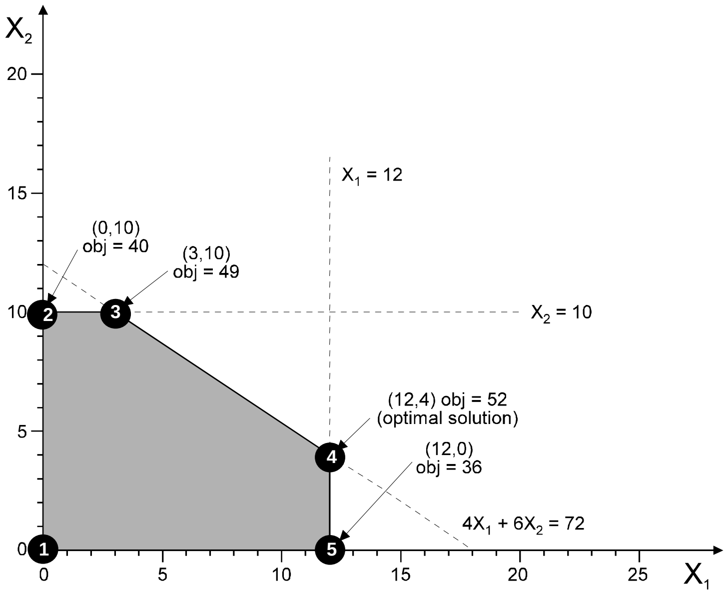
pA1 (prob. 6, Cap. 2, pàg. 40, Ragsdale).

$$\begin{cases} \max & z = 3x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a.:} & \\ & x_1 \le 12 \\ & x_2 \le 10 \\ & 4x_1 + 6x_2 \le 72 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \min & z = c'x \\ \text{s.a.:} & \\ & Ax = b \\ & x \ge 0 \end{cases} \left| \; c = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 72 \end{bmatrix} \right.$$



1. Solucions bàsiques factibles:							
# s.b.f	x_B	x_N	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	x_3, x_4, x_5	x_1, x_2	0	0	12	10	72
2	x_3, x_2, x_5	x_1, x_4	0	10	12	0	12
3	x_3, x_2, x_1	x_5, x_4	3	10	9	0	0
4	x_4, x_2, x_1	x_5, x_3	12	4	0	6	0
5	x_4, x_5, x_1	x_2, x_3	12	0	0	10	24

2. Algorisme del símplex:

Càlculs prèvis:

$$VB^0 = \{3,4,5\} \Rightarrow B = I \Rightarrow B^{-1} = I$$

$$x_B = B^{-1} b = I \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 72 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 72 \end{bmatrix} \geq 0 \Rightarrow \text{ solució bàsica factible}$$

1a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: *VNB*={1,2}

$$r' = c'_N - c'_B B^{-1} N = \begin{bmatrix} -3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} I \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -4 \end{bmatrix} \leq 0$$

$r<0$: la base actual no és òptima: seleccionem $q=2$ com a v.n.b. entrant.

3.- Indentificació de problema il.limitat:

$$u = B^{-1} A_2 = I \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}; u \geq 0 \Rightarrow \text{el problema no és il.limitat.}$$

4.- Selecció de la variable bàsica sortint *p*:

$$\theta^* = \min_{\{i=2,3\}} \frac{x_{B(i)}}{u_i} = \min\left\{ \frac{10}{1}, \frac{72}{6} \right\} = \frac{10}{1} \Rightarrow \quad p = 2 \text{ , } x_{B(2)} = x_4 \text{ v.b. sortint}$$

5.- Canvi de base: $\overline{VB} \leftarrow \{3,2,5\} \quad ; \quad \overline{VNB} \leftarrow \{1,4\}$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; \bar{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \end{bmatrix} \; ; \; x_{\bar{B}} = \bar{B}^{-1} b = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix}$$

6.- Es considera $\overline{VB}$ com a s.b.f. actual. Anada a 2.

2a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: *VNB*={1,4}

$$r' = c'_N - c'_B B^{-1} N = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$r_1<0$: la base actual no és òptima: seleccionem $q=1$ com a v.n.b. entrant.

3.- Indentificació de problema il.limitat:

$$u = B^{-1}A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}; u \geq 0 \Rightarrow \text{el problema no és il.limitat.}$$

4.- Selecció de la variable bàsica sortint *p*:

$$\theta^* = \min_{\{i=1,3\}} \frac{x_{B(i)}}{u_i} = \min\left\{ \frac{12}{1}, \frac{12}{4} \right\} = 3 \Rightarrow \quad p = 2\ , x_{B(2)} = x_5 \text{ v.b. sortint}$$

5.- Canvi de base: $\overline{VB} \leftarrow \{3,2,1\} \quad ; \quad \overline{VNB} \leftarrow \{5,4\}$

$$\overline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \ ; \ \overline{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3/2 & 1/4 \end{bmatrix} \ ; \ x_{\overline{B}} = \overline{B}^{-1} b = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 3 \end{bmatrix}$$

6.- Es considera $\overline{VB}$ com a s.b.f. actual. Anada a 2.

3a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: *VNB*={5,4}

$$r' = c_N' - c_B' B^{-1} N =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3/2 & 1/4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/4 & -1/2 \end{bmatrix}$$

r_4<0 : la base actual no és òptima: seleccionem q=4 com a v.n.b. entrant.

3.- Indentificació de problema il.limitat:

$$u = B^{-1}A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3/2 & 1/4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \\ -3/2 \end{bmatrix}; u_1, u_2 \geq 0 \Rightarrow \text{el problema no és}$$

il·limitat.

4.- Selecció de la variable bàsica sortint *p*:

$$\theta^* = \min_{\{i=1,2\}} \frac{x_{B(i)}}{u_i} = \min\left\{ \frac{9}{3/2}, \frac{10}{1} \right\} = 6 \Rightarrow \quad p = 1\ , x_{B(1)} = x_3 \text{ v.b. sortint}$$

5.- Canvi de base: $\overline{VB} \leftarrow \{4,2,1\} \quad ; \quad \overline{VNB} \leftarrow \{5,3\}$

$$\overline{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \ ; \ \overline{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 2/6 & 1 & -1/6 \\ -2/6 & 0 & 1/6 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \ ; \ x_{\overline{B}} = \overline{B}^{-1} b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 12 \end{bmatrix}$$

6.- Es considera $\overline{VB}$ com a s.b.f. actual. Anada a 2.

4a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: *VNB*={5,3}

$$r' = c'_N - c'_B B^{-1} N =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2/6 & 1 & -1/6 \\ -2/6 & 0 & 1/6 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$r>0$: la base actual és òptima: $\boldsymbol{VB^*=\{4,2,1\}}$, $\boldsymbol{x^*_B=[6,4,12]'}$, $\boldsymbol{z^*=-52}$

3. Interval estabilitat Dc :

Objectiu 4.6

$$VB^* = \{4,2,1\} \quad ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \quad ; \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 & -1/6 \\ -2/3 & 0 & 1/6 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$VNB^* = \{5,3\} \quad ; \quad N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad Q = B^{-1}N = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} -1/6 & 2/3 \\ 1/6 & -2/3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \leftarrow q_1 \\ \leftarrow q_2 \\ \leftarrow q_3 \end{array} \quad ; \quad r = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$$

$$i \in VNB^*: \quad \Delta c_i \in \left[\Delta c_i^-, \Delta c_i^+\right] = [-r_i, +\infty]$$

$$x_5 \ , \left[\Delta c_5^-, \Delta c_5^+\right] = [-r_5, +\infty] = [-2/3, +\infty] \quad ; \quad x_3 \ , \left[\Delta c_3^-, \Delta c_3^+\right] = [-r_3, +\infty] = [-1/3, +\infty]$$

$$i \in VB^*: \quad \Delta c_i \in \left[\Delta c_i^-, \Delta c_i^+\right] = \left[\max_{\{j\in VNB^* | q_{lj}<0\}} \left(r_j / q_{lj}\right), \min_{\{j\in VNB^* | q_{lj}>0\}} \left(r_j / q_{lj}\right)\right]$$

$$x_1 \ , l = 3 \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta c_1^+ &= \min_{\{j\in VNB^* | q_{3j}>0\}} \left(r_j / q_{3j}\right) = \frac{1/3}{1} = 1/3 \\ \Delta c_1^- &= \max_{\{j\in VNB^* | q_{3j}<0\}} \left(r_j / q_{3j}\right) = -\infty \end{aligned} \right\} \qquad \Delta c_1 \in [-\infty, 1/3]$$

$$x_2 \ , l = 2 \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta c_2^+ &= \min_{\{j\in VNB^* | q_{2j}>0\}} \left(r_j / q_{2j}\right) = \frac{2/3}{1/6} = 4 \\ \Delta c_2^- &= \max_{\{j\in VNB^* | q_{2j}<0\}} \left(r_j / q_{2j}\right) = \frac{1/3}{-2/3} = -1/2 \end{aligned} \right\} \qquad \Delta c_2 \in [-1/2, 4]$$

$$x_4 \ , l = 1 \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta c_4^+ &= \min_{\{j\in VNB^* | q_{1j}>0\}} \left(r_j / q_{1j}\right) = \frac{1/3}{2/3} = 1/2 \\ \Delta c_4^- &= \max_{\{j\in VNB^* | q_{1j}<0\}} \left(r_j / q_{1j}\right) = \frac{2/3}{-1/6} = -4 \end{aligned} \right\} \qquad \Delta c_4 \in [-4, 1/2]$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
$VB*$	12	4		6						
$VNB*$			0		0					
c_i	-3	-4	0	0	0					
Δc_i^-	-∞	-1	-1/3	-4	-2/3					
Δc_i^+	1/3	2/4	+∞	1/2	+∞					

4. Interval estabilitat Db i preus ombra p:

$$VB^* = \{4,2,1\} \quad ; \quad c_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix} \quad ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \quad ; \quad B^{-1} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|c|c} 2/3 & 1 & -1/6 \\ -2/3 & 0 & 1/6 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \leftarrow x_{B(1)} = x_4 \\ \leftarrow x_{B(2)} = x_2 \\ \leftarrow x_{B(3)} = x_1 \end{array}$$

$$x_B = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 & -1/6 \\ -2/3 & 0 & 1/6 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 72 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{B(1)} = x_4 \\ x_{B(2)} = x_2 \\ x_{B(3)} = x_1 \end{bmatrix}, p' = c_B' B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\Delta b_j \in \left[\Delta b_j^-, \Delta b_j^+\right] = \left[\max_{\{k \mid b_{kj}>0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{kj}}\right), \min_{\{k \mid b_{kj}<0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{kj}}\right)\right]$$

$$j=1,\ b_1 = \begin{bmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ 1 \end{bmatrix}, \left\{ \begin{array}{l} \Delta b_1^+ = \min_{\{k \mid b_{k1}<0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{k1}}\right) = -\frac{4}{-2/3} = 6 \\ \Delta b_1^- = \max_{\{k \mid b_{k1}>0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{k1}}\right) = \max\left\{-\frac{6}{2/3} = -9, -\frac{12}{1}\right\} = -9 \end{array} \right\} \quad \Delta b_1 \in [-9, 6]$$

$$j=2,\ b_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \left\{ \begin{array}{l} \Delta b_2^+ = \min_{\{k \mid b_{k2}<0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{k2}}\right) = +\infty \\ \Delta b_2^- = \max_{\{k \mid b_{k2}>0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{k2}}\right) = -\frac{6}{1} = -6 \end{array} \right\} \quad \Delta b_2 \in [-6, +\infty]$$

$$j=3,\ b_3 = \begin{bmatrix} -1/6 \\ 1/6 \\ 0 \end{bmatrix}, \left\{ \begin{array}{l} \Delta b_3^+ = \min_{\{k \mid b_{k3}<0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{k2}}\right) = -\frac{6}{-1/6} = 36 \\ \Delta b_3^- = \max_{\{k \mid b_{k3}>0\}}\left(-\frac{x_{B(k)}}{b_{k3}}\right) = -\frac{4}{1/6} = -24 \end{array} \right\} \quad \Delta b_2 \in [-24, 36]$$

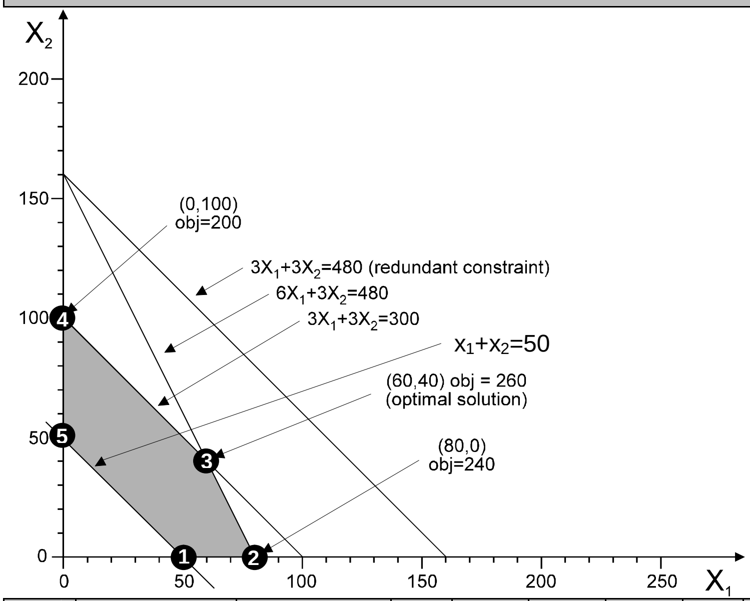
j	$a^j x^*$	b_j	*Folga/escreix*	Δb_j^-	Δb_j^+	π_j
c1	10	10	0	-9	6	-1/3
c2	6	12	6	-6	+∞	0
c3	72	72	0	-24	12	-2/3

pB1 (prob. 10, Cap. 2, pàg. 41, Ragsdale).

1. Formulació (PL) en forma estàndar:	Objectiu 4.1

$$\begin{cases} \max & z = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.:} & \\ & 3x_1 + 3x_2 \le 300 \\ & 6x_1 + 3x_2 \le 480 \\ & 3x_1 + 3x_2 \le 480 \text{ (redundant!!)} \\ & x_1 + x_2 \ge 50 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{estàndar}]{\text{Forma}} \begin{cases} \min & z = c'x \\ \text{s.a.:} & \\ & Ax = b \\ & x \ge 0 \end{cases} \quad c = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 300 \\ 480 \\ 50 \end{bmatrix}$$

2. Solucions bàsiques factibles:	Objectiu 4.2



# s.b.f	x_B	x_N	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	z
1	x_1, x_3, x_4	x_2, x_5	50	0	150	180	0	-150
2	x_1, x_3, x_5	x_2, x_4	80	0	60	0	30	-240
3	$\mathbf{x_1, x_2, x_5}$	$\mathbf{x_3, x_4}$	**60**	**40**	**0**	**0**	**50**	**-260**
4	x_4, x_2, x_5	x_3, x_1	0	100	0	180	50	-200
5	x_4, x_2, x_3	x_5, x_1	0	50	150	330	0	-100

3. Algorisme del símplex:

Objectiu 4.4

Càlculs prèvis:

$$VB^0 = \{1,3,4\} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad , \quad x_B = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \\ 100 \end{bmatrix}$$

1a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: *VNB*={2,5}

$$r' = c'_N - c'_B B^{-1} N = \begin{bmatrix} -2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$r_5<0$: la base actual no és òptima: seleccionem $q=5$ com a v.n.b. entrant.

3.- Indentificació de problema il.limitat:

$$u = B^{-1}A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$; $u = 0 \Rightarrow$no es detecta problema il·limitat

4.- Selecció de la variable bàsica sortint *p*:

$$q^* = \min_{\{i=2,3\}} \frac{x_{B(i)}}{u_i} = \min\left\{\frac{150}{3}, \frac{100}{6}\right\} = 50/3 \Rightarrow p = 3\,,\ x_{B(3)} = x_4 \text{ v.b. sortint}$$

5.- Canvi de base: $VB \leftarrow \{1,3,5\} \quad , \quad VNB \leftarrow \{2,4\}$

$$B \leftarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad ; \quad B^{-1} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & 1/6 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1/6 & -1 \end{bmatrix} \quad ; \quad x_B \leftarrow B^{-1}b = \begin{bmatrix} 80 \\ 60 \\ 30 \end{bmatrix}$$

6.- Es considera *VB* com a s.b.f. actual. Anada a 2.

2a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: *VNB*={2,4}

$$r' = c'_N - c'_B B^{-1} N = \begin{bmatrix} -2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1/6 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1/6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$r_2<0$: la base actual no és òptima: seleccionem $q=2$ com a v.n.b. entrant.

3.- Indentificació de problema il.limitat:

$$u = B^{-1}A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1/6 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1/6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 3/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$; $u \not\leq 0 \Rightarrow$ no es detecta prob. il·limitat.

4.- Selecció de la variable bàsica sortint *p*:

$$q^* = \min_{\{i=2,3\}} \frac{x_{B(i)}}{u_i} = \min\left\{\frac{80}{1/2} = 160, \frac{60}{3/2} = 40\right\} = 40 \Rightarrow p = 2\,,\ x_{B(2)} = x_3 \text{ v.b. sortint}$$

5.- Canvi de base: $VB \leftarrow \{1,2,5\} \quad , \quad VNB \leftarrow \{3,4\}$

$$B \leftarrow \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 6 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}; N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B^{-1} \leftarrow \begin{bmatrix} -1/3 & 1/3 & 0 \\ 2/3 & -1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & -1 \end{bmatrix}; x_B \leftarrow B^{-1}b = \begin{bmatrix} 60 \\ 40 \\ 50 \end{bmatrix}$$

6.- Es considera VB com a s.b.f. actual. Anada a 2.

3a ITERACIÓ:

2.- Identificació de s.b.f. òptima: $VNB=\{3,4\}$

$$r' = c'_N - c'_B B^{-1} N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/3 & 1/3 & 0 \\ 2/3 & -1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \geq 0$$

$r = 0$: la base actual és òptima: ***VB*=*{1,2,5}, *x*$_B$*=[60,40,50]', *z*=-260***

4. Interval estabilitat Dc :	**Objectiu 4.6**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
VB^*										
VNB^*										
c_i										
Δc_i^-										
Δc_i^+										

5. Interval estabilitat Db i preus ombra p:	**Objectiu 4.6**

j	$a^j x^*$	b_j	*Folga/escreix*	Δb_j^-	Δb_j^+	π_j
c1						
c2						
c3						

pA2 (prob. 11, Cap. 4, pàg. 170, Ragsdale, relacionat amb prob. 12 Cap. 3).

x_1 : nombre de guillotines elèctriques a fabricar.

x_2 : nombre de guillotines de gas a fabricar.

y_1 : nombre de guillotines elèctriques a comprar.

y_2 : nombre de guillotines de gas a comprar.

$$\begin{cases} \min \quad z = 55x_1 + 85x_2 + 67y_1 + 95y_2 \\ \text{s.a.:} \\ \qquad x_1 + y_1 = 30.000 \\ \qquad x_2 + y_2 = 15.000 \\ \qquad 0,2x_1 + 0,4x_2 \le 10.000 \\ \qquad 0,3x_1 + 0,5x_2 \le 15.000 \\ \qquad 0,1x_1 + 0,1x_2 \le 5.000 \\ \qquad x_1, x_2, y_1, y_2 \ge 0 \end{cases}$$

Microsoft Excel Sensitivity Report

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
B4	Number to Make Electric	30,000	0	55	7.000000003	1E+30
C4	Number to Make Gas	10,000	0	85	10	14.00000001
B5	Number to Buy Electric	0	7	67	1E+30	7.000000003
C5	Number to Buy Gas	5,000	0	95	14.00000001	10

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
B10	Total Available Electric	30,000	60	30000	20000	10000
C10	Total Available Gas	15,000	95	15000	1E+30	5000
D14	Production Used	10,000	-25	10000	800	4000
D15	Assembly Used	14,000	0	15000	1E+30	1000
D16	Packaging Used	4,000	0	5000	1E+30	1000

1. Informació relacionada amb les variables de decisió:									**Objectiu 4.7**
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	X_7	x_8	x_9	x_{10}
VB^*	30000	10000		5000		1000	1000			
VNB^*			0		0					
c_i	55	85	67	95	0	0	0			
Δc_i^-	$-\infty$	-14	-7	-10	-	-	-			
Δc_i^+	7	10	$+\infty$	14	-	-	-			
r_i	0	0	7	0	25	0	0			

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0 & 1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Informació relacionada amb les constriccions :						**Objectiu: 4.7**
j	$a^j x^*$	b_j	*Folga/escreix*	Δb_j^-	Δb_j^+	π_j
1	30000	30000	0	-10000	20000	60
2	15000	15000	0	-5000	+∞	95
3	10000	10000	0	-4000	800	-25
4	14000	15000	1000	1000	+∞	0
5	4000	50000	1000	1000	+∞	0

3. Anàlisi de sensibilitat : (pA2: apartats a, b, c i d)	**Objectiu 4.8**
a)	*Quin hauria de ser el preu de les guillotines elèctriques per tal que sortís a compte comprar-les en lloc de fabricar-les?* **Resp.:** sortirà a compte comprar-les per sota d'un preu $\tilde{c}_3 = c_3 - \Delta c_3^- = 67 - 7 = 60\$$. Per cota d'aquest preu el cost reduït de la variable x_3 passa a ser negatiu i entraria a la base.
b)	*Si el cort de fabricació de les guillotines a gas augmentés a 90\$ la unitat, com canviaria la solució òptima?* **Resp.:** $c_2 = 85 \rightarrow \tilde{c}_2 = 90 \Rightarrow \Delta c_2 = 5 < \Delta c_2^+ = 10 \Rightarrow$ es conserva l'optimalitat de la base. L'únic que canviaria seria el valor de la funció objectiu a l'òptim, doncs x_2 és variable bàsica i $z^* = c_B x_B^*$.
c)	*Quant estaria disposada a pagar la companyia per adquirir capacitat addicional de a l'àrea de muntatge (assembly)?* **Resp.:** la constricció de capacitat de muntatge (4a constricció) no és activa (sobra capacitat de muntatge), per la qual cosa no interessa gastar diners en augmentar la seva capacitat. Aixà ho fa palès també el fet que el preu ombra d'aquesta constricció és nul ($p_4 = 0$).
d)	*Quant estaria disposada a pagar la companyia per adquirir capacitat addicional de a l'àrea de producció?* **Resp.:** el preu ombra de la constricció de capacitat de producció (3a constricció) és de $p_3 = -25$. Aquesta és la millora que introduiria en el valor òptim de la f.o. un

	increment unitari del terme independent b_3 ($\Delta z = p_3 \Delta b_3$), sent 25$ el preu màxim unitari que estaríem disposat a pagar per increments de b_3 fins a 800 unitats (valor de Δb_3^+ fita superior de l'interval d'estabilitat).

pB2 (prob. 14, Cap. 4, pàg. 171, Ragsdale, relacionat amb prob. 19 Cap. 3).

x_0 : nombre d'apartament eficients a construir.

x_1 : nombre d'apartament d'un llit a construir.

x_2 : nombre d'apartament de dos llits a construir.

x_3 : nombre d'apartament de tres llits a construir.

$$\begin{cases} \max & z = 350x_0 + 450x_1 + 550x_2 + 750x_3 \\ \text{s.a.:} & \\ & x_0 + x_1 + x_2 + x_3 \le 40 \\ & 500x_0 + 700x_1 + 800x_2 + 1000x_3 \le 40.000 \\ & 0 \le x_0 \le 40 \\ & 5 \le x_1 \le 15 \\ & 8 \le x_2 \le 22 \\ & 0 \le x_3 \le 10 \end{cases}$$

Pas a la forma estàndar:

$$\begin{cases} \min & z = -350x_0 - 450x_1 - 550x_2 - 750x_3 \\ \text{s.a.:} & \\ & x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 40 \\ & 500x_0 + 700x_1 + 800x_2 + 1000x_3 + x_5 = 40.000 \\ & x_0 + x_6 = 40 \\ & x_1 + x_7 = 15 \\ & x_1 - x_8 = 5 \\ & x_2 + x_9 = 22 \\ & x_2 - x_{10} = 8 \\ & x_3 + x_{11} = 10 \\ & x \ge 0 \end{cases}$$

Microsoft Excel Sensitivity Report

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
C5	Efficiency Units	0	-100	350	100	1E+30
C6	1-Bedroom Units	8	0	450	100	100
C7	2-Bedroom Units	22	100	550	1E+30	100
C8	3-Bedroom Units	10	300	750	1E+30	300

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
C9	Totals Units	40	450	40	7	3
D9	Totals Footage	33,200	0	40000	1E+30	6800

1. Informació relacionada amb les variables de decisió:											**Objectiu 4.7**
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
VB^*		8	22	10		6800	40	7	3		14	
VNB^*	0				0					0		0
c_i	-350	-450	-550	-750	0	0	0	0	0	0	0	0
Δc_i^-	+∞	100	100	300	No es poden determinar directament a partir de la sortida de Solver							
Δc_i^+	-100	-100	-∞	-∞								
r_i	100	0	0 (1)	0 (1)	450	0	0	0	0	100 (2)	0	300 (2)

(1): Solver resol el problema usant una versió especial de símplex que pot tractar variables afitades $l_i = x_i = u_i$ sense necessitat d'afegir una fita per constricció. Quan s'aplica aquesta variant del símplex, les variables que igualen una de les seves fites es consideren no bàsiques, i, en absència de degeneració, tenen cost reduït no nul, com mostra la taula. Des del punt de vista de la nostra forma estàndard, aquestes variables són bàsiques amb cost reduït nul.

(2): Quan s'aplica el símplex primal amb variables afitades, el cost reduït d'una variable a fita superior ($x_i = u_i$) coincideix amb el preu ombra de la constricció associada a la fita ($x_i + f_i = u_i$),. Com que el cost reduït de les variables de folga és el preu ombra canviat de signe, ens queda que el cost reduït de les variables de folga de la nostra forma estàndar, és el cost reduït de la variable a fita superior (que mostra l'informe de Solver), canviat de signe. Però Solver ha resolt el problema com a max z, o sigui que cal fer un canvi de signe més als costos reduïts que apareixen a l'informe, obtenint-se els valors que mostra la taula.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 700 & 800 & 1000 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 500 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

2. Informació relacionada amb les constriccions :						**Objectiu: 4.7**
j	$a^j x^*$	b_j	*Folga/escreix*	Δb_j^-	Δb_j^+	π_j
1	40	40	0	-3	7	-450 (3)
2	33.200	40.000	6.800	6.800	-∞	0
3	0	40	40	No es poden determinar directament a partir de la sortida de Solver		
4	8	15	7			
5	8	5	3			
6	22	22	0			
7	22	8	14			
8	10	10	0			

(3): Atés que l'expressió dels preus ombra és $p' = c'_B B^{-1}$, un canvi en el vector de costos provoca un canvi en el signe dels preus ombra.

3. Anàlisi de sensibilitat : (pB2: apartats a, b i c)	**Objectiu 4.8**
a)	*Quantes unitats més de tres habitacions es poden construir si no es limita a 40 unitats?* **Resp.:** cada unitat de tres habitacions necessita 1000 ft^2 i en sobren 6800. Així doncs, es podrien construir int(6800/1000)=6.
b)	*En quant s'incrementaria el benefici mensualment si es poguessin construir 5 unitats més?* **Resp.:** s'està proposant un $\Delta b_1 = 5$. Atés que $\Delta b_1 = 5 < \Delta b_1^+ = 7$, es pot aplicar l'expressió $\Delta z = p_1 \Delta b_1 = -450 \times 7 = -2250$. Així doncs, el benefici augmentaria en 2250$ mensuals.
c)	*Quin impacte tindria en el benefici la fabricació d'una unitat eficient?* **Resp.:** x_0 és v.n.b. Un increment Δx_0 d'una v.n.b. provoca una variació de la f.o. de $\Delta z = r_0 \Delta x_0$. Així doncs la variació en la f.o. seria $\Delta z = r_0 \Delta x_0 = 100 \times 1 = 100$, és a dir, el benefici disminuiria en 100$.