utilizaban para la compensación del astigmatismo ocular, lentes plano y bicilíndricas.

Fue por eso un progreso, cuando se dieron cuenta, que el astigmatismo ocular se podía corregir en todos los casos, mejor con lentes esferocilíndricas que con lentes bicilíndricas. La ventaja estaba en que era posible hacer una forma de lente más apropiada para el usuario. Las lentes esferocilíndricas pueden tener una superficie externa convexocilíndrica y una superficie interna cóncava esférica, o una superficie externa esférica convexa y una superficie interna concavocilíndrica. Con la forma más favorable se mejoraba al mismo tiempo la calidad de la imagen.

En Alemania se fabricaron las primeras lentes esferocilíndricas en el año 1870 por la empresa Emil Busch en Rathenow.

Con el desarrollo y la fabricación de las así llamadas superficies tóricas, se mejoró todavía más la forma de las lentes astigmáticas. Ahora se podía variar la curvatura según los puntos de vista de la fabricación, de la visión y de la estética, independientemente del efecto astigmático requerido.

En la empresa J.L. Borsch en Philadelphia, USA, se fabricaron en 1886 las primeras lentes esferotóricas en serie. En Alemania fue la fábrica de lentes Nitsche & Günther en Rathenow la primera empresa que, en 1893, fabricó las primeras lentes esferotóricas.

Posteriormente todas las investigaciones tenían como meta hallar la forma más favorable para lentes esferotóricas.

## Lentes planocilíndricas

Se denominan lentes cilíndricas aquellas lentes ópticas que tienen al menos una superficie cilíndrica.

Las formas más sencillas de lentes cilíndricas son las lentes cilíndricas planoconvexas y las lentes cilíndricas planoconcavas, que tienen una superficie plana y una superficie cilíndrica. (fig. 3).

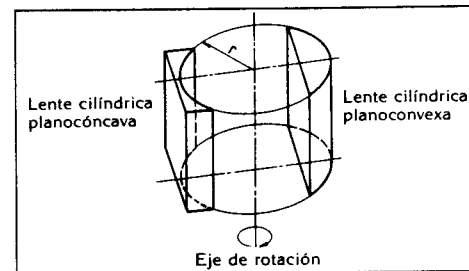


Fig. 3. Lentes planocilíndricas.

## Superficie cilíndrica

La superficie cilíndrica es una superficie de rotación que se genera, cuando una recta paralela al eje de rotación, rota alrededor de este eje con el radio r.

En la aplicación técnica se consiguen de esta manera superficies ópticas concavocilíndricas y convexocilíndricas.

## Eje del cilindro

Como eje del cilindro (A) se denomina el eje de rotación de la superficie cilíndrica. Debido a la geometría de la superficie cilíndrica, el eje es paralelo a la dirección del meridiano, que geométricamente es una recta.

La potencia dióptrica de este meridiano es igual a cero. La dirección del eje del cilindro, que corresponde con la dirección del meridiano de potencia cero, se indica según el arco graduado Tabo B de 0° a 180°. Tabo son las iniciales utilizadas en la óptica para «Technischer Ausschuss für Brillen-optik». Este sistema Tabo se aceptó en el Congreso Internacional de Oftalmología de Amsterdam en el año 1929, por eso también se denomina sistema OKA (Oftalmologenkongress in Amsterdam) (fig. 4).

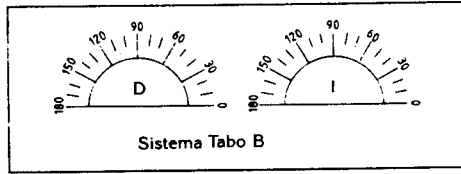


Fig. 4. Arco graduado Tabo 0°-180° para indicación del eje en lentes astigmáticas.

### Eje óptico de una lente planocilíndrica

Como eje óptico se denomina la recta que transcurre perpendicular al eje del cilindro y a la superficie plana, y que pasa tanto por el centro geométrico G de la lente, como por el eje del cilindro. Un rayo de luz que incide en dirección del eje óptico de la lente no sufre desviación prismática (fig. 5).

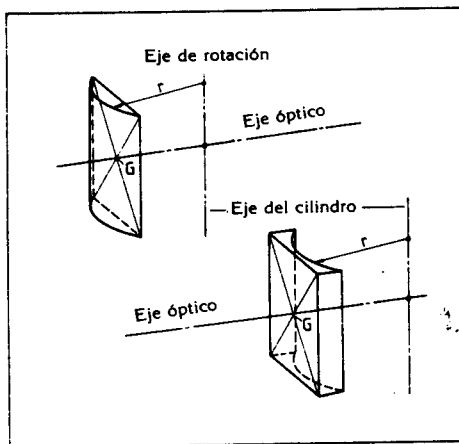


Fig. 5. Posición del eje óptico en lentes planocilíndricas.

### Secciones principales y potencia dióptrica en los meridianos principales

Toda lente planocilíndrica tiene dos direcciones geométricas principales: una en dirección del eje del cilindro y la otra formando un ángulo recto con el eje del cilindro.

Las secciones transversales en estas direcciones señaladas, se conocen como secciones principales (HS). La sección en dirección del eje se denomina sección principal del eje, es la primera sección principal de una lente planocilíndrica. Geométricamente tiene la forma de un rectángulo; el efecto dióptrico corresponde al de una lámina planoparalela.

En la segunda sección principal, perpendicular a la primera sección principal del eje, tenemos para la lente cilíndrica el mismo poder dióptrico que el de una lente esférica de igual sección y del mismo material. Por eso se puede decir de la potencia en esta sección principal que:

$$D = D_1 \text{ (y } D = D_2)$$

$D_1$  y  $D_2$  son las potencias de las superficies cilíndricas de la segunda sección principal (fig. 6)

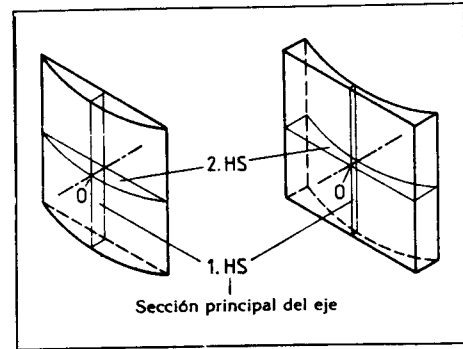


Fig. 6. Posición de las secciones principales en lentes planocilíndricas.

Las potencias dióptricas de las secciones principales se pueden medir con el frontofocómetro. Estas potencias medidas se denominan, potencias principales (HW). Para la indicación de la dirección de los meridianos principales se utiliza el sistema Tabo.

Lentes planocilíndricas tienen en dirección del meridiano del eje, la potencia cero.

### Lente cilíndrica planoconvexa

Se considera una lente cilíndrica planoconvexa con  $r_1 = +100$  mm, eje a 90°,  $n = 1.5$

Esto significa:

La sección principal del eje a 90° Tabo tiene la potencia cero.

Como potencia en la segunda sección principal a 0° (180°) se obtiene:

$$D = D_1 = \frac{n-1}{r_1} = \frac{1,5-1}{+0,1 \text{ m}} = +5,00 \text{ dpt}$$

La potencia de la segunda sección principal de la lente cilíndrica planoconvexa viene determinada solamente por la potencia de la superficie cilíndrica en dirección de la segunda sección principal. Para una lente infinitamente delgada la potencia de la superficie cilíndrica en la segunda sección principal es igual a la potencia total en este meridiano.

En el siguiente esquema están indicadas las potencias en los meridianos principales (HW) y sus correspondientes direcciones (HR) para una lente cilíndrica planoconvexa.

HR	90	180
$D_1$	0,0	+5,0
$D_2$	0,0	0,0
HW	0,0	+5,0

$$HW = D_1 + D_2 \text{ para } d \rightarrow 0$$

Si suprimimos las potencias de cada superficie, tendremos el siguiente esquema simplificado:

HR	90	180
HW	0,0	+5,0

La forma abreviada para expresar el efecto dióptrico de una lente planocilíndrica es:  $\text{cil} + 5,0$  a 90° (También se puede expresar como  $+5 \times 90^\circ$ ).

### Lente cilíndrica planoconvexa

Se considera una lente cilíndrica plana con  $r_2 = +200$  mm, eje a 180°,  $n = 1.5$ .

Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas 2

Esto significa:  
 El meridiano del eje a 180 ° Tabo tiene una potencia igual a cero. La potencia en el segundo meridiano principal es:

$$D = D_2 = \frac{1-n}{r_2} = \frac{1-1,5}{+0,2 \text{ m}} = -2,5 \text{ dpt}$$

De aquí resulta que la distancia focal imagen del segundo meridiano principal es:  $f' = -400 \text{ mm}$ .

Como para esta lente planocóncava el punto principal imagen  $H'$  y el vértice posterior  $S_2$  coinciden, al distancia focal  $f'$  es igual a la distancia frontal imagen  $s'$ .

La potencia en este meridiano principal es por tanto  $-2,5 \text{ dpt}$ . (fig. 7).

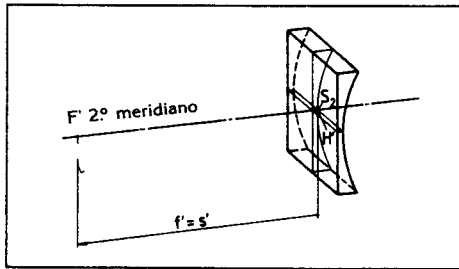


Fig. 7. Lente cilíndrica planocóncava.

Para esta lente del ejemplo se indican en el siguiente esquema los valores de las potencias de cada superficie, las potencias de los meridianos principales y las direcciones de estos meridianos:

	HR	90 °	180 °
$D_1$		0	0
$D_2$		-2,5	0
HW		-2,5	0

La forma abreviada para indicar el efecto dióptrico de esta lente planocilíndrica es:

$$\text{cil}-2,5 \text{ a } 180^\circ (-2,50 \times 180^\circ)$$

Cuando la posición del eje es horizontal se puede escribir 0 ° a 180 °.

### Efecto dióptrico en otros meridianos

Cualquier plano, dentro del cual se encuentre el eje óptico, es una sección de un meridiano. Lentes planocilíndricas tienen dos meridianos especiales, son los meridianos principales. Para éstos es válido:

La primera sección principal (1.HS) es la sección principal del eje. Tiene el efecto dióptrico  $HW_1 = 0,0 \text{ dpt}$ . Perpendicular a esta sección está la segunda sección principal (2.HS) con el efecto dióptrico  $HW_2 = \text{efecto cilíndrico}$ .

Estos dos efectos dióptricos principales se pueden medir con el frontofocómetro.

Los meridianos de la superficie cilíndrica entre el primer y el segundo meridiano, toman, para la zona de Gauss, radios de curvatura que van desde infinito hasta el radio de rotación  $r$ . De esta manera el efecto dióptrico de las secciones en los distintos meridianos aumenta de cero hasta el valor máximo del efecto cilíndrico.

Los efectos dióptricos en los meridianos, que no son los principales, no se pueden medir con el frontofocómetro, debido a las características de formación de imagen astigmáticas. (fig. 8).

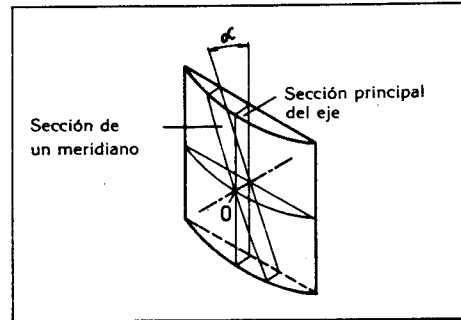


Fig. 8. Posición de la sección de un meridiano respecto a la sección principal del eje.

Pero matemáticamente sí es posible determinar el efecto dióptrico  $W_\alpha$  en cualquier meridiano, que forme un ángulo  $\alpha$  respecto al meridiano principal del eje.

Su valor es:

$$W_\alpha = D_{\text{cil}} \sin^2 \alpha \quad D_{\text{cil}} = \text{potencia cilíndrica}$$

En una lente planocilíndrica cil +5,0 a 90°, el meridiano  $\alpha$ , por ejemplo, 120°, forma con el eje un ángulo de  $\alpha = 30^\circ$ . Con ayuda de la fórmula anterior se puede calcular el efecto dióptrico  $W_\alpha$  para este meridiano.

$$W_\alpha = D_{\text{cil}} \sin^2 \alpha = +5,0 \text{ dpt} \sin^2 30^\circ = 1,25 \text{ dpt}$$

En la tabla I se dan los valores de las potencias en distintos meridianos para una lente cilíndrica planoconvexa cil +5,0 a 90 °. Los meridianos principales están encuadrados en negrita.

Las potencias en los meridianos comprendidos entre 180 ° y 360 ° (según Tabo) y que no constan en la tabla, corresponden a la de las direcciones de 0 ° a 180 ° (según Tabo).

Si se representan gráficamente en un diagrama las potencias en los distintos meridianos de una lente cil +5,0 a 90 °, frente a la dirección según Tabo, se obtiene una curva  $\sin^2$ . Los puntos máximos y mínimos corresponden a las potencias en los meridianos principales de la lente cilíndrica.

En el meridiano del eje —en este caso 90 °— tenemos el mínimo, tanto óptico como matemático, con una potencia  $HW_1 = 0,0 \text{ dpt}$ . En el segundo meridiano

Tabla I.

Dirección del meridiano (Tabo)	0 °	30 °	60 °	90 °	120 °	150 °	180 °
$W_\alpha$ en dpt	+5,0	+3,75	+1,25	0,0	+1,25	+3,75	+5,0
$\alpha$	90 °	60 °	30 °	0 °	30 °	60 °	90 °

4

**Tabla II.**

Dirección del meridiano (Tabo)	0 °	30 °	60 °	90 °	120 °	150 °	180 °
$W_{\alpha}$ en dpt	0,0	-0,63	-1,88	-2,5	-1,88	-0,63	0,0
$\alpha$ para $A=0^{\circ}$	0 °	30 °	60 °	90 °	120 °	150 °	180 °
$\alpha$ para $A=180^{\circ}$	180 °	150 °	120 °	90 °	60 °	30 °	0 °

principal —a 0 ° (180 °)— tenemos el máximo óptico y matemático con una potencia  $HW_2 = +5,0$  dpt (fig. 9).

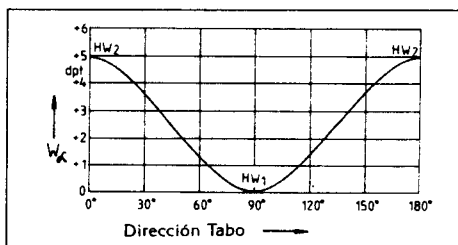


Fig. 9. Representación del efecto dróptrico en los distintos meridianos para cil +5,0 a 90 °.

En la tabla II se dan los valores de las potencias en los distintos meridianos, para una lente cilíndrica planoconvexa cil —2,5 a 180 °. También aquí los meridianos principales están encuadrados en negrita, como la dirección del eje también se puede indicar como a 0 °, la indicación del ángulo respecto al meridiano principal puede ser  $\alpha$ , o 180 °— $\alpha$ . El valor del seno de ambos ángulos es el mismo.

Si también para este caso se representan las potencias  $W_{\alpha}$  en un diagrama, en función de la dirección Tabo, se vuelve a obtener un gráfico, en el cual los puntos máximos y mínimos de la curva corresponden con los meridianos principales.

En el meridiano principal del eje a 0 ° (180 °) tenemos el mínimo óptico (matemáticamente el máximo) con el efecto aióptrico  $HW_1 = 0,0$  dpt, en el segundo meridiano principal (contraeje) —a 90 °— tenemos el máximo óptico (mínimo matemático) con la potencia  $HW_2 = -2,5$  dpt (fig. 10)

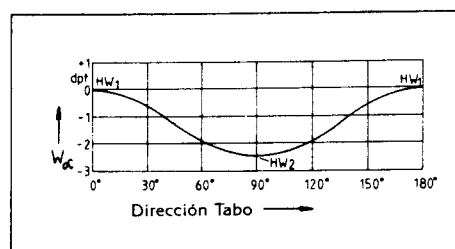
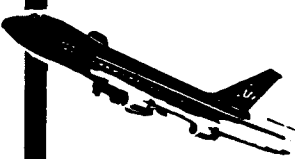


Fig. 10. Representación del efecto cilíndrico en los distintos meridianos para cil —2,5 a 180 °.

**PLAZAS LIMITADAS**



**RESERVE AHORA SU VIAJE**

**VISION OPTIFAIR**

**23/25 Septiembre 1989**


**NUEVA YORK (USA)**

**INFORMACION**

**UE ULTRAMAR EXPRESS**

**Departamento de Congresos**

Ramblas, 109  
 Tel. (93) 301 12 12 - Télex 51569  
 Fax (93) 302 48 86  
 08002 BARCELONA



# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó, de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrasa

## Lentes bicilíndricas

Si una lente tiene las dos superficies cilíndricas, se denomina lente bicilíndrica.

Los ejes del cilindro de estas superficies de las lentes bicilíndricas, pueden formar en principio entre sí cualquier ángulo. Según la posición de estos ejes entre sí se diferencian los distintos tipos de lentes bicilíndricas.

## Lentes paralelocilíndricas

Las lentes bicilíndricas, cuyas dos superficies cilíndricas tienen su eje en la misma posición, se denominan lentes paralelocilíndricas. El ángulo que forman los dos ejes es  $\neq 0^\circ$  es decir, los ejes de las superficies cilíndricas son paralelos. Se pueden suponer este tipo de lentes como dos lentes planocilíndricas de igual posición de ejes, pegadas juntas.

Según la elección de las superficies cilíndricas, se obtienen lentes paralelocilíndricas biconvexas, bicóncavas, y hasta meniscos de forma cóncavoconvexa o convexocóncava.

Prácticamente hasta principios de este siglo, cuando se empezaron a utilizar superficies tóricas en la óptica, las lentes paralelocilíndricas eran, junto con las lentes planocilíndricas, la única solución técnica para corregir el astigmatismo ocular simple.

Aunque hace unos 100 años casi nunca se corregía el astigmatismo regular simple, eran las lentes paralelocilíndricas curvadas (meniscos), las que, según el punto de vista actual, presentan la mejor solución para la neutralización de este astigmatismo ocular.

## Lentes paralelocilíndricas cóncavoconvexas

En su utilización como lente oftálmica las lentes paralelocilíndricas de forma cóncavoconvexa tienen la superficie más cercana al ojo concavocilíndrica y la superficie del lado del objeto convexocilíndrica. La posición del eje de ambas superficies es la misma, siendo el radio del cilindro convexo menor que el radio de la superficie concavocilíndrica.

La siguiente representación muestra una lente cilíndrica cóncavoconvexa con los ejes  $A_1 = A_2 = 180^\circ = 0^\circ$  (fig. 1).

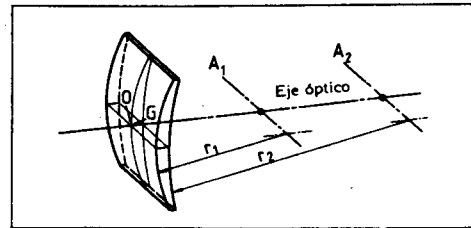


Fig. 1. Lente paralelocilíndrica cóncavoconvexa.

## Eje óptico

Como eje óptico se toma la recta perpendicular a los dos ejes del cilindro  $A_1$  y  $A_2$ , y que además pasa por el centro geométrico G de la cara anterior de la lente. Donde el eje óptico corta las dos superficies de la lente tenemos el centro óptico O.

## Meridianos principales y potencias principales

El meridiano principal del eje tiene la potencia  $HW_1 = 0,0$  dpt. El segundo meridiano principal, perpendicular al meridiano principal del eje tiene una sección transversal con forma cóncavoconvexa, y una potencia  $HW_2$ , que corresponde a la potencia de vértice posterior de una lente esférica de igual sección transversal e igual material.

## Lentes paralelocilíndricas convexocóncavas

Hasta la utilización industrial en 1886 de superficies tóricas en la óptica ocular, la mejor solución para corregir el astigmatismo ocular hipermetrope eran —como ya se dijo— las lentes paralelocilíndricas cóncavoconvexas.

También el astigmatismo ocular miópico podía ser corregido en aquella época sólo con lentes planocilíndricas cóncavas o con lentes paralelocilíndricas convexocóncavas.

La geometría de estas lentes paralelocilíndricas convexocóncavas, viene determinada por una superficie externa convexocilíndrica y una superficie interna concavocilíndrica, siendo la posición del eje la misma para ambas superficies cilíndricas.

Además, el radio de la superficie concavocilíndrica es menor que el radio de la superficie cilíndrica externa convexa. En la figura 2 se ve representada una lente paralelocilíndrica convexocóncava con una posición de eje:  $A_1 = A_2 = 0^\circ$  ( $180^\circ$ ).

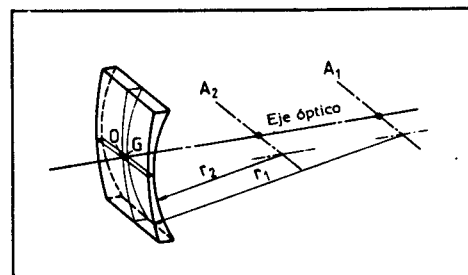


Fig. 2. Lente paralelocilíndrica convexocóncava.

## Eje óptico

El eje óptico de una lente paralelocilíndrica es la recta, perpendicular a los ejes de los cilindros,  $A_1$  y  $A_2$ , y que además pasa por el centro G del vértice de la lente. El eje óptico corta las superficies de la lente en el centro óptico O.



### Meridianos principales y potencias principales

La sección transversal del meridiano principal del eje se encuentra paralela a los ejes del cilindro de ambas superficies, tiene la forma de un rectángulo, y por lo tanto, una potencia,  $HW_1 = 0,0$  dpt.

La segunda sección principal se encuentra perpendicular a la primera sección y tiene la forma de un menisco negativo y una potencia  $HW_2$ , que corresponde a la potencia de vértice posterior de una lente esférica de igual sección transversal e igual material.

Para lentes plano —y paralelocilíndricas se puede decir, que la potencia en el meridiano principal del eje es igual a cero, y la potencia el segundo meridiano principal es la misma que para lente plano— y paralelocilíndricas correspondientes.

### Lentes paralelocilíndricas.— Ejemplos.

1. Se considera una lente paralelocilíndrica infinitamente delgada con las siguientes potencias:

$$D_1 = \text{cil. } +5,00 \text{ A } 180^\circ \text{ y } D_2 = \text{cil. } -2,50 \text{ A } 180^\circ$$

Por la forma de la lente se trata de una lente paralelocilíndrica cóncavoconvexa, cuyas potencias en los meridianos principales se obtienen sumando las potencias de las dos superficies. La influencia del espesor de centro sobre estas potencias la consideraremos muy pequeña y por tanto despreciable.

El siguiente esquema nos facilita toda la información sobre la forma y el efecto dióptrico de esta lente paralelocilíndrica cóncavoconvexa.

HR	90 °	180 °
$D_1 = \text{cil} + 5,0 \text{ A } 180^\circ$	+5,0	0,0
$D_2 = \text{cil} - 2,5 \text{ A } 18^\circ$	-2,5	0,0
HW	+2,5	0,0

Para indicar la forma y la potencia de esta lente es usual utilizar:  $\text{cil.} + 5,00 \text{ A } 180^\circ = \text{cil. } - 2,50 \text{ A } 180^\circ$

El símbolo  $\subset$  se denomina símbolo de combinación e indica la acción combinada de dos superficies ópticas o lentes.

La lectura sería:  $\text{cil.} + 5,00$  con eje a  $180^\circ$  combinado con  $\text{cil. } - 2,50$  con eje a  $180^\circ$

Con la abreviación  $-2,50 \text{ A } 180^\circ$  (o  $-2,50 \text{ a } 180^\circ$ ) solamente se indica el efecto dióptrico y no su forma.

Este efecto dióptrico se puede obtener con lentes paralelocilíndricas de distintas curvaturas o con una lente planocilíndrica. En las lentes oftálmicas actuales se utilizan superficies tóricas para obtener este efecto dióptrico.

Si se representa gráficamente en un diagrama, los efectos dióptricos  $W_n$  de los distintos meridianos de las superficies cilíndricas, en función de la dirección Tabo, para la lente cilíndrica  $+5,00 \text{ A } 180^\circ \subset -2,50 \text{ A } 180^\circ$ , se obtienen dos curvas correspondientes al efecto cilíndrico de las dos superficies. Estos efectos dióptricos se suman en el caso de una lente infinitamente delgada, en cada uno de los meridianos. De esta manera se obtiene una curva resultante, que representa la potencia de la lente cilíndrica total:  $\text{cil} + 2,50 \text{ A } 180^\circ$ . Sus puntos extremos corresponden a las potencias en los meridianos principales:  $HW_1 = 0,00$  dpt. a  $180^\circ$  y  $HW_2 = +2,50$  a  $180^\circ$  (fig. 3).

2. Las superficies de una lente infinitamente delgada tienen las siguientes potencias:

$$D_1 = +2,50 \text{ A } 30^\circ \text{ y } D_2 = -5,00 \text{ A } 30^\circ$$

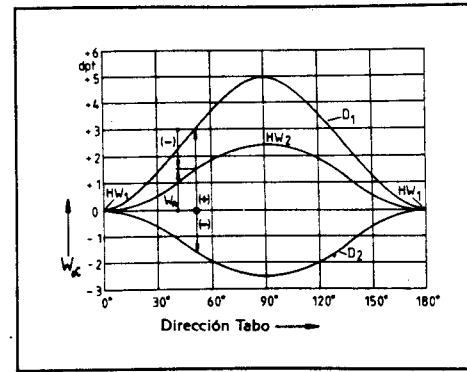


Fig. 3. Diagrama de la potencia de la lente  $\text{cil} = 5,00 \text{ A } 180^\circ \subset \text{cil} = -2,5 \text{ A } 180^\circ$

El siguiente esquema nos da las potencias en los meridianos principales, las potencias de las superficies y las direcciones de los meridianos principales de una lente paralelocilíndrica convexoconvexa:

HR	30°	120°
$D_1 = \text{cil} + 2,5 \text{ A } 30^\circ$	0,0	+2,5
$D_2 = \text{cil} - 5,0 \text{ A } 30^\circ$	0,0	-5,0
HW	0,0	-2,5

Para indicar la forma y la potencia de la lente, también se puede utilizar la expresión:

$$\text{cil.} + 2,50 \text{ A } 30^\circ \subset \text{cil.} - 5,00 \text{ A } 30^\circ$$

Si sólo se quiere indicar la potencia cilíndrica total se escribe:

$$\text{cil.} - 2,50 \text{ A } 30^\circ$$

También en este caso, con esta abreviatura, no se indica la forma de la lente sino sólo el efecto dióptrico.

Por ejemplo, la potencia  $-2,50 \text{ A } 30^\circ$  también tiene una lente paralelocilíndrica  $+3,50 \text{ A } 30^\circ \subset -6,00 \text{ A } 30^\circ$  u otras lentes paralelocilíndricas con unas superficies cilíndricas adecuadas.

En la figura 4 se representan gráficamente las potencias  $W_n$  de los distintos meridianos de las superficies cilíndricas y su potencia resultante, en función de la dirección Tabo, pero la lente paralelocilíndrica  $+2,50 \text{ A } 30^\circ \subset -5,00 \text{ A } 30^\circ$ .

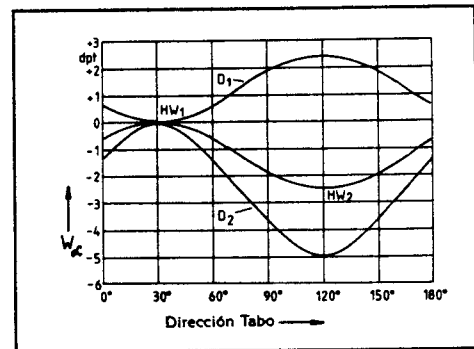


Fig. 4. Diagrama de la potencia de la lente  $+ 2,50 \text{ A } 30^\circ \subset \text{cil} - 5,0 \text{ A } 30^\circ$

La curva de la potencia resultante tiene los puntos extremos  $HW_1 = 0,00$  dpt. a  $30^\circ$  y  $HW_2 = -2,50$  a  $120^\circ$  correspondientes a las potencias en los meridianos principales. En el frontofocómetro sólo pueden ser medidas estas potencias.

La determinación de la potencia  $H_\alpha$  en un meridiano cualquiera, p. ej. a  $90^\circ$  Tabo, sólo se pueden hacer por cálculo:

1. Determinación de la potencia  $W_{\alpha 1}$  para cil +2,50 A  $30^\circ$

$$W_{\alpha 1} = D_{cil} A \sin^2 \alpha = +2,5 \text{ dpt} \times \sin^2 60^\circ = +1,875 \text{ dpt}$$

2. Determinación de la potencia  $W_{\alpha 2}$  para cil -5,00 A  $30^\circ$

$$W_{\alpha 2} = D_{cil} \times \sin^2 \alpha = -5,0 \text{ dpt} \times \sin^2 60^\circ = -3,75 \text{ dpt}$$

3. Determinación del efecto resultante  $W_{\alpha R}$

Por adición de las potencias de las superficies en el correspondiente meridiano, se obtiene la potencia resultante de la lente en el meridiano considerado:

$$W_{\alpha R} = W_{\alpha 1} + W_{\alpha 2} = +1,875 \text{ dpt} + (-3,75 \text{ dpt}) = -1,875 \text{ dpt}$$

### Lentes con los cilindros cruzados

Lentes con los cilindros cruzados son lentes bicilíndricas en las que los ejes de sus superficies cilíndricas están perpendiculares entre sí:

Los ejes del cilindro  $A_1$  y  $B_2$  forman un ángulo de  $90^\circ$

### Clasificación

Según la forma se diferencia entre lente con cilindro cruzado biconvexa, bicóncava, cóncavoconvexa y convexoconvexa.

Se denominan lentes puramente astigmáticas a las lentes con cilindro cruzado biconvexas y bicóncavas, cuyas superficies tienen efecto cilíndrico de igual signo. Todas las demás lentes con cilindros cruzados se denominan lentes astigmáticas mixtas.

La media aritmética de las potencias cilíndricas de una lente con los cilindros cruzados astigmática mixta puede ser positiva, negativa o igual a cero. Si la media aritmética es positiva se trata de una lente con cilindros cruzados cóncavoconvexa. Una lente con cilindros cruzados convexoconvexa tendrá, por lo tanto, una superficie cóncava cuya potencia será mayor a la de la superficie cilíndrica convexa.

En la técnica optométrica se conoce genéricamente con el nombre de cilindro cruzado a una lente con cilindros cruzados astigmática mixta, cuyas potencias cilíndricas tienen el mismo valor pero de signo opuesto con lo que la media aritmética de las potencias cilíndricas será igual a cero.

En estos cilindros cruzados se basa un método para la determinación de la lente correctora astigmática y de la orientación del eje de astigmatismo, conocido como el método del cilindro cruzado (fig. 5).

### Eje óptico

La recta que corta a los dos ejes del cilindro y es perpendicular a estos, es el eje óptico. Es, a la vez, la recta que une los dos ejes cruzando la lente por el centro óptico de la misma.

### Potencia en un meridiano cualquiera

Nos podemos imaginar las lentes con cilindros cruzados como dos lentes planocilíndricas pegadas. Cada superficie cilíndrica tendrá en un meridiano  $\alpha$  cualquiera, la potencia:

$$W_\alpha = D_{cil} A \sin^2 \alpha$$

Si consideramos lentes delgadas, entonces las potencias de cada superficie en el meridiano considerado se suman, obteniéndose la potencia total  $W_{\alpha R}$  de la lente con cilindros cruzados en aquel meridiano (fig. 6).

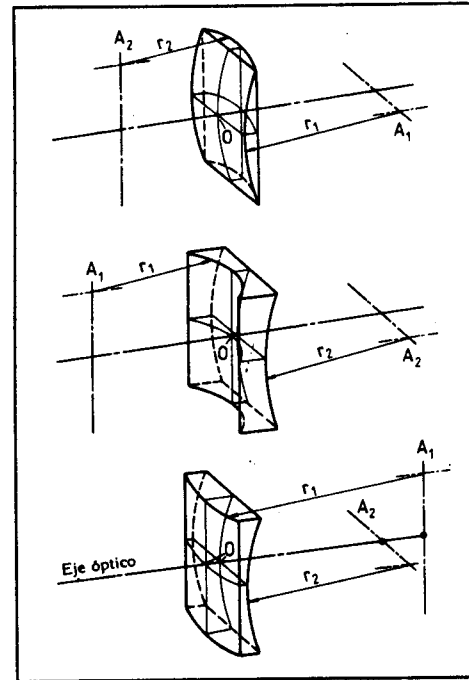


Fig. 5. Lentes con cilindros cruzados.

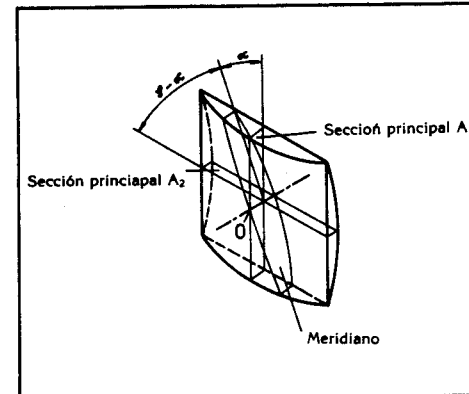


Fig. 6. Posición de un meridiano respecto a los meridianos principales en una lente con cilindros cruzados.

Para la primera superficie de la lente con cc, se obtiene, para un meridiano que forma con el eje del cilindro  $A_1$  un ángulo  $\alpha$ , la potencia:

$$W_{\alpha 1} = D_{cil_1} A \sin^2 \alpha$$

Análogamente se obtiene para la segunda superficie:

$$W_{\alpha 2} = D_{cil_2} A \sin^2 (\varphi - \alpha)$$

La potencia total  $W_{\alpha R}$  en el meridiano considerado, será entonces:

$$W_{\alpha R} = D_{cil_1} A \sin^2 \alpha + D_{cil_2} A \sin^2 (\varphi - \alpha)$$

Ejemplo:

Determinación de la potencia  $W_{\alpha R}$  a  $120^\circ$  Tabo para la lente con cc biconvexa: +3,00 A  $90^\circ$  +2,00 A  $180^\circ$

El ángulo  $\alpha$  será de  $30^\circ$  para la primera superficie cilíndrica. Para la segunda superficie, el ángulo a tomar para el cálculo de la potencia en el meridiano considerado será:  $\varphi - \alpha = 60^\circ$

La potencia en el meridiano  $120^\circ$  Tabo será:

$$W_{\alpha R} = +3,00 \text{ dpt} A \sin^2 30^\circ + (+2,0 \text{ dpt}) A \sin^2 60^\circ$$

$$W_{\alpha R} = +0,75 \text{ dpt} + 1,5 \text{ dpt} = 2,25 \text{ dpt}$$

En la tabla I se dan las potencias  $W_c$  según el meridiano indicado en sistema Tabo, de la lente con cc +3,00 A 90°  $\ominus$  +2,00 A 180°. En negrita están encuadrados los meridianos que corresponden a la dirección de los ejes de ambas superficies cilíndricas. Sólo estas potencias, en los meridianos de los ejes, pueden ser medidas con el frontofocómetro.

**Tabla I.**

Dirección del meridiano (Tabo)	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$D_1 = \text{cil} +3,0 \times 90^\circ$	+3,0	+2,25	+0,75	0,0	+7,5	+2,25	+3,0
$D_2 = \text{cil} +2,0 \times 0^\circ$	0,0	+0,5	+1,5	+2,0	+1,5	+0,5	0,0
$W_c$ en dpt	+3,0	+2,75	+2,25	+2,0	+2,25	+2,75	+3,0

Si se representan en un diagrama las potencias de los distintos meridianos de esta lente cilindro cruzado biconvexa, según la orientación Tabo, se obtiene una curva con un máximo de +3,00 dpt. a 0° (180°) y un mínimo de +2,00 dpt. a 90° (fig. 7).

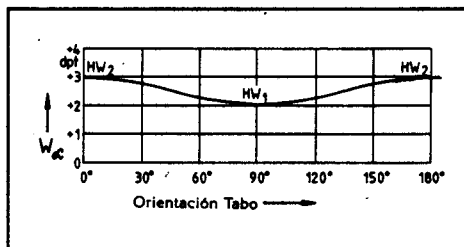


Fig. 7. Potencia en los distintos meridianos para la lente con cilindro cruzados +3,00 A 90°  $\ominus$  cil +2,0 A 180°.

### Meridianos principales y potencias en los meridianos principales

Existen dos direcciones geométricas especiales en una lente de cilindros cruzados que son las direcciones de los ejes de los cilindros que la forman. En el meridiano en dirección al eje del cilindro de cualquiera de las dos superficies cilíndricas, la potencia será igual a cero.

Estos dos meridianos principales correspondientes a los ejes de las dos superficies cilíndricas son los meridianos principales de la lente de cilindros cruzados. Las potencias en estas direcciones se denominan potencias principales o potencias de los meridianos principales.

En las lentes con cilindros cruzados, ambas potencias principales son distintas de cero pues en la dirección del eje de la superficie existe la potencia cilíndrica de la otra superficie.

El meridiano con la potencia matemática menor se denomina primer meridiano principal (1.HS).

### Ejemplos

#### 1. Lente de cilindros cruzados biconvexa

$$\text{cil.} +3,00 \text{ A } 90^\circ \ominus \text{ cil.} +2,00 \text{ A } 180^\circ$$

El siguiente esquema nos indica las direcciones de los meridianos principales y sus potencias principales:

	HR	90°	180°
$D_1 = \text{cil} +3,0 \text{ A } 90^\circ$		0,0	+3,0
$D_2 = \text{cil} -2,0 \text{ A } 0^\circ$		-2,0	0,0
	HW	+2,0	3,0

- 1.ª potencia principal  $HW_1 = +2,00$  dpt. 1. HS a 90°
- 2.ª potencia principal  $HW_2 = +3,00$  dpt. 2. HS a 180°

#### 2. Lente de cilindros cruzados convexoconcava

$$\text{cil.} +1,00 \text{ A } 150^\circ \quad \text{cil.} -2,00 \text{ A } 60^\circ$$

El siguiente esquema nos indica las direcciones de los meridianos principales y sus potencias principales:

	HR	90°	180°
$D_1 = \text{cil} -1,0 \text{ A } 150^\circ$		+1,0	0,0
$D_2 = \text{cil} -2,0 \text{ A } 60^\circ$		0,0	-2,0
	HW	+1,0	-2,0

Se trata de una lente de cilindros cruzados astigmática mixta con las siguientes potencias principales:

- 1.ª potencia principal  $HW_1 = -2,00$  dpt.
- 2.ª potencia principal  $HW_2 = +1,00$  dpt.

En la fig. 8 se representa gráficamente la potencia total de esta lente de cilindros cruzados.

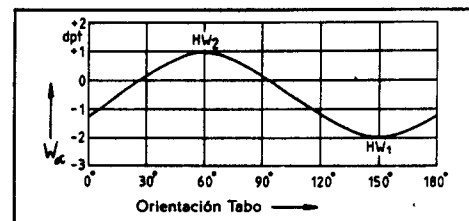


Fig. 8. Potencia de los distintos meridianos para la lente de cilindros cruzados +1,00 A 150°  $\ominus$  -2,00 A 60°.

#### 3. Lente de cilindros cruzados

$$\text{cil.} +1,00 \text{ A } 90^\circ \ominus \text{ cil.} -1,00 \text{ A } 180^\circ$$

El esquema, semejante a los anteriores, nos da las direcciones de los meridianos principales y sus potencias principales:

	HR	90°	180°
$D_1 = \text{cil} +1,0 \text{ A } 90^\circ$		0,0	+1,0
$D_2 = \text{cil} -1,0 \text{ A } 180^\circ$		-1,0	+0,0
	HW	-1,0	+1,0

La media aritmética de las potencias principales de esta lente con cilindros cruzados astigmática mixta, es igual a cero. Como ya se indicó, a este tipo de lente de cilindros cruzados se le conoce en el campo de la Óptica Oftálmica sencillamente como cilindro cruzado con la abreviatura CC.

Con ello, la lente con cilindros cruzados de este ejemplo es usual indicarla como:

$$\text{CC} \pm 1,00 \text{ A } 180^\circ$$

Donde la indicación del eje se refiere siempre a la posición del eje del cilindro negativo (fig. 9).

### Lentes bicilíndricas con los cilindros cruzados oblicuamente

Durante el siglo pasado se fabricaban para la corrección del astigmatismo ocular no sólo lentes paralelo-cilíndricas



tencias principales de una lente de cilindros cruzados biconvexa dióptricamente equivalente.

En el esquema, ya conocido, se indican las potencias principales, las direcciones de los meridianos principales y las potencias en estos meridianos principales para cada superficie, referidas a esta «lente equivalente».

	HR	70°	160°
	HW	+1,18	3,82
	D <sub>1</sub>	cil+1,18 A 160°	
	D <sub>2</sub>	cil+3,82 A 70°	
	HW	+1,18	+3,82
	Redondeado	+1,25	+3,75

**Resultado:**

La lente de cilindros cruzados delgada +1,25 A 160° ⊂ +3,75 A 70° es dióptricamente equivalente a la lente bicilíndrica de cilindros cruzados oblicuamente: +3,00 A 90° ⊂ 2,00 A 30°

## 2. Lente cilíndrica biconcava φ=65° (o φ=115°)

cil. -2,50 A 15° ⊂ cil. -1,50 A 80°

También esta lente bicilíndrica de cilindros cruzados oblicuamente tiene una lente de cilindros cruzados perpendicularmente que es dióptricamente equivalente. La determinación de sus potencias principales se podría hacer según el cálculo utilizado en el ejemplo anterior.

Pero en este caso utilizaremos un método que sirve exclusivamente para la determinación de las potencias principales de la lente equivalente. La base matemática de este método está detallada en el libro: «Medición de magnitudes ópticas» del Prof. Graff.\*

Las potencias cilíndricas de la lente bicilíndrica se consideran en este método como un magnitud direccional (vector): la dirección del vector representa la del eje del cilindro y su longitud representa la potencia cilíndrica según una escala. P. Ej. 1 cm = cil. -1,00 dpt.

Ambas potencias cilíndricas se suman según las normas de la representación vectorial con la construcción de un paralelogramo, en el que su diagonal corresponde a la potencia cilíndrica resultante en tamaño y en dirección.

Importante: En este método es necesario utilizar para la construcción del paralelogramo, el doble del ángulo φ que forman los dos ejes de los cilindros cruzados. Además sólo se puede utilizar para potencias cilíndricas del mismo signo.

Debido a la utilización del ángulo doble, es conveniente utilizar un esquema, que por una parte tenga en cuenta este doble ángulo y por otra, cumpla al menos con la posición de 0° del diagrama Tabo.

En la figura 13 se puede seguir el método utilizado para obtener la solución del ejemplo.

La magnitud de la potencia cilíndrica resultante se mide directamente del dibujo construido aplicando el factor de escala utilizado. Para la obtención del eje es necesario dividir por dos el ángulo geométrico respecto a la posición de 0°.

\* (Nota del traductor. Este método se conoce en España con el nombre de «Método de Stokes» debido a que M. Jalie, en su libro «The principles of ophthalmic lenses» editado en 1967, cita el físico Stokes como al primero que, en 1849, formuló este método de resolución de las fórmulas de cilindros cruzados oblicuos. El desarrollo matemático se puede encontrar también en este libro citado o, en español, en los apuntes «Óptica para Optometristas» del Prof. C.L. Saona.»

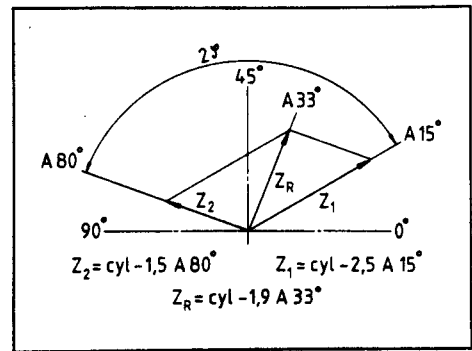


Fig. 13. Obtención de la potencia cilíndrica resultante.

Una vez determinada la potencia cilíndrica resultante, se calculan las potencias principales de la lente bicilíndrica equivalente utilizando las fórmulas:

$$HW_{1,2} = \frac{Z_1 + Z_2 \pm Z_R}{2}$$

$$HW_{1,2} = \frac{-2,5 \text{ dpt} + (-1,5 \text{ dpt}) \pm (-1,9 \text{ dpt})}{2}$$

$$HW_1 \text{ (redondeado)} = -3,00 \text{ dpt.}$$

$$HW_2 \text{ (redondeado)} = -1,0 \text{ dpt}$$

Para las direcciones de los meridianos principales es válido: La potencia cilíndrica resultante es igual a cero en el meridiano principal del eje, por lo tanto, la dirección del eje es la del meridiano que tiene la potencia menor.

El eje del cilindro, obtenido gráficamente, está a 33° Tabo así se obtiene en este caso:

$$HW = -1,00 \text{ dpt. en el meridiano HR} = 33^\circ$$

El resultado completo para la lente equivalente viene representado en el esquema siguiente:

	HR	33°	123°
	HW	-1,0	-3,0
	D <sub>1</sub>	cil-1,0 A 123°	
	D <sub>2</sub>	cil-3,0 A 33°	
	HW	-1,0	-3,0

## 3. Lente cilíndrica biconvexa φ=65° (o φ=115°)

cil. +2,00 A 105° ⊂ cil. +2,50 A 170°

Para este ejemplo se utilizará también el método descrito en el ejemplo anterior (Ej. 2) para la determinación de la lente de cilindros cruzados dióptricamente equivalente.

La figura 14 muestra la determinación gráfica de la potencia cilíndrica resultante mediante la construcción del paralelogramo y la utilización del esquema con el ángulo doble.

Cálculo de las potencias principales de la lente equivalente:

$$HW_{1,2} = \frac{Z_1 + Z_2 \pm Z_3}{2}$$

$$HW_{1,2} = \frac{+2,0 \text{ dpt} + (2,5 \text{ dpt}) \pm (+2,0 \text{ dpt})}{2}$$

$$HW_1 = +1,25 \text{ dpt}$$

$$HW_2 = +3,25 \text{ dpt}$$

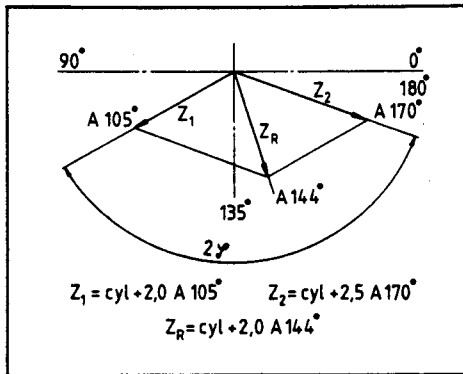


Fig. 14. Determinación de la potencia cilíndrica resultante.

### Dirección de los meridianos principales

La dirección del eje del cilindro resultante es al mismo tiempo el meridiano principal en el que la potencia es dióptricamente menor. En este caso, el valor dióptricamente menor es también el valor matemáticamente menor.

Resultado:

$$HW_1 = +1,25 \text{ en el meridiano principal } HR = 144^\circ$$

$$HW_2 = +3,25 \text{ en el meridiano principal } HR = 54^\circ$$

Resultado total:

$$\text{cil. } +1,25 \text{ A } 54^\circ \odot \text{ cil. } +3,25 \text{ A } 144^\circ$$

### 4. Lentes cilíndrica biconvexa $\varphi = 60^\circ$ ( $\alpha = 120^\circ$ )

$$\text{cil. } +3,00 \text{ A } 50^\circ \odot \text{ cil. } +4,00 \text{ A } 110^\circ$$

Para la determinación de las potencias principales y los meridianos principales de la lente bicilíndrica de cilindros cruzados perpendiculares, equivalente a la combinación de lentes cilíndricas dada, se da el siguiente método matemático:

Partiendo del método ya conocido de «construcción del paralelogramo con ángulo doble», se determina primero la magnitud y dirección del efecto cilíndrico resultante  $Z_R$  (fig. 15).

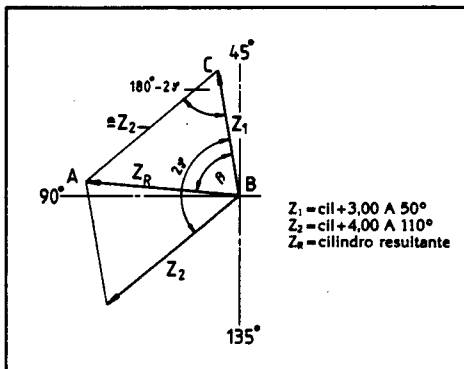


Fig. 15. Diagrama para el cálculo del efecto cilíndrico resultante.

En el triángulo ABC del dibujo se puede aplicar el teorema del coseno para el cálculo de la potencia cilíndrica resultante  $Z_R$ :

$$Z_R^2 = Z_1^2 + Z_2^2 - 2 Z_1 Z_2 \cos (180^\circ - 2\varphi) \Leftrightarrow$$

$$Z_R = \pm \sqrt{3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos (180^\circ - 2 \times 60^\circ)}$$

$$Z_R = \pm 3,61 \text{ dpt}$$

Como en este caso se trata de una combinación de cilindros positivos, la potencia cilíndrica resultante será:

$$Z_R = +3,61 \text{ dpt.}$$

La posición del eje se obtiene por la suma de la posición del eje del cilindro  $Z_1$ ,  $A_1 = 50^\circ$  y la mitad (debido a la utilización del ángulo doble en la construcción geométrica) del ángulo  $\beta$ .

El ángulo  $\beta$  se determina con el teorema del seno:

$$\sin \beta = \frac{Z_2}{Z_R} \cdot \sin (180^\circ -$$

$$\sin \beta = \frac{+4,0 \text{ dpt}}{+3,61 \text{ dpt}} \cdot \sin (180^\circ - 120^\circ) = \beta = 73,66^\circ$$

Por lo tanto, la posición del eje del cilindro resultante es:

$$A_1 + (73,66/2) = 86,83^\circ \approx 87^\circ$$

El cálculo de las potencias principales se realiza con la fórmula ya aplicada en los ejemplos anteriores:

$$HW_{1,2} = \frac{Z_1 + Z_2 \pm Z_3}{2} = \frac{+3,0 \text{ dpt} + 4,0 \text{ dpt} \pm 3,61 \text{ dpt}}{2}$$

$$HW_1 = +1,70 \text{ dpt}$$

$$HW_2 = +5,30 \text{ dpt}$$

La potencia principal dióptricamente menor se encuentra en la dirección del eje del cilindro resultante.

Resultado:

La lente de cil. c.  $+1,7 \text{ A } 177^\circ \odot 5,3 \text{ A } 87^\circ$  es dióptricamente equivalente a la lente de cilindros cruzados oblicuamente:

$$+3,00 \text{ A } 50^\circ \odot 4,00 \text{ A } 110^\circ$$

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Shikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Lentes esferocilíndricas

Todas las lentes de este grupo se caracterizan por una combinación esferocilíndrica en sus superficies: dióptricamente, esto significa que la potencia total se obtiene por la combinación de una superficie esférica y una superficie cilíndrica.

Por tanto, las lentes esferocilíndricas fueron y son lentes que están limitadas por una superficie esférica y una cilíndrica. Se pueden imaginar como una lente planoesférica pegada por su superficie plana a una lente planocilíndrica. En la terminología técnica se denominan como «combinación» de «esfera» y «cilindro» y se escribe: esf... $\odot$  cil... x...

La indicación de la dirección del eje de la superficie cilíndrica también se especifica según el esquema Tabo.

Una «combinación esferocilíndrica» puede tener tanto una superficie cilíndrica convexa como cóncava. Combinaciones con una superficie convexo-cilíndrica se denominan en la terminología técnica: combinaciones con un «cilindro positivo», y con una superficie cóncavo-cilíndrica se denominan con un «cilindro negativo».

Si se quiere aprovechar la ventaja de una determinada curvatura en la fabricación de lentes esferocilíndricas, se combinará para determinados casos, una superficie esférica cóncava como la superficie más cercana al ojo, con una superficie exterior con cilindro positivo. Para otros casos, en cambio, es más ventajosa una combinación con una superficie cóncavo-cilíndrica para la superficie más cercana al ojo, con una superficie exterior esférica convexa.

Las figuras 1 y 2 nos muestran estos dos tipos de lentes:

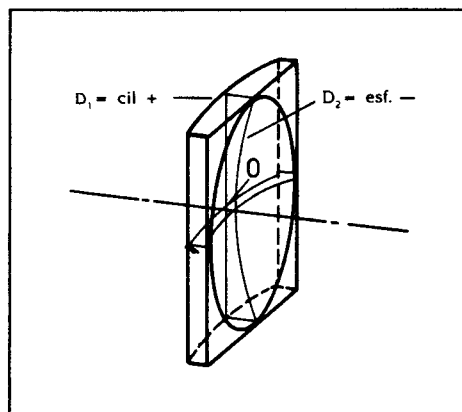


Fig. 1. Lente esferocilíndrica con «cilindro positivo»

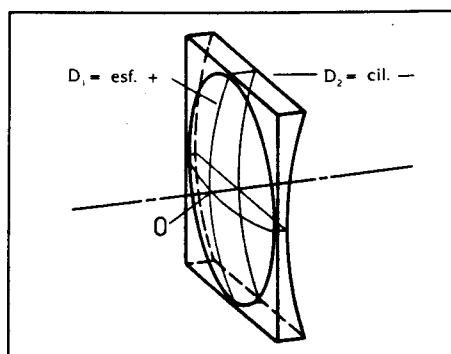


Fig. 2. Lente esferocilíndrica en «cilindro negativo»

## Eje óptico

El eje óptico es geoméricamente la recta que une el centro de curvatura de la superficie esférica con el eje de rotación de la superficie cilíndrica de la lente, formando un ángulo recto con el eje del cilindro. El eje óptico corta a la lente en su centro óptico, donde, como ya se sabe, el efecto prismático es nulo.

## Meridianos principales y potencias en los meridianos principales

Todas las lentes esferocilíndricas tienen dos meridianos especiales denominados meridianos principales. Uno de ellos es el meridiano en dirección al eje del cilindro y el otro forma un ángulo recto con este eje del cilindro.

La sección transversal en el meridiano principal del eje puede tener forma planoconvexa o planocóncava. La potencia en este meridiano principal viene determinada por tanteo, exclusivamente por el radio de curvatura de la superficie esférica y por el índice de refracción de la lente. Se puede determinar la posición del eje del cilindro con el esferómetro buscando, por tanto, el meridiano de la superficie cilíndrica donde indica la potencia cero.

Para una lente infinitamente delgada, la potencia del otro meridiano principal se obtiene por la suma de la potencia cilíndrica y la potencia esférica de la otra superficie.

## Ejemplo:

Una lente esferocilíndrica con la combinación esf +5.00  $\odot$  cil -2.00 A 180° tiene en el meridiano principal del eje HR=180° la potencia de una lente planoconvexa de potencia +5.00 D, y en el otro meridiano principal HR=90° tiene la potencia de una lente cóncavoconvexa con las potencias en cada superficie de  $D_1 = +5.00$  D. y  $D_2 = -2.00$  D. La potencia principal para una lente delgada se obtiene sumando estas potencias: HW = +5.00 + (-2.00) = +3.00 D. Compare estos valores con la figura correspondiente a la «lente esferocilíndrica con cilindro negativo».

La tabla I muestra un esquema que reúne la dirección de los meridianos principales, las potencias principales y las potencias de cada superficie:

Tabla I

	HR	90°	180°
$D_1 = \text{esf} + 5.00$		+5.0	+5.0
$D_2 = \text{cil} -2.0 \text{ A } 180^\circ$		-2.	0.0
	HW	+3.0	+5.0

## Lentes esferocilíndricas dióptricamente equivalentes

Una lente esferocilíndrica  $\text{esf} +5.00 \text{ cil} -2.00 \text{ A } 180^\circ$  tiene, como hemos visto, las siguientes potencias principales:

$\text{HW}_1 = +3.00 \text{ D}$  en el meridiano principal a  $90^\circ$   
 $\text{HW}_2 = +5.00 \text{ D}$  en el meridiano principal a  $180^\circ$

Pero estas potencias principales también se pueden obtener con otras combinaciones cilíndricas.

La lente bicilíndrica  $\text{cil} +3.00 \text{ A } 180^\circ \text{ cil} +5.00 \text{ A } 90^\circ$  tiene, al igual que la lente esferocilíndrica:  $\text{esf.} +3.00 = \text{cil} +2.00 \text{ A } 90^\circ$ , las mismas potencias principales:  $+3.00 \text{ D}$  a  $90^\circ$  y  $+5.00 \text{ D}$  a  $180^\circ$  que la lente del ejemplo.

En la tabla 2 se comparan las dos lentes mostrando la relación entre ellas:

**Tabla II**

	HR	$90^\circ$	$180^\circ$	
	HW	+3.0	+5.0	
$D_1 = \text{cil} +3.0 \text{ A } 180^\circ$ $D_2 = \text{cil} +5.0 \text{ A } 90^\circ$		+3.0 +0.0	0.0 +5.0	Lente bicilíndrica
$D_1 = \text{esf} +3.0$ $D_2 = \text{cil} +2.0 \text{ A } 90^\circ$		+3.0 0.0	+3.0 +2.0	Lente esferocilíndrica con cilindro positivo
	HW	+3.0	+5.0	

### Resultado:

Dos lentes esferocilíndricas, distintas entre sí, con cilindro positivo o negativo, pueden ser dióptricamente equivalentes. También pueden ser dióptricamente equivalentes a una lente de cilindros cruzados.

Escribiendo la combinación de la manera adecuada se puede indicar al mismo tiempo la forma de la lente bicilíndrica y esferocilíndrica.

## Potencia astigmática y su indicación

Como potencia astigmática se entiende la diferencia entre los valores de las potencias principales y en la terminología técnica se denomina como «cilindro» (o efecto cilíndrico o potencia cilíndrica) El signo de la potencia astigmática depende de la esfera utilizada para la combinación.

Si se toma, como potencia esférica, la potencia matemáticamente mayor, entonces la combinación tendrá un cilindro negativo.

Según la norma DIN 58202, se debe tomar como esfera la potencia principal matemáticamente menor con lo que el cilindro será siempre positivo.

Por tanto, la potencia astigmática, representada como cilindro positivo, será la diferencia:

$\text{HW}_2 - \text{HW}_1$  o  $S_2 - S_1$   
 $\text{HW}_2, S_2 =$  potencia principal de vertice posterior matemáticamente menor.

$\text{HW}_1, S_1 =$  potencia principal de vertice posterior matemáticamente mayor.

La definición establece para las lentes astigmáticas la denominación esferocilíndrica con cilindro positivo o negativo según sea la forma de la lente, pero el resultado de aplicar la norma no da información sobre la forma de la lente, dándose sólo las potencias refractivas y la dirección de sus meridianos. Para simplificar la escritura se omite el signo de combinación entre la esfera y el cilindro\*.

\*Nota: En la práctica se omite también las abreviaturas *esf.* y *cil.* porque siempre la potencia astigmática es la potencia asociada al eje, siendo la otra la potencia esférica.  
 $\text{esf.} +3.00 \text{ cil.} +2.00 \text{ A } 90^\circ = +3.00 +2.00 \text{ A } 90^\circ$

### Ejemplo:

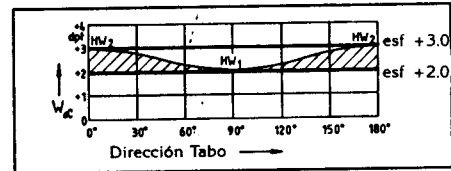
$\text{esf.} +3.00 \text{ cil.} +2.00 \text{ A } 90^\circ$

Esta lente astigmática tiene las potencias principales:

	HW	+3.00	+5.00
	HR	$90^\circ$	$180^\circ$

### Ejemplos

1. Se da el diagrama de los efectos dióptricos de una lente de cilindros cruzados:  $\text{cil} +3.00 \text{ A } 90^\circ \text{ cil} +2.00 \text{ A } 180^\circ$  (fig. 3)



**Fig. 3. Diagrama**

Determinese las dos combinaciones esferocilíndricas que son dióptricamente equivalentes a esta lente bicilíndrica.

**Solución:** Para hallar la primera combinación se parte de una superficie esférica que en todos los meridianos tenga la potencia  $+2.00 \text{ D}$ , que corresponde en el diagrama a la recta con el valor en la escala de  $+2.00 \text{ D}$ . Para obtener la potencia total, se ha de sumar a la potencia esférica el área rayada situada en el diagrama sobre esta recta y que corresponda a la potencia cilíndrica de  $+1.00 \text{ a } 90^\circ$ .

1.ª Combinación:  $\text{esf.} +2.00 \text{ cil.} +1.00 \text{ A } 90^\circ$

El mismo efecto dióptrico se obtiene para una segunda combinación si se considera una superficie esférica de  $+3.00 \text{ D}$ , que en el diagrama corresponde a una recta de valor de escala  $+3.00$ . Para la potencia total se ha de considerar el área no rayada situada debajo de esta recta, que corresponde a una potencia cilíndrica de  $\text{cil.} -1.00 \text{ A } 180^\circ$  ( $=0^\circ$ )

2.ª combinación:  $\text{esf} +3.00 \text{ cil} -1.00 \text{ A } 180^\circ$

2. Dados los siguientes meridianos principales y sus potencias:

	HR	$30^\circ$	$120^\circ$
	HW	+2.5	+4.0

Determinar las dos combinaciones esferocilíndricas equivalentes.

### Solución:

Para obtener la potencia astigmática total de una combinación esferocilíndrica se toma como esfera la potencia de una de los meridianos principales y se combina con el cilindro correspondiente.

1.ª Combinación:

	HR	$30^\circ$	$120^\circ$
	HW	+2.5	+4.0
$D_1 = \text{esf.} +2.50$		+2.5	+2.5
$D_2 = \text{cil} -1.5 \text{ A } 30^\circ$		0.0	+1.5

1.ª combinación:  $\text{esf.} +2.50 \text{ cil.} +1.50 \text{ A } 30^\circ$

Si se toma como esfera la potencia principal matemáticamente mayor, se tendrá que combinar con un cilindro negativo con el eje en la dirección del meridiano principal correspondiente a esta potencia.

	HR	$30^\circ$	$120^\circ$
	HW	+2.5	+4.0
$D_1 = \text{esf.} +4.0$		+4.0	+4.0
$D_2 = \text{cil} -1.5 \text{ A } 120^\circ$		-1.5	0.0



2.ª combinación: esf. +4.00 ⊂ cil. -1.50 A 120°

3. Para la siguiente combinación esferocilíndrica con cilindro negativo, hallar la combinación equivalente con cilindro positivo (según la norma DIN 58202)  
esf. -3.25 ⊂ cil. -1.25 A 10°

**Solución:**

En primer lugar se determinan, a partir de la combinación dada, las potencias principales y sus correspondientes meridianos principales.

Para simplificar se pueden omitir las potencias de las superficies en nuestro esquema:

	HR	10°	100°
esf. -3.25 cil -1.25 A 10		-3.25 0.0	-3.25 -1.25
	HW	-3.25	-4.5

Como esfera de la nueva combinación se toma la potencia principal matemáticamente menor, -4.50 D. El eje del cilindro correspondiente está en la dirección de este meridiano principal porque sólo para este meridiano principal la potencia cilíndrica positiva es igual a cero y por lo tanto no influye a la potencia esférica de la combinación.

	HR	10°	100°
	HW	-3.25	-4.5
esf -4.5 cil +1.25 A 100°		-4.5 +1.25	-4.5 0.0
	HW	-3.25	-4.5

Solución: esf; -4.50 cil. +1.25 A 100°

4. Sustituir la siguiente lente de cilindros cruzados:  
cil. +1.00 A 40° ⊂ cil. -2.00 A 130°, por las lentes esferocilíndricas equivalentes.

**Solución:**

Con el esquema de potencias se determinan las potencias principales y sus direcciones.

	HR	40°	130°
cil +1.00 A 40° cil -2.00 A 130°		0.0 -2.0	+1.0 0.0
	HW	-2.0	+1.0

Para la primera combinación se toma como esfera la potencia principal matemáticamente menor, -2.00 D. coincidiendo este meridiano con la dirección del eje del cilindro de la combinación.

	HR	40°	130°
	HW	-2.0	+1.0
esf -2.0 cil +3.0 A 40°		-2.0 0.0	-2.0 +3.0
	HW	-2.0	+1.0

1.ª combinación: esf; -2.00 cil. +3.00 A 40°

Como esfera para la segunda combinación se toma la otra potencia principal que es matemáticamente mayor: +1.00 D.

	HR	40°	130°
	HW	-2.0	+1.0
esf +1.0 cil +3.0 A 130°		+1.0 -3.0	+1.0 0.0
	HW	-2.0	+1.0

2.ª combinación: esf. +1.00 ⊂ cil. -3.00 A 130°

5. En la refracción (examen visual para determinar la lente correctora necesaria) se utiliza un cilindro cruzado para determinados métodos de examen.

Determinar, para el cilindro cruzado CC ±0.50 A 180°, las tres combinaciones equivalentes posibles.

**Solución:**

La expresión CC ±0.50 A 180° es la forma abreviada para la siguiente combinación bicilíndrica:

cil. -0.50 A 180° ⊂ cil. -0.50 A 90°

Las potencias principales y sus meridianos son:

	HR	90°	180°
cil. -0.5 A 180° cil +0.50 A 90°		-0.5 0.0	0.0 +0.5
	HW	-0.5	+0.5

Para la primera combinación esferocilíndrica se toma como potencia esférica la primera potencia principal, -0.50 D. y una potencia cilíndrica con el eje en la dirección del meridiano correspondiente a esta potencia.

	HR	90°	180°
	HW	-0.5	+0.5
esf. -0.5 cil +1.0 A 90°		-0.5 0.0	-0.5 +1.0
	HW	-0.5	+0.5

Como esfera para la segunda combinación esferocilíndrica se toma la otra potencia principal, +0.50 D. con el eje de la potencia cilíndrica en este meridiano principal.

	HR	90°	180°
	HW	-0.5	+0.5
esf. +0.50 cil -1.0 A 180°		+0.5 -1.0	+0.5 0.0
	HW	-0.5	+0.5

Las siguientes combinaciones son dióptricamente equivalentes:

1. - cil. -0.50 A 180° ⊂ cil. +0.50 A 90°
2. - esf. -0.50 cil. +1.00 A 90°
3. - esf. +0.50 ⊂ cil. -1.00 A 180°

6. Calcular la combinación esferocilíndrica equivalente a la siguiente lente planocilíndrica:  
cil. -0.75 A 170°

**Solución:**

Primero se determinan las potencias principales y sus direcciones:

	HR	80°	170°
cil. -0.75 A 170°		-0.75	0.0
	HW	-0.75	0.0

Como esfera se toma la potencia cilíndrica distinta a cero. La combinación resultante es:

	HR	80°	170°
	HW	-0.75	0.0
esf. -0.75 cil +0.75 A 80°		-0.75 0.0	-0.75 +0.75
	HW	-0.75	0.0

Resultado: esf; -0.75 cil. +0.75 A 170°

Las lentes planocilíndricas pueden ser sustituidas por una combinación esferocilíndrica dióptricamente equivalente.

También la lente planocilíndrica cil. +1.50 A 20° puede ser sustituida por la lente esferocilíndrica equivalente: esf. +1.50 cil. -1.50 A 110°

7. Determinar las potencias en los meridianos 0° y 90° Tabo para las siguientes lentes esferocilíndricas  
esf. +1.00 cil. -3.00 A 60°  
esf. -2.00 cil. +3.00 A 150°

Solución:

Las lentes esferocilíndricas dadas las podemos imaginar compuestas por dos superficies con las correspondientes potencias esféricas y cilíndricas. Si suponemos lentes delgadas, entonces la potencia total  $W_{\alpha R}$  en un determinado meridiano, es la suma de las potencias de cada superficie en el meridiano considerado.

Cálculo:

Combinación: esf; +1.00 cil. -3.00 A 60°

La potencia total  $W_{\alpha R}$  en cualquier meridiano es:  
 $W_{\alpha R} = \text{Desf} + \text{Dcil} \cdot \sin^2 \alpha$

Para el meridiano 0° Tabo:  $\alpha = 60^\circ$

$$W_{\alpha R} = +1.0 \text{ D} + (-3.0 \text{ D}) \cdot \sin^2 60^\circ$$

$$W_{\alpha R} = +1.0 \text{ D} + (-2.25 \text{ D})$$

$$W_{\alpha R} = -1.25 \text{ D. a } 0^\circ \text{ Tabo}$$

Para el meridiano 90° Tabo:  $\alpha = 30^\circ$

$$W_{\alpha R} = +1.0 \text{ D} + (-3.0 \text{ D}) \cdot \sin^2 30^\circ$$

$$W_{\alpha R} = +1.0 \text{ D} + (-0.75 \text{ D})$$

$$W_{\alpha R} = +0.25 \text{ D. a } 90^\circ \text{ Tabo}$$

Combinación: esf. -2.00 cil. +3.00 A 150°

Para el meridiano 0° Tabo:  $\alpha = 150^\circ (=30^\circ)$

$$W_{\alpha R} = -2.0 \text{ D} + (+3.0 \text{ D}) \cdot \sin^2 150^\circ$$

$$W_{\alpha R} = -2.0 \text{ D} + 0.75 \text{ D}$$

$$W_{\alpha R} = -1.25 \text{ D a } 0^\circ \text{ Tabo}$$

Para el meridiano 90° Tabo:  $\alpha = 60^\circ$

$$W_{\alpha R} = -2.0 \text{ D} + (+3.0 \text{ D}) \cdot \sin^2 60^\circ$$

$$W_{\alpha R} = -2.0 \text{ D} + 2.25 \text{ D}$$

$$W_{\alpha R} = +0.25 \text{ D a } 90^\circ \text{ Tabo}$$

Resultado:

Ambas lentes esferocilíndricas tienen la misma potencia en los meridianos correspondientes.

Las lentes esferocilíndricas:

esf. +1.00 cil. -3.00 A 60° y esf. -2.00 cil. +3.00 A 150°

son, por tanto, dióptricamente equivalentes.

El siguiente diagrama muestra la potencia total para ambas combinaciones esferocilíndricas: (fig. 4)

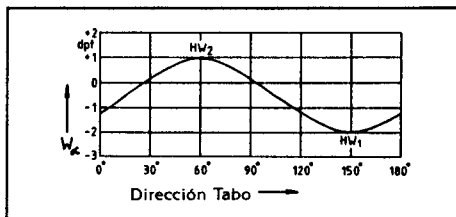


Fig. 4. Diagrama

8. Obtener una potencia astigmática de cil. +4.00 D con una lente bicilíndrica:  $\varphi = 45^\circ$  y  $D_1 = \text{cil.} +2.00 \text{ A } 0^\circ$ .

Determinar la potencia de la segunda superficie cilíndrica y las combinaciones esferocilíndricas equivalentes.

Solución:

Determinación de la combinación bicilíndrica:

Gráficamente se puede determinar la potencia cilíndrica  $Z_2$ , con la construcción del paralelogramo en el esquema conocido del doble ángulo utilizado para la resolución de combinaciones bicilíndricas.

La figura 5 muestra el método utilizado.

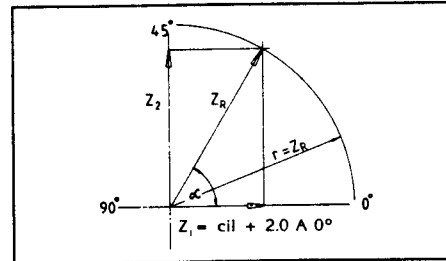


Fig. 5. Determinación gráfica de la combinación bicilíndrica

Primero se dibuja a escala, en el esquema, la potencia cilíndrica  $Z_1$  en forma de vector, y la dirección del eje del cilindro  $Z_2$ , que viene dado por el ángulo  $\varphi = 45^\circ$ , mediante la representación del ángulo doble. La potencia cilíndrica resultante  $Z_R = \text{cil.} +4.00$  se puede dibujar mediante un arco de circunferencia con centro en el origen, ya que no conocemos la dirección del eje de este cilindro resultante.

Con la construcción del paralelogramo (en este caso es un rectángulo debido a que  $\varphi = 45^\circ$  por lo que se debe dibujar  $Z_2$  formando un ángulo recto equivalente a  $2\varphi$ ) se determina la dirección del eje del cilindro resultante y la potencia cilíndrica  $Z_2$  de la segunda lente cilíndrica.

Resultado:

Orientación del eje del cilindro resultante:  $A = \alpha / 2 = 30^\circ$  Potencia cilíndrica de la 2ª superficie:  $Z_2 = \text{cil.} +3.50 \text{ A } 45^\circ$  combinación bicilíndrica:

cil. +2.00 A 0° cil. +3.50 A 45°

Determinación de los meridianos principales y las potencias principales:

La posición del eje del cilindro positivo resultante  $A = 30^\circ$  nos determina la orientación del meridiano principal de la potencia principal matemáticamente menor. Las potencias principales que se obtienen son:

$$HW_{1,2} = \frac{Z_1 + Z_2 \pm Z_R}{2} = \frac{2.0 \text{ D} + (3.5 \text{ D}) \pm (+4.0 \text{ D})}{2}$$

$$HW_1 = +0.75 \text{ D. a } 30^\circ \text{ Tabo}$$

$$HW_2 = +4.75 \text{ D. a } 120^\circ \text{ Tabo}$$

Determinación de las combinaciones esferocilíndricas equivalentes:

	HR	30°	120°
	HW	+0.75	+4.75
esf. +0.75 cil +4.00 A 30°		+0.75 0.0	+0.75 +4.0
	HW	+0.75	+4.75
esf +4.75 cil -4.0 A 120°		+4.75 -4.0	+4.75 0.0
	HW	+0.75	+4.75

Resultado:

1ª Combinación: esf. +0.75 cil. +4.00 A 30°

2ª Combinación: esf; +4.75 cil. -4.00 A 120°

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Lentes esferotóricas

### Introducción

Con el concepto de «torus» se denomina en la arquitectura al anillo abombado semicircular en la base de una columna iónica de los antiguos templos griegos.

En la óptica ocular se entienden por lentes tóricas a lentes astigmáticas curvadas que presentan una superficie tórica, con la que se consigue el llamado efecto cilíndrico. Básicamente, estas lentes tóricas se pueden fabricar de tres formas distintas:

- Tóricas externas,
- Tóricas internas,
- Bitóricas.

Si la superficie tórica de la lente está situada en el espacio objeto, entonces será una lente tórica externa (tórica convexa). Si la superficie tórica de la lente es la del lado del ojo será tórica interna (tórica cóncava).

Las lentes bitóricas están limitadas por dos superficies tóricas. Solamente es posible la fabricación de lentes bitóricas con un enorme esfuerzo técnico por lo que no han alcanzado gran aplicación práctica como lentes oftálmicas. Las lentes tóricas son generalmente lentes esferotóricas, es decir, están limitadas por una superficie esférica y una superficie tórica.

### Superficies tóricas

Los tubos circulares, neumáticos, barriles y toneles son ejemplos de objetos que tienen superficies tóricas. Las superficies exteriores de estos cuerpos son superficies tóricas convexas y sus superficies interiores son tóricas cóncavas cuando su espesor es uniforme.

Geoméricamente se genera una superficie tórica por rotación de un arco de círculo con el centro de  $C_M$ , alrededor de un eje de rotación que no pasa por este centro (fig. 1).

### Toro en forma de tonel y toro en forma de anillo

Una superficie tórica tiene en sus dos meridianos principales, perpendiculares entre sí, dos radios de curvatura distintos:  $r_M$  = radio del arco de círculo y  $r_R$  = radio de rotación. Si el eje de rotación, como en el dibujo, se encuentra entre el centro del arco y el propio arco, entonces se

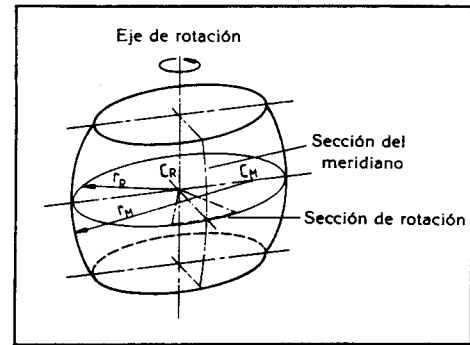


Fig. 1. Cuerpo de rotación con toro en forma de tonel.

forma un toro denominado en forma de tonel:

Toro en forma de tonel:  $r_M > r_R$ .

En cambio, si el centro de curvatura del meridiano que forma el arco de círculo se encuentra entre este meridiano y el centro de rotación, entonces la superficie generada se denomina tórica en forma de anillo.

Toro en forma de anillo:  $r_M < r_R$ .

### Superficie convexotórica y superficie concavotórica

Una superficie tórica puede ser tallada tanto en forma saliente (convexa) como hueca (cóncava). Si se utilizan estas superficies para lentes oftálmicas se obtienen lentes curvadas menisco-tóricas. Si la superficie tórica es convexa, del lado del objeto, entonces la lente tendrá un efecto convexo-tórico. Las lentes con la superficie tórica interna, del lado del ojo, tendrán un efecto cóncavo-tórico.

En la figura 2 están representadas dos lentes plano-tóricas, una con la superficie convexo-tórica (externa) y la otra con la superficie cóncavo-tórica (interna).

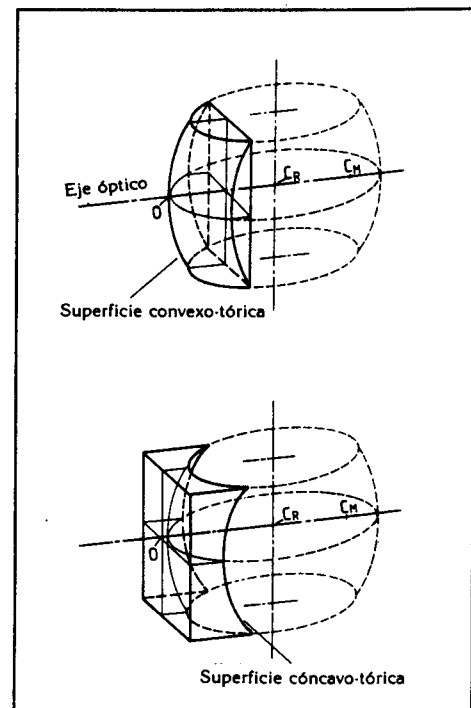


Fig. 2. Lentes plano-tóricas.

### Meridianos principales y potencias de una superficie tórica

Una superficie tórica posee, al igual que una superficie cilíndrica, dos meridianos principales perpendiculares entre sí: una sección de este meridiano está en la dirección del eje de rotación y pasa a través de él. Perpendicular a esta sección del meridiano principal está la sección de rotación.

El efecto dióptrico de una superficie tórica viene determinado por la diferencia de las potencias de las dos superficies en sus meridianos principales. Se denomina «diferencia astigmática», «potencia cilíndrica», o simplemente «cilindro» de la superficie tórica.

Para las potencias en los meridianos principales se cumple, con la lente inmersa en aire:

$$D_{1,M} = \frac{n-1}{r_{1,M}} \quad D_{2,M} = \frac{1-n}{r_{2,M}}$$

$$D_{1,R} = \frac{n-1}{r_{1,R}} \quad D_{2,R} = \frac{1-n}{r_{2,R}}$$

«Cilindro» =  $D_M - D_R$  o  $D_R - D_M$

$D_M, D_R$  = Potencias de las superficies en la sección del meridiano y en la sección de rotación.

$r_M, r_R$  = radio del arco y radio de rotación en m

$n$  = índice de refracción.

Ejemplo:

Una superficie convexo-tórica de material de índice de refracción  $n=1.525$  tiene los radios  $r_M=105$  mm y  $r_R=131,25$  mm. Determinar la potencia cilíndrica.

Potencia de la superficie en la sección del meridiano:

$$D_{1,M} = \frac{n-1}{r_{1,M}} = \frac{1.525-1}{+0.105 \text{ m}} = +5,0 \text{ dpt}$$

Potencia de la superficie en la sección de rotación:

$$D_{1,R} = \frac{n-1}{r_{1,R}} = \frac{1.525-1}{+0.13125 \text{ m}} = +4,0 \text{ dpt}$$

El «cilindro» de la superficie convexo-tórica, en este caso en forma de anillo, será, expresada como cilindro positivo:

$$D_M - D_R = +5,0 \text{ dpt} - (+4,0 \text{ dpt}) = 1,0 \text{ dpt}$$

Las potencias y sus direcciones también se pueden expresar en nuestro esquema, ya conocido con anterioridad:

HR	90°	180°
$D_1 = \text{tórico}$	+ 5.0	+ 4.0

Este efecto dióptrico de la superficie convexo-tórica, también se puede expresar como una combinación esferocilíndrica.

$$\text{esf. } +4.00 \text{ cil. } +1.00 \text{ A } 180^\circ \text{ o}$$

$$\text{esf. } +5.00 \text{ cil. } -1.0 \text{ A } 90^\circ$$

Naturalmente también se puede obtener una potencia cilíndrica de +1.00 D. con una superficie tórica con otras curvaturas como las tomadas en el esquema siguiente: (fig. 3).

#### Potencia en otros meridianos

Las potencias en las secciones principales de una superficie óptica son valores extremos; representan un máximo

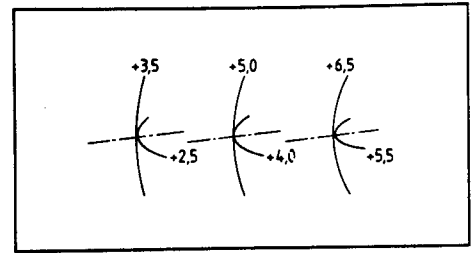


Fig. 3. Presentación esquemática de distintas curvaturas de la superficie tórica con cil +1.00 D.

y un mínimo matemático. También se denominan potencias principales de la superficie tórica.

Para un meridiano cualquiera de una superficie tórica, formando un ángulo  $\alpha$  con el meridiano con la potencia matemáticamente menor, se puede calcular la potencia  $W_\alpha$  según la siguiente fórmula:

$$W_\alpha = H.W_1 + (H.W_2 - H.W_1) \cdot \sin^2 \alpha$$

$H.W_1$  y  $H.W_2$  = potencias principales matemáticamente menor y mayor.

También con la ayuda de un esferómetro se pueden medir la potencias principales y las potencias en otros meridianos de la superficie tórica.

La diferencia entre estos valores extremos nos da la potencia cilíndrica de la superficie tórica.

Ejemplo:

Con un esferómetro se mide la potencia  $W_\alpha$  de una superficie tórica, con las direcciones de los meridianos principales a 60° y 150° Tabo.

La tabla I nos da las medidas obtenidas para los distintos meridianos según el sistema Tabo. Encuadrados en negrita están las direcciones principales y las potencias principales de la superficie tórica.

Tabla I.

Dirección del meridiano (Tabo)	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$W_\alpha$ en dpt	+2,75	+4,25	+5,0	+4,25	+2,75	+2,0	+2,75
$\alpha$	150°	120°	90°	60°	30°	0°	30°

En la figura 4 se observa que la diferencia de potencia en los puntos extremos de +2.00 D. y +5.00 D. muestra la misma curva que una superficie cilíndrica cil. +3.00 a 150°. El área rayada en la gráfica corresponde a la potencia cilíndrica.

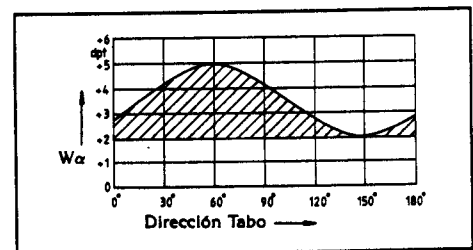


Fig. 4. Diagrama de la potencia total de una superficie tórica con las potencias principales: +2.00 D a 150° y +5.00 D a 60°.

La potencia de esta superficie tórica también se puede indicar en la forma: esf. +2.00 cil. +3.00 a 150°, y naturalmente, también en su forma transpuesta con cilindro negativo.

En general, se cumple:

La diferencia astigmática de una superficie tórica es dióptricamente equivalente a la superficie cilíndrica correspondiente.

**Formas de lentes esfero-tóricas**

Las lentes esfero-tóricas están limitadas por una superficie esférica y una superficie tórica. Para la obtención de una cierta potencia total se puede fabricar la lente con distintas curvaturas así como con la superficie tórica interna o externa.

Dada esta posibilidad de fabricar la lente con distintas curvaturas y distintas posiciones del toro, se puede determinar la forma más favorable de la lente según las características deseadas.

Las lentes se pueden tallar en gran número al mismo tiempo y con un mismo toro en un llamado anillo toral. Por esto, por motivos económicos, en el proceso de fabricación hasta los años sesenta se fabricaban casi exclusivamente lentes tóricas externas. Se tallaban lentes tóricas internas en la fabricación de lentes bi y trifocales. La experiencia adquirida con ello y el posterior desarrollo de las máquinas de desbaste (generadores) permiten actualmente una fabricación económica de lentes tóricas internas.

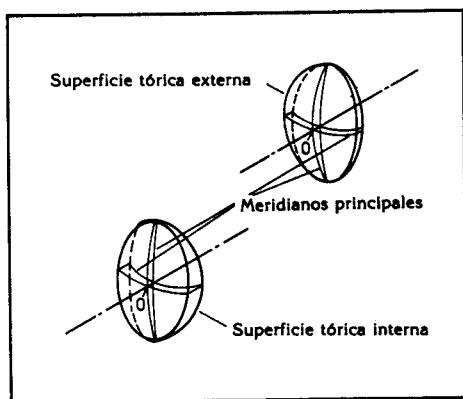


Fig. 5. Lentes esfero-tóricas con la superficie tórica externa e interna.

**Eje óptico de las lentes esfero-tóricas**

El eje óptico es la recta sobre la que se encuentran los tres centros de curvatura característicos de las lentes esfero-tóricas. Estos centros de curvatura son:

- $C_R$  para el radio de rotación.
- $C_M$  para el radio del arco de círculo.
- $C_1$  o  $C_2$  para el radio de la superficie esférica en las lentes tóricas internas o externas.

Este eje óptico corta a la superficie en el centro óptico O de la lente.

**Meridianos principales y sus potencias**

Una superficie tórica tiene, como ya se dijo, dos meridianos principales correspondientes al arco de círculo que efectúa la rotación y al círculo descrito por ella. En una lente esfero-tórica las secciones en estas direcciones principales tienen una delimitación esférica y son los meridianos principales de la lente.

Las potencias en las secciones principales: las potencias principales, resultan de las diferentes formas de meniscos de estas secciones.

En las lentes esfero-tóricas curvadas pueden verse combinadas las siguientes formas de las secciones:

- Ambas secciones cóncavo-convexas diferentes.
- Ambas secciones convexo-cóncavas diferentes.
- Una sección convexo-cóncava y la otra cóncavo-convexa.

La potencia principal corresponde a la potencia de vértice posterior de una lente con la misma sección transversal y del mismo material.

La diferencia entre las potencias principales nos determinan la potencia cilíndrica. Las lentes esfero-tóricas no tienen superficies cilíndricas, pero sí potencias cilíndricas. Su potencia se indica por esto, según la norma DIN 58.202, como combinación esfero-cilíndrica con cilindro positivo. Como ya se comentó anteriormente, esta indicación no nos proporciona ninguna información sobre la forma de la lente.

**Lentes esfero-tóricas: Ejemplos**

1. Calcular los parámetros de una lente esfero-tórica con la superficie tórica externa para la prescripción:

esf. +2.00 D. cil.+1.00\*90°

Primero se calcula, con el método ya conocido, las potencias principales de la lente:

	HR	90°	180°
esf. +2.00 cil. +1.00 a 90°			
	HW	+2.00	+3.00

La diferencia astigmática de +1.00 D. se conseguirá con una superficie convexo-tórica con las potencias  $D_{1,1} = +6.50$  D. y  $D_{1,2} = +7.50$  D.

$D_{1,1}$  y  $D_{1,2}$  son las potencias de la superficie externa (del lado del objeto) de la lente para los dos meridianos principales. Una superficie esférica cóncava reduce, con una potencia  $D_2 = -4.50$  D., la potencia convexo-tórica a las potencias principales +2.00 y +3.00 D.

En el siguiente esquema están resumidas las potencias de las superficies, los meridianos principales y sus direcciones y las potencias principales de la lente.

	HR	90°	180°
	HW	+2.0	+3.0
$D_1 = \text{tórico}$ $D_2 = \text{esf} -4.5$		+6.5	+7.5
		-4.5	-4.5
$D = D_1 + D_2$		+2.0	+3.0

Esto es válido para una lente infinitamente delgada. En la fabricación se tiene en cuenta el espesor central necesario al calcular la potencia real de las superficies.

Con otra «curva base», por ejemplo:  $D_2 = -5.25$  D., se podría fabricar, para la prescripción dada, una lente tórica externa algo más curvada, pero de la misma potencia.

	HR	90°	180°
	HW	+2.0	+3.0
$D_2 = \text{esf} -5.25$ $D_1 = \text{tórica}$		-5.25	-5.25
		+7.25	+8.25
$D = D_1 + D_2$		+2.0	+3.0

**Resultado:**

Para una determinada prescripción son posibles muchas soluciones con distintas curvaturas.

2. Calcular los parámetros de una lente esfero-tórica con la superficie tórica interna que cumpla la prescripción:  
esf. -5.50 cil.+2.50 A 170°

Primero determinamos las potencias principales:

HR	80°	170°
Esf. -5.5 cil. +2.5 A 170°	-5.5 +2.5	-5.5 0.0
HW	-3.0	-5.5

Para obtener una «forma favorable», tomamos para la superficie convexa una potencia  $D_1 = +3.00$  D.

La superficie tórica cóncava deberá neutralizar ahora la curvatura de  $+3.00$  D. de la superficie esférica y conseguir las potencias principales de  $-3.00$  D. y  $-5.50$  D.

El siguiente esquema muestra claramente la forma y la potencia de la lente:

HR	80°	170°
HW	-3.0	-5.5
$D_1 = \text{esf} +3.0$ $D_2 = \text{tórica}$	+3.0 -6.0	+3.0 -8.5
$D = D_1 + D_2$	+3.0	-5.5

Una lente tórica interna con las potencias de sus superficies de  $-6.00$  D y  $-8.50$  D. para la superficie interna tórica y de  $+3.00$  D. para la superficie esférica externa, tiene la misma potencia total que la prescripción: esf.  $-5.50$  cil.  $+2.50$ .

Para no variar la posición del eje se ha de tener mucho cuidado al biselar la lente.

La potencia requerida en la prescripción también se podría obtener con unas curvaturas diferentes.

Para fabricar una lente más plana, se podría tomar como «curva base» para la superficie esférica, por ejemplo, la potencia  $D_1 = +2.50$  D.

El siguiente esquema muestra la relación entre la forma y las potencias en los meridianos principales de una lente con la curva base de  $+2.50$  y las potencias principales  $-3.00$  y  $-5.50$  D.

HR	80°	170°
HW	-3.0	-5.5
$D_1 \text{ esf.} +2.5$ $D_2 \text{ tórica}$	+2.5 -5.5	+2.5 -8.0
$D = D_1 + D_2$	-3.0	-5.5

3. Calcular, para la prescripción: esf.  $-1.00$  cil.  $+2.00$  A  $90^\circ$  los parámetros de una lente tórica externa y los de una tórica interna.

Primero determinamos las potencias principales:

HR	90°	180°
esf. $-1.0$ cil. $+2.0$ A $90^\circ$	$-1.0$ 0,0	$-1.0$ $+2.0$
HW	$-1.0$	$+1.0$

Como potencias para las curvas bases de ambas lentes tomamos  $-4.50$  y  $+5.00$  D.

Lente con superficie convexo-tórica:

La potencia de  $-4.50$  D. tomada para la superficie esférica nos determina la curvatura de la lente. A partir de la diferencia de las potencias principales  $-1.00$  y  $+1.00$

D. y de la potencia de la superficie esférica, se obtienen las potencias de la superficie tórica externa.

El esquema nos da la forma y las potencias en los meridianos principales de la lente:

HR	90°	180°
HW	$-1.0$	$+1.0$
$D_1 = \text{tórica}$ $D_2 = \text{esf} -4.5$	+3.5 -4.5	+5.5 -4.5
$D = D_1 + D_2$	$-1.0$	$+1.0$

Con las potencias  $+3.50$  y  $+5.50$  D. en la superficie tórica externa y  $-4.50$  D. en la superficie esférica cóncava, la lente tiene la potencia: esf.  $-1.00$  cil.  $+1.00$  de la prescripción.

También son posibles otras soluciones con otras curvas. Una de ellas podría ser:

HW	$-1.0$	$+1.0$
$D_1 = \text{tórica}$ $D_2 = \text{esf} -5.5$	+4.5 -5.5	+6.5 -5.5
$D = D_1 + D_2$	$-1.0$	$+1.0$

#### Lente con superficie cóncavo tórica

Para la obtención de una curvatura favorable se ha tomado como potencia la superficie esférica convexa un valor de  $D_1 = +5.50$  D. Las potencias de la superficie tórica vienen determinadas por la diferencia de potencia entre la potencia de la superficie esférica y la potencia principal correspondiente.

Esquema de la forma y potencias

HR	90°	180°
HW	$-1.0$	$+1.0$
$D_1 = \text{esf.} +5.0$ $D_2 = \text{tórica}$	+5.0 -6.0	+5.0 -4.0
$D = D_1 + D_2$	$-1.0$	$+1.0$

Otra solución podría ser:

HW	$-1.0$	$+1.0$
$D_1 = \text{esf.} +4.5$ $D_2 = \text{tórica}$	+4.5 -5.5	+4.5 -3.5
$D = D_1 + D_2$	$-1.0$	$-1.0$

Resultado:

Las lentes esfero-tóricas sustituyen a combinaciones esfero-cilíndricas dióptricamente equivalentes. Debido a la posibilidad de variar la curvatura y la posición del toro, se pueden fabricar de la forma más favorable, es decir, con las mejores condiciones de formación de imágenes y estéticas posibles. Por esta razón, las lentes esferocilíndricas han sido sustituidas por formas esferotóricas aunque se ha mantenido la notación como esferocilíndrica para expresar la potencia.

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Astigmatismo oblicuo en lentes tóricas

### Condiciones de corrección total del astigmatismo ocular

Un ojo astigmático estará corregido totalmente si ambos puntos focales imagen  $F'_1$  y  $F'_2$  de la lente coinciden con los puntos remotos correspondientes  $R_1$  y  $R_2$  del ojo, y cuando la dirección de los meridianos principales de la lente correctora coinciden con los del ojo.

Estas condiciones para la corrección total del ojo se cumplen sin problemas para la posición de visión principal, incluso con lentes con forma cilíndrica. Otras direcciones de la línea de mirada hacen necesario un movimiento de los ojos alrededor del centro de rotación óptico del ojo  $Z'$ , utilizándose zonas periféricas de la lente para la visión en esta dirección. Si queremos que la lente corrija totalmente el astigmatismo ocular para otras direcciones de la línea de mirada, entonces, los puntos imágenes (realmente líneas imagen) de puntos objeto en infinito y fuera del eje deben coincidir con las esferas de los puntos remotos del ojo. Esto significa: La superficie imagen de la lente debe coincidir con la esfera de los puntos remotos.

En la figura 1 se han considerado tres direcciones de visión: La línea de fijación (FL) corta al centro óptico de la lente, el meridiano vertical y el meridiano horizontal. El ojo está en máxima acomodación para visión lejana.

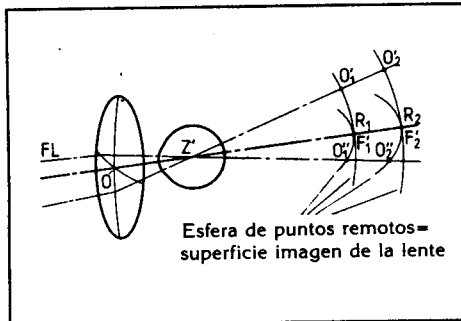


Fig. 1. Condición para la corrección ideal del astigmatismo ocular en visión de lejos para una acomodación máxima.

Los puntos imagen (líneas imagen)  $O'_1$ ,  $F'_1$ ,  $O''_1$ , así como  $O'_2$ ,  $F'_2$ ,  $O''_2$  de la lente para las distintas direcciones

de la línea de mirada están situados en la 1ª y 2ª esfera de los puntos remotos del ojo.

El astigmatismo ocular estará corregido de forma ideal para la visión de lejos, cuando para todas las direcciones de mirada, las imágenes de objetos en infinito, formadas por la lente astigmática, coincidan con la correspondiente esfera de los puntos remotos.

### Aberración de astigmatismo oblicuo en lentes astigmáticas

Igual que en las lentes esféricas, también existe la aberración del astigmatismo de haces oblicuos en las lentes tóricas. Esto ocurre porque los efectos dióptricos para los haces oblicuos no son los mismos en los meridianos principales ni en los otros meridianos. Esto significa que la diferencia de potencia astigmática de la lente, el efecto cilíndrico, no es constante para todas las direcciones de mirada. Las superficies imagen no coinciden con las correspondientes esferas de los puntos remotos del ojo (fig. 2).

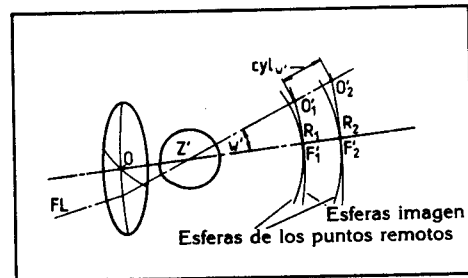


Fig. 2. Aberración astigmática de una lente tórica. Representación esquemática para un astigmatismo ocular hipermetrópico compuesto.

Una variación de la diferencia astigmática en la zona paraxial de la lente es la «aberración astigmática» para cada dirección de la línea de mirada:

$cyl_w - cyl_{paraxial} = \text{aberración astigmática}$

La aberración astigmática depende de:

- Ángulo de visión
- Distancia de vértice de la córnea
- Distancia del objeto
- Efecto dióptrico (potencia)
- Posición de la superficie tórica.
- Curvatura de la lente.

### Tabla I. Astigmatismo perpendicular al eje para lentes esferotóricas (valores redondeados en dioptrías)

Prescripción	Ángulo de visión	Tórica externa	Tórica interna
esf. -4,0, cil -2,0 x 0°	30°	0,3	0,1
esf. +4,0, cil +2,0 x 0°	35°	0,3	0,4
esf. +12,0, cil +2,0 x 0°	35°	2,0	2,0

Para lentes esferotóricas con potencias principales mayores a +8.00 D, el astigmatismo alcanza valores considerables como se puede ver en el ejemplo de la tabla I: esf. +12,0, cil. +2,0 x 0°.

Como normalmente la distancia de vértice de la córnea (15 mm) y la prescripción son fijas, sólo se puede variar el astigmatismo oblicuo de las lentes astigmáticas, variando la curvatura o la posición de la superficie tórica. La aberración astigmática que entonces todavía queda es inevitable, y su valor no es el mismo para todas las direcciones de la línea de mirada ni para todas las distancias del objeto.

Las lentes cuya aberración astigmática es la mínima po-

sible para todas las posiciones del objeto y direcciones de mirada se llaman «lentes tóricas de la mejor forma» o «de la más favorable». Es usual la denominación «con formación de imagen puntual» pero no es muy correcta.

### Efectos de la aberración astigmática en la utilización de lentes esferotóricas

Generalmente es posible obtener valores pequeños de la aberración astigmática para casi todas las potencias eligiendo la curvatura y la posición de la superficie tórica más favorable.

Las lentes con una potencia esférica y cilíndrica pequeña tienen, también una aberración pequeña. En este tipo de lentes, la posición del toro tiene sólo un significado secundario para la calidad de la imagen por lo que, para pequeñas potencias se pueden utilizar tanto lentes tóricas externas como internas.

### Lentes esfero-tóricas con efecto convergente

Las lentes positivas de potencia esférica y cilíndrica medianas y con la superficie tórica externa tienen una aberración astigmática menor que las lentes de igual potencia pero con la superficie tórica interna. Para las lentes astigmáticas de potencia positiva más elevada es necesario, para evitar mayores aberraciones astigmáticas, utilizar formas asfero-tóricas, es decir, lentes con superficies no esféricas. La figura 3 muestra esquemáticamente la disminución de la agudeza visual en función del ángulo visual al utilizar lentes con efecto convergente con superficie tórica externa (at) y superficie tórica interna (it).

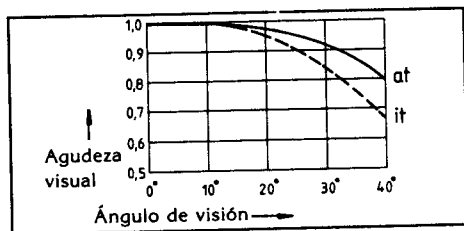


Fig. 3. Agudeza visual —esquemáticamente— con lentes convergentes con toro externo (at) y toro interno (it).

### Lentes esfero-tóricas con efecto divergente

En el caso de las lentes divergentes, tienen menos aberración astigmática las lentes con la superficie tórica interna. Por lo tanto, la disminución de la agudeza visual al mirar a través de zonas más periféricas de la lente es menor en este caso que en el caso de las lentes con la superficie tórica externa.

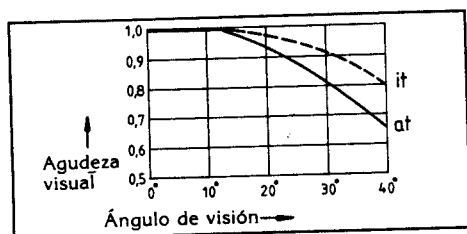


Fig. 4. Agudeza visual —esquemáticamente— con lentes divergentes con toro interno (it) y toro externo (at).

### Cambio de la posición del toro en la adaptación de una nueva gafa

Al adaptar una nueva gafa debería mantenerse la posición del toro utilizada hasta el momento. Si, al adaptar una

nueva gafa se cambia la posición del toro, respecto a la gafa antigua, se debe tener en cuenta que el usuario notará, en el caso de potencia cilíndrica media o elevada, un cambio en su visión. El usuario suele adaptarse por lo que la reutilización de la posición del toro acostumbrada sólo será necesaria en muy pocos casos.

### Imagen anamórfica producida por lentes esferotóricas

El concepto «anamórfico» se puede definir por: forma externa incorrecta, distorsionada. Característica de la formación de imagen anamórfica es, por lo tanto, una imagen que no reproduce al objeto en su forma verdadera. La imagen de un cuadrado, por ejemplo es un rectángulo y la de un círculo, una elipse.

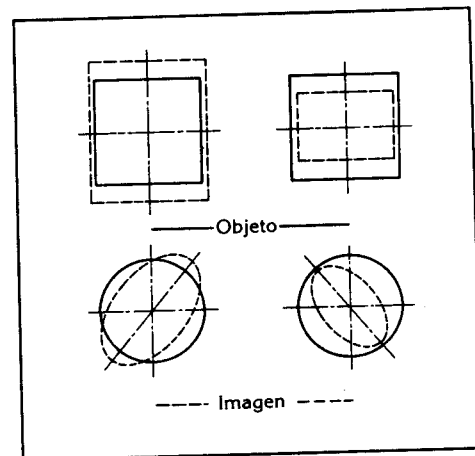


Fig. 5. Distorsiones anamórficas.

### Causa de la formación de imagen anamórfica

La causa de la distorsión anamórfica es que el sistema tiene un aumento lateral distinto en sus dos meridianos principales.

Para el sistema lente-ojo, el aumento total  $N_G$  es el producto del aumento propio de la lente  $N$  y el aumento del sistema  $N_S$ :

$$N_G = N \cdot N_S$$

Las lentes tienen, debido a su espesor de centro  $d$ , un aumento propio, que también depende de la potencia de la primera superficie  $D_1$  y del índice de refracción del material  $n$ :

$$N = \frac{1}{1 - (d/n) \cdot D_1}$$

Junto con la refracción del ojo, la lente de corrección total forma un sistema afocal. El aumento del sistema depende de la distancia de vértice del punto principal  $e^*$  y de la potencia de vértice posterior  $S'$ :

$$N_S = \frac{1}{1 - e^* S'}$$

Las lentes esféricas tienen, debido a su simetría de rotación un aumento total constante para todos los meridianos, no produciéndose, por tanto, imagen anamórfica. Las lentes tóricas, en cambio, tienen dos potencias principales  $HW_1$  y  $HW_2$  y también:

- Distinto aumento propio  $N_1$  y  $N_2$  en el caso de lentes tóricas externas y
- Distinto aumento del sistema  $N_{S1}$  y  $N_{S2}$ .



Por esto, en los meridianos principales correspondientes, las lentes tóricas tienen aumentos totales  $N_{G,1}$  y  $N_{G,2}$  distintos: la formación de imagen es anamórfica.

### Relaciones numéricas

Los distintos aumentos totales en los dos meridianos principales del sistema lente-ojo causan las distorsiones anamórficas en la formación de la imagen.

Una magnitud que caracteriza la formación de imagen anamórfica es la diferencia de aumento porcentual  $\Delta N_G$ :

$$\Delta N_G = \frac{N_{G,2} - N_{G,1}}{N_{G,2}} \cdot 100 \%$$

Las tablas II y III dan los valores numéricos de los distintos aumentos para lentes esfero-tóricas de distintas potencias y materiales. El cálculo se ha hecho para un diámetro de 60 mm y para curvaturas y espesores de centro usuales, considerando una distancia de vértice del punto principal de  $e^* = 15$  mm.

**Tabla II. Aumento de lentes tóricas externas (at) y tóricas internas (it) de material Crown B270 (valores redondeados)**

n <sub>s</sub> = 1,525	N		N <sub>s</sub>		N <sub>G</sub>			
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>s,1</sub>	N <sub>s,2</sub>	N <sub>G,1</sub>	N <sub>G,2</sub>	ΔN <sub>G</sub>	
esf+4,0 cil+2,0	at	1,036	1,045	1,064	1,099	1,101	1,148	4,1 %
	it	1,04				1,106	1,143	3,2 %
esf+4,0 cil+4,0	at	1,039	1,063	1,064	1,136	1,105	1,208	8,5 %
	it	1,057				1,124	1,201	6,4 %
esf-6,0 cil+2,0	at	1,002	1,004	0,917	0,943	0,920	0,947	2,8 %
	it	1,004				0,921	0,947	2,7 %
esf-8,0 cil+4,0	at	1,001	1,003	0,893	0,943	0,894	0,946	5,6 %
	it	1,001				0,894	0,944	5,3 %

**Tabla III. Aumento de lentes tóricas externas (at) y tóricas internas (it) de material Flint BaSF64 (valores redondeados)**

n <sub>s</sub> = 1,706	N		N <sub>s</sub>		N <sub>G</sub>			
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>s,1</sub>	N <sub>s,2</sub>	N <sub>G,1</sub>	N <sub>G,2</sub>	ΔN <sub>G</sub>	
esf+4,0 cil+2,0	at	1,026	1,032	1,094	1,099	1,092	1,134	3,7 %
	it	1,029				1,094	1,130	3,2 %
esf+4,0 cil+4,0	at	1,026	1,042	1,064	1,136	1,092	1,182	7,8 %
	it	1,038				1,104	1,179	6,4 %

Para las lentes negativas de material de mayor índice de refracción se obtienen, debido a su reducido espesor de centro, valores para los aumentos tan similares a los que se obtienen para lentes negativas de material Crown B270, que se pueden considerar iguales.

### Análisis de los resultados numéricos

El aumento propio es:

—Para lentes negativas con superficie tórica externa o interna, debido a su reducido espesor de centro, muy pequeño.

Con una buena aproximación, se puede tomar  $N=1$ .

—Para lentes positivas con superficie tórica externa o in-

terna, debido a su mayor espesor de centro, claramente superior a 1.

—En el caso de lentes con superficie tórica interna, debido a la simetría de rotación de la superficie convexa (superficie convexa esférica), constante en todos los meridianos.

—En el caso de lentes con superficie tórica externa, debido a la diferencia astigmática de la superficie convexa, es distinto en los meridianos principales.

El aumento del sistema es:

—Independiente de la posición de la superficie tórica.

—Viene determinado en ambos meridianos principales por la correspondiente potencia principal. Es mayor que 1 para meridianos con efecto convergente y menor que 1 para meridianos con efecto divergente.

El aumento propio y el aumento del sistema causan la diferencia de aumento total en los meridianos principales y por lo tanto el grado de distorsión anamórfica. Cuanto menor sea la diferencia de aumento porcentual, menor será la distorsión anamórfica. Se puede modificar esta magnitud variando el aumento propio y el aumento del sistema aunque este último sólo se puede cambiar con la distancia de vértice, lo que está muy limitado. Más importante en este contexto es la influencia del aumento propio sobre la diferencia de aumento porcentual. En la tabla se ve claramente que en lentes con superficie tórica externa, sobre todo en lentes positivas convexo-tóricas, la diferencia de los aumentos propios en los meridianos principales aumentan la diferencia de aumento porcentual empeorando la imagen anamórfica. Las lentes con la superficie tórica interna muestran, por esto, una distorsión anamórfica menor que las lentes con la superficie tórica externa.

También el índice de refracción y el espesor de centro tienen influencia sobre el aumento propio. Cuanto menor sea el espesor de centro y mayor el índice de refracción de la lente, para una misma curvatura de la superficie convexa, menor será el aumento propio. Como el espesor de centro depende de la potencia y del diámetro así como del material, todo esto es menos válido para lentes negativas, quedando el índice de refracción que determina el espesor para un cierto diámetro, como la magnitud que influye sobre la formación de la imagen anamórfica en lentes positivas. Los valores de la tabla muestran como se obtienen distorsiones menores al aumentar el índice de refracción para lentes tóricas externas positivas. En el caso de lentes negativas y lentes con la superficie tórica interna, la influencia del índice de refracción sobre la diferencia del aumento porcentual no tiene prácticamente importancia.

Las lentes de CR39 se pueden comparar básicamente con las lentes crown B270 respecto a sus propiedades de formación de imagen anamórfica.

### Distorsión anamórfica angular producida por lentes esfero-tóricas

Nuestro entorno está caracterizado por la predominancia de estructuras verticales y horizontales. Por esto, en un sistema anamórfico con los meridianos principales a 90° y 180°, la diferencia de aumento se hace efectivo en las direcciones predominantes.

Si tenemos, por tanto, una posición de eje «recta»: a 0° o 90° entonces se formará, a través del sistema anamórfico lente tórica-ojo, de un círculo, una elipse vertical o horizontal, y de un cuadrado «recto», un rectángulo. El eje mayor de la elipse imagen del círculo distorsionado anamórficamente o la arista mayor del rectángulo imagen del cuadrado, nos dará la dirección del meridiano principal con el aumento total mayor, es decir, de la potencia principal matemáticamente mayor. Esto significa: El eje mayor de la elipse o la arista mayor del rectángulo nos indica la posición del eje del cilindro negativo de la lente astigmática correctora.

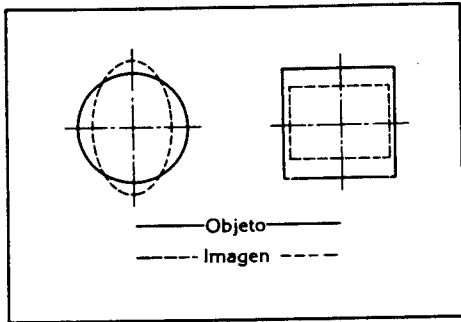


Fig. 6. Formación de imagen anamórfica para una posición «recta» de los meridianos principales.

Si la dirección del meridiano principal corresponde con la dirección de una línea del objeto entonces se formará una imagen anamórfica pero esta línea del objeto mantiene en la imagen su dirección en el espacio. Si la dirección de los meridianos principales del sistema anamórfico lenteojo no coinciden con la dirección de una línea del objeto, entonces la línea de la imagen se inclina respecto a dirección del objeto por lo que tendrá lugar una variación de su posición. La imagen de un cuadrado, por ejemplo, será un rombo inclinado: tiene lugar una distorsión angular. La característica principal de esta distorsión anamórfica angular es que las líneas de la imagen varían su posición en el espacio respecto a las del objeto. Todas las líneas del objeto verticales y horizontales nos parecen, al mirar a través de la lente, con una posición del eje del cilindro inclinada.

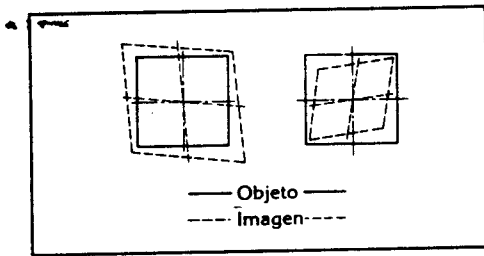


Fig. 7. Distorsión anamórfica angular de un cuadrado —esquemáticamente—.

#### Valor del ángulo de inclinación

El ángulo de inclinación  $\alpha$ , que nos da la medida de la distorsión anamórfica angular, se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$\tan \alpha = \frac{(\gamma - 1) \tan \varphi}{1 + \gamma \tan^2 \varphi} ; \quad \gamma = \frac{N_{G2}}{N_{G1}}$$

siendo:

$\varphi$  = ángulo entre el eje del cilindro positivo y la línea del objeto

$\gamma$  = factor de distorsión anamórfica

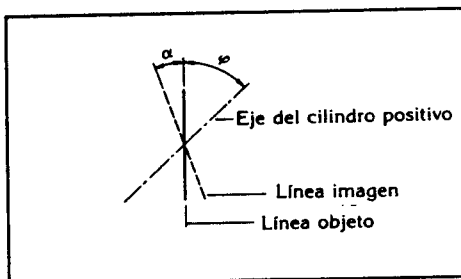


Fig. 8. Esquema para la determinación del ángulo de inclinación  $\alpha$ .

En las tablas IV a VII se dan los resultados de los cálculos de la distorsión anamórfica angular para algunas len-

tes correctoras. Para los cálculos se consideró una línea objeto vertical.

Tabla IV. Distorsión anamórfica de ángulo  $\alpha$  para lentes tóricas externas de material B270

Eje cilindro positivo	90°	75°	60°	45°	30°	$\gamma$
esf +4,0cil +2,0	0°	0,60°	1,04°	1,18°	1,01°	1,042
esf +4,0cil +4,0	0°	1,32°	2,24°	2,53°	2,16°	1,093
esf -6,0cil +2,0	0°	0,42°	0,73°	0,84°	0,73°	1,030
esf -8,0cil +4,0	0°	0,84°	1,44°	1,64°	1,40°	1,059

Tabla V. Distorsión anamórfica de ángulo  $\alpha$  para lentes tóricas internas de material B270

Eje cilindro positivo	90°	75°	60°	45°	30°	$\gamma$
esf +4,0cil +2,0	0°	0,48°	0,82°	0,94°	0,78°	1,032
esf +4,0cil +4,0	0°	0,97°	1,66°	1,89°	1,61°	1,068
esf -6,0cil +2,0	0°	0,40°	0,69°	0,79°	0,68°	1,028
esf -8,0cil +4,0	0°	0,81°	1,38°	1,58°	1,36°	1,057

Tabla VI. Distorsión anamórfica de ángulo  $\alpha$  para lentes tóricas externas de material BaSF64

Eje cilindro positivo	90°	75°	60°	45°	30°	$\gamma$
esf +4,0cil +2,0	0°	0,54°	0,93°	1,07°	0,92°	1,038
esf +4,0cil +4,0	0°	1,16°	1,99°	2,26°	1,92°	1,082

Tabla VII. Distorsión anamórfica de ángulo  $\alpha$  para lentes tóricas internas de material BaSF64

Eje cilindro positivo	90°	75°	60°	45°	30°	$\gamma$
esf +4,0cil +2,0	0°	0,48°	0,82°	0,94°	0,78°	1,032
esf +4,0cil +4,0	0°	0,97°	1,66°	1,89°	1,61°	1,068

#### Análisis de los resultados numéricos

La distorsión anamórfica angular es nula cuando el ángulo entre la dirección del objeto y el eje es también nulo. Cuando la posición del eje del cilindro es «recta», no cambiará la posición en el espacio de las líneas del objeto verticales y horizontales. La distorsión máxima del ángulo ocurre cuando el eje forma un ángulo  $\varphi = 45^\circ$  respecto a la línea del objeto. El ángulo de inclinación depende de la potencia cilíndrica y aumenta aproximadamente de forma proporcional a ella.

Un índice de refracción del material mayor produce una disminución de la distorsión angular en el caso de lentes positivas con la superficie tórica externa. En el caso de lentes divergentes, y debido a su reducido espesor de centro, ni el índice de refracción ni la posición de la superficie tórica tienen una influencia importante sobre el valor del ángulo de inclinación.

En general, las lentes tóricas internas, y esto es sobre todo válido para lentes positivas, tienen, frente a las lentes tóricas externas, la ventaja de una distorsión anamórfica menor. El siguiente diagrama ilustra este aspecto: (fig 9)

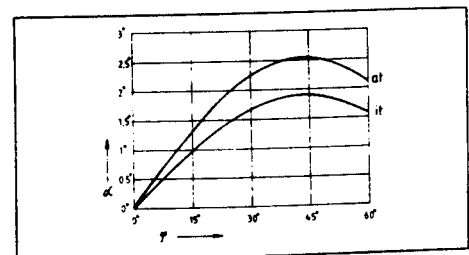


Fig. 9. Distorsión anamórfica angular para la lente esf. +4.0 cil. +4.0

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa

## Astigmatismo de acomodación

La corrección del astigmatismo ocular se realiza generalmente para visión de lejos con lo que se consigue, a través del sistema lente-ojo y en la zona paraxial, una imagen stigmática para puntos objeto en el infinito, es decir, una imagen puntual nítida sobre la retina para una acomodación máxima para visión de lejos. Para las demás distancias, la imagen ya no será stigmática sino será astigmática, originándose el así llamado astigmatismo de acomodación que se debe al distinto grado de acomodación del ojo para las dos potencias principales de la lente.

El efecto de la acomodación depende, en el caso de la corrección de un astigmatismo ocular, de las potencias principales de la lente correctora y del grado de acomodación del ojo. Si se compara la acomodación  $\Delta_{Acc}$  con la acomodación  $\Delta A$  de un emétrope, se obtiene, para la determinación de la acomodación en ambos meridianos principales, la siguiente fórmula aproximada:

$$\Delta A_{1cc} = \Delta A (1 - e \cdot S_1)^2$$

$$\Delta A_{2cc} = \Delta A (1 - e \cdot S_2)^2$$

Donde:

$\Delta A_{1cc}$ ,  $\Delta A_{2cc}$  = Acomodación con corrección para el primer y segundo meridiano.

$S_1$ ,  $S_2$  = Potencia de vértice posterior del primer y segundo meridiano.

$e$  = Distancia de vértice del punto principal en metros.

$\Delta A$  = Acomodación comparable de un emétrope.

La diferencia entre la acomodación del primer y del segundo meridiano, se denomina astigmatismo de acomodación  $E_{Ast}$ .

$$\Delta A_{1cc} - \Delta A_{2cc} = E_{Ast}$$

Este astigmatismo de acomodación no se puede evitar, porque no se pueden compensar simultáneamente esfuerzos de acomodación distintos que dependen de las direcciones de los meridianos principales, ya que, en general, el esfuerzo de acomodación es simétrico según el eje. Además, un astigmatismo existente en la lente influye en la acomodación, pero la magnitud y la dirección de la variación es de poca importancia para el astigmatismo total del ojo. Por esto no es posible, acomodando, compensar del astigmatismo de acomodación.

En consecuencia, así como otras formas de astigmatismo disminuyen la agudeza visual de lejos, el astigmatismo de acomodación disminuirá la buena visión de cerca.

## Relaciones numéricas

Se determinará la acomodación  $Acc$  de un emétrope totalmente corregido para visión lejana con una lente

+4.00 + a 4.00 \* 90° y  $e' = 15$  mm, en comparación con la acomodación  $A = +2.50$  D. de un emétrope.

1. Determinación de las potencias principales.

Tabla I

	HR	90°	180°
esf. + 4.00		+4.0	+4.0
cil. + 4.00 * 90°		0.0	+4.0
	HW	+4.0	+8.0

$$HW_1 = +4.00 \text{ B } HW_2 = +8.00 \text{ D}$$

2. Determinación de la acomodación  $Acc$  en ambos meridianos principales:

$$\Delta A_{1cc} = \Delta A (1 - e' \cdot S'_1)^2$$

$$\Delta A_{1cc} = +2.5 \text{ D } [1 - 0.015 \text{ m } (+4.0 \text{ D})]^2$$

$$\Delta A_{1cc} = +2.21 \text{ D.}$$

$$\Delta A_{2cc} = \Delta A (1 - e' \cdot S'_2)^2$$

$$\Delta A_{2cc} = +2.5 \text{ D } [1 - 0.015 \text{ m } (+8.0 \text{ D})]^2$$

$$\Delta A_{2cc} = +1.94 \text{ D.}$$

3. Valor del astigmatismo de acomodación.

De la diferencia de las dos acomodaciones se obtiene el astigmatismo de acomodación:

$$E_{Ast} = \Delta A_{1cc} - \Delta A_{2cc} = +2.21 \text{ D} - (+1.94 \text{ D})$$

$$E_{Ast} = +0.27 \text{ D.}$$

Esto significa:

Un métrópe corregido para visión lejana con la prescripción esf. +4.00 cil. +4.00 \* 90°, tiene las refracciones la distancia de acomodación en este caso de  $a_E = -40$  cm.

Un emétrope corregido para visión lejana con la prescripción esf. +4.00 cil. +4.00 \* 90°, tiene las refracciones acomodativas  $A_{E,1cc} = 2.21$  D y  $A_{E,2} = -1.94$  D. Las distancias de acomodación correspondiente son  $-45$  cm y  $-52$  cm. Por tanto, el punto de acomodación  $E_{1cc}$  a  $-45$  cm de distancia, sólo formará una imagen nítida a través del primer meridiano del sistema, pero astigmática sobre la retina. Para el segundo meridiano existe un déficit de acomodación de aproximadamente 0,3 D por lo que la imagen se forma detrás de la retina.

El efecto cilíndrico de la lente correctora debería, en el caso de la acomodación simétrica al eje, ser aumentado aproximadamente en 0,3 D, para la distancia de acomodación de  $-45$  cm.

En la figura 1 se muestra esquemáticamente el ejemplo de corrección descrito.

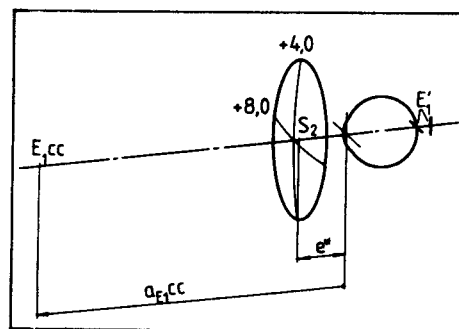


Fig. 1. Astigmatismo de acomodación

## Resultado

El valor del astigmatismo de acomodación depende de:

- Las potencias principales de la lente
- La distancia de acomodación
- La distancia de vértice del punto principal.

En la figura 2 se muestra gráficamente, para una lente esferotórica esf. +4.00 cil. +4.00 \* 90°, el astigmatismo de acomodación en función de la distancia de enfoque  $a_{ECC}$  para las distancias de vértice del punto principal  $e' = 15$  y  $e' = 18$  mm.

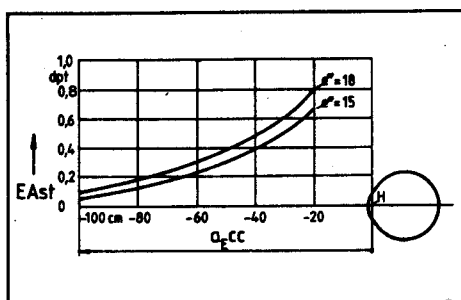


Fig. 2. Astigmatismo de acomodación en función de  $e_{c.c.}$  y  $e^*$  para esf. +4.00 cil+4.00

De la figura se deduce:  
 — El astigmatismo de acomodación aumenta con la necesidad de mayor acomodación.  
 — Un aumento de la distancia de vértice de la córnea aumenta también el astigmatismo de acomodación.  
 El astigmatismo de acomodación debido a las lentes astigmáticas es inevitable en una corrección total de lejos. Básicamente se podría corregir el astigmatismo de acomodación para una determinada distancia variando el efecto cilíndrico, esto es, en general, aumentando la diferencia astigmática de la lente. Para otras distancias, también en visión lejana, nos quedaría un astigmatismo de acomodación distinto.

Para que, en el caso de potencias cilíndricas mayores, el astigmatismo de acomodación sea pequeño, se han de adaptar lentes tóricas con una distancia de vértice no demasiado grande. La posición del toro no tiene una influencia importante sobre el astigmatismo de acomodación.

#### Visión a través de lentes astigmáticas

Además del astigmatismo ocular, que produce una disminución de la agudeza visual en la visión de cerca, también es molesta para el usuario la distorsión anamórfica de la forma y el ángulo que producen las lentes tóricas sobre la imagen en la retina.

Mientras que la magnitud de la distorsión de las imágenes en la retina viene determinada por el factor anamórfico, la forma o tipo de distorsión dependerá del tipo de ametropía astigmática y sobre todo, de la dirección del eje del cilindro corrector.

#### Distorsiones anamórficas en el astigmatismo recto

Se denomina astigmatismo recto (o según la regla) cuando la potencia mayor del ojo se encuentra en el meridiano vertical. El eje del cilindro positivo de la lente correctora tendrá entonces la posición  $90^\circ$  Tabo. Las siguientes lentes corrigen, por ejemplo, un astigmatismo recto:  
 esf. = 4,00 cil. + 4,00 A  $90^\circ$   
 esf. - 2,00 cil + 3,00 A  $90^\circ$   
 esf. - 6,00 cil + 2,00 A  $90^\circ$

Las lentes correctoras del astigmatismo recto tienen el meridiano principal con la potencia principal matemáticamente menor a  $90^\circ$  Tabo, coincidiendo con la dirección del eje del cilindro positivo. El aumento relativamente mayor se tendrá siempre en la dirección de la potencia principal matemáticamente mayor, esto es, en el caso de astigmatismo recto, en la dirección  $0^\circ$  a  $180^\circ$  Tabo, coincidiendo con la dirección del eje del cilindro negativo.

Por esto, en el astigmatismo según la regla, corregido, la imagen deformada sobre la retina de círculos serán elipses horizontales y la de cuadrados serán rectángulos.

La figura 3 muestra esquemáticamente y de forma exagerada, las distorsiones anamórficas de la imagen retiniana de un objeto cuadrado y otro circular, en comparación con la imagen retiniana de un emétrope.

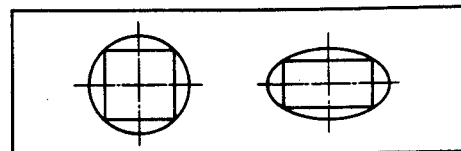


Fig. 3. Imagen retiniana en el caso de una emetropía y de un astigmatismo recto (imágenes retinianas esquemáticas y vistas desde atrás)

#### Distorsiones anamórficas en el caso de astigmatismo inverso

En el astigmatismo inverso (o contra la regla) es el meridiano horizontal del ojo el que tiene mayor potencia, por lo tanto, el eje del cilindro positivo de la lente correctora estará a  $0^\circ$  ( $180^\circ$ ). El aumento relativamente mayor se tendrá en la dirección  $90^\circ$  Tabo, por tanto, en la formación de imágenes anamórficas, los círculos se distorsionan a elipses verticales y los cuadrados a rectángulos también verticales.

En la figura 4 se muestran esquemáticamente las imágenes retinianas distorsionadas en el caso de emetropía y astigmatismo inverso.

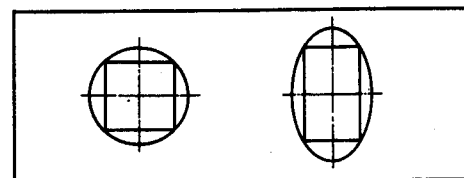


Fig. 4. Imagen retiniana en el caso de una emetropía y de un astigmatismo inverso (imágenes retinianas esquemáticas y vistas desde atrás)

#### Resultado

En todos los casos de ametropía astigmática con posición del eje «recto», eje a  $0^\circ$  o  $90^\circ$ , la distorsión anamórfica sólo se produce en dirección vertical o horizontal. Por esto, en un espacio en el que las líneas objeto son mayoritariamente verticales y horizontales, la distorsión anamórfica casi no se nota. Cuando la ametropía en ambos ojos es la misma o muy parecida el usuario consigue acostumbrarse, en poco tiempo, a interpretar de nuevo correctamente el espacio que al principio percibida cambiado. Las variaciones en la forma existentes en la imagen ya no molestan objetivamente.

Se puede facilitar la adaptación utilizando lentes tóricas internas (cilindro cóncavo), sobre todo para lentes positivas con potencia cilíndrica elevada, pues su factor anamórfico es menor.

#### Distorsiones anamórficas en el caso de astigmatismo oblicuo con posición de los ejes paralelos

Más molestas son las distorsiones anamórficas de la imagen retiniana en el caso del astigmatismo oblicuo corregido. Los ejes oblicuos del cilindro corrector causan además distorsiones anamórficas de ángulo de las líneas verticales y horizontales predominantes en nuestro entorno. Al usuario le parecen los contornos verticales y horizontales del objeto, tan importantes para la orientación en el espacio, inclinados, no existiendo correspondencia de ángulos entre ambos ojos. En el caso de ejes paralelos. —p. ej. OD a  $30^\circ$  y OI a  $30^\circ$  o OD a  $150^\circ$  y OI a  $150^\circ$ —. las imágenes retinianas están inclinadas, pero la dirección de la inclinación es la misma para ambas imágenes retinianas. La figura 5 muestra las imágenes retinianas de una fi-

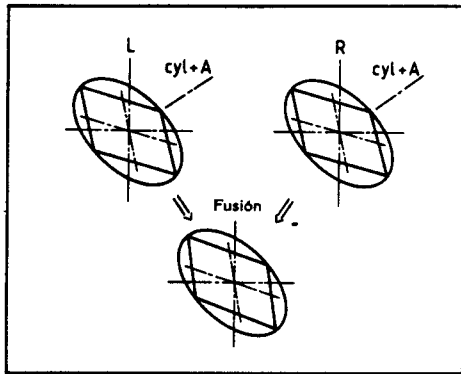


Fig. 5. Imágenes retinianas en el caso de astigmatismo oblicuo con ejes paralelos (imágenes retinianas esquemáticas vistas desde atrás)

gura, círculo y cuadrado, en el caso de un astigmatismo oblicuo con ejes paralelos. Estas imágenes sufren distorsión anamórfica deformándose a elipse y rectángulo.

Un caso como el descrito en la figura podría ser la prescripción:

OD esf.+2.00 cil.+3.00 \* 150°

OI esf.+2.00 cil.+3.00 \* 150°

La indicación de la posición del eje en la figura puede causar confusión. Debemos tener en cuenta: En la representación se trata de imágenes retinianas vistas desde atrás. El esquema Tabo se ha de imaginar en el plano de la montura del usuario desde la posición del óptico adaptador.

En el caso de ejes paralelos, las imágenes retinianas distorsionadas anamórficamente se encuentran en ambos ojos en áreas de la retina correspondientes: la fusión se consigue sin dificultad, quedando solamente las molestas distorsiones de ángulo.

Una posición inclinada de la cabeza, que acerca el ángulo entre el meridiano principal y nuestro «mundo vertical» a 0° o 90°, puede disminuir la distorsión de ángulo y hacerla más soportable.

En el caso de anisometropía y posición de ejes paralelos pueden causar dificultades en la fusión la diferencia de tamaño de las imágenes retinianas, además, naturalmente, de la molestia de la distorsión de ángulo. En estos casos es preferible utilizar lentes tóricas internas debido a su menor diferencia de aumento que lentes tóricas externas.

En los casos de una intolerancia total se ha de disminuir el efecto cilíndrico. La disminución de la distorsión anamórfica tiene absoluta prioridad sobre la corrección total.

#### **Distorsiones anamórficas en el caso de astigmatismo oblicuo con ejes simétricos**

Mucho más difícil, sino imposible, es la fusión de imágenes retinianas distorsionadas anamórficamente en el caso de astigmatismo oblicuo con ejes simétricos. Se diferencia entre la llamada posición de los ejes en forma de tejado.—pej. OD a 45° y OI a 135°— y la posición en forma de uve.—pej. OD a 145° y OI a 35°. La figura siguiente muestra la distorsión de una figura circulo-cuadrado en el caso de un astigmatismo oblicuo con ejes en forma de tejado así como la superposición binocular esquemática de ambas imágenes retinianas sobre una retina imaginaria común.

En la figura 6 se ve que en la sobreposición las imágenes retinianas no están sobre puntos correspondientes de la retina.

En particular:

Para poder fusionar los puntos imagen  $V_R$  y  $V_D$ , es necesaria la fusión en la vertical. Pero justo en esta dirección

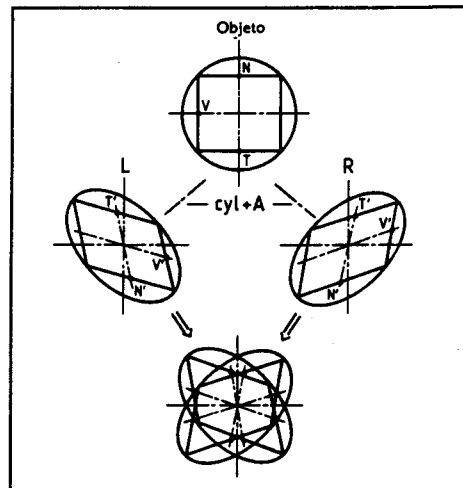


Fig. 6. Imágenes retinianas en el caso de astigmatismo oblicuo con posición de ejes simétrica (imágenes retinianas esquemáticas vistas desde atrás)

el par de ojos tiene una imagen de fusión muy pequeña. Los puntos imagen  $N'$  están sobre puntos de la retina del lado nasal transversalmente dispares. El punto objeto  $N$  que en el espacio está situado arriba, se percibirá, por esto, más alejado que el punto objeto  $T$ , cuyos puntos imagen  $T'$  están situados sobre puntos de la retina del lado temporal transversalmente dispares. De todo esto se deduce que el usuario de la gafa verá una línea objeto vertical como si se alejara de él. En cambio, con una posición de los ejes en forma de uve, las líneas verticales parece que se inclinan hacia el portador de la gafa. También las líneas horizontales se perciben, en el caso de astigmatismo oblicuo, como inclinadas hacia arriba o hacia abajo.

Por estas razones es a menudo imposible la fusión de imágenes retinianas distorsionadas anamórficamente en este tipo de ametropía astigmática con valores cilíndricos elevados. Una corrección binocular sólo será posible renunciando a la corrección total y dando preferencia a la reducción del espacio distorsionado. Para facilitar la fusión se deberá reducir la potencia cilíndrica y sino «ajustar» la posición de los ejes del cilindro en la dirección 0° a 90°. Las lentes tóricas internas pueden ayudar a la fusión, debido a sus distorsiones anamórficas menores.

#### **Puntos de vista técnicos y estéticos**

Para la adaptación de la lente dentro de la montura y para asegurar su inmovilidad es de mucha importancia el bisel, sobre todo para monturas metálicas. En las lentes con la superficie tórica externa no es posible, por motivos técnicos de la maquinaria de montaje, poner el bisel a una distancia constante de la superficie externa de la lente quedando más o menos centrado. Por esto, en el caso de potencias cilíndricas elevadas, el borde del bisel sobresale de la montura de forma desigual y cuanto más se intenta centrar el bisel hacia la superficie externa tórica, más posibilidad hay de que se produzcan lascas en el borde de esta superficie. En cambio, una superficie tórica interna permite una posición del bisel con una distancia constante a la superficie externa esférica con lo que se consigue que el bisel siga una curva continua y regular sobre todo en el caso de monturas redondeadas. Se facilita la introducción de la lente en la montura y se mejora su estabilidad.

Una lente tórica externa sobresale más perceptiblemente de la montura que una superficie esférica en la que el bisel se puede ajustar más al borde de la superficie por lo que es más detectable por las personas que rodean al usuario. Además el toro externo actúa con sus reflejos como un espejo convexo deformador.

## Peso de las lentes monofocales tóricas

Como ya se indicó en el capítulo «Peso de lentes monofocales esféricas», la masa. Esto es, el peso de una lente depende de sus parámetros ópticos, geométricos y tecnológicos. En el caso de las lentes tóricas debemos añadir, como magnitud que también influye en el peso de la lente, la diferencia astigmática.

Los diagramas siguientes permiten determinar el peso de lentes tóricas redondeadas de vidrio crown B270 con una exactitud suficiente para las necesidades prácticas. En el diagrama se determina, para el diámetro necesario, primero el «peso base» correspondiente al meridiano principal  $HW_2$  con la potencia matemáticamente mayor, y se le suma la diferencia de peso debida a la potencia cilíndrica. Ejemplo: esf.  $-10.00$  cil.  $+ 2.00$   $\varnothing = 60$  mm

Con el diagrama se determina el «peso base» para la potencia principal mayor,  $-8.00$  D: aprox. 33 g; la diferencia de peso  $\Delta G$  para la potencia cilíndrica de  $+2.00$  D también se obtiene del diagrama: aprox. 3.5 g. El peso total del vidrio bruto será por tanto de aproximadamente 36.5 g.

También se pueden utilizar estos diagramas, con una aproximación suficiente, para las lentes tóricas flint BaSF64, principalmente para lentes negativas. Para las lentes tóricas de material orgánico CR39 se puede considerar que tiene, frente a las lentes de material crown B270, un peso de aproximadamente un 40 % menor.

Al biselar la lente cambia considerablemente su peso. Una predeterminación del peso de una lente tórica biselada es muy difícil pues no sólo influye sobre el peso, la forma de la lente, sino también, el centrado, la posición de los ejes y el tipo de bisel. Con una aproximación suficiente para la práctica, se puede determinar, para lentes tóricas negativas, el peso de la lente biselada. Para ello se calcula, con la media aritmética de la longitud y la altura de la montura, el «diámetro auxiliar», y con éste y los diagramas se obtiene el peso de la lente.

Ejemplo: esf.  $-10.00$  cil.  $+2.00$ , plantilla  $53 \times 41$

El «diámetro auxiliar» es, para esta plantilla, de 47 mm. Con la ayuda de los diagramas se determina un peso de la lente biselada de aproximadamente 15 g.

Este método no es utilizable para las lentes tóricas positivas porque el peso de la lente biselada también depende del diámetro inicial utilizado. Si se parte del diámetro necesario de la lente bruta, para un correcto centrado, se puede calcular generalmente con una pérdida de peso del 20 % del peso de la lente bruta, obteniéndose un valor aproximado válido a efectos prácticos.

Si se quieren resultados más exactos, habrá que utilizar los programas de cálculo de Biesel, Diepes, Henker, Weiß, etc. y la correspondiente calculadora.

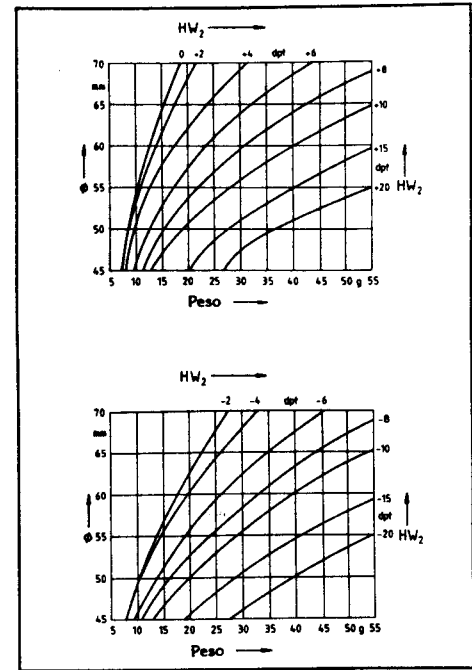


Fig. 7. «Peso base» de lentes tóricas crown B270, referido a la potencia principal matemáticamente mayor.

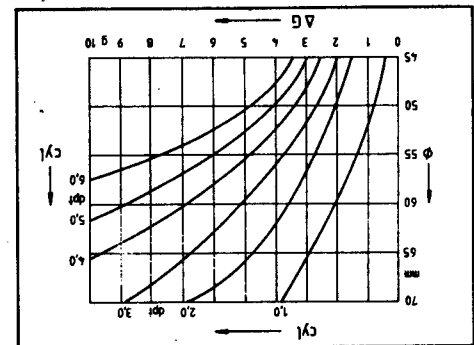


Fig. 8. Diferencia de peso  $\Delta G$  debidos a la potencia cilíndrica, para lentes crown B270.

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Lentes monofocales prismáticas

Las lentes con efecto prismático en el punto de referencia corrigen heteroforias y defectos en el equilibrio muscular. También se utilizan en el tratamiento del estrabismo.

## Conceptos y denominaciones

### Ortoforia

Existe equilibrio muscular u ortoforia, cuando los ejes de fijación de ambos ojos se cortan en el punto objeto fijado, sin necesidad de fusión motora. La posición de vergencia corresponde con la vergencia requerida.

Con el concepto de vergencia se indica en la óptica el movimiento en sentido contrario de los ejes de fijación de ambos ojos.

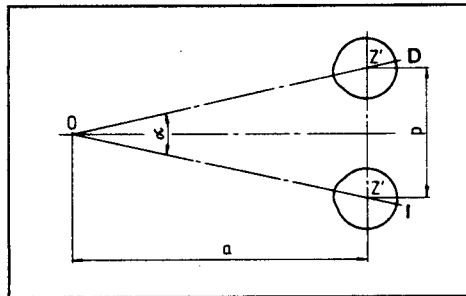


Fig. 1. Posición de vergencia.

En la figura 1 está representada la componente horizontal de la posición de vergencia, en la que los ejes de fijación se acercan, juntándose sobre el punto objeto O. Esta posición de vergencia se denomina convergencia.

Todas las posiciones de vergencia vienen caracterizadas por el ángulo que forman los ejes de fijación, es el ángulo de vergencia  $\alpha$ . Su unidad es: cm/m. La vergencia requerida del par de ojos también se indica con la misma unidad.

La vergencia requerida (en cm/m) nos da por tanto la posición de vergencia (en cm/m), que es necesaria para una visión simple binocular.

$$\text{Vergencia requerida: } \varphi = \frac{P}{a} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{m}}$$

$p$  = distancia entre los centros de rotación de los ojos en cm  
 $a$  = distancia del objeto hasta la línea de unión de los centros de rotación ópticos de los ojos en m.

Existe ortoforia cuando, teniendo el par de ojos capacidad para una visión binocular y en ausencia de estímulos de fusión, la diferencia entre la posición de vergencia, y la vergencia requerida sea igual a cero.

### Heteroforias

Cuando la posición de vergencia es menor o mayor a la vergencia requerida, entonces los ejes de fijación no se cortan en el punto objeto O fijado. El punto de corte de los ejes de fijación puede estar situado tanto delante como detrás del punto objeto O. En caso de una desviación vertical, una foria vertical, las líneas de fijación no se cortan.

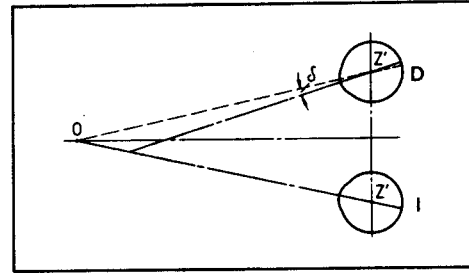


Fig. 2. Par de ojos con desviación nasal de uno de sus ejes de fijación.

En la figura 2, el eje de fijación del ojo derecho se desvía hacia adentro un ángulo  $\delta$  respecto a la posición de vergencia requerida. La imagen del punto objeto se forma en el ojo derecho sobre puntos de la retina del lado nasal, que no corresponden con los del ojo izquierdo. Pueden aparecer alteraciones en la visión binocular.

Tendremos una heteroforia cuando la posición de vergencia, en ausencia de estímulos de fusión, no corresponden con la vergencia requerida, pero siendo el par de ojos capaz de una visión binocular.

En el caso de la figura, la vergencia es mayor que el estímulo de vergencia.

### Corrección de heteroforias

Las heteroforias se corrigen ópticamente con lentes prismáticas, que compensan la fusión motora del par de ojos. De esta manera se tendrá del punto objeto fijado una visión binocular con imágenes sobre puntos de la retina correspondientes, y se consigue una visión binocular simple. La heteroforia no ha sido eliminada, simplemente se ha corregido ópticamente.

En la figura 3 se muestra, para un par de ojos emétopes, una compensación óptica de una desviación, en la cual, en la posición horizontal, la posición de vergencia es mayor a la vergencia requerida.

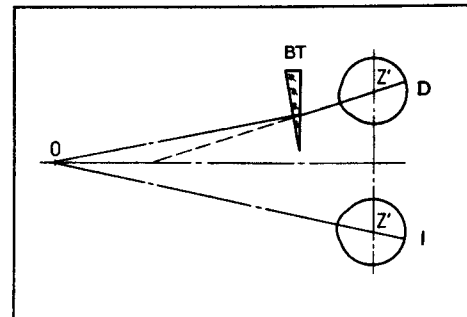


Fig. 3. Compensación de una foria esquemáticamente.

El prisma hace posible al par de ojos una visión binocular simple, sin necesidad de la utilización constante de la fusión motora. En el ejemplo representado, con una desviación hacia adentro (nasal), será necesario, sin una compensación prismática, que la fusión motora, dirigida hacia afuera, corrija la posición de vergencia constantemente, según la correspondiente vergencia requerida. Un prisma con la base externa compensa una desviación del par de ojos hacia adentro.

La posición de la base de un prisma compensador de una heteroforia, siempre está opuesta a la dirección de la desviación.

### Estrabismo

Se denominan estrabismos a todas aquellas posiciones oculares, en las que, siempre o temporalmente, el eje de visión de solamente un ojo, está dirigido sobre el punto objeto fijado. No existe una visión simple binocular. El efecto de desviación es manifiesto.

El diagnóstico y el tratamiento del estrabismo es competencia del oftalmólogo. Las consecuencias del estrabismo pueden ser:

- agudeza visual del ojo disminuida, o
- visión binocular cualitativamente reducida.

### Magnitud del efecto prismático

El efecto prismático como desviación de un rayo de luz viene caracterizado por el ángulo y la dirección de desviación. Según DIN 58.204, la desviación prismática viene definida como el desplazamiento, medio en cm, del punto imagen sobre una pantalla situada a 1 metro detrás del vértice del ángulo de desviación  $\delta$ , perpendicular a la dirección del rayo incidente. La unidad es: cm/m.

Para la desviación prismática  $P$  en cm/m es válida la siguiente relación:  $P = 100 \tan \delta$ .

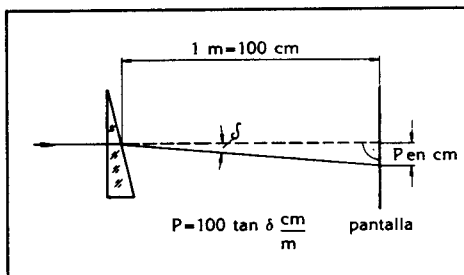


Fig. 4. Desviación prismática.

La denominación de dioptría prismática para este efecto de desviación en cm/m viene a raíz de la sugerencia hecha por el famoso optometrista Prentice. Por eso se utiliza a veces la abreviatura dptpr y dptp, o como símbolo, la letra griega delta ( $\Delta$ ).

$$1 \text{ dptpr} = 1^\Delta = 1 \text{ cm/m}$$

En algunos países también se utiliza como unidad para el efecto prismático, el centirradian (centrad, crad).

Un centirradian es igual al ángulo plano, que recorta en un círculo de radio un metro, un arco de longitud 1 cm.

La desviación prismática de 1 crad corresponde con una gran aproximación a 1 cm/m. La relación para la conversión es:

$$1 \text{ cm/m. La relación para la conversión es:}$$

$$1 \text{ crad} = 1,00003 \text{ cm/m}$$

Para lentes prismáticas es válido:

$$\text{valor numérico crad} = \text{valor numérico cm/m}$$

La dirección de la desviación viene determinada por la posición de la base del prisma, se indica preferentemente con el esquema graduado Tabo, según la norma DIN 58 201, como esquema de ángulos de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . A menudo

también se utiliza, conforme al procedimiento usado en la refracción, la indicación según la posición horizontal y/o vertical de la base del prisma de medida, para la lente del ojo izquierdo o derecho. En la forma BT (base temporal), BN (base nasal), BS (base superior), BI (base inferior).

### Ejemplos

D BT - corresponde a una posición de  $180^\circ$  Tabo

I BT - corresponde a una posición de  $0^\circ$  Tabo

D BN - corresponde a una posición de  $0^\circ$  Tabo

I BN - corresponde a una posición de  $180^\circ$  Tabo

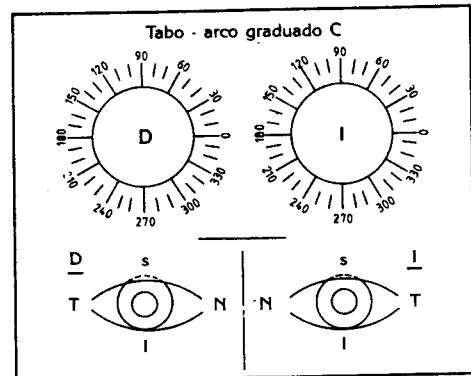


Fig. 5. Para la indicación de la porción de la base de efectos prismáticos.

### Indicación de lentes monofocales prismáticas

Según Din 58 204, el efecto prismático se indica como una desviación prismática (pr) y una dirección de desviación con la posición de la base (B). Estas indicaciones se ponen a continuación de la indicación del efecto esférico (esf) y del efecto cilíndrico (cil).

### Ejemplos

esf + 2,5 pr 2,0 B  $90^\circ$

D esf - 4,5 pr 3,0 BT

esf - 2,0 cil + 1,0 a  $80^\circ$  pr 4,0 B  $20^\circ$

I esf - 3,0 cil + 1,5 a  $170^\circ$  pr 3,0 BN 1,5 BS

En combinación de prismas —pr 3,0 B  $0^\circ$  1,5 B  $90^\circ$ — sólo se escribe una vez la indicación para la desviación prismática pr. Préstese atención a la utilización del punto en la indicación de la posición de la base.

### Punto de referencia

Todas las indicaciones sobre el efecto dióptrico de una lente monofocal prismática son válidas para el llamado punto de referencia. La letra B también se utiliza para la indicación del punto de referencia.

El punto de referencia es el punto sobre una de las superficies de la lente, en el que se ha de cumplir el efecto dióptico prescrito. En lentes prismáticas el punto de referencia B y el centro óptico B de la lente no coinciden.

Generalmente el punto de referencia de una lente prismática no biselada se encuentra en el centro geométrico G. En casos especiales se pueden utilizar como lentes prismáticas, lente predescentradas, en las que el punto de referencia no necesariamente coincide con el centro geométrico G de la lente.

### Efecto prismático de lentes monofocales

Como efecto prismático se denomina en general, la desviación de un rayo de luz de su dirección original, causada por una cuña de vidrio - un prisma. El rayo sufre, debido a la ley de la refracción, una desviación en dirección a la base del prisma.



El ángulo de desviación  $\delta$  depende de:  
 — el índice de refracción del material vidrio  
 — el ángulo del prisma  $\alpha$ , y  
 — del ángulo de incidencia de la luz sobre la primera superficie refractiva.

También las lentes oftálmicas tienen, como todas las lentes, un determinado efecto de desviación sobre la luz, que se pueden describir como efectos prismáticos. Nos podemos imaginar las lentes oftálmicas como piezas ópticas compuestas por infinitos prismas pequeños, con diferentes ángulos apicales  $\alpha$ .

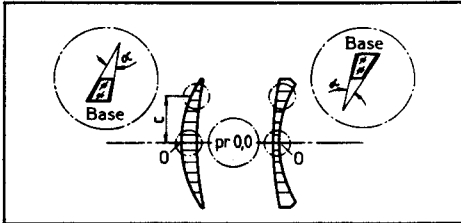


Fig. 6. Construcción prismática de lentes oftálmicas.

Solamente la zona de la lente del eje óptico no tiene forma de cuña; es comparable a una pieza óptica planoparalela. En esta zona no existe efecto prismático (pr 0,0), y como ya se sabe, esto es lo que caracteriza el centro óptico de una lente. A mayor distancia  $c$  del eje óptico, mayor se hace el ángulo del prisma  $\alpha$ , y por tanto la desviación prismática será mayor en puntos más periféricos de la lente.

Una lente monofocal esférica presenta fuera de su centro óptico y en distintos puntos de su superficie, diferentes efectos prismáticos con una base, que viene determinada por la posición relativa del punto de medida o del punto de referencia, respecto al centro óptico. En el caso de lentes convergentes la base está en la dirección del centro óptico; en el caso de lentes divergentes, en cambio, está en la dirección del borde de la lente.

La lente positiva representada en la figura 7 tiene en el punto de medida B, un efecto prismático con la base a  $45^\circ$ , en cambio una lente negativa tendrá la base a  $225^\circ$ .

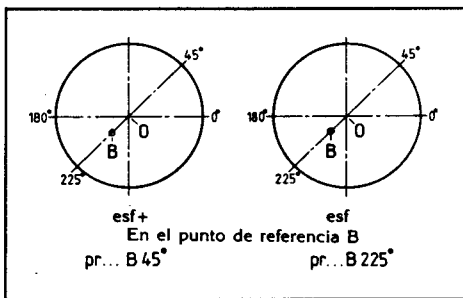


Fig. 7. Posición de la base en el punto de medida o de referencia B.

### Regla de Prentice

Si, como muestra la figura 8, se hace incidir sobre una lente, un rayo paralelo al eje con una distancia  $c$  al eje óptico, éste será desviado un ángulo  $\delta$  respecto a su dirección original, debido a la refracción de la luz. Si despreciamos la aberración esférica de la lente, que depende de la altura de incidencia, entonces el rayo incidente paralelo al eje se convierte en un rayo focal imagen. En el plano focal, el rayo de luz tendrá una desviación respecto a su dirección original, igual a la altura de incidencia  $c$  del rayo

paralelo al eje. En la óptica se denomina descentramiento  $c$  a la distancia del punto de referencia B al centro óptico.

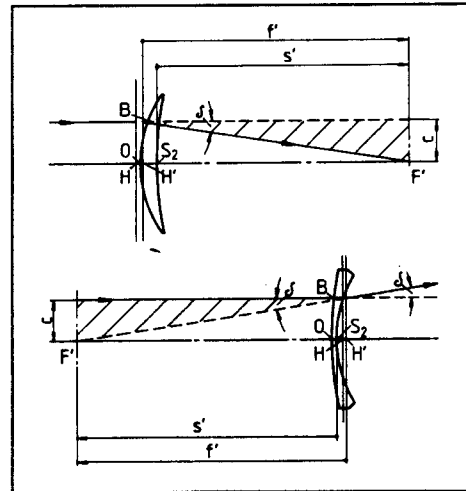


Fig. 8. Desviación prismática en un punto B cualquiera de la lente.

De la representación se puede deducir la siguiente relación:

$$\tan \delta = \frac{c}{|f'|}$$

$c$  = descentramiento

$|f'|$  = valor absoluto de la distancia focal imagen

Con una buena aproximación se puede considerar, para lentes delgadas, la distancia focal imagen  $f'$  igual a la distancia de vértice  $s'$ .

Se obtiene entonces:

$$\tan \delta = \frac{c}{|s'|}$$

Además, como ya sabemos, es válido para la desviación prismática  $P$  en cm/m, la relación:

$$P = 100 \tan \delta$$

Igualando y transformando equivalentemente teniendo en cuenta las unidades se obtiene la fórmula de Prentice:

$$P = c |S'|$$

$c$  = descentramiento en cm

$|S'|$  = valor absoluto de la potencia de vértice posterior en dpt = 1/m

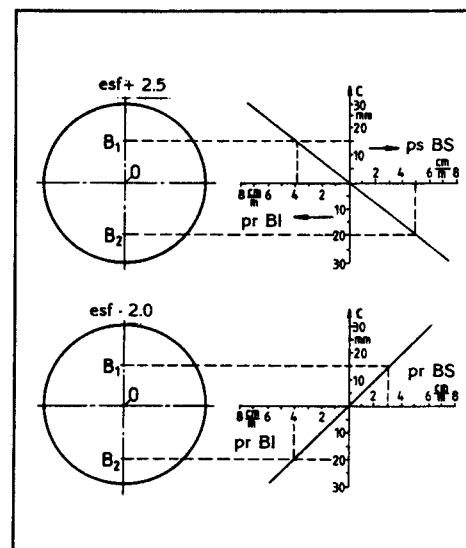


Fig. 9. Regla de Prentice.

La regla de Prentice, importante para la práctica, dice: Un rayo paralelo al eje, que incide sobre una lente delgada, de potencia de vértice posterior  $S'$ , a una distancia de descentramiento  $c$ , sufre una desviación de  $c|S'|$  dioptrías prismáticas.

En la figura 9 están representadas de frente, dos lentes de potencia esférica +2,5 y - 2,0, con un diámetro de 62 mm. A la derecha, los diagramas indican los efectos prismáticos de las lentes para el meridianos vertical. Gráficamente se obtiene para el efecto prismático en un meridiano de una lente mono-focal esférica una recta, cuya pendiente depende de la potencia de vértice posterior de la lente.

### Resultados

En el punto de referencia  $B_1$ , a la distancia  $c=1,5$  cm, la lente esf +2,5 tiene, según la regla de Prentice, el efecto prismático pr 3,75 B.I. En cambio para la lente esf - 2,0 el efecto prismático en este punto de referencia B, es de pr 3,0 B.S.

Con el frontofocómetro se puede confirmar este resultado. La medición en el punto de referencia  $B_1$  nos da:

1. esf +2,5 pr 3,75 BI (B 270°)
2. esf - 2,0 pr 3,0 BS (B 90°)

Con ayuda del diagrama se obtiene para el punto de referencia  $B_2$  los siguientes efectos dióptricos:

1. esf +2,5 pr 5,0 BS (B 90°)
2. esf - 2,0 pr 4,0 BI (B 270°)

Para otros puntos de referencia se pueden determinar los efectos prismáticos con ayuda del diagrama, o con ayuda de la regla de Prentice.

En particular es válido:

En un punto a una distancia  $c=1$  cm del centro óptico, una lente monofocal esférica tiene un efecto prismático en cm/m, que corresponde con el valor numérico de la PVP indicada en valor absoluto.

### Obtención por descentramiento de lentes monofocales esféricas prismáticas

En el lenguaje óptico se denomina una lente monofocal como descentrada, cuando el centro óptico y geométrico no coinciden. Una lente prismática es, en este sentido, una lente descentrada. Como lo que se quiere es obtener para el punto de referencia de la lente prismática, un determinado efecto prismático, habrá que desplazar el centro óptico de la lente, en el que como se sabe, no existe efecto prismático, frente al punto de referencia de la lente. Esta distancia del punto de referencia al centro óptico, es el descentramiento  $c$ , con una dirección fijada debido a la posición de la base.

Con la fórmula de Prentice se puede determinar el descentramiento requerido.

$$c = \frac{P}{|S'|} \quad |c| = \text{cm}$$

Mientras que estén disponibles lentes con diámetros suficientemente grandes, se pueden obtener lentes prismáticas por descentramiento en el taller. Efectos prismáticos mayores que 5,0 cm/m pocas veces se podrán obtener por descentramiento, debido a la limitación del diámetro.

Estas lentes obtenidas por descentramiento, son en su efecto prismático, idénticas a las lentes que han sido talladas prismáticas en la fábrica. Tampoco respecto al espesor de centro existen diferencias, si no se ha partido de un diámetro de lente demasiado grande. Como para lentes negativas los espesores de borde disminuyen con el biselado, tampoco existen en este caso diferencias en el espesor de borde, aún con un aprovechamiento no óptimo del diámetro. Sólo referente al astigmatismo de haces oblicuos pueden aparecer diferencias, ya que para la obtención del descentramiento necesario se ha de partir de diámetros de lentes mayores, que tienen generalmente curvas bases más planas. Pero aún dentro de una zona de 30° referente a la dirección primaria de mirada, la diferencia de aberración astigmática de haces oblicuos entre lentes talladas prismáticas, y lentes prismáticas obtenidas por descentramiento, no es mayor que cil 0,1, para valores de esf  $\pm 10,0$ .

Por esto se pueden aceptar en la práctica como equivalentes, las lentes prismáticas talladas y las lentes descentradas, hasta un valor de pr 5,0. Para evitar una aberración cromática incluso en el punto de referencia, se deben fabricar las lentes prismáticas con materiales con un número de Abbe mayor que 50.

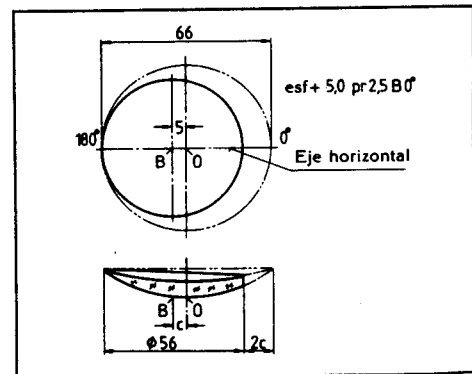


Fig. 10. Lente prismática obtenida por descentramiento.

AS

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Lentes monofocales esfero-prismáticas

### Ejemplos de obtención de la prescripción por descentramiento

#### 1. Prescripción: D esf +5,0 pr 2,5 BT.

Obtener la prescripción a partir de una lente esférica de un diámetro de 66 mm.

Comprobar si el diámetro es suficiente para un tamaño de aro de 52x43 mm y unas coordenadas/o medidas de centrado de  $x_D = 23$  mm y  $y_D = 23$  mm.

#### Solución

El descentramiento necesario para obtener una desviación prismática de 2,5 cm/m se determina con la fórmula de Prentice:

$$c = \frac{P}{|S'|} = \frac{2,5 \text{ cm/m}}{|+2,5 \text{ dpt}|} = 0,5 \text{ cm}$$

En el caso de una lente convergente, el descentramiento necesario —en este caso 5 mm— se deberá efectuar del centro óptico de la lente en dirección contraria a la base. La dirección de la base temporal en el ojo derecho corresponde a B 180° Tabo.

El punto de referencia B de la lente prismática, determinado por descentramiento, está situado a 5 mm del centro óptico en la dirección 0° Tabo. Si se toma el punto de referencia como centro geométrico de una lente prismática redonda, entonces el diámetro que queda será menor que el diámetro inicial, con una diferencia de dos veces el descentramiento. El diámetro útil podrá estar reducido para el centrado hasta un máximo de 2 c, dependiendo de la forma de la plantilla y de si se trata de una lente para el ojo derecho o izquierdo. El eje horizontal de la lente es una línea auxiliar importante para el biselado del vidrio y para el cumplimiento de la dirección de la base. Pasa generalmente por el punto de referencia. Esta horizontal se denomina a menudo eje de biselado, o también eje de las x (fig. 1).

El trabajo de centrado viene determinado por la exigencia del punto de referencia:

El punto de centrado óptico  $Z_B$  del plano de la montura ha de coincidir con el punto de referencia B de la lente. Siendo necesario comprobar, el diámetro suficiente para un centrado correcto.

La lente marcada se coloca de tal manera sobre la plantilla, que el punto de referencia y el punto de centrado coincidan.

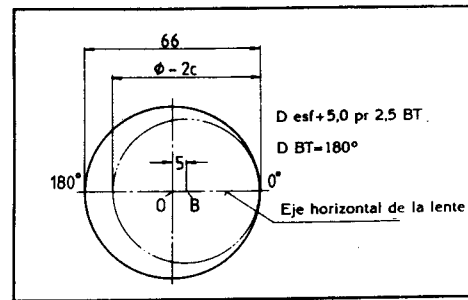


Fig. 1. Lente esf. +5,0 con pr 2,5 B 180° en el punto de referencia.

Ahora se puede apreciar, si con aquel diámetro se puede realizar la prescripción. Los aparatos de centrado (centradores) facilitan esta comprobación.

En el caso del ejemplo es posible obtener la prescripción por descentramiento. La representación muestra el resultado de la comparación de tamaños plantilla/lente (fig. 2).

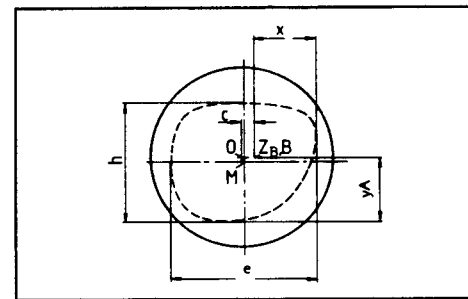


Fig. 2. Comparación de tamaños plantilla/lente.

#### 2. Prescripción: I esf -5,0 pr 2,0 B 0°

Plantilla: 52x44 mm; descentramientos:  $u_1 = -3$  mm,  $v_1 = +2$  mm.

La desviación prismática de 2 cm/m se alcanza, según la fórmula de Prentice, con un descentramiento de 4 mm. En el caso de lentes divergentes, el descentramiento necesario se ha de tomar del centro óptico en dirección a la base.

Para la obtención de la prescripción por descentramiento se necesita un diámetro mínimo de 70 mm. En la figura 3 se puede seguir el procedimiento para la determinación del diámetro necesario.

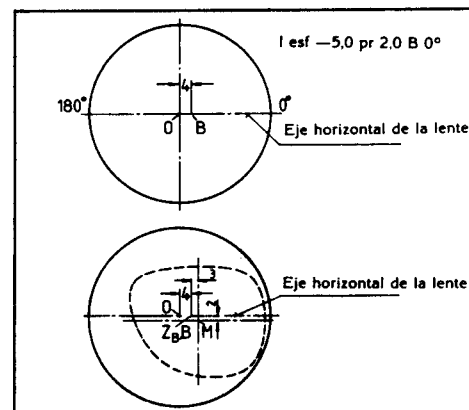


Fig. 3. Lente bruta, esf -5,0 con pr 2,0 B 0° en el punto de referencia, en comparación de tamaños plantilla lente.

3. Prescripción: esf -4,0 pr 3,0 B 0° = 2,0 B 270°

La obtención de esta prescripción con una combinación de prismas, se puede conseguir por descentramiento de dos maneras.

Solución, determinando el prisma resultante.

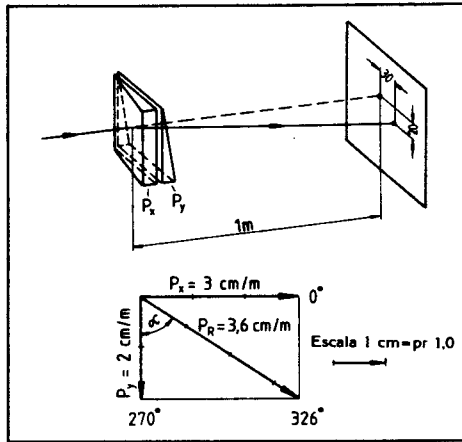


Fig. 4. Resultado de una combinación de prismas.

Una combinación de prismas pr 3,0 B 0° 2,0 B 270°, desvían un rayo de luz, a un metro de distancia, 30 mm en la dirección horizontal y 20 mm en la vertical. Estos efectos prismáticos se pueden representar gráficamente como vectores, que indican magnitud y dirección de la desviación de la luz. La longitud del vector corresponde, según la escala tomada, a la desviación prismática, y la dirección el vector corresponde a la dirección de la base; según el esquema Tabo.

Es usual, indicar la componente horizontal del efecto prismático con  $P_x$ , la vertical con  $P_y$  y el efecto resultante con  $P_R$ .

Con la construcción del paralelograma se determina con la diagonal, la desviación total y su dirección. Al mismo tiempo se obtiene así también el prisma resultante con la dirección de su base. Con la representación gráfica se puede determinar el efecto resultante, midiendo simplemente la longitud del vector y su dirección, teniendo en cuenta la escala utilizada.

**Resultado de la solución gráfica**

El prisma resultante tiene el efecto  $P_R = 3,6 \text{ cm/m B } 326^\circ$ . Sustituye equivalentemente a la combinación de prismas de la prescripción pr 3,0 B 0° 2,0 B 270°. Para cualquier combinación de prismas es posible determinar gráficamente, con ayuda de un paralelograma, o también por cálculo, el prisma resultante.

Cálculo del prisma resultante

$$P_R = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(3,0 \text{ cm/m})^2 + (2,0 \text{ cm/m})^2}$$

$$P_R = 3,61 \text{ cm/m B } 270^\circ + \alpha$$

$$\tan \alpha = P_x / P_y = 3/2 \rightarrow \alpha = 56,3^\circ$$

$$\text{Resultado : } P_R = 3,61 \text{ cm/m B } 326,3^\circ$$

Para obtener un efecto prismático total de pr 3,6 B 326°, es necesario, según la fórmula de Prentice, un descentramiento de 9 mm, que en el caso de una lente negativa se tomarán desde el centro óptico en dirección de la base. En la siguiente figura está representada una lente que ha sido

biselada de forma circular alrededor del punto de referencia B. La otra línea muestra el contorno de la lente bruta, antes del biselado del borde. En la representación de la sección transversal se ve la diferencia en el espesor de borde de una lente prismática, siendo el espesor de borde mayor, en dirección de la base (fig. 5).

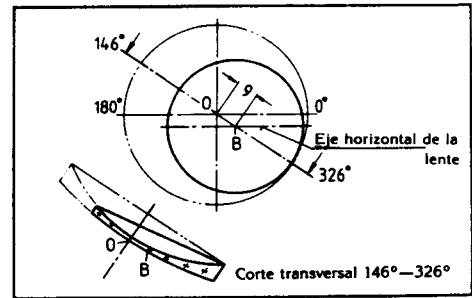


Fig. 5. Lente prismática con base «inclinada».

**Solución con la combinación de prismas**

Primero se determinan, para la componente horizontal y vertical de la combinación, los correspondientes descentramientos  $c_x$  y  $c_y$  con la ayuda de la fórmula de Prentice  $c_x = 7,5 \text{ mm}$   $c_y = 5 \text{ mm}$

Ambos descentramientos se efectúan desde el centro óptico, en dirección de la correspondiente base. Con un paralelograma de los descentramientos parciales  $c_x$  y  $c_y$  se determina el descentramiento total  $c$ .

Con ésto está determinada la posición del punto de referencia.

El descentramiento total y su dirección también pueden ser determinados por cálculo, a partir de los descentramientos parciales.

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = \sqrt{(7,5 \text{ mm})^2 + (5 \text{ mm})^2}$$

$$c = 9 \text{ mm con la dirección de descentramiento de } 270^\circ + \alpha$$

$$\tan \alpha = c_x / c_y = 7,5 \text{ mm} / 5 \text{ mm} \rightarrow \alpha = 56,3^\circ$$

Ambas soluciones coinciden. No tiene importancia el método utilizado para obtener la solución.

También ésta prescripción se podría realizar por descentramiento a partir de una lente de un diámetro de 66 mm, para una plantilla de 52 y para el ojo derecho, descentrando 9 mm.

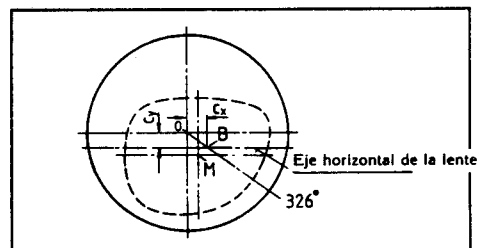


Fig. 6. Lente prismática —representación con descentramientos parciales.

**Lentes monofocales prismáticas tóricas**

Como ya se dijo en el capítulo sobre lentes esféricas prismáticas, también se pueden obtener por descentramiento

lentes tóricas con efectos prismáticos de hasta pr 5,0: con una calidad óptica que coincide con la de lentes talladas prismáticas.

Para la determinación del descentramiento necesario, se han de considerar las características de la formación de imagen astigmática. Son importantes aquí, como ya se sabe, los meridianos principales y sus potencias. Por tanto, los efectos prismáticos en cualquier dirección sólo se pueden definir con la desviación en los meridianos principales. Esto significa:

Un efecto prismático con la base en una dirección distinta a la de los meridianos principales (HSR), se puede obtener por descentramiento, sólo a través de los descentramientos parciales de los componentes prismáticos equivalentes en los meridianos principales. Para eso es necesario «descomponer» el efecto prismático, en prismas parciales con las bases en dirección de los meridianos principales. La descomposición se realiza con un «paralelograma de vectores de los efectos prismáticos» (fig. 7).

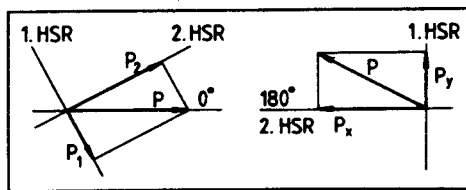


Fig. 7. Descomposición de un efecto prismático P en una combinación de prismas equivalente.

Después de la descomposición, se pueden calcular los descentramientos parciales con la fórmula de Prentice al igual que las lentes simétricas y determinar entonces el descentramiento total. La dirección del descentramiento resultante no coincide con la dirección, o la dirección contraria, del prisma total.

En la práctica, la determinación de la posición del punto de referencia y del eje horizontal, no se hace según lo descrito en el párrafo anterior sobre la obtención de efectos prismáticos por descentramiento. Sino que, se obtiene el descentramiento necesario para el efecto prismático deseado, desplazando la lente sobre el apoyo del frontofocómetro, midiendo el efecto dióptrico total. Con el dispositivo del instrumento para el marcado, se obtienen sobre la superficie de la lente el punto de referencia y el eje horizontal.

Todos los ejemplos expuestos aquí y en el apartado sobre lentes esféricas no son ningún «manual y ayuda para la práctica», sino que quieren aclarar las relaciones entre el descentramiento y el efecto prismático.

### Ejemplos de prescripciones obtenidas por descentramiento

#### Advertencia

En las siguientes representaciones, y para la simplificación de los dibujos en sección, se considerará siempre una lente tórica externa.

1. Prescripción: esf  $-2,5$  cil  $+2,5$  a  $90^\circ$  pr  $1,5$  B  $270^\circ$

Marcar el punto de referencia y el eje horizontal (fig. 8).

Con un descentramiento de 6 mm se puede obtener la desviación prismática de 1,5 cm/m con la base en dirección del meridiano principal de  $-2,5$  dpt. En el caso de una potencia negativa, el descentramiento se efectuará desde el centro óptico, en dirección de la base.

La obtención de esta prescripción por descentramiento sólo es posible, porque la dirección de la base coincide con el meridiano principal de  $-2,5$  dpt. Prescripciones plano-

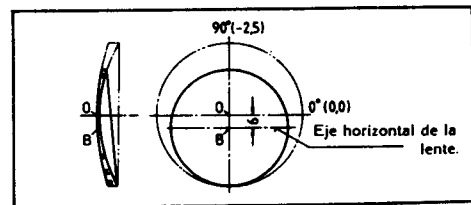


Fig. 8. «Lente planocilíndrica» con efecto prismático por descentramiento.

cilíndricas prismáticas, cuya dirección de la base coincide con la del meridiano principal del eje, o es oblicua a los meridianos principales, no se pueden obtener por descentramiento. Sólo en un meridiano con una potencia distinta a cero, se pueden obtener efectos prismáticos por descentramiento.

Una prescripción esf  $-2,5$  cil  $+2,5$  a  $90^\circ$  pr  $1,5$  B  $0^\circ$ , o esf  $-2,5$  cil  $+2,5$  a  $90^\circ$  pr  $1,5$  B  $30^\circ$  sólo se puede obtener por una inclinación de las superficies en la fabricación de lentes prismáticas talladas.

2. Prescripción: esf  $+6,0$  cil  $+2,0$  a  $180^\circ$  pr  $3,0$  B  $180^\circ$

Marcar el punto de referencia y el eje horizontal de la lente. Para el cálculo del descentramiento es necesario partir del meridiano principal, en el cual se quiere obtener el efecto prismático. Para obtener 3,0 dpr en el meridiano principal de  $+6,0$  dpt, es necesario un descentramiento de 5 mm. El sentido del descentramiento viene dado según la y mencionada regla para lentes positivas.

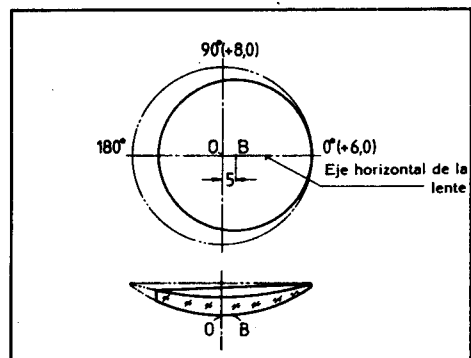


Fig. 9. Lente con efecto prismático en un meridiano principal.

3. Prescripción: esf  $-4,0$  cil  $+2,0$  a  $150^\circ$  pr  $2,0$  B  $0^\circ$

Marcar el punto de referencia y el eje horizontal de la lente.

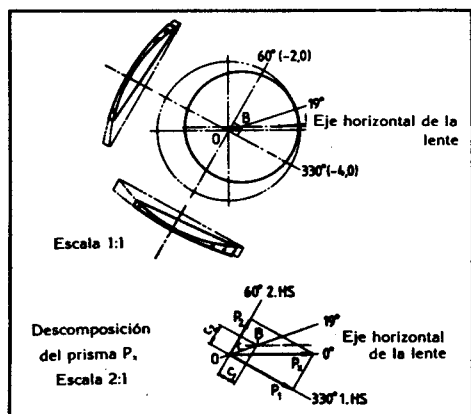


Fig. 10. Lente prismática con eje oblicuo y base horizontal.

Con ayuda del paralelograma de los vectores de los efectos prismáticos, se descompone  $P_x$  en las componentes  $P_1$  y  $P_2$  con sus bases en la direcciones de los meridianos principales de la lente.

Solución de la descomposición gráfica:

$$P_1 = 1,75 \text{ cm/m B } 330^\circ$$

$$P_2 = 1,0 \text{ cm/m B } 60^\circ$$

Los correspondientes descentramientos se determinan según la fórmula de Prentice:  $c_1 = 4,4 \text{ mm}$ ,  $c_2 = 5 \text{ mm}$

Como se trata de potencias negativas, los descentramientos se toman desde el centro óptico en sentido de la base y se resumen a un descentramiento total. De la solución gráfica se obtiene el descentramiento resultante de aproximadamente  $6,5 \text{ mm}$  en dirección  $19^\circ$  Tabo desde el centro óptico.

Solución por cálculo:

Prismas parciales:

$$\alpha = \text{ángulo entre } P_x \text{ y } P_2 \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{P_1}{P_x} \leftrightarrow P_1 = P_x \cdot \sin \alpha = 2,0 \text{ cm/m} \cdot \sin 60^\circ$$

$$P_1 = 1,73 \text{ cm/m B } 330^\circ$$

$$\cos \alpha = \frac{P_2}{P_x} \leftrightarrow P_2 = P_x \cdot \cos \alpha = 2,0 \text{ cm/m} \cdot \sin 60^\circ$$

$$P_2 = 1,0 \text{ cm/m B } 60^\circ$$

Descentramientos

$$c_1 = \frac{P_1}{|S'_1|} = \frac{1,73 \text{ cm/m}}{|-4,0 \text{ dpt}|} = 0,43 \text{ cm}$$

$$c_2 = \frac{P_2}{|S'_2|} = \frac{1,0 \text{ cm/m}}{|-2,0 \text{ dpt}|} = 0,5 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = \sqrt{(4,3 \text{ mm})^2 + (5 \text{ mm})^2} = 6,6 \text{ mm}$$

Dirección del descentramiento:  $60^\circ - \beta$

$\beta$  = ángulo entre  $P_2$  y la dirección descentramiento

$$\tan \beta = \frac{c_1}{c_2} = \frac{4,3 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} \rightarrow \beta = 40,7^\circ$$

Dirección del descentramiento  $60^\circ - 40,7 = 19,3^\circ$

4. Prescripción: esf +3,0 cil +2,0 a  $160^\circ$  pr 2,0 B  $180^\circ$  1,5 B  $270^\circ$

Marcar el punto de referencia y la horizontal de la lente. Fig. 11.

En este ejemplo primero se determina con la construcción del paralelograma, el efecto prismático total de la combinación, y luego se determinan por descomposición los componentes prismáticos en los meridianos principales. Entonces se obtienen con la ayuda de la fórmula de Prentice, los descentramientos parciales necesarios en los correspondientes meridianos principales. Como se trata de potencias positivas, los descentramientos se toman desde el centro óptico en dirección contraria a la dirección de la base requerida, y se resumen en el descentramiento total.

Solución por cálculo:

Prisma total

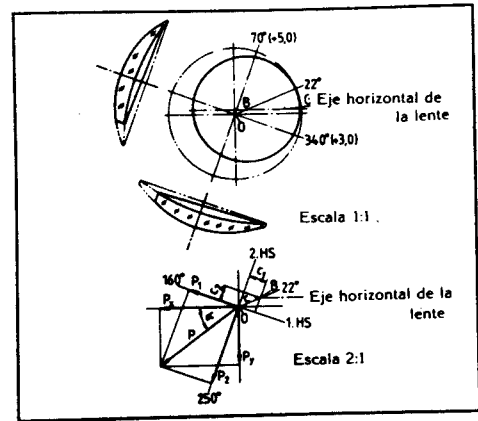


Fig. 11. Lente prismática con eje oblicuo y combinación de prismas.

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(2,0 \text{ cm/m})^2 + (1,5 \text{ cm/m})^2} = 2,5 \text{ cm/m}$$

$$\tan \alpha = \frac{P_y}{P_x} = \frac{1,5 \text{ cm/m}}{2,0 \text{ cm/m}} \rightarrow \alpha = 36,87^\circ$$

$$P = 2,5 \text{ cm/m B } 216,87^\circ$$

Prismas parciales

$$\beta = \text{ángulo entre } P \text{ y } P_1 \beta = 216,87^\circ - 160^\circ = 56,87^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{P_1}{P} \leftrightarrow P_1 = P \cdot \cos \beta = 2,5 \text{ cm/m} \cdot \cos 56,87^\circ$$

$$P_1 = 1,37 \text{ cm/m B } 160^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{P_2}{P} \leftrightarrow P_2 = P \cdot \sin \beta = 2,5 \text{ cm/m} \cdot \sin 56,87^\circ$$

$$P_2 = 2,09 \text{ cm/m B } 250^\circ$$

Descentramientos

$$c_1 = \frac{P_1}{|S'_1|} = \frac{1,37 \text{ cm/m}}{|+3,0 \text{ dpt}|} = 0,46 \text{ cm}$$

$$c_2 = \frac{P_2}{|S'_2|} = \frac{2,09 \text{ cm/m}}{|+5,0 \text{ dpt}|} = 0,42 \text{ cm}$$

$$c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = \sqrt{(4,6 \text{ mm})^2 + (4,2 \text{ mm})^2} = 6,2 \text{ mm}$$

Dirección del descentramiento  $70^\circ - \gamma$

$\gamma$  = Ángulo entre el segundo meridiano principal y dirección del descentramiento.

$$\tan \gamma = \frac{c_1}{c_2} = \frac{4,6 \text{ mm}}{4,2 \text{ mm}} \rightarrow \gamma = 47,6^\circ$$

Dirección del descentramiento  $70^\circ - 47,6^\circ = 22,4^\circ$

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schihorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa

## Lentes con efecto prismático fuerte

Se considera que un efecto prismático es fuerte, cuando es mayor que 10 cm/m. La obtención de estas lentes con efectos prismáticos mayores, no es posible por descentramiento, debido a la limitación del diámetro, por lo que deben ser talladas. Para la obtención del efecto prismático, no se talla una de las superficies de forma centrada respecto a la otra superficie ya terminada, sino que se inclina un determinado ángulo  $\alpha$ .

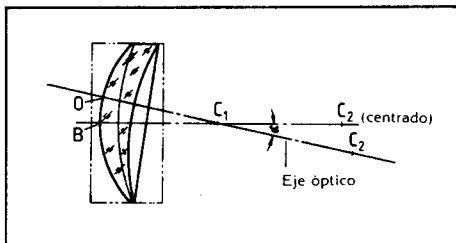


Fig. 1. Lente tallada prismática.

En la figura 1 se muestra un caso usual en la práctica, de inclinación de la superficie interna frente a la superficie convexa. La línea: raya-2 puntos, nos da las medidas exteriores del bloque de vidrio bruto, del cual se talla la lente prismática. Para asegurar que la inclinación prismática  $\alpha$  no varíe durante el proceso de trabajo de la segunda superficie, se sujeta la lente semiacabada con la superficie convexa terminada, con un bloque prismático de aleación que corresponde con el ángulo de inclinación necesario  $\alpha$ . El fabricante calcula el ángulo necesario  $\alpha$ , teniendo en cuenta la curvatura más favorable para la prescripción dada. El ángulo de inclinación  $\alpha$  depende de:

- la desviación prismática
- el espesor central necesario y
- de las potencias de las superficies de la lente tomadas

Independientemente de la potencia de vértice posterior de la lente correctora, se deberían utilizar en el caso de efectos mayores que pr 5,0 para una sola lente, exclusivamente lentes prismáticas talladas. De esta manera se puede mantener el astigmatismo de rayos oblicuos en la zona principal de visión, lo menor posible, debido a la posibilidad de poder elegir las curvaturas más favorables. Una po-

sible desviación astigmática considerable en el punto de visión principal en el caso de prescripciones astigmáticas fuertes, puede ser incluso compensada con un efecto cilíndrico opuesto adicional.

## Distribución de efectos prismáticos

Por descentramiento se pueden obtener en el taller del óptico, con diámetros suficientemente grandes, lentes prismáticas hasta aproximadamente 5,0 cm/m.

Como las lentes prismáticas corrigen generalmente desviaciones del par de ojos y no de un ojo solo, se suele repartir el efecto prismático total, sobre ambas lentes. Sólo en la corrección de desviaciones monoculares — estrabismo por parálisis con ángulos de desviación elevados — puede ser improcedente la distribución de los efectos prismáticos, si ésta no ha sido expresamente prescrita por el oculista.

## Reglas de distribución

1. Repartir el prisma resultante lo más simétricamente posible sobre las dos lentes, para que la relación de pesos también sea casi simétrica y para que estéticamente no sea tan desfavorable.

2. Cuando se divide el efecto prismático, la dirección de la base de la otra lente se cambia 180°.

Un prisma base nasal sigue siendo un prisma base nasal en el otro lado de la montura. Lo mismo es válido para un prisma base temporal.

Pero:

Después de dividir un prisma base superior, en el otro lado de la montura se convertirá en un prisma base inferior. De la misma manera, un prisma base inferior se convertirá en el otro lado en un prisma base superior.

## Ejemplo de una distribución de prismas

Omitiendo las correcciones esféricas y cilíndricas, la prescripción es:

D pr 4,0 B.T., 3,0 BS o D pr 4,0 B 180° 3,0 B 90°.

La división se puede hacer según un método gráfico. Es lo suficientemente exacto y no requiere mucho tiempo. En la figura 2 se muestra el método de resolución.

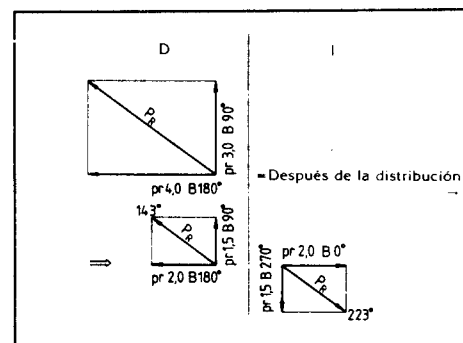


Fig. 2. Distribución de efectos prismáticos - método gráfico.

Resultado

Prescripción: D pr 4,0 BT 3,0 BS

Después de la distribución: D pr 2,0 BT (B 180°) 1,5 BS (B 90°)  
I pr 2,0 BT (B 0°) 1,5 BI (B 270°)

De las respectivas combinaciones de prismas, también se pueden determinar los efectos prismáticos resultantes. Prisma total: D pr 5,0 B 143° Después de la distribución: D pr 2,5 B 143° l pr 2,5 B 223°

### Diferencia en el espesor de borde en lentes prismáticas

El espesor de borde de la base ( $d_1$ ) de una lente prismática depende de:  
 — la desviación prismática ( $P$ )  
 — el diámetro ( $\varnothing$ ) de la lente y  
 — del espesor ( $d_2$ ) del borde de la lente opuesto a la base.

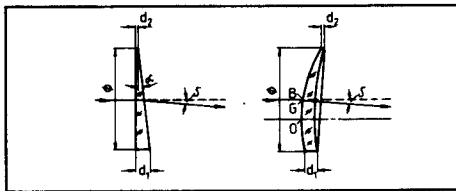


Fig. 3. Diferencia del espesor de borde y desviación prismática.

Para la representación son válidas las siguientes relaciones:  
 Diferencia del espesor de borde:

$$\Delta d_R = d_1 \cdot d_2$$

$$\frac{\delta}{\alpha} = \frac{P}{100}$$

$$\tan \alpha = \frac{d_R}{\varnothing}$$

Considerando ángulos pequeños, resulta:

$$\frac{\delta}{\alpha} = \frac{P \cdot \varnothing}{100 \Delta d_R} = n-1 \iff \Delta d_R = \frac{P \varnothing}{100 (n-1)}$$

La unidad tomada para el diámetro ( $\varnothing$ ) será también la unidad de la diferencia de espesor de borde ( $\Delta d_R$ )

#### Ejemplo

Determinar la diferencia en el espesor de borde para la lente esf +5,0 pr 5,0 B 270° de material B 270 y de un diámetro de 60 mm.

$$\Delta d_R = \frac{P \varnothing}{100 (n-1)} = \frac{5,0 \cdot 60 \text{ mm}}{100 (1,525 - 1)}$$

$$\Delta d_R = 5,7 \text{ mm}$$

#### Resultado

El espesor de la base del prisma aumenta aproximadamente 0,2 mm por cada dioptría prismática y por cada 10 mm de diámetro.

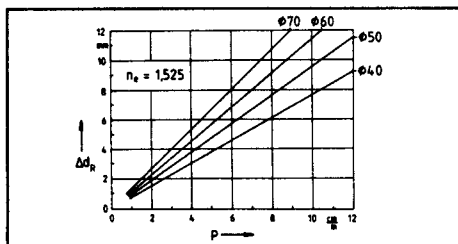


Fig. 4. Diferencia en el espesor de borde dependiendo del efecto prismático y para distintos diámetros.

De esta manera el óptico ya puede valorar en el momento de la elección del tamaño de la montura la diferencia en el espesor de borde que tendrán las lentes que se montarán en la gafa, y podrá por tanto aconsejar la montura optotécnicamente más favorable (fig. 4).

### Peso de lentes monofocales prismáticas

Para la fabricación de lentes prismáticas no se suelen utilizar vidrios ópticos de elevado índice de refracción, como por ejemplo, el BaSF 64, debido a su mayor dispersión cromática. Por tanto, la comparación de pesos se puede limitar a lentes de vidrio crown B270 y lentes de material orgánico CR 39.

En la figura 5 está representada gráficamente la variación del peso debido a efectos prismáticos, para el «diámetro normal» de 66 mm y para determinadas potencias de vértice posterior. Los diagramas hacen posible la determinación del peso de la lente, y por interpolación también se puede determinar el peso aproximado para potencias de vértice posterior no indicadas. Si se utilizan también los diagramas de peso para lentes monofocales esféricas y tóricas publicados en capítulos anteriores, entonces se puede determinar con una exactitud suficiente para la práctica, el peso que tendrá una lente prismática. También se puede estimar el peso de la lente una vez biselada, si se parte del diámetro mínimo necesario para el centrado óptico. El biselado disminuye el peso del vidrio, en el caso de lentes negativas, en un 50 a 60 %, y en el caso de lentes prismáticas positivas en un 20 a 30 %. Esto es válido tanto para lentes de vidrio B 270 como también para lentes de vidrio orgánico.

En resumen, la comparación de pesos nos dice que:  
 — Las lentes prismáticas tienen un peso considerablemente mayor que las lentes esféricas de igual diámetro, forma y material.

— Las lentes prismáticas negativas presentan frente a las lentes esféricas equivalentes sólo pequeñas diferencias de peso.

— Las lentes prismáticas de CR 39 presentan frente a lentes de B 270 una ventaja en el peso de aproximadamente un 50 % en lentes positivas, y de aproximadamente un 30 % en lentes negativas.

— Las lentes prismáticas de CR 39 contribuyen, sobre todo, en lentes positivas, a una reducción de peso.

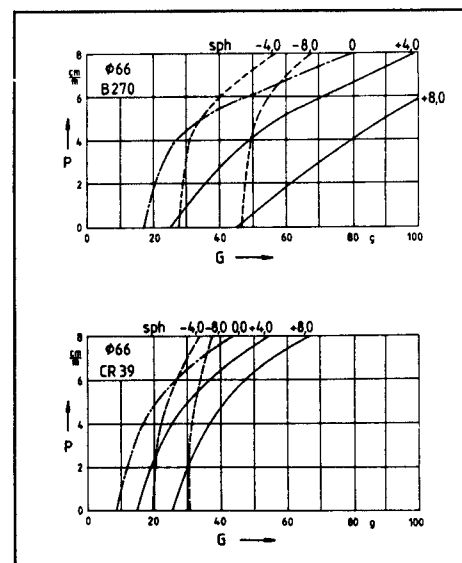


Fig. 5. Peso de lentes prismáticas de material B270 y de CR39.

24



## Láminas prismáticas

Las lentes prismáticas tienen, como ya se mostró en el apartado anterior, un peso considerablemente mayor que las lentes esféricas o tóricas, debido a la necesidad de material para el efecto prismático requerido en el punto de referencia. Una considerable disminución de peso se consigue con la utilización de láminas prismáticas, sobre todo en el caso de correcciones prismáticas fuertes. El peso total de una corrección constituida por lente más lámina prismática, se diferencia muy poco del peso de una lente utilizada para la corrección esférica o astigmática.

El prisma de Wafer —textualmente: prisma de barquillo—, fue desarrollado en Estados Unidos. Es un prisma sintético, estriado, con una estructuración estrecha de prismas y de forma rayada. La anchura de cada raya de este sistema corresponde aproximadamente al diámetro pupilar del ojo.

Es una desventaja la estructura estriada, que se aprecia de forma molesta como un sistema de rayas gris difuminado.

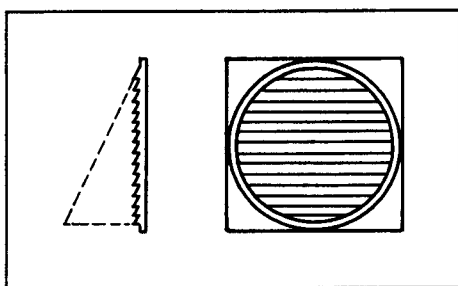


Fig. 6. Prisma de Wafer - representación esquemática.

Parecida a la construcción Wafer, está la lámina prismática según el principio de la lente de Fresnel, una lente escalonada, constituida por zonas anulares. Sobre una lámina delgada y flexible se coloca mecánicamente un sistema de prismas muy pequeños. Esta lámina se puede cortar según la forma de la lente, y luego pegar por adhesión a la cara cóncava de la lente. Por eso también es usual para láminas prismáticas, la denominación de Press-on-prismas.

Con este método de superposición se puede dar a lentes, efectos prismáticos, sin prácticamente ningún aumento de peso. Como la calidad óptica de una lámina prismática no es buena, no se alcanza con este tipo de corrección la misma agudeza visual que con una corrección con lente prismática. Aún así, por motivos estéticos y debido a su fácil aplicación, se utiliza el press-on-prisma con éxito, sobre todo con corrección provisional en el caso de heteroforias y heterotropías.

## Propiedades críticas de efectos prismáticos mayores

### Aberración cromática

En la observación de objetos a través de zonas periféricas de las lentes se observan en fuertes contrastes claro-oscuro unos halos de colores, que son debidos a la diferente desviación prismática de las distintas longitudes de onda de la luz. Lentes prismáticas muestran esta propiedad de la dispersión no sólo en las zonas periféricas, sino que también en el punto de referencia. Es decir, incluso para la zona principal de mirada se forma sobre la retina, de un punto, una banda de luz coloreada, un espectro.

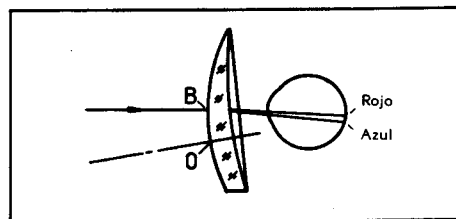


Fig. 7. Aberraciones en el punto de referencia de una lente prismática - representación esquemática.

El valor límite para la apreciación de halos de colores está aproximadamente en una anchura de 0,12 cm/m.

Lentes de B 270 forman halos de este tamaño con una desviación prismática de 7 cm/m, lentes de alto índice de refracción como el vidrio flint pesado SFN64 con el número de Abbe 30,1, ya alcanzan este límite crítico con un efecto prismático de 3,5 cm/m.

Por eso, vidrios ópticos con números de Abbe menores que 50 no son apropiados para la fabricación de lentes prismáticas fuertes.

La aberración cromática en lentes prismáticas fuertes y su percepción por el usuario es inevitable. Sólo después de un tiempo de adaptación se puede esperar una supresión sensorial de los molestos halos de colores. El proceso de la compensación sensorial en la visión binocular viene favorecida por la distribución del efecto prismático sobre las dos lentes. Debido a las direcciones opuestas de las bases se hace posible un «efecto de superposición» de mezcla cromática aditiva que tiene tendencia a dejar efecto no coloreado. En la figura 8 se muestra esquemáticamente la correspondencia de las áreas de la retina en cuestión.

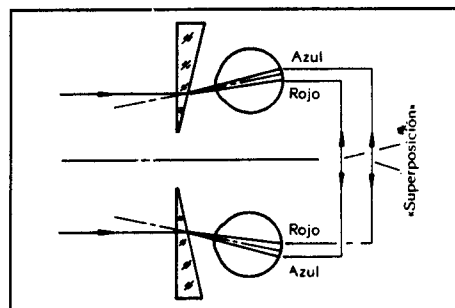


Fig. 8. «Efecto de superposición» de mezcla cromática aditiva.

## Estereoscopia de colores

El fenómeno de la estereoscopia de colores consiste en que dos superficies limitantes y de distinto color, no se aprecian en el mismo plano. Por ejemplo, las rayas amarillas, sobre una base azul de un papel pintado, se ven más cerca en el espacio. Algo parecido también se puede observar en visión binocular con los campos coloreados del test rojo-verde. Algunos observadores ven más cerca el área rojo, otros, el área verde.

El motivo de este fenómeno es la cromasía y los errores de descentramiento del sistema óptico del ojo. Eje óptico y eje visual no coinciden en la mayoría de las personas, sino que forman un ángulo  $\gamma$ , que puede estar respecto al eje visual, tanto en dirección temporal como nasal.

La estereoscopia de colores debida a la estructura del ojo se puede aumentar pero también disminuir con prismas de base horizontal. Según observaciones de H.-J. Haase, la estereoscopia de colores está dominada por los efectos

tos del prisma corrector, cuando el efecto prismático total es mayor que 6 cm/m. En el caso de prismas de base temporal los colores de longitud de onda más corta se ven más cerca del observador y los colores de longitud de onda más larga se ven más alejados. De forma contraria ocurre en el caso de prismas de base nasal.

Este efecto estará más acentuado, cuanto mayor sea el efecto prismático, la intensidad del color y la diferencia de colores y cuanto mejor definido esté el límite entre los colores.

Bajo estas condiciones especiales mencionadas se puede observar fácilmente la estereoscopia de colores. Generalmente no es molesta, pues pocas veces se dan estas condiciones en el medio ambiente. Aún así se debería avisar de este fenómeno, en la entrega de gafas correctoras con efectos prismáticos elevados con base horizontal.

### Astigmatismo de haces oblicuos

Como es conocido, el astigmatismo de haces oblicuos viene influenciado por la posición del diafragma de apertura y por la curvatura de la lente. Si la posición del diafragma es conocida, se puede elegir la curvatura más favorable.

En el sistema lente-ojo, centrado según la exigencia del centro de rotación, el diafragma se encuentra en el verdadero centro de rotación del ojo, que coincide aproximadamente con el centro de rotación óptico del ojo  $Z'$ . En este punto se cortan los rayos principales de todas las posiciones de mirada: el centro de rotación óptico del ojo es el punto de corte de todas las líneas de fijación.

Bajo estas condiciones se puede calcular la curvatura óptima para una determinada distancia del objeto y dirección de mirada, y se puede corregir el astigmatismo de haces oblicuos.

En el sistema lente prismática-ojo no se puede cumplir la exigencia del centro de rotación. Por tanto, ya no se puede suponer el diafragma de apertura en el centro de rotación óptico del ojo. Varía su posición, según la dirección de la mirada, es decir, con la inclinación del haz principal.

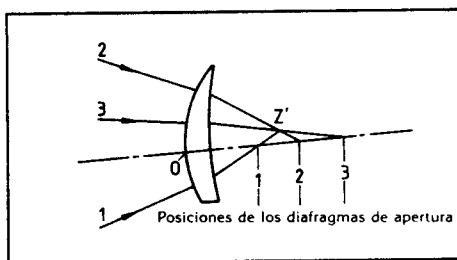


Fig. 9. Posición del diafragma de apertura, según diferentes inclinaciones del haz principal.

Con una determinada curvatura de la lente se puede corregir el astigmatismo de haces oblicuos sólo para una, y no para distintas, posiciones del diafragma. Se podría eliminar, con la curvatura más favorable, el astigmatismo para la dirección de mirada principal y para una determinada distancia, pero la fabricación sigue siendo problemática por motivos de costo debido a la multitud de posibles posiciones de base y combinaciones posibles.

En la fabricación de lentes fuertemente prismáticas se sigue otro camino: para la dirección principal de mirada

se reduce el astigmatismo que allí se produce, con un cilindro de compensación. Partiendo de la curvatura más favorable, el fabricante calcula el efecto cilíndrico adicional, que no compensa la componente astigmática de una ametropía, sino que el astigmatismo de haces oblicuos en la zona del punto principal de la mirada.

Entonces el valor que marca el frontofocómetro no coincidirá con el valor de la receta (valor pedido). El fabricante indica el nuevo valor o la corrección junto con la entrega.

### Visión a través de lentes prismáticas

La aberración del astigmatismo de haces oblicuos y la aberración cromática de lentes fuertemente prismáticas influyen en la agudeza visual cc.

Esto significa:

La compensación óptica de una foria del par de ojos sólo se puede conseguir con una disminución de la agudeza visual.

La agudeza visual disminuye con el aumento del efecto prismático, aproximadamente un 2 a 3 % por cada dioptría prismática. Además, en el test con los anillos de Landolt, tiene influencia la base sobre la apreciación de los puntos críticos de este test.

En general es de esperar, en personas con una elevada agudeza visual, una mayor disminución de ésta, y en personas con una menor agudeza visual, una disminución menor de la agudeza visual. Esto también es válido para prismas más fuertes. La regla para la distribución mejor posible de los efectos prismáticos ha de ampliarse: En el caso de la no-existencia de equilibrio visual se debería adaptar el prisma mayor al ojo con la menor agudeza visual. Con esta división desigual se disminuirá menos la agudeza visual del otro ojo y con ello la agudeza visual binocular cc.

Otra disminución de la agudeza visual se da con la variación del ángulo visual debido a la desviación astigmática creciente en dirección al borde de la lente. Incluso una superficie tórica compensadora para el punto principal de mirada sólo puede repartir las aberraciones inevitables del borde de la lente de forma más equivalente entre la visión de lejos y de cerca.

Las lentes prismáticas no corrigen solamente forias, sino que también ametropías esféricas o astigmáticas. De esta manera se han de añadir a las aberraciones mencionadas, las distorsiones debidas a las variaciones del ángulo visual. En lentes esféricas, las distorsiones son simétricas al centro, en cambio en lentes prismáticas, la simetría es sencilla, teniendo como eje de simetría, la dirección de descentramiento.

Aún con las considerables distorsiones existentes objetivamente a través de lentes prismáticas, no repercuten subjetivamente de la manera que debería esperarse. La distorsión del espacio se extiende sobre todo el espacio visual e incluye de igual manera todos los objetos visualizados. Como faltan objetos no distorsionados, «es fácil para el sistema sensorial, imponer para todos los objetos del espacio, en principio conocidos, las imágenes acostumbradas de la memoria, frente a la distorsión». (Haase, corrección binocular 1980, pág. 177).

La entrega de una gafa con la primera corrección prismática debería hacerse, debido a las aberraciones, con la explicación de usar la nueva gafa, primeramente y hasta acostumbrarse, sólo en un entorno conocido y durante una tarea no peligrosa.

# Lentes monofocales astigmáticas y prismáticas

Alfred Schikorra

Traducido y adaptado por Ingrid Pascual y Joan Salvadó de la Escuela Universitaria de Óptica de Terrassa.

## Efecto prismático debido a un mal centrado

Si durante el montaje de la gafa no se cumplió con la exigencia del punto de referencia, es decir, si el punto de centrado óptico y el punto de referencia de la gafa no coinciden, entonces se produce para el portador de la gafa en el punto de centrado, un efecto prismático adicional y no deseado. El par de ojos ha de utilizar la vergencia fusional, para compensar este error con una posición de vergencia forzada. Las determinaciones de calidad en la óptica, RAL-RG 915, fijan la magnitud del prisma límite el cual no debe ser superado durante el trabajo de centrado. Para la determinación de la desviación prismática en un punto cualquiera de la superficie de una lente se utiliza la conocida fórmula de Prentice:  $P = c |S|$

Esta fórmula conlleva las siguientes condiciones:

- Ninguna aberración esférica.
- Potencia de vértice posterior igual a la potencia total, e
- Incidencia de los rayos paralela al eje.

Aunque haciendo el cálculo con las condiciones verdaderas, se dan variaciones, éstas son muy pequeñas. Por eso, la fórmula de Prentice nos da para todos los casos de la óptica práctica una exactitud suficiente para la determinación del efecto prismático en cualquier punto sobre la superficie de la lente. Aunque, para una lente astigmática hay bastante trabajo de cálculo cuando el punto considerado no está sobre uno de los meridianos principales.

### Ejemplo

Durante el centrado de la lente l esf +1,0 cil =3,0 a 60° se hizo un error de 5 mm hacia el lado temporal. Determinar el efecto prismático en el punto de centrado (fig. 1).

Determinación de los descentramientos parciales  $c_1$  y  $c_2$   
 $c_1 = c \cdot \cos \alpha = 0,5 \text{ cm} \cdot \cos 60^\circ \quad c_1 = 0,25 \text{ cm}$   
 $c_2 = c \cdot \sin \alpha = 0,5 \text{ cm} \cdot \sin 60^\circ \quad c_2 = 0,43 \text{ cm}$

Determinación de los componentes prismáticos  $P_1$  y  $P_2$   
 $P_1 = c_1 \cdot |S_1| = 0,25 \text{ cm} \cdot 1,0 \text{ dp}$   
 $P_1 = 0,25 \text{ cm/m B } 60^\circ$   
 $P_2 = c_2 \cdot |S_2| = 0,43 \text{ cm} \cdot 4,0 \text{ dp}$   
 $P_2 = 1,73 \text{ cm/m B } 330^\circ$

Determinación del prisma total P

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \sqrt{(0,25 \text{ cm/m})^2 + (1,73 \text{ cm/m})^2}$$

$$P = 1,75 \text{ cm/m B } 33^\circ + \beta$$

Lentes monofocales astigmáticas 40

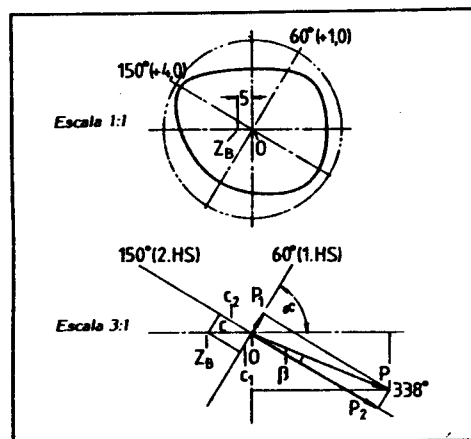


Fig. 1. Para la determinación del efecto prismático en el punto de centrado  $Z_B$ .

$$\tan \beta = \frac{P_1}{P_2} = \frac{0,25 \text{ cm/m}}{1,73 \text{ cm/m}} \Rightarrow \beta = 8,2^\circ$$

$$P = 1,75 \text{ cm/m B } 338,2^\circ$$

Determinación de las componentes horizontal y vertical  $P_x$  y  $P_y$

$$P_x = P \cdot \cos (360^\circ - 338,2^\circ) = 1,75 \text{ cm/m} \cdot \cos 21,8^\circ$$

$$P_x = 1,63 \text{ cm/m B } 0^\circ$$

$$P_y = P \cdot \cos (338,2^\circ - 270^\circ) = 1,75 \text{ cm/m} \cdot \cos 68,2^\circ$$

$$P_y = 0,65 \text{ cm/m B } 270^\circ$$

### Resultado:

El centrado horizontal inexacto induce, para una posición del eje oblicuo, en el punto de centrado, además del prisma horizontal, un prisma vertical, extremadamente indeseable. Todo centrado inexacto tiene como consecuencia un efecto prismático en el punto de centrado óptico, que obliga al par de ojos a una vergencia fusional.

## Efectos prismáticos secundarios

Las lentes prismáticas corrigen una desviación de los ojos, y la lentes mal centradas, la inducen. Solamente a la influencia de la lente sobre la desviación del par de ojos, la denominamos efecto prismático secundario debido a la lente. En un punto de la superficie de la lente, en cambio, tenemos un efecto prismático. En el sistema lente-ojo, se forma debido a esto, un efecto prismático secundario. Las siguientes figuras muestran, que el efecto prismático secundario es mayor en lentes positivas descentradas, que en equivalentes lentes negativas descentradas.

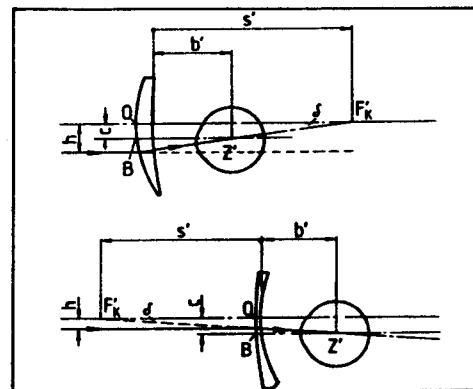


Fig. 2. Desviación de los ojos debido a lentes positivas y negativas.

La figura 2 muestra, que el ojo ha de girar un ángulo  $\delta$ , para poder ver nítidamente un objeto que incide en dirección paralela al eje óptico sobre la lente correctora.

Una lente puede corregir esta desviación de los ojos, o inducirla debido a un mal centrado. En el punto B de la lente descentrada por un valor  $c$  existe un efecto prismático  $P=c|S'|$ . En el punto a través del cual se mira, habrá para el ojo, un efecto prismático secundario  $p_n$ :

$P_n = h|S'|$   
De la figura 2 se puede deducir, suponiendo un espesor de centro despreciable, la siguiente relación:

$$\frac{h}{c} = \frac{s'}{s'-b} \iff \frac{h}{c} = \frac{1}{1-b'S'} \iff$$

$$h = \frac{c}{1-b'S'} \cdot \frac{cm}{m \cdot dp}$$

El efecto prismático secundario será por tanto:

$$P_n = \frac{c \cdot |S'|}{1-b'S'} \cdot \frac{cm \cdot dp}{m \cdot dp}$$

Esta fórmula se denomina fórmula de Prentice ampliada, o también fórmula de Weinhold.

**Comparación del efecto prismático y del efecto prismático secundario**

Para esta comparación suponemos dos gafas con las siguientes lentes correctoras: D/l esf +10,0 y D/l esf - 10,0, cuyos centros ópticos se encuentran 3 mm al lado temporal del punto de centrado óptico. También se supone una distancia de vértice del punto de rotación  $b'$  de 28 mm.

Cuando se cumple la exigencia del punto de referencia, entonces se trata de un buen montaje de una prescripción prismática, con una distribución regular de los efectos prismáticos sobre la lente derecha e izquierda.

Con el descentramiento de 3 mm se alcanza para las potencias de vértice posterior consideradas, el efecto prismático de pr 3,0.

Las prescripciones serían:

1. D esf + 10,0 pr 3,0 BT (B 180 °)  
I esf + 10,0 pr 3,0 BT (B 0 °)
2. D esf - 10,0 pr 3,0 BN (B 0 °)  
I esf - 10,0 pr 3,0 BN (B 180 °)

Los efectos prismáticos secundarios para cada ojo son:

$$1. P_n = \frac{c \cdot |S'|}{1-b'S'} = \frac{0,3 \text{ cm } |+10,0| \text{ dp}}{1-0,028 \text{ m } (+10,0 \text{ dp})}$$

$$P_n = 4,2 \text{ cm/m}$$

$$2. P_n = \frac{c \cdot |S'|}{1-b'S'} = \frac{0,3 \text{ cm } |-10,0| \text{ dp}}{1-0,028 \text{ m } (-10,0 \text{ dp})}$$

$$P_n = 2,3 \text{ cm/m}$$

En el siguiente gráfico (fig. 3) se muestra la relación entre el efecto prismático y el efecto prismático secundario.

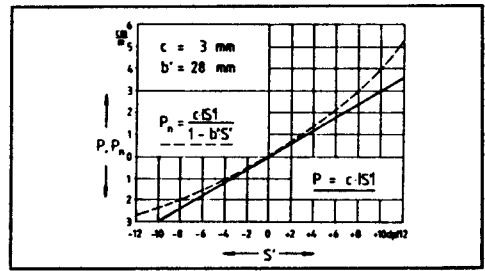


Fig. 3. Efecto prismático y efecto prismático secundario para  $c=3$  mm y  $b'=28$  mm.

**Resultado**

Para un mismo valor de descentramiento, las lentes positivas corrigen una mayor desviación de los ojos, que lentes negativas equivalentes.

Por tanto, el mismo error de centrado induce en lentes positivas una mayor desviación de los ojos que lentes negativas equivalentes.

**Valor de corrección, valor de medida y valor nominal de lentes refractivas prismáticas**

Por definición, la desviación prismática  $\delta$  viene determinada por la descripción del efecto prismático:

$$P = 100 \tan \delta$$

El ángulo de desviación  $\delta$  por su parte, depende de la posición del prisma dentro de la trayectoria del rayo. Para prismas con ángulos refractivos pequeños —menor que aproximadamente 10 °— se puede determinar el ángulo de desviación con una buena aproximación también sin conocimiento del ángulo de incidencia  $\delta$ , la fórmula de aproximación es:

$$\delta = \alpha (n-1)$$

El efecto de prismas «débiles» se calcula con la siguiente fórmula:

$$P = 100 \tan (\alpha (n-1))$$

Para prismas «más fuertes», en cambio, el ángulo de desviación varía en una medida no despreciable con la posición relativa del prisma fuerte a la trayectoria del rayo. El efecto prismático depende de la posición del prisma. En la óptica se utilizan básicamente tres posiciones de prismas.

**Posición de corrección**

Según DIN 58 207 las lentes refractivas prismáticas se han de colocar durante la determinación de la prescripción de tal manera, que su superficie del lado ocular sea paralela al plano de la montura de medida. El efecto prismático en esta posición de corrección,  $P_k$ , viene determinado por el ángulo de desviación  $\delta_k$ .

$$P_k = 100 \tan \delta_k$$

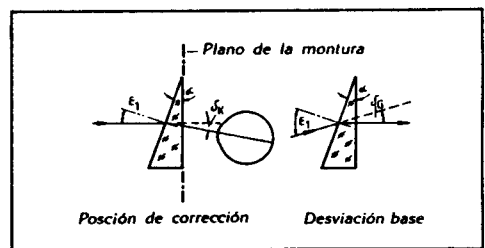


Fig. 4. Prisma de refracción en posición de corrección.

Pero el valor nominal de las lentes refractivas prismáticas se refiere al ángulo de desviación, en el cual el rayo de luz sale perpendicular a la superficie prismática del lado ocular. Esta posición de la trayectoria de la luz se denomina desviación base. El efecto prismático de la desviación base es:

$$P_G = 100 \tan \delta_G$$

23

### Posición de medida

Para la determinación de la potencia de vértice posterior, o valor de medida, se coloca la lente refractiva prismática con la superficie interna sobre el apoyo del frontofocómetro. La desviación prismática  $\delta_s$  en la posición de medida corresponde al ángulo de desviación de la desviación base. Es: valor nominal de las lentes refractivas prismáticas = valor de medida (+tolerancia) (fig. 5).

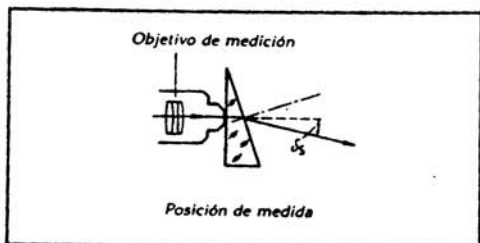


Fig. 5. Desviación en la posición de medida.

Según DIN 58 207 son permitidas para lentes refractivas con efecto prismático, las siguientes tolerancias (tabla I):

Tabla I.

Efecto prismático en cm/m	
Valor nominal	Tolerancia
0,5 a 0,6	0,12
más de 6,0	0,25

### Posición de desviación mínima

Cuando la trayectoria del rayo a través del prisma tiene una posición simétrica, entonces tenemos la desviación mínima  $\delta_m$ . Esta posición se denomina posición de desviación mínima. Se utilizan prismas en esta posición para varillas de prismas.

Para varillas de prismas es válido:  
valor nominal = valor mínimo de la desviación

$$P_M = 100 \tan \delta_m$$

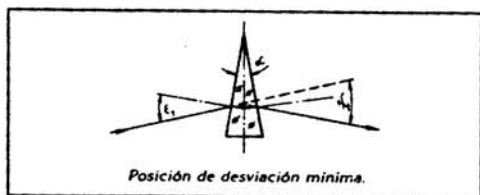


Fig. 6. Desviación mínima en caso de trayectoria simétrica del haz.

### Desviación prismática para distintas posiciones de prisma

En la tabla II se indican para prismas planos de vidrio crown con índice de refracción  $n_c = 1,525$ , y para distintos ángulos del prisma, las relaciones numéricas de los efectos prismáticos en las distintas posiciones del prisma.

Si se amplía la tabla y se pasan los resultados a un diagrama, se obtiene la siguiente representación gráfica (fig. 7) para los efectos prismáticos en la posición de corrección, la posición de medida y la posición de desviación mínima.

Tabla II. Desviaciones prismáticas, P en cm / m

N	$\delta_k$	$\delta_s$	$\delta_m$	$P_k$	$P_s$	$P_m$
5°	2,63°	2,64°	2,63°	4,59	4,61	4,59
15°	7,99°	8,25°	7,96°	14,03	14,50	13,99
25°	13,66°	15,13°	13,55°	24,31	27,03	24,09

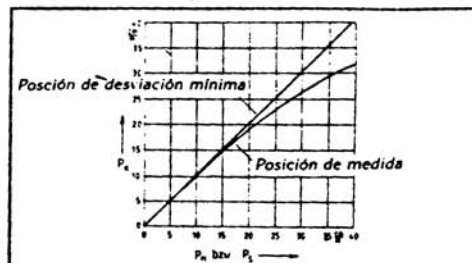


Fig. 7. Relación de las desviaciones para distintas posiciones del prisma:  $P_k$  = posición de corrección,  $P_s$  = posición de medida,  $P_m$  = posición de desviación mínima.

### Resultado

Para prismas con  $P < 10$  cm/m la posición dentro de la trayectoria de la luz no tiene importancia para la desviación prismática:

$$P_k \approx P_s \approx P_m$$

En el caso de prismas más fuertes, las distintas posiciones tienen distintas desviaciones prismáticas. Siendo la diferencia entre los efectos prismáticos de la posición de corrección y de la posición de desviación mínima muy pequeña.

Ejemplo:  $P_k = 30,5$  cm/m,  $P_m = 30$  cm/m

Más marcada es la diferencia entre los efectos prismáticos de la posición de desviación mínima y de la posición de medida.

Ejemplo:  $P_m = 30$  cm/m,  $P_s = 36$  cm/m

El mismo prisma tiene un efecto prismático de 30 cm/m en la posición de desviación mínima y de 36 cm/m en la posición de medida. Por eso, es necesario fijarse cuando se usan lentes refractivas fuertemente prismáticas, si el prisma utilizado está marcado según la posición de desviación mínima o según la posición de medida.

### Situación de la refracción durante la determinación de efectos prismáticos

Para corregir desviaciones de los ojos o incluso forzar una determinada desviación se anteponen generalmente distintos prismas con ciertas bases al par de ojos, hasta que se alcanza el efecto correctivo deseado: es decir, hasta que el prisma o la combinación de prismas es el adecuado. Si, además del estrabismo, se corrige una ametropía, entonces se sobrepone el efecto prismático del prisma corrector, y el efecto secundario prismático de la lente correctora para visión de lejos.

Como muestra la figura 8, en el caso de una lente positiva el efecto prismático secundario  $P_n$  se suma, y en el caso de una lente negativa se resta, al efecto prismático  $P_k$ . Esto significa, que para un mismo ángulo de desviación del ojo  $\omega$ , es necesario para un miope un prisma de corrección mayor que para un hipermetrope.

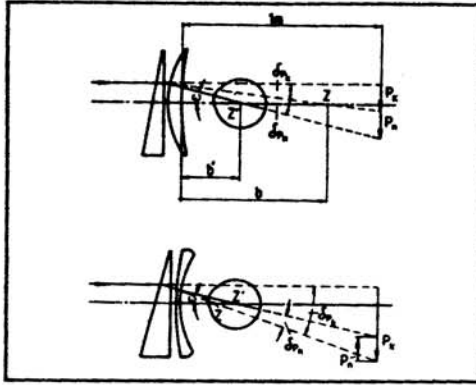


Fig. 8. Efecto prismático en una situación de refracción.

### Ángulo de la desviación de los ojos en el caso de correcciones esferoprismáticas

Para la visión de lejos el ángulo de desviación del ojo  $\omega$ , viene definido como el ángulo que forman el eje de fijación de un ojo y el eje de fijación del otro ojo, con una correspondencia normal de las retinas.

Si se compensa con prismas la posición incorrecta del par de ojos para la visión de lejos, de tal manera, que las líneas de fijación del lado del objeto y de ambos ojos sean paralelos, se puede deducir, a partir de los prismas antepuestos, el ángulo objetivo de desviación de los ojos. En el caso de una ametropía se sobreponen, como ya se dijo, sumándose o restándose el efecto prismático secundario de la lente correctora en el punto a través del cual se mira y el efecto prismático en la posición de corrección.

La figura 9 muestra la relación entre el ángulo de desviación de los ojos y la combinación esferoprismática necesaria para una compensación.

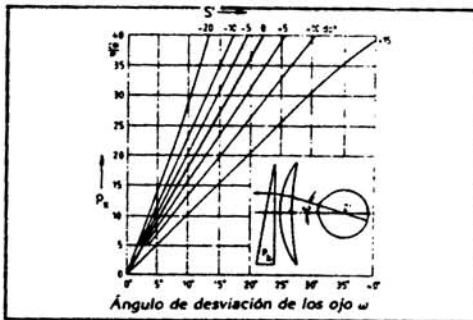


Fig. 9. Ángulo de desviación de los ojos y sus combinaciones esferoprismáticas necesarias.

De la representación gráfica se ve, que una combinación esf  $-10,0$  pr  $10,0$  corrige un ángulo de desviación  $\omega$  de aproximadamente  $4,5^\circ$  con esf  $+10,0$  pr  $10,0$  en cambio, se corrige un ángulo de desviación de casi  $8^\circ$ . Para compensar un ángulo de desviación de  $10^\circ$ , es necesario en una combinación con esf  $+10,0$ , un prisma  $P_k \approx 13$  cm/m y en una combinación con esf  $-10,0$  un prisma  $P_k \approx 23$  cm/m.

### Valor de la receta

El valor de la receta se obtiene como resultado de la determinación de la refracción, bajo consideración de posibles diferencias de la distancia de vértice de la córnea y del punto de centrado, en la determinación de la refracción por un lado y en la gafa terminada por el otro.

Indica el efecto dióptrico en el punto de referencia de una lente para la trayectoria de la luz del usuario de la gafa. Para esta trayectoria el valor de la receta es dióptricamente equivalente a la combinación de lentes determinada en la determinación de la refracción. Para tener una base de cálculo común para la determinación del efecto prismáti-

co, se ha de considerar según DIN 58 204 para todas las lentes prismáticas, que estas se montan de tal manera en la gafa, que el bisel está lo más cerca de la superficie exterior de la lente. Esta superficie anterior estará entonces cerrada respecto al punto de rotación del ojo, la superficie de la base sobrepasará de la montura por el lado interior de ésta. Esta posición de la lente se denomina posición de uso.

### Valor de medida y corrección de medida

En la posición de uso, la superficie del lado del objeto de la lente es céntrica al punto de rotación del ojo. Esta posición de la lente no corresponde con la posición de medida de la lente. Durante la medición con el frontofocómetro el haz de medida incide sobre la superficie ocular de la lente, de forma perpendicular, el valor de medida nos da por tanto el efecto dióptrico en el punto de referencia para la posición de medida.

La distinta posición de la lente dentro de la trayectoria de la luz en la posición de uso y en la de medida, tiene como consecuencia, que el valor de la receta y el valor de medida no coinciden.

La diferencia entre el valor de la receta y el valor de medida es la llamada corrección de medida. Ha de ser indicada por el fabricante de la lente, para que el óptico puede controlar el valor de la receta.

Según DIN 58 208 está determinado:

valor de la receta = valor de medida + corrección de medida.

Algunos fabricantes no cumplen la norma con sus «recetas caseras». Se puede encontrar a veces en este contexto, la relación:

valor pedido + corrección de medida = valor de medida

### Valor de medida y valor de refracción

Debido a las diferencias entre las posiciones de corrección y de medida, pueden haber, sobre todo en el caso de lentes positivas considerables discrepancias entre el valor de refracción = valor de la receta, y el valor de medida. En cambio en lentes fuertemente negativas se da una relación de casi 1:1 entre el valor de la receta y el valor de medida.

La figura 10 da una idea sobre las diferencias entre los valores de corrección para la posición de medida (ordenadas) y los valores de refracción (abscisas), para prismas individuales.

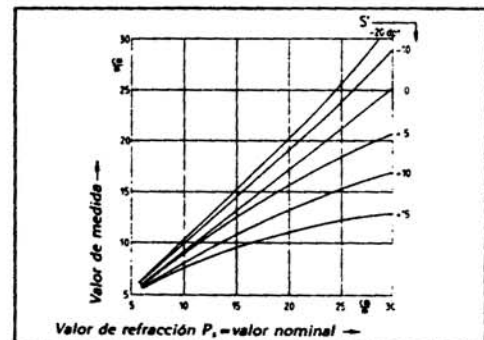


Fig. 10. Relación entre los valores de corrección para la posición de medida y los valores de refracción (según Dr. G. Guilino).

Para que una ayuda visual tan complicada, como lo es una gafa con lentes fuertemente esferoprismáticas, tenga el efecto correctivo deseado, es necesario, indicar datos complementarios en el pedido.

Los datos deberían referirse:

- Al tipo y aplicación de los prismas usados
- A la distribución de los efectos prismáticos y
- A la compensación de la desviación astigmática

Con estos datos, el fabricante determina la lente dióptricamente equivalente para la posición de uso del portador de la gafa. La indicación de la corrección de medida facilita al óptico el control del valor de la receta.