

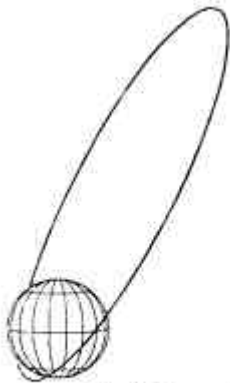


Tema 3:

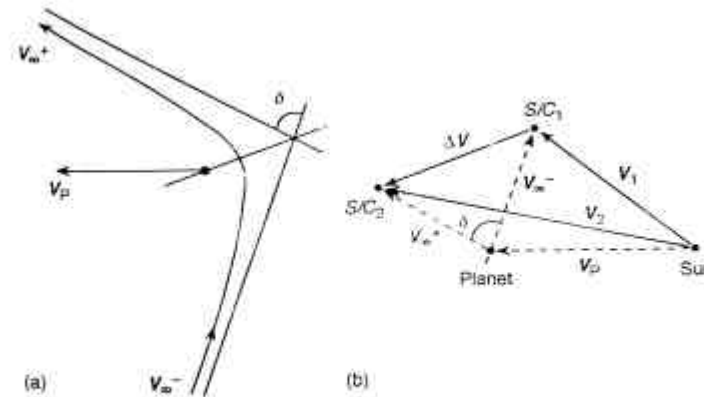
Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

Tipos de órbitas:

- **GEO:** Geostacionaria $h \sim 35786,4 \text{ Km}$
- **LEO:** Low Earth Orbiter $h \sim 200 - 1000 \text{ Km}$
- **HEO:** Highly Elliptical Orbit para cobertura de altas latitudes
- **Non Geocentric Orbit** navegación interplanetaria



The Molniya orbit



Swing-by passage *behind* a planet, showing: (a) hyperbolic trajectory in planet's sphere-of-influence; (b) relative velocity diagram. (All vectors are coplanar)



Parámetros orbitales:

Una órbita ideal queda determinada por 6 parámetros:

Orientación:

- Ω : longitud de la línea nodal ascendente sobre el plano ecuatorial
- Ψ : inclinación del plano orbital respecto al plano ecuatorial
- γ : ángulo del perigeo tomado desde el nodo ascendente

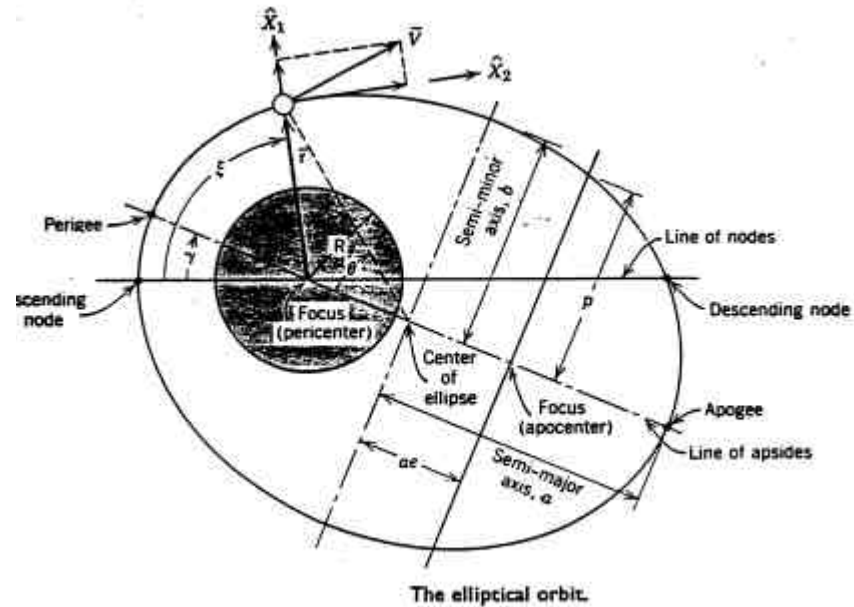
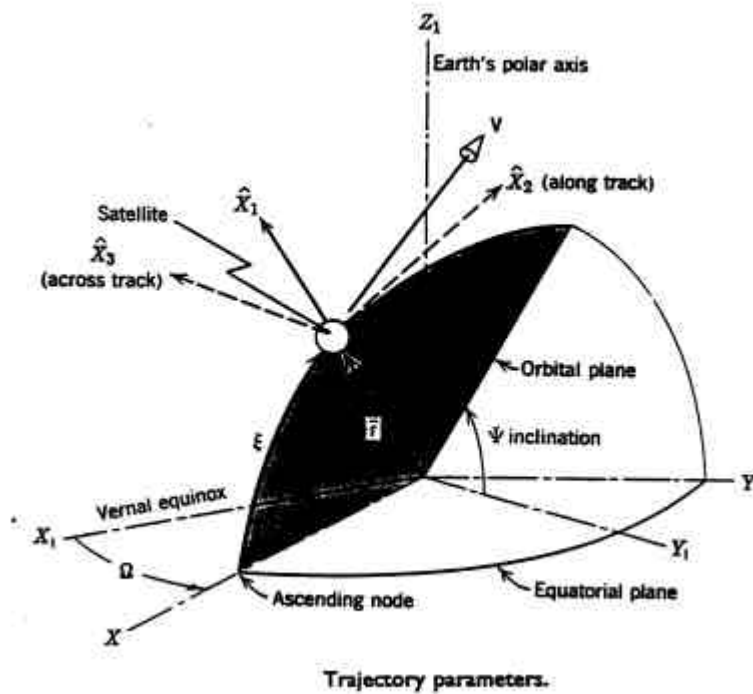
Dimensionales:

- a : semieje mayor de la elipse
- e : excentricidad de la órbita

$$e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$$

- t_p : tiempo de paso por el perigeo (referencia tiempo inicial)

Mecánica orbital:





Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

Los demás parámetros quedan fijados por las **Leyes de Kepler**:

- **Período Orbital** : (3ª Ley de Kepler)

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{k^{1/2}} = T_E \left(\frac{a}{R} \right)^{3/2}; \quad T_E \approx 84.4 \text{ min}$$

$$a = R + \frac{h_{\text{apog}} + h_{\text{perig}}}{2};$$

$R \approx 6366 \text{ Km}$: radio de la Tierra

$$k = G M_T = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Para una órbita circular:

$$T = \frac{2\pi (h + R)^{3/2}}{k^{1/2}} \quad v = \left(\frac{k}{h + R} \right)^{1/2} \quad \text{p. ex.: satélite TRANSIT}$$

$h = 1075 \text{ Km} \rightarrow v = 7.3 \text{ Km/s}$
 $T = 106 \text{ min}$



Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

Perturbaciones que modifican los parámetros orbitales:

- **Asimetría en el campo gravitatorio terrestre:**

$$V_{\downarrow} = \frac{G M_T}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \mathbf{q}) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^{\infty} (C_{n,m} \cos(m\mathbf{I}) + S_{n,m} \sin(m\mathbf{I})) P_{n,m} \sin(m\mathbf{j}) \right]$$

Potencial gravitatorio terrestre

- \mathbf{j}, \mathbf{I} : latitud y longitud geocéntricas
- P_n : Polinomios de Legendre
- $P_{n,m}$: Funciones de Legendre de 1ª especie
- $J_n, C_{n,m}, S_{n,m}$: coeficientes determinados experimentalmente

El **primer término** de la serie corresponde a un esfera.

El término de **corrección más importante** es J_2 , correspondiente al momento cuadrupolar de G



Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

- **Rozamiento atmosférico:** circulariza y contrae la órbita → reentrada

$$F_d = \frac{1}{2} \rho S C_d V_r^2 \left(\frac{\vec{V}_r}{|\vec{V}_r|} \right)$$

- ρ : densidad atmosférica
- S : superficie proyectada del satélite
- C_d : coeficiente de rozamiento del satélite ($C_{d \text{ typ}} \approx 2.5$)
- \vec{V}_r : vector de velocidad respecto a la atmósfera

Para una órbita circular:

$$\frac{\Delta T}{T} \approx -3\rho r \frac{S C_d}{M}$$

Donde: T es el periodo orbital
 M es la masa del satélite
 r es el radio de la órbita



Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

- **Presión de radiación solar:**

La absorción/reflexión de radiación electromagnética se traduce en una presión de radiación debido a la interacción de los campos con cargas y corrientes inducidas

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- Para un **absorbente perfecto:**

Presión $\vec{P} = \frac{\vec{\mathcal{P}}}{c}$; $\vec{\mathcal{P}}$: Vector de Pointing

$$|\vec{\mathcal{P}}_{\text{Sol en Tierra}}| \approx 1400 \text{ W/m}^2 \Rightarrow P_{\text{abs}} \approx 4.7 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

- Para un **reflector perfecto:**

Presión : $\vec{P} = 2 \frac{\vec{\mathcal{P}}}{c}$



Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

- **Otras perturbaciones:**

- Influencia de los campos gravitatorios de la Luna y del Sol
- Influencia de las mareas
- Influencia del campo magnético terrestre

- **Efectos:**

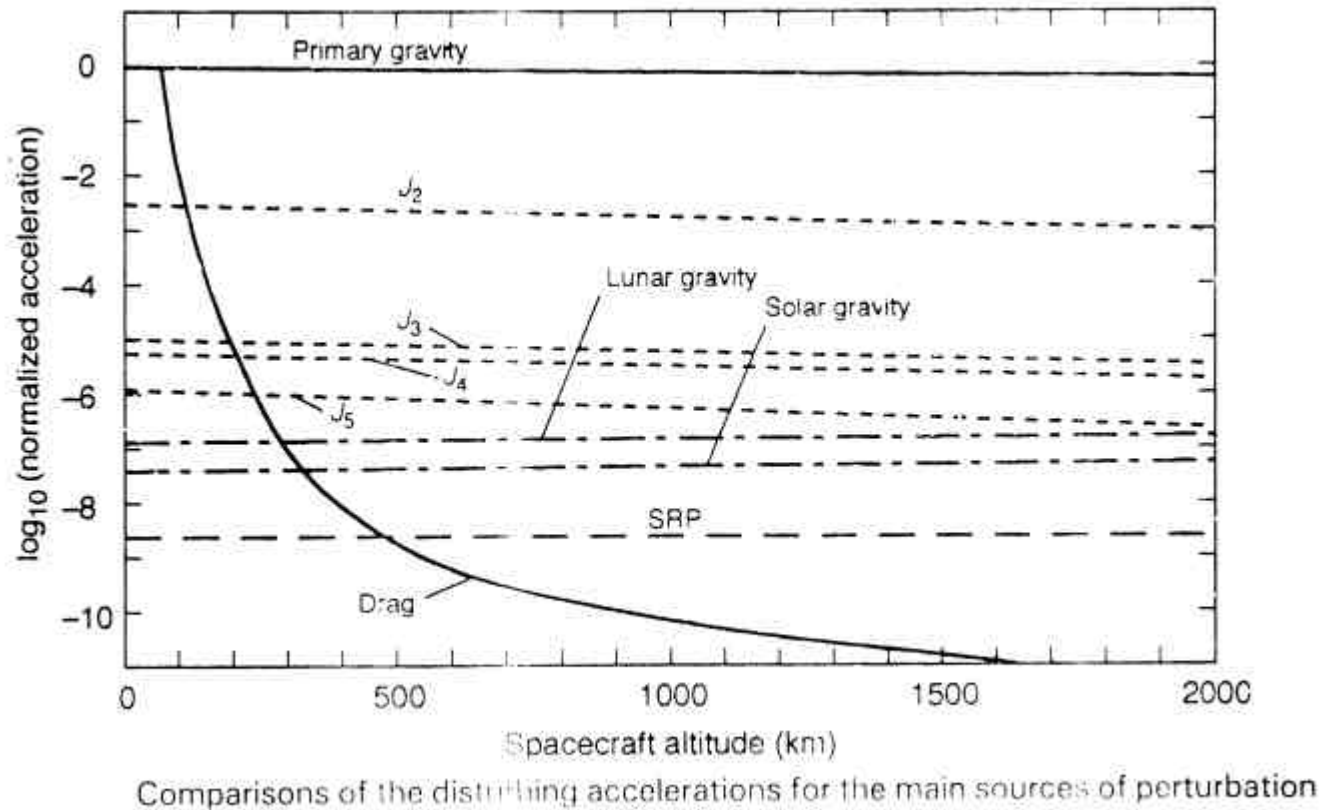
- **Oscilación del plano orbital** respecto a su inclinación nominal ($\Psi \pm \Delta\Psi$)

$$|\Delta\Psi| = \pm \frac{e J_3}{2 J_2} \cos \Psi$$

- **Regresión de la línea nodal:** $\Delta\Omega/\text{órbita} = -3p \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{1}{(1-e^2)^2} J_2 \cos \Psi$

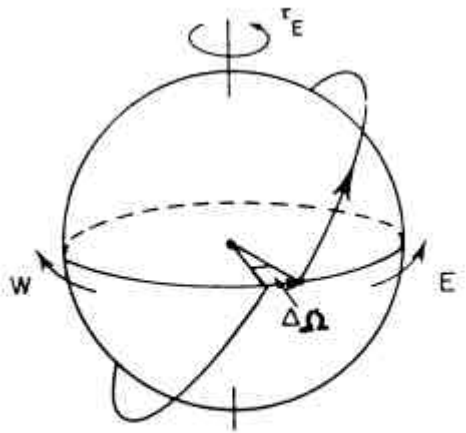
- **Avance del perigeo:** $\Delta g/\text{órbita} = \frac{3}{2} p \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{1}{(1-e^2)^2} J_2 (4 - 5 \sin^2 \Psi)$

Aceleraciones causadas por los principales efectos perturbadores



Órbita LEO:

- **Órbita Polar LEO:** cobertura global (pasa por los polos)
altitud típica entre 600 y 800 Km
- **Órbita sincronizada con la Tierra:** el punto subsatélite repite traza sobre la Tierra a intervalos regulares



Orbit plane motion

El cambio de longitud $\Delta\Omega = \Delta\Omega_1 + \Delta\Omega_2$ del paso por el ecuador se debe a:

- rotación de la Tierra (dominante)

$$\Delta\Omega_1 = -2p \frac{T}{T_e} \text{ rad / órbita}$$

- regresión del nodo ascendente

$$\Delta\Omega_2 = -3p \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{1}{(1-e^2)^2} J_2 \cos \Psi \text{ rad / órbita}$$



Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

Período de rotación de la Tierra:

$$T_e = 86164.09055 + 0.015 t_s \text{ (segundos)}$$

t_s : siglos desde 1900

$T_e \sim 23 \text{ h } 56'$ respecto de las estrellas

$\sim 24 \text{ h}$ respecto del Sol

En una órbita sincronizada con la Tierra se cumple que:

$$n \left| \Delta\Omega \right| = m 2\mathbf{p}$$

\swarrow \searrow

nº órbitas nº revoluciones de la Tierra (días)

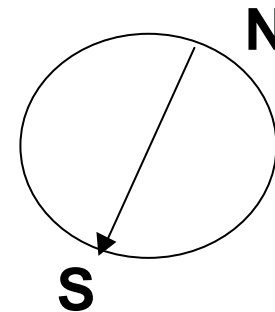
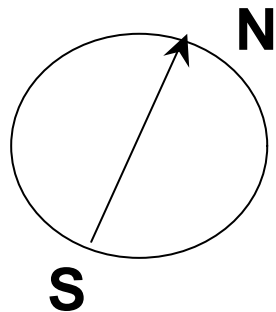
- **Órbita helio-síncrona:** el plano orbital rota a la misma velocidad con que la Tierra se mueve alrededor del Sol:
1 rev/año \sim 1°/día

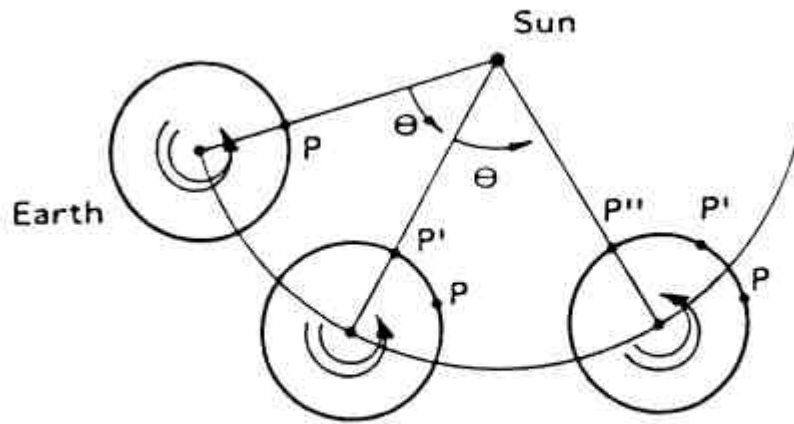
$$\Delta\Omega_2 = 2p \frac{T}{T_{es}} \text{ rad / órbita} = 2p \text{ rad / año}$$

$$T_{es} = 3.155815 \cdot 10^7 \text{ s (periodo orbital Tierra-Sol)}$$

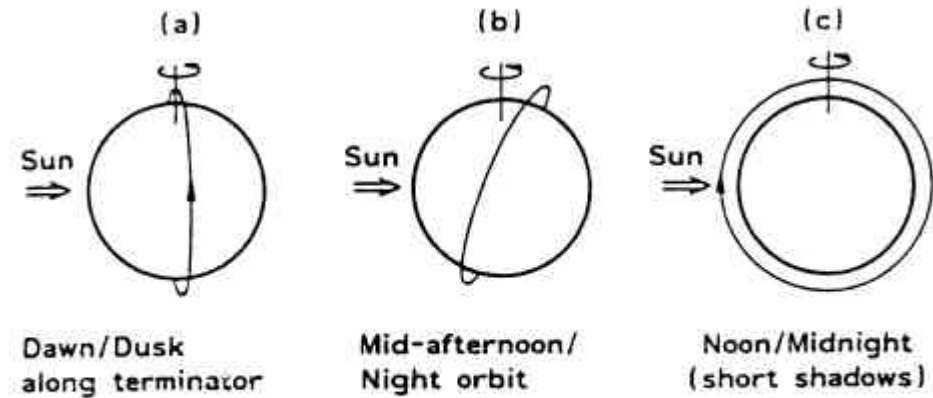
El satélite sobrevuela el territorio a la misma hora del día:

1 paso ascendente + 1 paso descendente





Sidereal and solar motion



Implications of changing local time coverage

• Órbita Tierra-Sol síncrona:

Combinan los dos requisitos anteriores

$$n |\Delta\Omega| = m 2p$$

$$\Delta\Omega_2 = 2p \frac{T}{T_{es}} \Rightarrow n \left| -2p \frac{T}{T_e} + 2p \frac{T}{T_{es}} \right| = m 2p \Rightarrow n T \left(1 - \frac{T_e}{T_{es}} \right) = m T_e$$

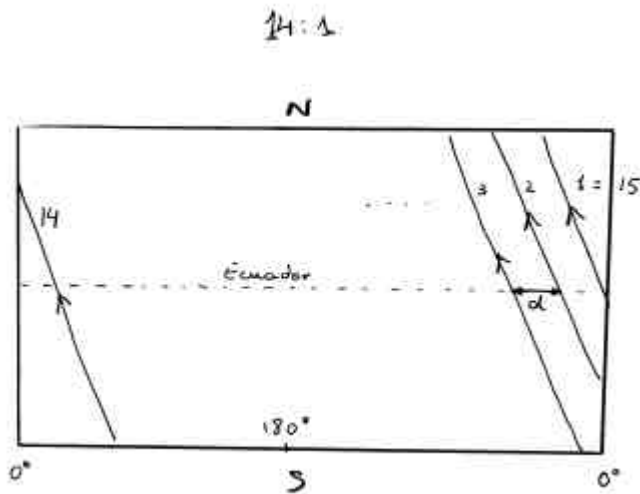
Se denotan con los índices **n:m**

nº órbitas diferentes nº días para repetir una órbita

$$\Delta\Omega = -2pT \left(\frac{1}{T_e} - \frac{1}{T_{es}} \right) \quad (\text{hacia el Oeste})$$

Para un LEO: $h \sim 550 - 950$ Km, $T \sim 95 - 100$ min $\Rightarrow \Delta\phi \sim 0.43$ rad/órb
 $\Rightarrow \sim 2800$ Km entre trazas en el ecuador

- **Órbita de deriva cero:** si $m = 1$, hay n órbitas que se repite cada día



| $n:m$ | h (Km) | h (Km) con perturb. |
|-------|----------|-----------------------|
| 14:1 | 894 | 888 |
| 15:1 | 567 | 561 |
| 16:1 | 275 | 268 |

La separación d entre trazas suele ser excesiva para la observación

de la Tierra:
$$d = \frac{2p}{n} R_{\text{ecuador}} ; \quad R_{\text{ecuador}} \approx 6378 \text{ Km}$$



Misiones Espaciales: Tipos de Órbitas

- Para aumentar la densidad de trazas se realizan ligeras perturbaciones sobre órbitas de deriva cero.

Ejemplo: LANDSAT 1, 2

$$T = 103.3'$$

$$\Psi = 99^\circ$$

$$h_{apogeo} = 920 \text{ Km } (e = 0.002)$$

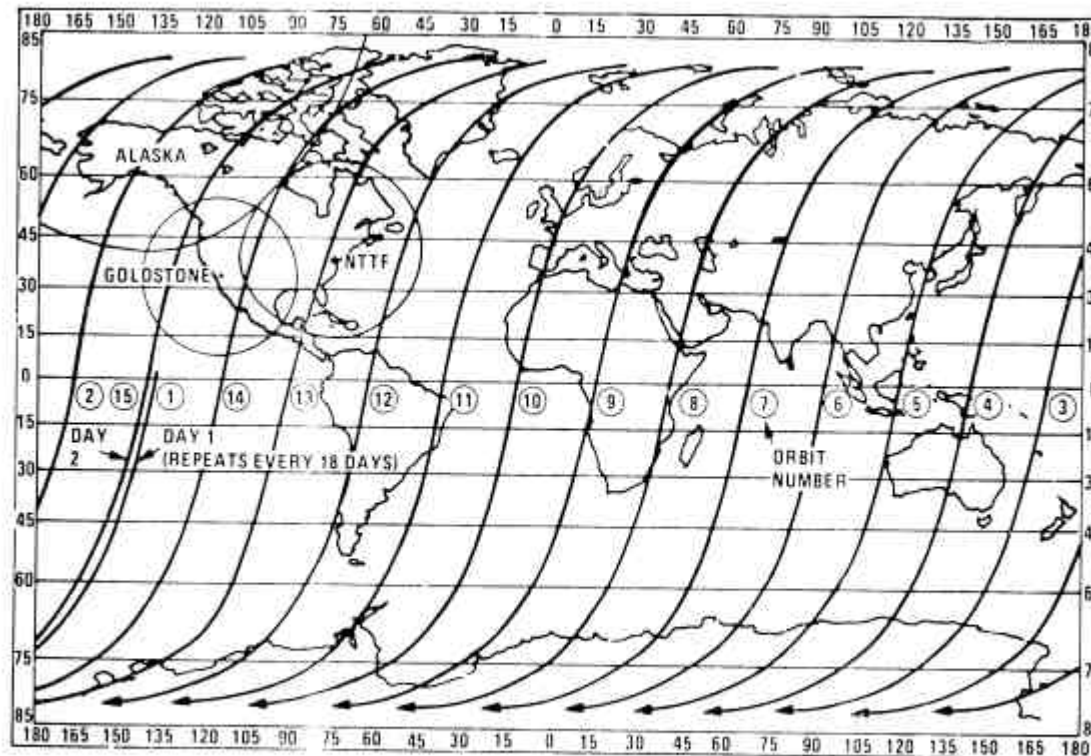
órbita $n:m = 251:18 \Rightarrow n = 251$ órbitas en $m = 18$ días

es casi una órbita 14:1 ($251 = 14 \cdot 18 - 1$)

La separación entre tracks será de 251 órbitas equiespaciadas en el ecuador:

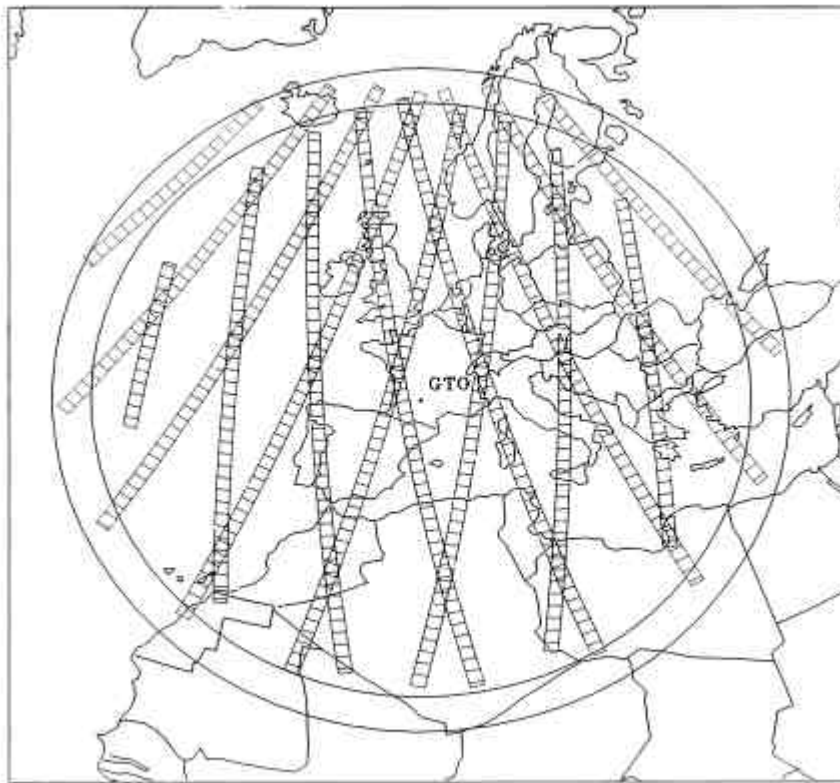
$$d = \frac{2p}{251} R_{ecuador} \approx 160 \text{ Km}$$

Ground-tracks diarios típicos de LANDSAT



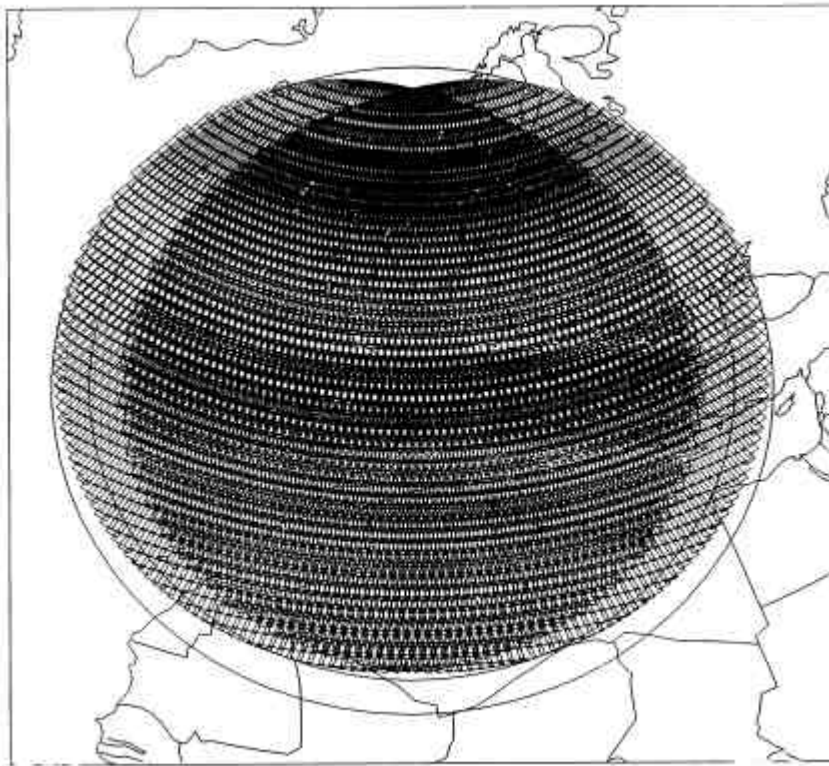
Typical *Landsat* daily ground tracks for daylight passes. Courtesy of NASA.

Ground-tracks órbita 43:3



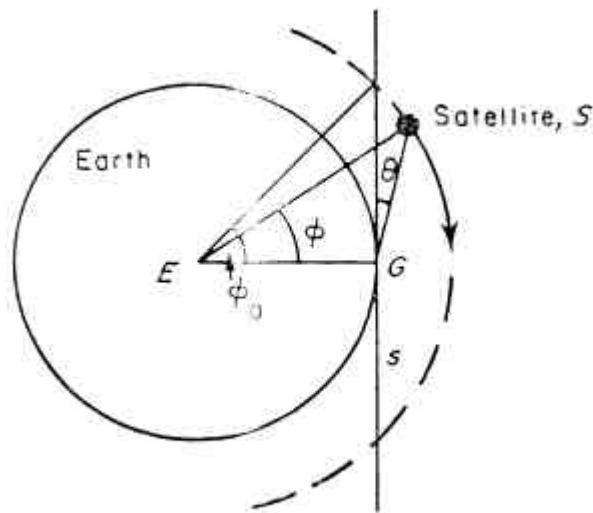
(cículo interior: elevación mínima 5°,
cículo exterior: elevación mínima 2°)

Ground-tracks órbita 501:35



(círculo interior: elevación mínima 5° ,
círculo exterior: elevación mínima 2°)

Visibilidad desde la Tierra



Habitualmente se requieren unos 5° - 10° sobre el horizonte para transmisión/recepción con el sat.

$$f = -q + \arccos\left(\frac{R}{R+h} \cos q\right)$$

La distancia (slant - range) S máxima será:

$$S = (R+h) \frac{\sin f}{\cos q}$$

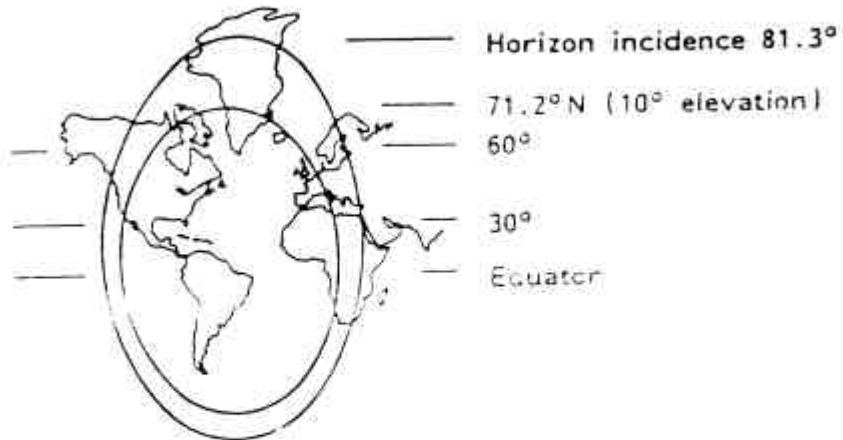
El satélite estará visible durante:

$$t = \frac{2f}{\omega_{es}}$$

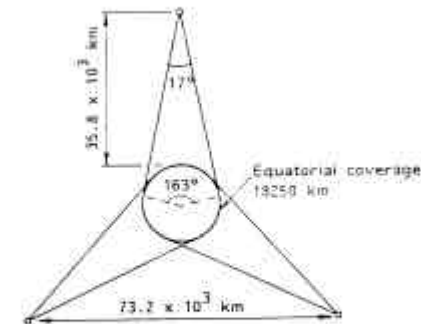
$$\omega_{es}^2 = \omega_e^2 + \omega^2 - 2\omega_e\omega \cos y$$

Donde ω_{es} es la velocidad orbital relativa a la Tierra y ω_e es la velocidad de rotación de la Tierra $\omega_e = 7.3 \cdot 10^{-5}$ rad/s

• Órbita Geostacionaria:

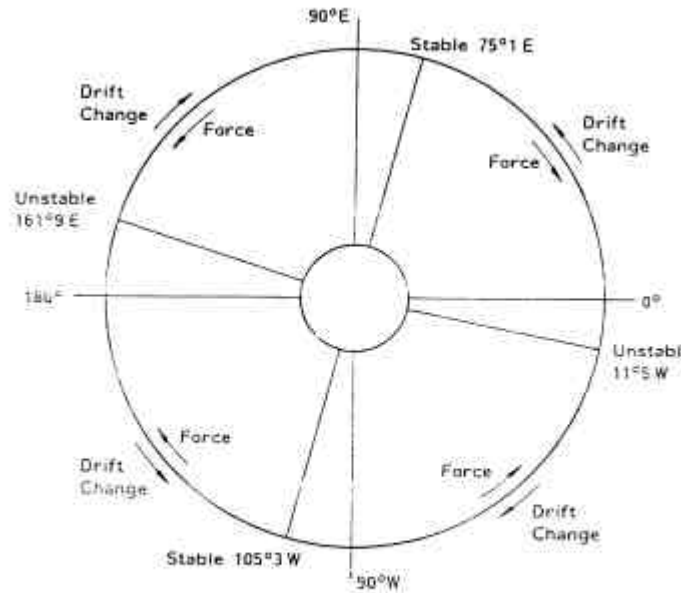


Cobertura de 1 satélite



Cobertura global con 3 satélites geostacionarios

• Órbita Geostacionaria:

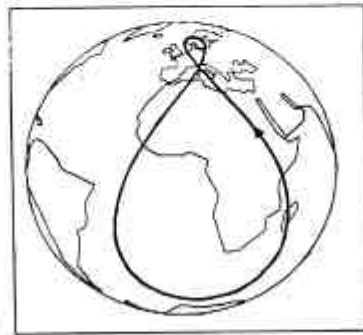
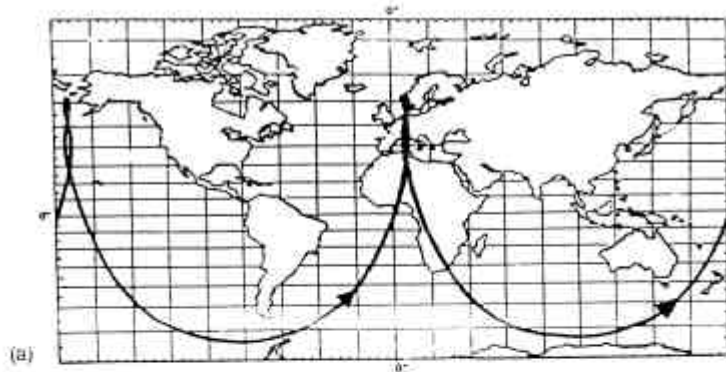


Force direction arising from J_{22} on a GEO vehicle

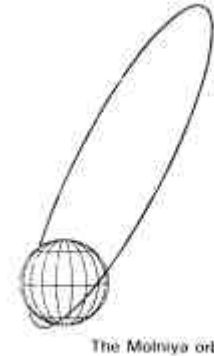
Acceleration and station-keeping requirements for geostationary vehicles

| Longitude (degrees east) | Acceleration (m/s^2) | Fuel: ΔV (m/s/year) |
|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| -160 | -5.3×10^{-8} | 1.67 |
| -140 | -4.75×10^{-8} | 1.50 |
| -120 | -2.30×10^{-8} | 0.73 |
| -100 | $+8.10 \times 10^{-9}$ | 0.26 |
| -80 | $+3.39 \times 10^{-9}$ | 1.07 |
| -60 | $+4.61 \times 10^{-9}$ | 1.45 |
| -40 | $+3.99 \times 10^{-9}$ | 1.26 |
| -20 | $+1.48 \times 10^{-8}$ | 0.47 |
| 0 | -2.10×10^{-8} | 0.66 |
| 20 | -5.09×10^{-9} | 1.61 |
| 40 | -5.73×10^{-9} | 1.81 |
| 60 | -3.30×10^{-9} | 1.04 |
| 80 | $+1.17 \times 10^{-8}$ | 0.37 |
| 100 | $+5.21 \times 10^{-9}$ | 1.64 |
| 120 | $+6.49 \times 10^{-9}$ | 2.05 |
| 140 | $+4.44 \times 10^{-9}$ | 1.40 |
| 160 | $+4.08 \times 10^{-9}$ | 0.13 |
| 180 | -3.40×10^{-9} | 1.07 |

• Órbitas HEO:



Typical global ground tracks for: (a) Molniya orbit, (b) Tundra orbit



Elementos Órbita Molniya:

$$a = 26560 \text{ Km} (T = 12 \text{ h})$$

$$e = 0.722 (h_p = 1000 \text{ Km}, h_a = 39360 \text{ Km})$$

$$\omega = 270^\circ \text{ (perigeo hemisferio Sur)}$$

$$\Omega \text{ arbitrario (depende cobertura requerida)}$$