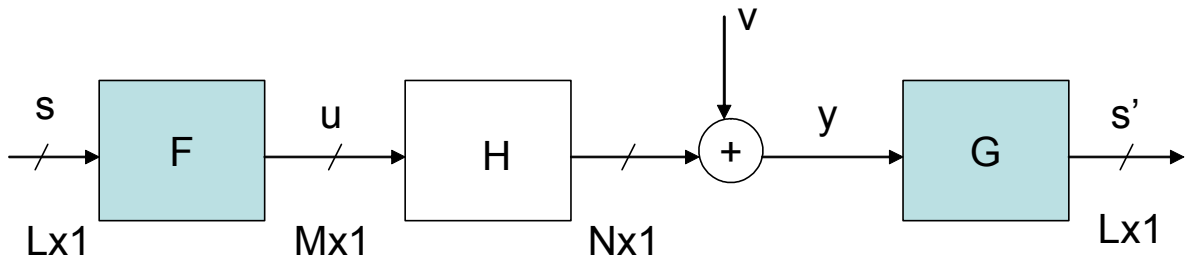


### Esquemas de codificación/ decodificación lineal

1.- Sin conocimiento del canal o CSI (“Channel State Information”) en el transmisor

2.- Con CSI en el transmisor

### Modelo discreto de transmisión en bloque



$$y = \mathbf{G} \mathbf{H} \mathbf{F} s + v \quad (1)$$

$s$  es un vector que puede contener: muestras temporales, portadoras frecuenciales, componentes de la modulación, usuarios, o combinaciones de los anteriores (ej: tiempo y frecuencia, usuarios y muestras frecuenciales,...)

$u$  es un vector que suele recoger ya sean muestras temporales, ya sean muestras espaciales, en este último caso, al transmitirse todos los valores de  $u$  simultáneamente, se dice que el modelo (1) es el de un sistema MIMO (otros casos de sistemas MIMO se dan si  $u$  contiene usuarios, componentes de modulación,...)

$F$  y  $G$  son las matrices a diseñar en el transmisor y en el receptor, junto con la matriz de canal,  $H$ , pueden depender del tiempo o no. Si son matrices de convolución, generalmente el problema se pasa a plantear en el dominio frecuencial. De este modo se facilita el diseño de  $F$  y  $G$ ; ya que el canal dispersivo se transforma en un conjunto de canales no dispersivos. Si el canal es variante en tiempo y, además, selectivo en frecuencia, entonces:  $H_{ij}(n)=h[nP+i,i-j]$ , siendo  $P$  el número de símbolos del bloque y  $n$  el índice de bloque.

#### *Intervalos de guarda*

El modelo de transmisión en bloque sólo es posible si el canal tiene una longitud finita  $L_c$  y, además, es necesario la existencia de intervalos de guarda para evitar la interferencia entre bloques o IBI. Dichos intervalos han de ser de longitud mayor o igual a  $L_c$  y el receptor simplemente los elimina antes de procesar los datos con la matriz  $G$ . Los intervalos de guarda pueden contener un prefijo cíclico y de este modo la matriz de canal resultante después de eliminar el prefijo es circulante (es decir diagonaliza por Fourier:  $H_c = F \Lambda F^H$ ). Otra opción es colocar ceros entre bloques, en este caso no se puede eliminar directamente el intervalo de guarda en recepción.

#### *Recepción*

El receptor realizará la detección símbolo a símbolo.

## 1.- Diseño del transmisor sin conocimiento del canal o CSI (“Channel State Information”)

*Canal AWGN: H= I*

Teniendo en cuenta que la potencia del ruido es  $N_0/2$  la PEP o probabilidad de error entre  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{s}'$  es

$$p(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}') = Q\left(\sqrt{\frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|^2}{N_0}}\right)$$

La mínima distancia euclídea marca las prestaciones del sistema. En el caso de que  $\mathbf{s}$  sea un vector que contenga las componentes del símbolo multidimensional  $s(n)$ , transmitido en el instante  $n$ :

$$p_e \leq \sum_{\mathbf{s} \in A} p(\mathbf{s}) \sum_{\mathbf{s} \neq \mathbf{s}'} Q\left(\sqrt{\frac{\delta^2 u}{N_0}}\right) (M-1)^N$$

en donde,  $\delta u = \min_{\forall \mathbf{u} \neq \mathbf{u}'} \|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\| = \min_{\forall \mathbf{s} \neq \mathbf{s}'} \|\mathbf{F}(\mathbf{s} - \mathbf{s}')\| = \min_{\forall \mathbf{s} \neq \mathbf{s}'} \|\mathbf{F} \delta \mathbf{s}\|$

Si  $\mathbf{s}$  estuviera compuesto por una secuencia de símbolos, la probabilidad de error de símbolo está acotada, para SNR altas, por, siendo  $\delta u$  la distancia mínima entre secuencias

$$p_e \leq K Q\left(\sqrt{\frac{\delta^2 u}{N_0}}\right)$$

Se impone la restricción de que  $\mathbf{F}$  no cambie la potencia de  $\mathbf{s}$ :  $E\{\mathbf{u}\mathbf{u}^T\} = E\{\text{tr}\mathbf{F}\mathbf{F}^T\}\sigma_s^2 = M\sigma_s^2$  en el caso de que  $\mathbf{F}$  sea una matriz  $M \times M$ . Esta restricción se traduce, por tanto a que  $\|\mathbf{f}_m\|^2 \leq 1$

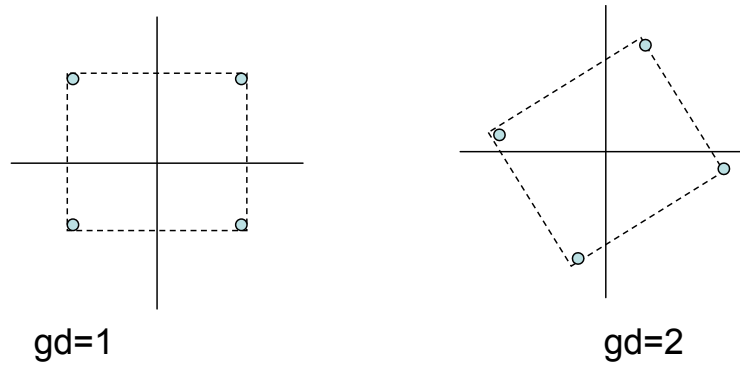
Se observa entonces que  $\delta^2 \mathbf{u} \leq \min\left(\sum_m \mathbf{f}_m \delta s_m\right)^2 \leq \min_{\delta s} \|\mathbf{f}_m\|^2 \delta^2 s$  ya que el mínimo  $\delta s$  se dará cuando  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{s}'$  se diferencien sólo en una componente y, por tanto, de la matriz  $\mathbf{F}$  se seleccionará sólo la columna  $\mathbf{f}_m$

**En conclusión,**  $\delta^2 u \leq \delta^2 s$ , la distancia mínima no puede aumentar con el precodificador  $\mathbf{F}$  y, por lo tanto, no hay ganancia para canales AWGN.

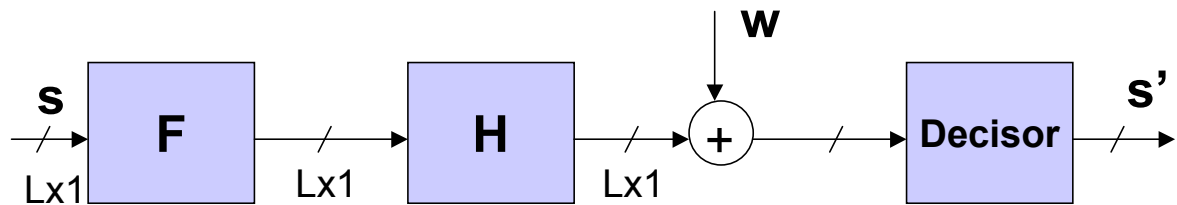
### *Canal Rayleigh de componentes independientes*

Caso 1: Consideraremos que el vector  $\mathbf{s}$  está formado por las  $L$  componentes del símbolo que se transmite en el instante  $n$ . En este caso, la matriz  $\mathbf{F}$  es una matriz de rotación que modifica la “ganancia de diversidad:  $gd$ ” del símbolo  $\mathbf{s}$ . El orden de diversidad de una modulación multidimensional es mínimo número de componentes

diferentes entre dos puntos de su constelación. También se le denomina: diversidad de modulación o diversidad de espacio de señal



En el receptor  $G=I$  y el detector es un detector símbolo a símbolo. Se considerará además que  $N=M$ .



En este caso, se define la probabilidad PEP promedio como

$$p_{av}(s \rightarrow s') = E_h \{ p(s \rightarrow s' / h) \} \leq \prod_{n=1}^{g_d} \frac{1}{1 + \frac{|u_n - u'_n|^2}{4N_0}} \text{ si } E_s=1$$

gd: numero de valores de  $u_n \neq u'_n$

A la vista de la expresión de  $p_{av}$ , esta se puede aproximar para SNR alta por:

$$p_{av}(s \rightarrow s') \approx \prod_{n=1}^{g_d} \frac{1}{\frac{\|u_n - u'_n\|^2}{4N_0}} = \frac{1}{\prod_{n=1}^{g_d} \|u_n - u'_n\|^2 \left(\frac{1}{4N_0}\right)^{g_d}}$$

A continuación, si se define la ganancia de código como:

$$g_c = \left( \prod_{n=1}^{g_d} \|u_n - u'_n\|^2 \right)^{1/g_d}$$

tenemos que

$$p_{av}(s \rightarrow s') = \frac{1}{(g_c / 4N_0)^{g_d}}$$

Observemos que la probabilidad dada depende de unos valores de  $s$  y de  $s'$ , con el objeto de dar una cota, se define

$$G_d = \min_{\forall n \neq n'} g_d \text{ Ganancia de diversidad}$$

$G_c = \min_{\forall n \neq n'} g_c$  cuando  $gd=G_d$  Ganancia de código

Tenemos entonces la siguiente cota para la probabilidad de error promedio:

$$p_{av} \leq G_k (G_c SNR)^{-G_d}$$

o

$$\log p_{av} = \log G_k - G_d \log G_c - G_d \log SNR$$

Por lo tanto, para altas SNR, la ganancia de diversidad modifica la pendiente de la curva de BER y la ganancia de código la desplaza horizontalmente.

Observamos, que en caso de un canal Rayleigh, ya no interesa la distancia euclídea, sino la ganancia de diversidad, cuyo valor máximo es N, el número de componentes de **u**. Un modo de expresar G<sub>d</sub>, es decir, de contar el número de componentes diferentes de cero, es

$$G_d = \text{rank}[\text{diag}(\mathbf{F}(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_n'))]$$

Gracias a **F** se puede conseguir que todas las componentes de **u** sean diferentes de las de **u'**.

En el caso de que los coeficientes del canal presentarán una correlación  $\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$

Se obtendría  $G_d = \text{rank}[\text{diag}(\mathbf{F}(\mathbf{s}_n - \mathbf{s}_n')\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{1/2})]$

Como  $\text{rank}(\mathbf{AB}) \leq \text{rank}(\mathbf{A}) \cdot \text{rank}(\mathbf{B})$ , para conseguir el máximo valor de G<sub>d</sub> se supondrá que  $\text{rank}(\mathbf{R}_{hh}) = N = L$  (en el caso de **F** cuadrada que consideramos)

Una posibilidad para construir **F** es

$$\mathbf{F} = 1/K \begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^{N-1} \\ 1 & \dots & & & \\ \dots & & & & \\ 1 & a_N & a_N^2 & \dots & a_N^{N-1} \end{bmatrix} \text{ en donde } K \text{ se selecciona para que } \text{tr}\{\mathbf{F}\mathbf{F}^H\} = N$$

y así se ha de seleccionar adecuadamente (“Signal Space Diversity: a power- and bandwidth-efficient diversity technique for the rayleigh fading channel,” IEEE trans. On IT, vol.44, no.4, July 1998, J. Boutros, E. Viterbo.

Ejemplo: N=2

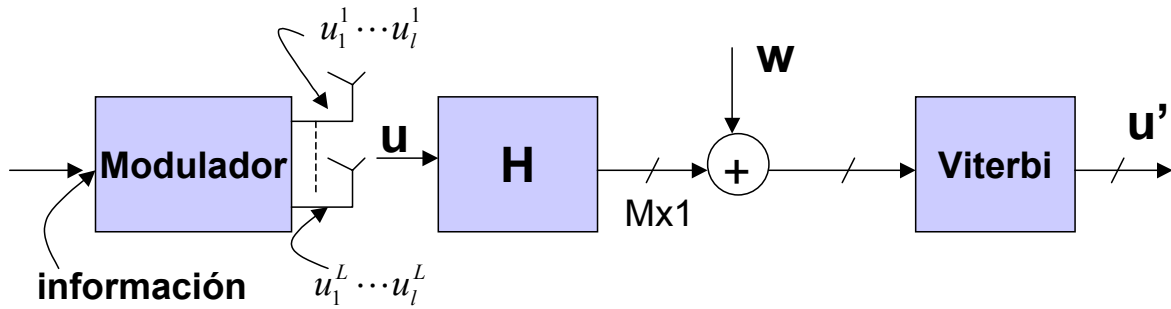
$$\mathbf{F} = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & \exp(j\pi/4) \\ 1 & \exp(-j\pi/4) \end{bmatrix}$$

En el caso de que **F** sea una matriz alta, se han de tener entonces en cuenta otras consideraciones ya que hay un aumento de la diversidad, útil para canales selectivos en frecuencia con L<sub>c</sub>+1 taps.

Caso 2: Consideremos que el bloque **F** no es simplemente un precodificador lineal, sino un modulador que combina la dimensión **L** de entrada al canal **H** con **l** intervalos temporales: produce un vector de secuencias

$$\mathbf{u} = (u_1^1 u_1^2 \cdots u_1^L u_2^1 u_2^2 \cdots u_2^L \cdots u_l^1 u_l^2 \cdots u_l^L)$$

Por ejemplo si **L** son componentes o canales espaciales, hablaremos de un codificador espacio-temporal (A.F.Naguib, V.Tarokh, N. Seshadri, A.R. Calderbank, "A Space-Time Coding Modem for High-Data-Rate Wireless Comm," IEEE Journal on Selected Areas in Comm., vol.16, no.8, Oct., 98).



El detector pasará a ser un detector de secuencias y la probabilidad PEP promedio (respecto al canal) entre dos secuencias pasa a ser

$$p_{av}(\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}') \leq \frac{1}{\left(\prod_{i=1}^r \lambda_i\right)^M \left(\frac{1}{4N_0}\right)^{rM}}$$

Siendo  $\lambda_i$  los autovalores de la matriz potencia del error **A** con  $\mathbf{A}_{pq} = \sum_{t=1}^L (u_t^p - u_t'^p)(u_t^q - u_t'^q)$  y  $r = \text{rank}(\mathbf{A})$ . Si se compara con el caso 1, se obtienen los

criterios de diseño del modulador espacio-temporal

- la ganancia de diversidad máxima  $g_d$  deseada pasa a ser LM: maximizar  $\text{rank}(\mathbf{A})$  para cualquier par de secuencias.
- la ganancia de código pasa a ser  $g_c = \left(\prod_{i=1}^r \lambda_i\right)^{1/r}$  y, su maximización pasa por maximizar el determinante.

Caso 3: Consideramos que el vector **s** contiene sólo un símbolo **s**, **F** es una matriz **LxN**, **H** modela un canal multiplicativo **NxM**, que se mantiene constante a lo largo de todo **L**, y que el receptor realiza una detección símbolo a símbolo en base a las **L** observaciones

$$\text{de ese mismo símbolo } \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{g}_l^H (\mathbf{H} \mathbf{f}_l s + \mathbf{n}_l)$$

El diseño de las columnas de **G** se harán bajo el criterio de maximizar la SNR en

$$\text{recepción } SNR = \frac{E_s}{\sigma^2} \frac{|\text{tr}(\mathbf{G}^H \mathbf{H} \mathbf{F})|^2}{\text{tr}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})}$$

Si se aplica la desigualdad de Cauchy-Schwarz para matrices se obtiene

$$|tr(\mathbf{G}^H \mathbf{H} \mathbf{F})|^2 \leq tr(\mathbf{G}^H \mathbf{G}) tr(\mathbf{F}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{F}) \quad \mathbf{G} = \alpha \mathbf{H} \mathbf{F} \quad \alpha \neq 0$$

Para una  $\mathbf{F}$  dada. Obsérvese que  $\mathbf{G}$  es el filtro adaptado al canal y transmisor. La SNR que se obtiene y que se ha de maximizar respecto al transmisor  $\mathbf{F}$  es

$$\max_{\mathbf{F}} SNR = \max_{\mathbf{F}} \frac{E_s}{\sigma^2} tr(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H)$$

Se adoptará una solución max min para  $\mathbf{F}$ :

$$\max_{\mathbf{F}^H} \min_{\mathbf{H}} tr(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H}) \quad \text{sujeto a} \quad tr(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) \leq 1$$

Para evitar la solución  $\mathbf{H}=\mathbf{0}$  se considerarán escenarios o entornos que cumplen  $tr(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \geq \rho > 0$

Por otra parte se impondrá restricción de potencia transmitida  $tr(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) \leq 1$

Para realizar la optimización, obsérvese que

$$tr(\mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H}) \geq \lambda_{\min}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) tr(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \geq \lambda_{\min}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) \rho$$

El mínimo se dará para aquellos canales  $\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \rho \mathbf{u} \mathbf{u}^H$ , en donde  $\mathbf{u}$  es el autovector de  $\mathbf{F} \mathbf{F}^H$ , correspondiente al autovalor mínimo. Para maximizar la SNR para este peor caso, se ha de maximizar  $\lambda_{\min}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H)$  sujeto a  $tr(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) \leq 1$ . Obsérvese que:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) \leq \frac{1}{N} tr(\mathbf{F} \mathbf{F}^H) \leq \frac{1}{N}$$

La igualdad se obtiene para  $\mathbf{F} \mathbf{F}^H = \mathbf{I} / N$  y la  $SNR_{\max} = \frac{E_s}{\sigma^2} \frac{tr(\mathbf{H}^H \mathbf{H})}{N}$ . Obsérvese que

$L \geq N$ . El resultado era de esperar, ya que su interpretación es que si no se conoce el canal, el transmisor  $\mathbf{F}$  ha de repartir la potencia por igual en todas las dimensiones.

Un modo sencillo de conseguirlo es con un esquema cíclico espacial.

Obsérvese que sólo 1 símbolo se transmite durante  $L$  periodos de símbolo, la *rate* es de  $1/L$ . Dicho esquema se puede interpretar como un símbolo que sufre un **spreading** diferente para cada antena, con una ganancia de procesamiento de  $L$ .

Caso 4: Se modifica el transmisor del caso 3 para poder transmitir  $n_s$  símbolos simultáneamente. Para ello cada uno se acompañará por una matriz  $\mathbf{F}_i$  diferente. Si se quiere que la solución sea de mínimo retardo, entonces  $n_s=L$  y  $rate=1$ .

El receptor, por sencillez, se diseñará como  $n_s$  conformadores en paralelo. El diseño del transmisor, considerando que los símbolos son reales se hará para que la interferencia entre las salidas de cada uno de los filtros adaptados en recepción sea cero, es decir, si la variable de decisión para recuperar el símbolo  $i$  es  $Re\{D_i\}$  con

$$D_i = \text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_i \mathbf{F}_i^H) s_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{ns} \text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_i \mathbf{F}_j^H) s_j$$

entonces el transmisor se ha de diseñar tal que:

$$\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j^H = \begin{cases} \mathbf{I} & i = j \\ -\mathbf{F}_j \mathbf{F}_i^H & \text{resto} \end{cases}$$

Si L es la dimensión tiempo y N es espacio, el diseño anterior llevará, si se extiende el diseño a símbolos complejos, a los códigos bloque espacio-temporales denominados ortogonales o amigables.

Ej: si los símbolos son reales y L=N=2

$$\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

entonces se cumple que  $\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_1^H = \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_2^H = \mathbf{I}$        $\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2^H = -\mathbf{F}_2 \mathbf{F}_1^H$

*Conclusión:* se obtienen diferentes diseños dependiendo de: i) significado físico de las dimensiones, ii) complejidad del receptor, iii) criterios de diseño iv) restricciones de diseño.

## 2.- Diseño del transmisor con conocimiento del canal o CSI

El objetivo es el diseño de las matrices de precodificación y decodificación  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{G}$ , respectivamente. La detección se realizará símbolo a símbolo. Para ello  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{G}$  convertirán el canal  $\mathbf{H}$  en canales multiplicativos (*flat fading*) e incorrelados, evitando así interferencia entre las  $L$  componentes del vector  $\mathbf{s}(n)$ . La potencia se repartirá entre los diferentes canales y bloques temporales según el criterio óptimo que se adopte.

Consideramos el siguiente modelo de transmisión durante el bloque de datos  $n$

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{G}(n)\mathbf{H}(n)\mathbf{F}(n)\mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n)$$

El canal se puede expresar en función de  $r$  canales paralelos, siendo  $r = \text{rank}(\Lambda)$  y  $\Lambda$  la matriz diagonal que contiene los autovalores de  $\mathbf{H}$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(n) &= \mathbf{U}(n)\Lambda(n)\mathbf{V}^H(n) \\ &= \sum_{i=1}^r \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H \end{aligned}$$

El rango de  $\mathbf{H}$   $r \leq \min(M, N)$ , pudiendo ser menor si hay correlación entre los canales. Por ejemplo, en comunicaciones submarinas, debido a la reflexión casi especular con la superficie el modelo de propagación tiene un camino dominante sobre el resto, propagación Rice y no Rayleigh, favoreciendo la correlación entre canales. Por otra parte, si, por ejemplo, los canales son espaciales, la posición o distancia entre las antenas puede provocar más o menos correlación entre las mismas.

El diseño óptimo para el transmisor y el receptor será:

$$\mathbf{F}_{\text{opt}}(n) = \mathbf{V}(n) \Phi(n)$$

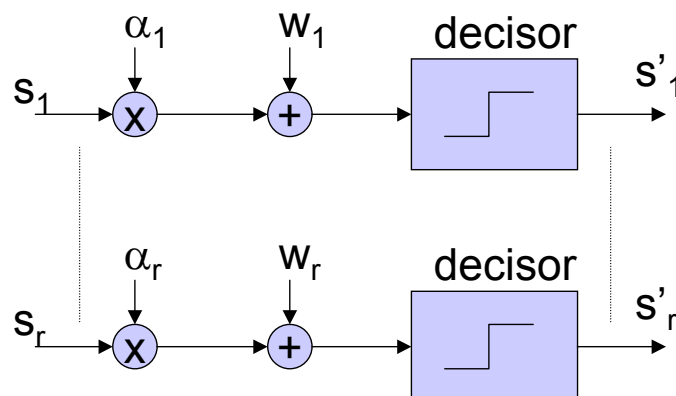
$$\mathbf{G}_{\text{opt}} = \Gamma(n) \Lambda^{-1}(n) \mathbf{U}^H(n)$$

En donde  $\Phi(n)$  y  $\Gamma(n)$  son diagonales. Por lo tanto, se transmitirá, para cada bloque, un

$$\text{vector } \mathbf{x} = \sum_{i=1}^r s_i \theta_k(n) \mathbf{v}_k$$

Se observa que, con este diseño:  $\mathbf{G}(n)\mathbf{H}(n)\mathbf{F}(n) = \Gamma(n) \Phi(n)$  y el ruido  $\mathbf{G}(n)\mathbf{G}^H(n)\sigma_v^2 = \Gamma(n)\Lambda^{-2}(n)\Gamma^H(n)\sigma_v^2$

Queda entonces el siguiente modelo de transmisión equivalente, que muestra los  $r$  subcanales paralelos que se pueden emplear:  $\hat{s}_i(n) = \gamma_i(n)\theta_i(n)s_i(n) + w_i(n)$





Se observa que la dimensión del vector a transmitir  $\mathbf{s}(n)$  ha de ser menor o igual a dicho rango ( $L \leq r$ )

Lo único que es objeto de diseño ahora son los valores de  $\alpha_i$ , según cuál sea el criterio que se emplee.

Criterios:

- A.- Min MSE con restricción de ISI=0 ( $\mathbf{GHF}=\mathbf{I}$  o restricción de forzador de ceros)
- B.- Min MSE con restricción de potencia transmitida
- C.- Máxima tasa o velocidad de transmisión con restricción de potencia transmitida
- D.- Max SNR con restricción de ISI=0
- E.- Max SNR con restricción de ISI=0 y de potencia transmitida ( $\text{tr}(\mathbf{Fss}^H\mathbf{F}^H) \leq P_0$ )
- F.- BER promedio mínima con restricción de ISI=0 y de potencia transmitida ( $\text{tr}(\mathbf{Fss}^H\mathbf{F}^H) \leq P_0$ )

Comentamos que si se incorpora restricción de potencia, se evita el transmitir por subcanales muy atenuados

Ejemplo: el criterio C  $\min \text{tr}[(\mathbf{s}'(n)-\mathbf{s}(n))(\mathbf{s}'(n)-\mathbf{s}(n))^H]$  lleva a la siguiente solución

$$|\Phi_{ii}|^2 = \frac{c}{\sqrt{\lambda_i}} - \frac{1}{\lambda_i}$$

$$\mathbf{G}_{opt} = \mathbf{F}_{opt} \mathbf{H} (\mathbf{R}_w + \sigma_s^2 \mathbf{H} \mathbf{F}_{opt} \mathbf{F}_{opt}^H \mathbf{H}^H)^{-1} \quad \mathbf{R}_{ss} = \sigma_s^2 \mathbf{I}$$

Las soluciones al resto de criterios se pueden obtener en: "Optimal Designs for Space-Time Linear Precoders & Decoders", IEEE Trans. on Signal Processing, vol.50, no.5, May 02, A.Scaglione, P.Stoica, S.Barbarossa, G.Giannakis, H.Sampath.

Caso 1:  $\mathbf{s}(n) = s$  (es decir,  $L=1$ ) y, por lo tanto,  $\mathbf{F}$  pasa a ser un vector  $\mathbf{f}$  ( $N \times 1$ ). El receptor se diseña para max SNR y, se obtiene, como hemos visto antes,  $\mathbf{g} = \alpha \mathbf{H} \mathbf{f}$  para cualquier  $\alpha$ . Con este diseño

$$SNR = \frac{E_s}{\sigma^2} \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{H}^H)$$

Para diseñar el transmisor se hará tal que se maximice la SNR sujeto a restricción de potencia transmitida  $\text{tr}(\mathbf{f} \mathbf{f}^H) \leq 1$

$$\text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{H}^H) = \text{tr}(\mathbf{f} \mathbf{f}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H}) \leq \text{tr}(\mathbf{f} \mathbf{f}^H) \lambda_{\max}(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \leq \lambda_{\max}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})$$

La máxima SNR se obtendrá para la igualdad, por lo tanto, para

$$\mathbf{f} \mathbf{f}^H = \mathbf{v} \mathbf{v}^H$$

con  $\mathbf{v}$  el autovector derecho de  $\mathbf{H}$  de máximo autovalor. Dejando una ambigüedad de clase.

Queda entonces  $SNR_{\max} = \lambda_{\max}(\mathbf{H}^H \mathbf{H}) \frac{E_s}{\sigma^2}$ . Si se compara esta SNR con la obtenida en el caso 3, sin CSI, se puede observar que el empleo de CSI permite mejorarla, es decir,

$$\frac{\text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})}{N} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})$$

*Conclusión:*

- Los diseños desarrollados se han enfocado principalmente a métricas de SNIR en recepción debido, entre otras cosas, a su mayor tractabilidad matemática. No obstante otro aspecto importante es maximizar la eficiencia en ancho de banda o en capacidad.
- Para realizar una distribución de potencia óptima a lo largo de sucesivos bloques temporales, se requiere conocer el canal en el transmisor de manera perfecta bloque a bloque. Con dicho objetivo hay sistemas que, en el transmisor, predicen el canal.
- Los diseños que suponen conocimiento perfecto del canal en el transmisor sirven para establecer cotas; ya que en la práctica, el conocimiento será imperfecto o parcial. Los sistemas actuales radio avanzados emplean cierto conocimiento del canal para implementar esquemas de modulación adaptativa al canal en tiempo. Los canales cable avanzados llevan a cabo lo que se denominan técnicas de “waterfilling” o adaptación al canal en frecuencia.
- En el caso de no haber transmisiones simultáneas, el diseño de filtros terminales óptimos es el que, bajo restricción de ISI=0 y potencia transmitida fija, maximiza la SNR en recepción. Las funciones de transferencia del transmisor y del receptor son

$$|H_T(f)|^2 = \frac{|P_N(f)|\sqrt{S_w(f)}}{|H(f)|} \quad |H_R(f)|^2 = \frac{|P_N(f)|}{|H(f)|\sqrt{S_w(f)}}$$

$$SNR_{\max} = \frac{3E_s}{(M^2 - 1)} \left| \int \frac{P_N(f)}{|H(f)|} \sqrt{S_w(f)} df \right|^{-2}$$

- En todos los diseños anteriores se ha impuesto, para facilitar el diseño del receptor, detección símbolo a símbolo. Sin embargo, siempre va a haber cierta ISI residual si el canal es dispersivo en tiempo y no se emplean modulaciones multiportadora. Para evitar la degradación que introduce la ISI, se requieren detectores de secuencias. Este será objeto de estudio del siguiente tema: esquemas de recepción.

## Sistemas de velocidad (*rate*) variable

Cambian el número de niveles de modulación según sea el canal: en situación de *fading* se reducen el número de niveles para conseguir mantener la BER por encima de un umbral de calidad. Para ello es necesario que el sistema sea duplex, es decir, que el receptor informe al transmisor a cerca de la calidad del enlace. También se requiere que el ritmo de variación del canal no sea elevado; ya que sino es necesario aumentar el ancho de banda necesario para dar cabida a la retransmisión de CSI sin reducir la eficiencia de la comunicación. Por ejemplo, a 60km/h y 1.9 Ghz, la mínima tasa es de 512 km/h. Si la velocidad es de 3km/h y 900 Mhz, la tasa mínima pasa a ser 32km/h. Si el sistema es FDD (Frequency Duplex) como GSM el retardo se duplica respecto a TDD (Time Duplex) de DECT, WLAN o UMTS.

Los sistemas de modulación adaptativos suelen emplear modulaciones APK.

La transmisión de datos permite sistemas de velocidad o rate variable, ya que retardos variables son admisibles. El cambio de velocidad se puede realizar en base a diferentes CSI. A continuación se describen dos sistemas: los basados en RSSI (Received Signal Strength Indicator) y los basados en BER.

### RSSI

La RSSI en un bloque se emplea como indicador de la envolvente del fading del canal. La potencia recibida se suele promediar con una ventana exponencial y es posteriormente cuantificada, cada nivel de cuantificación se corresponde con un número de niveles de la modulación. Dicha correspondencia puede obedecer a dos criterios diferentes.

- 1.- Obtener una BER específica, resultando entonces una velocidad de transmisión o rate variable. Se emplean para ello tablas de BER vs SNR para diferentes número de niveles de modulación.
- 2.- Obtener una velocidad de transmisión constante, resultando entonces una BER variable: útil para servicios de voz. Para ello, al comienzo de cada bloque, se multiplica por un factor el umbral de BER. Para obtener dicho factor se ha de realizar un promedio a lo largo de varios bloques.

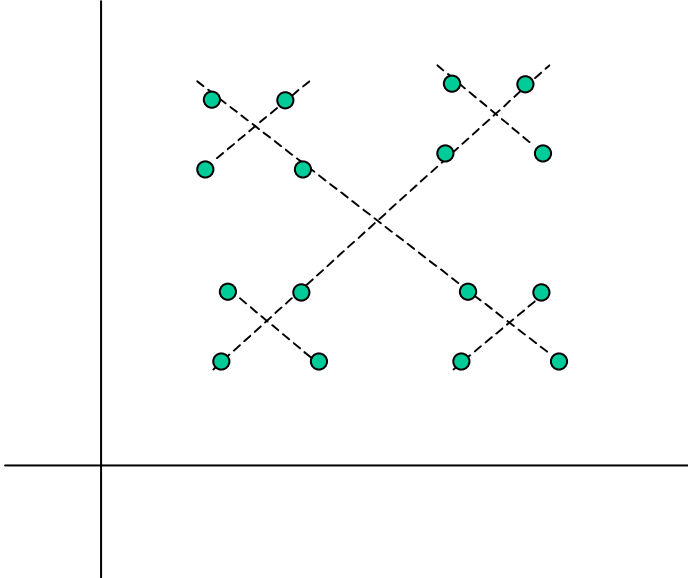
### BER monitorizada a la salida del codificador de canal

Si no se detectan errores dentro de un bloque se duplica el rate, si se detectan el rate se reduce a la mitad. Implican una complejidad y retardo mayor que los sistemas basados en RSSI

## Modulaciones jerárquicas

En estándares como DVB-T, a parte de poder emplear modulaciones de rate variable entre QPSK, 16QAM y 64QAM, ofrecen la posibilidad de emplear modulación con multiresolución, 64-MRQAM. En dicha modulación, la información se codifica con 6

bits de modo que la constelación resultante quede concentrada en “nubes” de puntos. A mayor SNR el receptor será capaz de distinguir o sólo la posición de las nubes (QPSK) o puntos dentro de las mismas. En la siguiente figura se muestra uno de los cuadrantes en 64-MRQAM. Obsérvese que el centro de la constelación está más alejado del origen para garantizar una detección del cuadrante de manera más segura.



## Waterporing or Waterfilling

Sistemas multiportadora como son los empleados en DAB, DVB-T, HiperLAN/2, ADSL, permiten incorporar fácilmente (a diferencia de los sistemas CDMA y TDMA) el conocimiento del canal en el transmisor, que modificará el número de bits y la potencia por portadora. Se supone canal invariante o muy lentamente variante con el tiempo.

Por ejemplo los modems DSL han de determinar la distribución de bits en las portadoras para obtener la BER deseada según sea la SNR medida en cada portadora  $k$ ,  $SNR_k$  (considerando potencia transmitida unidad). En DSL, la SNR se mide en una primera fase con la transmisión de una secuencia pseudoaleatoria. En la literatura hay varios algoritmos para determinar la distribución óptima de potencia en frecuencia tal que se maximice la capacidad o velocidad de transmisión. Esta técnicas llevan a lo que se denomina Water pouring (o ice cube filling en el caso discreto), en donde  $1/SNR$  es el terreno y la potencia disponible se ve como agua que se vierte sobre el terreno para conseguir una SNR constante.

Para obtener la relación entre el número de bits  $b_k$  en un bin frecuencial  $k$  y la potencia necesaria para transmitirlos se parte de la expresión de probabilidad de error de una señal M-QAM

$$P_e = N_e Q \left( \sqrt{\frac{3E_k |H(k)|^2}{(M-1)\sigma_n^2}} \right)$$

siendo  $E_k$  la potencia necesaria a transmitir en ese bin  $k$  y  $N_e$  es el número de vecinos cercanos, que, aunque depende de la constelación, para  $b_k \geq 2$ ,  $N_e = 3$  puede considerarse adecuado. Despejando  $b_k$ , se obtiene:

$$b_k = \log_2 \left( \frac{3E_k |H(k)|^2}{kN_k} + 1 \right)$$

siendo  $E_k$  la potencia necesaria a transmitir en ese bin  $k$  y

$$K = \left[ Q^{-1} \left( \frac{P_e}{N_e} \right) \right]^2$$

### Esquemas adaptativos con el tiempo:

En el caso de que, para cada slot temporal  $n$  el vector  $\mathbf{s}(n)$  contenga símbolos en el dominio frecuencial, como es el caso de los sistemas OFDM, hay una relación entre los autovalores del canal  $\lambda_i$  y  $H(t,f)$  y, por lo tanto, lo óptimo sería distribuir la potencia conjuntamente en tiempo y frecuencia (waterfilling en el dominio temporal). Una simplificación son los denominados sistemas AOFDM (adaptive OFDM), en los que se supone que el canal es prácticamente invariante en tiempo durante  $N_b$  bloques temporales. Por ejemplo, si el criterio fuera maximizar la SNR con restricción de potencia transmitida, para obtener la matriz de amplitudes a distribuir en cada portadora

para cada uno de los Nb bloques  $\Phi = (\Phi(1) \cdots \Phi(N_b))^T$ , la métrica se formularía como se indica a continuación

$$\frac{1}{Nb} \sum_{n=1}^{Nb} \sum_{m=0}^{N-1} SNR_m(n) - \lambda \left( \frac{1}{Nb} \right) \sum_{n=1}^{Nb} \sum_{m=0}^{N-1} |\Phi_m(n)|^2 - Po$$