



# Problemes

## Problemas de òptica geomètrica e instrumental

### Unidad 13: Instrumentos fotogràfics

Jaume Escofet Soterias

Assignatura: Fotometria i instruments òptics

Titulació: Grau en Òptica i Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 2n

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

21/06/2022

# **PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL**

**Unidad 13:  
Instrumentos fotográficos**

**Jaume Escofet**

### Uso de este material

Copyright© 2016 by Jaume Escofet

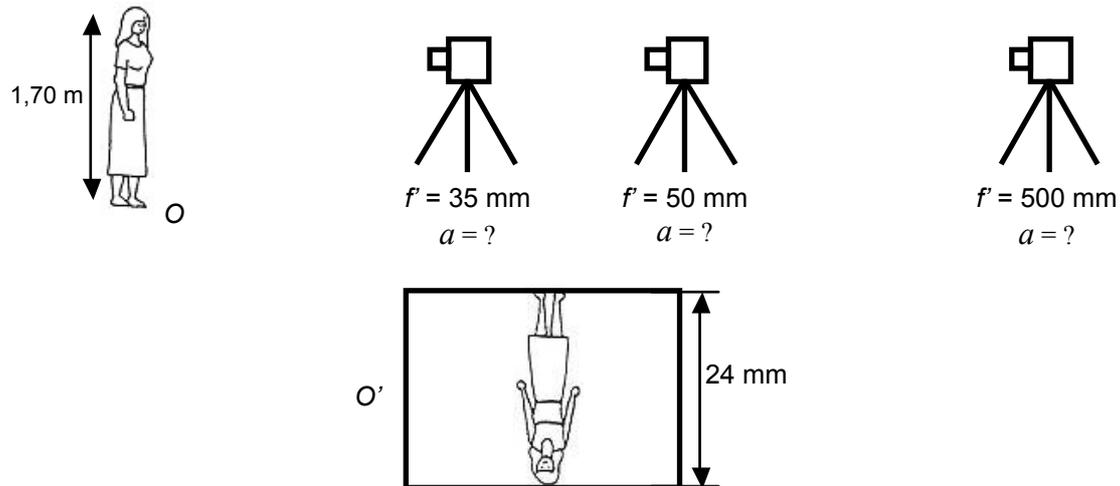
El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de Óptica Geométrica e Instrumental. Unidad 13: Instrumentos fotográficos** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas están sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

Terrassa, Julio de 2016.

### UNIDAD 13. INSTRUMENTOS FOTOGRÁFICOS

1. Sea una cámara fotográfica de pequeño formato o de 35 mm. Se realiza una fotografía del objeto  $O$  de manera que la imagen  $O'$  ocupe todo el sensor según se muestra en la figura. Determina la separación entre la cámara y el objeto cuando la focal del objetivo es:

- a)  $f' = 35$  mm.
- b)  $f' = 50$  mm.
- c)  $f' = 500$  mm.



R/ a)  $a_1 = -2,5$  m; b)  $a_2 = -3,5$  m; c)  $a_3 = -35,5$  m.

2. Completa los valores que faltan en la tabla siguiente con el fin de que la exposición no varíe.

$N$	11	4		32		22	
$t(s)$	1/125		1/250		1/60		1/500

3. Completa los valores de la tabla de manera que la exposición  $H$  sea la que se indica.

	Correcta						
$H$	$H_0$	$2H_0$	$4H_0$	$H_0/2$	$H_0/4$	$H_0$	$8H_0$
$N$	11	4		32		8	
$t(s)$	1/125		1/250		1/60		1/500

4. Al realizar una fotografía, el fotómetro indica que la relación correcta de apertura y tiempo de exposición es  $N=5,6/t=1/125$  s.

Dadas las relaciones siguientes:  $N=4/t=1/250$ s;  $N=2,8/t=1/500$ s y  $N=11/t=1/30$ s; equivalentes a la anterior, determina cual/es de las siguientes relaciones se consideran más adecuada/as en los casos siguientes:

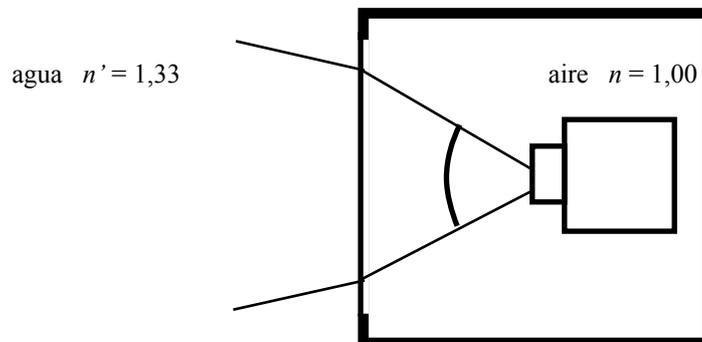
- a) Escena con objetos en movimiento y se quiere evitar una foto “movida”.

- b) Los objetos están distribuidos en profundidad y se quiere ver enfocados la mayor cantidad de ellos.  
 c) La cámara no está bien corregida de aberraciones y se quiere que la imagen tenga la mayor calidad posible.  
 d) Los objetos son estáticos y el fotógrafo vuela en avioneta.  
 e) La escena es lejana (paisaje) y al fotógrafo le tiembla el pulso.  
 f) Se fotografía el rostro de una persona situada a 40 cm y se dispone de trípode.

5. a) Determina el campo angular de un objetivo de  $f' = 50$  mm acoplado a una cámara full frame.

Se encierra la cámara anterior, de forma estanca, en una caja acristalada y transparente con el fin de poder realizar fotografías subacuáticas según se muestra en la figura. Si el grosor de la cara frontal al objetivo es despreciable, determina:

b) El nuevo campo angular de la cámara.



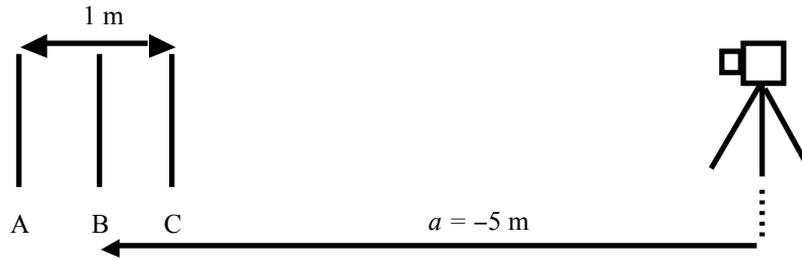
R/ a)  $2\omega_M = 46,8^\circ$ ; b)  $2\omega'_M = 34,8^\circ$ .

6. Se fotografía con una cámara de 35 mm equipada con un objetivo normal ( $f' = 50$  mm) un objeto situado a la distancia de 5 m. Si el valor del diafragma es  $N = 5,6$ . Determina:

- a) La distancia hiperfocal.  
 b) Los valores límites de la profundidad de campo.

R/ a)  $h = 14,9$  m;  $a_1 = -7,5$  m,  $a_2 = -3,7$  m

7. Una cámara réflex de 35 mm dispone de un objetivo zoom cuya focal varía entre 28 mm y 135 mm. Con dicho objetivo se fotografía una escena donde hay tres planos: A (plano más alejado al objetivo), B (plano intermedio, equidistante de A y C), y C (plano más cercano al objetivo). Si la cámara enfoca el plano intermedio B, situado a 5 metros, y la separación entre A y C es de 1 metro. Completa la tabla siguiente justificando los resultados obtenidos.



$f'$ (mm)	$N$	$h$ (m)	$a_1$ (m)	$a_2$ (m)	$PC$ (m)	Planos enfocados
28	2,8					
28	8					
28	22					
50	2,8					
50	8					
50	22					
135	4					
135	8					
135	22					

8. Explica por qué las cámaras con objetivos fijos de poca apertura ( $N$  grandes) y focales tipo gran angular no necesitan enfocar los objetos.

9. Sea una cámara fotográfica digital full frame con un sensor CMOS de 21 MP efectivos (5472 x 3648 píxeles) equipada con un objetivo fotográfico de focal  $f' = 50$  mm y número de diafragma  $f/11$ . Se enfoca un objeto lejano de manera que el aumento lateral es  $|m| = 0,01$ . Determina:

- El factor de recorte  $FR$  de esta cámara.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El campo angular.
- El tamaño máximo de un píxel.
- La distancia  $a'$  entre el objetivo y el sensor cuando se enfoca el objeto.
- El diámetro de la  $PE$ .
- El diámetro del círculo de confusión o de desenfoque  $c$ .
- El tamaño de la mancha de desenfoque  $c_N$  que produce un objeto situado a 9 metros de distancia cuando el objetivo enfoca un objeto muy lejano.
- Si el objeto anterior se verá enfocado o desenfocado.
- El tamaño de la mancha de Airy.
- La resolución del sensor  $u'_{L,S}$  en pl/mm.
- La resolución del objetivo  $u'_{L,O}$  en pl/mm.
- La resolución  $u'_L$  de la cámara fotográfica. Qué elemento limita la resolución.
- La resolución  $u_L$  en el espacio objeto.
- A partir de qué diafragma la resolución vendrá limitada por el objetivo?

R/ a)  $FR = 1$ ; b)  $RA = 3:2$ ; c)  $2\omega = 46,5^\circ$ ; d)  $p = 6,58 \mu\text{m}$ ; e)  $a' = f' = 50$  mm; f)  $\Phi_{PE} = 4,5$  mm; g)  $c = 0,03$  mm; h)  $c_N = 0,018$  mm; i) Enfocado; j)  $\Phi_{Airy} = 15 \mu\text{m}$ ; k)  $u'_{L,S} = 76$  pl/mm; l)  $u'_{L,O} = 165$  pl/mm; m)  $u'_L = 76$  pl/mm, Sensor; n)  $u_L = 76$  pl/mm; o)  $N > 24$ .

10. Sea una cámara fotográfica digital con un sensor CMOS de 15,10 MP efectivos (4748 x 3168 píxeles) de tamaño 22,30 x 14,90 mm. La cámara va equipada con un objetivo fotográfico de focal  $f' = 100$  mm y dispara a  $f/22$ . El fotógrafo enfoca un objeto lejano de manera que el aumento lateral es  $|m| = 0,1$ . Determina:

- El factor de multiplicación o de recorte  $FR$  del sensor.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El campo angular.
- El tamaño máximo de un píxel.
- La distancia  $a'$  entre el objetivo y el sensor cuando se enfoca el objeto.
- El diámetro de la  $PE$ .
- El diámetro del círculo de confusión o desenfoque  $c$ .
- El tamaño de la mancha de desenfoque  $c_N$  que produce un objeto situado a 4 m de distancia cuando el objetivo enfoca el objeto anterior.
- Si el objeto anterior se verá enfocado.
- El tamaño de la mancha de Airy.
- La resolución del sensor  $u'_{L,S}$  en pl/mm.
- La resolución del objetivo  $u'_{L,O}$  en pl/mm.
- La resolución  $u'_L$  de la cámara fotográfica. Qué elemento limita la resolución.
- La resolución  $u_L$  en el espacio objeto.
- A partir de qué diafragma la resolución vendrá limitada por el objetivo?

R/ a)  $FR = 1,6$ ; b)  $RA = 3/2$ ; c)  $2\omega_M = 15,3^\circ$ ; d)  $p = 4,70 \mu\text{m}$ ; e)  $a' = 110$  mm; f)  $\Phi_{PE} = 4,5$  mm; g)  $c = 0,019$  mm; h)  $c_N = 0,11$  mm; i) Desenfocado; j)  $\Phi_{Airy} = 29 \mu\text{m}$  k)  $u'_{L,S} = 106$  pl/mm; l)  $u'_{L,O} = 75$  pl/mm; m)  $u'_L = 75$  pl/mm, Objetivo; n)  $u'_L = 7,5$  pl/mm o)  $N > 15,5$ .

11. La cámara fotográfica del iPhone 6s presenta las características siguientes:

Objetivo:  $f' = 4,15$  mm.

Apertura:  $f/2,2$ .

Sensor: 4032 x 3024 píxeles. 12MP.

Tamaño del píxel: 1,22  $\mu\text{m}$ .

Determina:

- El diámetro de la  $PE$ .
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El tamaño del sensor.
- El factor de recorte  $FR$  del sensor.
- El campo angular.
- La focal equivalente.
- El diámetro del círculo de tolerancia.
- El diámetro del disco de Airy.
- La resolución de la cámara.

R/ a)  $\Phi_{PE} = 1,9$  mm; b)  $RA = 4/3$ ; c) 4,92 x 3,69 mm; d)  $FR = 7,0$ ; e)  $2\omega_M = 73,0^\circ$ ; f)  $f'_{eq} = 29$  mm; g)  $c = 4,3 \mu\text{m}$ ; h)  $\Phi_{Airy} = 2,95 \mu\text{m}$ ; i)  $u'_L = 410$  pl/mm.

12. Comparamos la cámara del iPhone 6s con la cámara Nikon D610 cuyas características son las siguientes:

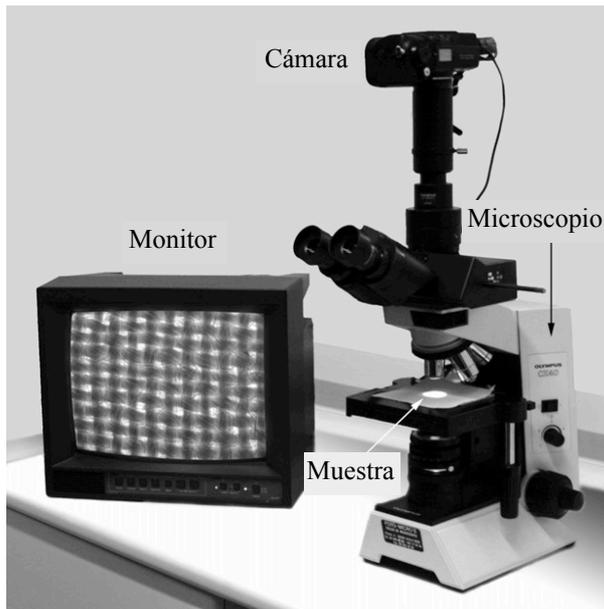
Sensor: CMOS. Full frame. 6016 x 4016 píxeles. 24 MP.

Se acopla a este cuerpo de cámara un objetivo que cubre el mismo campo que el anterior  $2\omega_M = 73,0^\circ$  y de la misma apertura  $f/2,2$ . Determina:

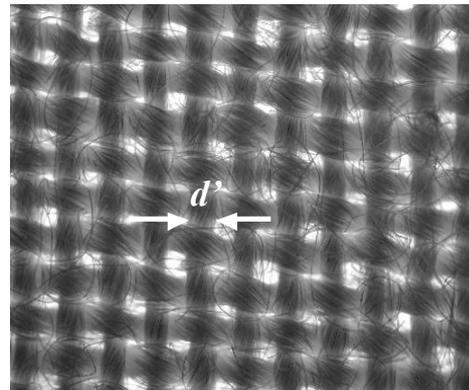
- La focal  $f'$  del objetivo.
- El diámetro de la  $PE$ .
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El diámetro del círculo de tolerancia.
- El tamaño del píxel.
- El diámetro del círculo de Airy.
- La resolución de la cámara.

R/ a)  $f' = 29$  mm; b)  $\Phi_{PE} = 13,2$  mm; c)  $RA = 3/2$ ; d)  $c = 0,03$  mm; e)  $p = 5,98$   $\mu\text{m}$ ;  
f)  $\Phi_{Airy} = 2,95$   $\mu\text{m}$ ; g)  $u'_L = 84$  pl/mm.

13. La figura (a) muestra el dispositivo experimental para la captación, aumentada, de una imagen textil. La figura (b) corresponde a la imagen anterior.



(a)



(b)

Los datos del dispositivo son:

Cámara:

Olympus Camedia C-3030 Zoom.

Tamaño del sensor: 7,144 x 5,358 mm.

Número de píxeles: 2048 x 1536 píxeles.

Microscopio:

Olympus CX 40.

Se sabe que el tamaño de la muestra capturada en el espacio objeto es de 3,4 x 2,6 mm.

Se mide con un programa de procesado el grosor de un hilo  $d'$  en píxeles y su valor es

$d' = 58$  píxeles.

Determina:

- La diagonal  $D$  del sensor.
- El factor de recorte  $FR$  de la cámara.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El tamaño máximo de un píxel.
- La resolución del sensor  $u'_{L,S}$  en pl/mm.
- El aumento  $m$  que produce el sistema formado por la cámara acoplada al microscopio.
- El grosor del hilo  $d'$  expresado en mm.
- El grosor del hilo en el tejido o el grosor del hilo en el espacio objeto expresado en mm.

R/ a)  $D = 8,93$  mm; b)  $FR = 4,8$ ; c)  $RA = 4/3$ ; d)  $p = 3,49$   $\mu\text{m}$ ; e)  $u'_{L,S} = 143$  pl/mm;  
f)  $|m| = 2,1$ ; g)  $d' = 0,20$  mm; h)  $d \approx 0,10$  mm.

---

14. Considera una cámara fotográfica de las siguientes características:

Sensor: Full frame; Número de píxeles: 6048 x 4032.

Objetivo:  $f' = 120$  mm;  $f/2$ .

Determina:

- La resolución de la cámara ( $y'_{min}$  y  $u'_L$ ) a la distancia de 120 metros.
- El tamaño mínimo de la letra de un cartel, situado a 120 metros de distancia de la cámara, para que pueda ser resuelta por esta cámara.
- El tamaño mínimo de la letra del mismo cartel, situado a la misma distancia, para que pueda ser resuelta por el ojo.

R/ a)  $y'_{min} = 11,2$   $\mu\text{m}$ ,  $u'_L = 89$  pl/mm; b) 30 x 30 mm; c) 175 x 175 mm.

---

15. Las letras de la cabecera de un periódico tienen un tamaño de 20x20 mm. Determina la distancia mínima  $l$  para que:

- Puedan ser resueltas por un observador a ojo desnudo.
- Puedan ser resueltas por la cámara fotográfica anterior.

R/ a)  $l = 13,8$  m;  $l = 81$  m.

---

## COMENTARIOS A LOS EJERCICIOS DE LA UNIDAD 13

### Comentarios generales:

Las cámaras de pequeño formato, también conocidas como cámaras de 35 mm o cámaras estándar o cámaras full frame, son aquellas cámaras cuyo sensor mide 24x36 mm.

En los ejercicios donde se determina la posición de un elemento conjugado, previo conocimiento de la focal  $f'$  del objetivo y del aumento lateral  $m$ , pueden ser de gran ayuda las fórmulas siguientes:

Posición de la imagen:  $a' = f'(1 - m)$

Posición del objeto:  $a = \frac{f'(1 - m)}{m}$

Relación de aspecto  $RA$ :  $RA = \frac{x}{y}$ , donde  $x$  e  $y$  son las dimensiones lineales del sensor.

Factor de recorte  $FR$ :  $FR = \frac{D_0}{D}$ , donde  $D_0$  es la diagonal del sensor de la cámara estándar y  $D$  es el sensor de la cámara que se considera.

Diámetro del círculo de confusión:  $c = \frac{0,03}{FR}$  mm.

Campo angular  $2\omega_M$ :  $\tan \omega_M = \frac{D}{2f'}$ .

Focal equivalente:  $f'_{eq} = f'FR$ .

Distancia hiperfocal  $h$ :  $h = \frac{f'^2}{Nc}$

Límites de la profundidad de campo:  $a_1 = \frac{ah}{h + a}$  y  $a_2 = \frac{ah}{h - a}$

Resolución lineal de la cámara:

En el espacio imagen:  $y'_{min} = \max\{y'_{L,O}, y'_{L,S}\} = \max\{\lambda N(1 - m), 2p\}$ .

En el espacio objeto:  $y_{min} = \max\{y_{L,O}, y_{L,S}\} = \max\left\{\frac{\lambda N(1 - m)}{|m|}, \frac{2p}{|m|}\right\}$ .

Resolución en frecuencia de la cámara:

En el espacio imagen:  $u'_L = \min\{u'_{L,O}, u'_{L,S}\} = \min\left\{\frac{1}{\lambda N(1 - m)}, \frac{1}{2p}\right\}$ .

En el espacio objeto:  $u_L = \min\{u_{L,O}, u_{L,S}\} = \min\left\{\frac{|m|}{\lambda N(1 - m)}, \frac{|m|}{2p}\right\}$ .

Otra manera de encontrar el elemento limitante en la resolución del sistema es comparando el diámetro del disco de Airy con el tamaño del pitch  $p$ . Se dice que la resolución viene limitada por la difracción cuando:

$$\Phi_{Airy} \geq 5 p.$$

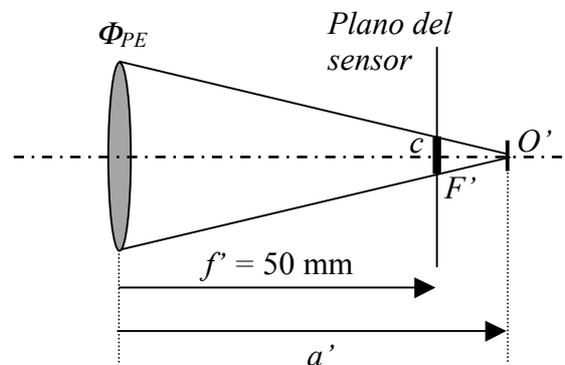
En caso contrario será el sensor el elemento que limita la resolución.

Serie  $N, t$ :

$N$	2,8	4	5,6	8	11	16	22	32
$t$ (s)	1/2000	1/1000	1/500	1/250	1/125	1/60	1/30	1/15

### Comentarios específicos:

1. Con los datos del problema se calcula  $m$  (¡cuidado, su valor es negativo!). Conocidos  $f'$  y  $m$  es inmediato el cálculo de  $a$ .
2. Debe tenerse en cuenta que la serie de diafragmas va en progresión geométrica de razón  $\sqrt{2}$ , mientras que la serie temporal va también en progresión geométrica de razón 2. Los saltos de exposición en  $N$  deben compensarse con saltos de exposición en  $t$ .
3. Se procede del mismo modo que en el ejercicio anterior teniendo en cuenta que la exposición varía. Los saltos en  $N$  y en  $t$  deben ser los adecuados para conseguir la exposición que se indica en cada caso.
4. Debe considerarse el efecto de la velocidad (tiempo) y del número de diafragma en cada caso y escoger el valor adecuado.
5. a) De resolución inmediata a partir de la fórmula del campo angular de una cámara fotográfica.  
b) Considera la desviación del rayo de luz al cambiar de medio.
6. De resolución directa a partir de las fórmulas de la distancia hiperfocal y los límites de la profundidad de campo.
7. Igual que el anterior.
8. Considera el valor de la distancia hiperfocal cuando  $N$  es grande y la focal del objetivo corresponde a un gran angular.
9. a) De obtención inmediata a partir de la fórmula de  $RA$ .  
b) De resolución inmediata a partir de la fórmula del campo angular  $2\omega_M$ .  
c) A partir de las dimensiones lineales del sensor y del número de píxeles que contiene se determina el valor del tamaño del píxel.  
d) Considera cual es la posición de la imagen cuando el objeto está en posición lejana.  
e) De obtención directa a partir de la fórmula del campo angular.  
f) De obtención directa a partir de la definición de número de diafragma.  
g) De resolución inmediata a partir de la fórmula de  $c$ .  
h) Sitúese la lente objetivo, el plano del sensor y el plano de la imagen  $O'$  para el objeto situado a 9 m. Esta imagen forma una mancha circular, desenfocada, de diámetro  $c_N$  en el plano del sensor. El diámetro de la mancha de desenfoco  $c_N$  se obtiene aplicando semejanza de triángulos.



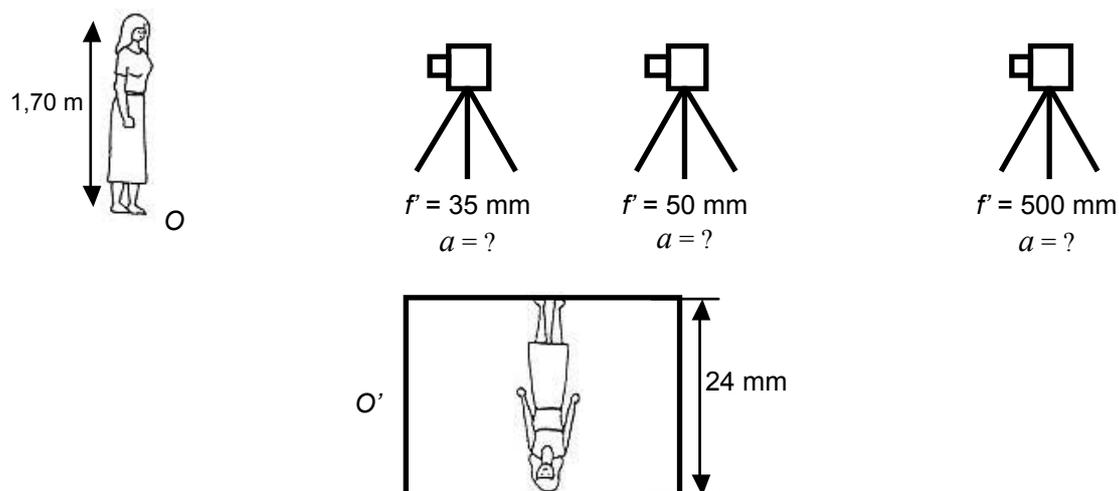
- i) Si el diámetro de la mancha de desenfoco  $c_N$  es mayor  $c$ , la imagen se verá desenfocada, en caso contrario se verá enfocada.
- j) Véase la fórmula del diámetro del disco de Airy.

- k) De resolución inmediata a partir de la fórmula de la frecuencia de resolución del sensor.
- l) De resolución inmediata a partir de la fórmula de la frecuencia de resolución del objetivo.
- m) De resolución inmediata a partir de la fórmula de la frecuencia de resolución de la cámara fotográfica.
- n) Calcula la resolución en el espacio objeto.
- o) Considera la condición que debe establecerse para que la resolución dominante sea la del objetivo.
10. a) De obtención inmediata a partir de la fórmula del  $FR$ .  
Todos los demás apartados se resuelven del mismo modo que en el ejercicio anterior.
11. Todos los apartados se resuelven igual que en el ejercicio anterior.
- f) De resolución directa a partir de la fórmula de la focal equivalente.
12. Todos los apartados se resuelven igual que en los ejercicios anteriores.
13. Apartados a), b), c), d) y f): Igual que los ejercicios anteriores.
- f) Considera el campo objeto y las medidas del sensor.
- g) De resolución inmediata teniendo en cuenta las dimensiones del sensor en mm y en número de píxeles.
- h) De resolución inmediata teniendo en cuenta el aumento del sistema.
14. a) De resolución inmediata a partir de la fórmula de  $y'_{min}$  y  $u'_L$ .
- b) Se considera como letra a estudiar la E de Snellen. El tamaño mínimo de letra estará relacionado con la máxima resolución del sensor.
- c) Considera la resolución optométrica del ojo, es decir, una barra de la letra E debe subtender, como mínimo, un ángulo de  $1'$ .
15. Se procede de la misma forma que en el ejercicio anterior.

### SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE LA UNIDAD 13

1. Sea una cámara fotográfica de pequeño formato o de 35 mm. Se realiza una fotografía del objeto  $O$  de manera que la imagen  $O'$  ocupe todo el sensor según se muestra en la figura. Determina la separación entre la cámara y el objeto cuando la focal del objetivo es:

- a)  $f' = 35$  mm.
- b)  $f' = 50$  mm.
- c)  $f' = 500$  mm.



SOLUCIÓN:

En todos los casos el aumento lateral  $m$  es:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{-24}{1700} = -0,014.$$

Aplicando la fórmula  $a = \frac{f'(1-m)}{m}$  para los diferentes valores de la focal  $f'$  se obtiene la tabla siguiente:

$m$	-0,014	-0,014	-0,014
$f'$ (mm)	35	50	500
$a$ (mm)	-2535	-3621	-36214
$a$ (m)	-2,5	-3,6	-36,2

2. Completa los valores que faltan en la tabla siguiente con el fin de que la exposición no varíe.

$N$	11	4		32		22	
$t(s)$	1/125		1/250		1/60		1/500

SOLUCIÓN:

Se sitúa en la tabla el binomio  $N=11$ ,  $t = 1/11$  s y se establecen todas las relaciones equivalentes a estos valores:

$N$	2,8	4	5,6	8	11	16	22	32
$t(s)$	1/2000	1/1000	1/500	1/250	1/125	1/60	1/30	1/15

La tabla anterior queda de la siguiente manera:

$N$	11	4	8	32	16	22	5,6
$t(s)$	1/125	1/1000	1/250	15	1/60	1/30	1/500

3. Completa los valores de la tabla de manera que la exposición  $H$  sea la que se indica.

	Correcta						
$H$	$H_0$	$2H_0$	$4H_0$	$H_0/2$	$H_0/4$	$H_0$	$8H_0$
$N$	11	4		32		8	
$t(s)$	1/125		1/250		1/60		1/500

SOLUCIÓN:

La exposición correcta viene dada por  $N = 11$  y  $t = 1/125$ . Si consideramos  $N = 4$  la exposición correcta vendrá dada por  $t = 1/1000$ . Si la exposición debe ser el doble de la correcta ( $2H_0$ ) el tiempo de exposición será  $t = 1/500$  y la fotografía quedará sobreexpuesta. Procediendo del mismo modo para los otros valores se obtiene la tabla siguiente:

	Correcta	Sobreexp	Sobreexp	Subreexp	Subreexp	Correcta	Sobreexp
$H$	$H_0$	$2H_0$	$4H_0$	$H_0/2$	$H_0/4$	$H_0$	$8H_0$
$N$	11	4	4	32	32	8	2
$t(s)$	1/125	1/500	1/250	1/30	1/60	1/250	1/500

4. Al realizar una fotografía, el fotómetro indica que la relación correcta de apertura y tiempo de exposición es  $N=5,6/t=1/125$  s.

Dadas las relaciones siguientes:  $N=4/t=1/250$ s;  $N=2,8/t=1/500$ s y  $N=11/t=1/30$ s; equivalentes a la anterior, determina cual/es de las siguientes relaciones se consideran más adecuada/as en los casos siguientes:

- Escena con objetos en movimiento y se quiere evitar una foto “movida”.
- Los objetos están distribuidos en profundidad y se quiere ver enfocados la mayor cantidad de ellos.
- La cámara no está bien corregida de aberraciones y se quiere que la imagen tenga la mayor calidad posible.
- Los objetos son estáticos y el fotógrafo vuela en avioneta.
- La escena es lejana (paisaje) y al fotógrafo le tiembla el pulso.
- Se fotografía el rostro de una persona situada a 40 cm y se dispone de trípode.

SOLUCIÓN:

a) Con el fin de evitar que la foto salga movida debe dispararse con la máxima velocidad (mínimo tiempo de exposición). De los valores a elegir el tiempo mínimo es  $t=1/500$  s. Así pues la relación correcta de exposición será:  $N=2,8/t=1/500$ s.

b) En este caso se requiere una profundidad de campo elevada lo cual se consigue con el diafragma cerrado o, lo que es lo mismo, un número de diafragma elevado. El valor que presenta mayor número de diafragma es  $N=11$ . La relación correcta de exposición será:  $N=11/t=1/30$ s.

c) Se consiguen reducir las aberraciones del objetivo cerrando el diafragma o, lo que es lo mismo, aumentando el número de diafragma. El valor que presenta mayor número de diafragma es  $N=11$ . La relación correcta de exposición será:  $N=11/t=1/30$ s.

d) En este caso la cámara está en movimiento. Igual que en el apartado a) se quiere evitar que la foto salga movida. La relación correcta de exposición será:  $N=2,8/t=1/500$ s.

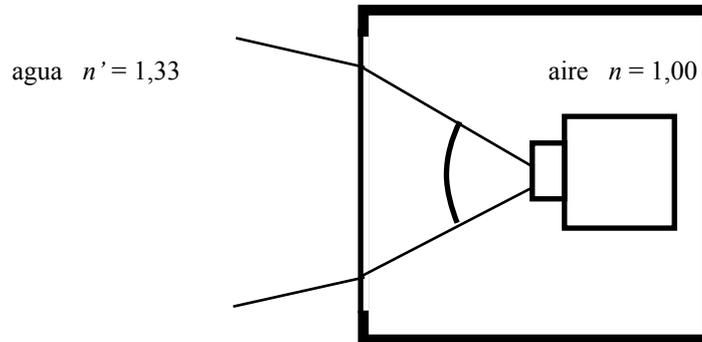
e) Si al fotógrafo le tiembla el pulso, con el fin de evitar que la foto salga movida, debe disparar al máximo de velocidad. La relación correcta de exposición será:  $N=2,8/t=1/500$ s.

f) En este caso el objeto está situado muy cerca de la cámara y la profundidad de campo será muy pequeña. Se corre el riesgo de enfocar la nariz y que aparezcan desenfocadas las orejas. Para aumentar la profundidad de campo debe cerrarse el diafragma o, lo que es lo mismo, aumentar su número. La relación correcta de exposición será:  $N=11/t=1/30$ s. Será útil disponer del trípode ya que el tiempo de exposición es largo.

5. a) Determina el campo angular de un objetivo de  $f' = 50$  mm acoplado a una cámara full frame.

Se encierra la cámara anterior, de forma estanca, en una caja acristalada y transparente con el fin de poder realizar fotografías subacuáticas según se muestra en la figura. Si el grosor de la cara frontal al objetivo es despreciable, determina:

b) El nuevo campo angular de la cámara.



SOLUCIÓN:

a) Por ser full frame la medida del sensor es 24 mm x 36 mm. Su diagonal vale:

$$D_0 = \sqrt{24^2 + 36^2} = 43,3 \text{ mm.}$$

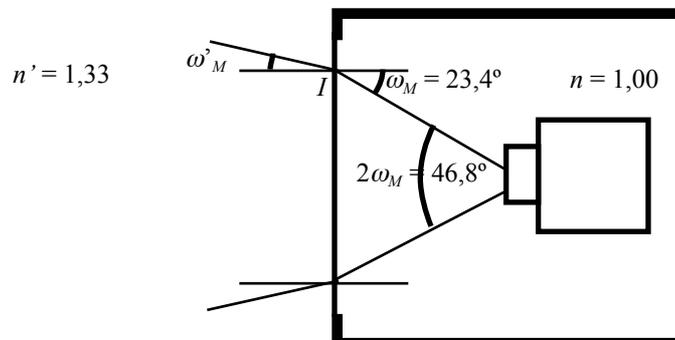
$$\tan \omega_M = \tan \omega'_M = \frac{r}{f'} = \frac{D}{2f'}; \quad \tan \omega_M = \frac{43,3}{2(50)} = 0,433; \quad \omega_M = 23,4^\circ; \quad 2\omega_M = 46,8^\circ.$$

b) Aplicando la ley de la refracción en el punto  $I$ :

$$n \sin \omega_M = n' \sin \omega'_M; \quad 1,00 \sin 23,4^\circ = 1,33 \sin \omega'_M; \quad \omega'_M = 17,4^\circ.$$

El nuevo campo angular de la cámara es  $2\omega'_M = 34,8^\circ$ .

El campo angular de la cámara ha disminuido.



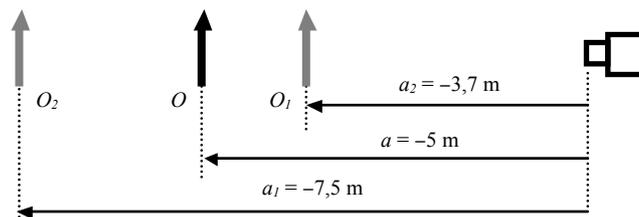
6. Se fotografía con una cámara de 35 mm con un objetivo normal un objeto situado a la distancia de 5 m. Si el valor del diafragma es  $N = 5,6$ . Determina:

- La distancia hiperfocal.
- Los valores límites de la profundidad de campo.

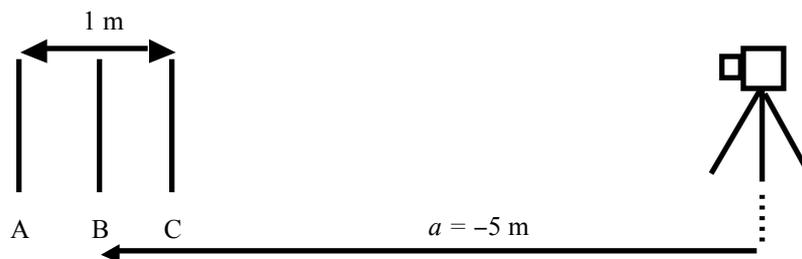
SOLUCIÓN:

$$a) \quad h = \frac{f^2}{N c} = \frac{50^2}{5,6 \cdot 0,03} = 14881 \text{ mm} = 14,9 \text{ m.}$$

$$b) \quad a_1 = \frac{ah}{h+a} = \frac{-5 \cdot 14,9}{14,9-5} = -7,5 \text{ m} \quad ; \quad a_2 = \frac{ah}{h-a} = \frac{-5 \cdot 14,9}{14,9-(-5)} = -3,7 \text{ m.}$$



7. Una cámara réflex de 35 mm dispone de un objetivo zoom cuya focal varía entre 28 mm y 135 mm. Con dicho objetivo se fotografía una escena donde hay tres planos: A (plano más alejado al objetivo), B (plano intermedio, equidistante de A y C), y C (plano más cercano al objetivo). Si la cámara enfoca el plano intermedio B, situado a 5 metros, y la separación entre A y C es de 1 metro. Completa la tabla siguiente justificando los resultados obtenidos.



$f'$ (mm)	$N$	$h$ (m)	$a_1$ (m)	$a_2$ (m)	PC (m)	Planos enfocados
28	2,8					
28	8					
28	22					
50	2,8					
50	8					
50	22					
135	4					
135	8					
135	22					

## SOLUCIÓN:

Tomando  $c = 0,03$  mm y  $a = -5$  m, los límites de la profundidad de campo quedan determinados a partir de:  $a_1 = \frac{ah}{h+a}$  y  $a_2 = \frac{ah}{h-a}$ . La profundidad de campo,  $PC$ , se calcula a partir de  $PC = a_1 - a_2$ . La tabla anterior completada toma la forma siguiente:

$f'$ (mm)	$N$	$h$ (m)	$a_1$ (m)	$a_2$ (m)	$PC$ (m)	Planos enfocados
28	2,8	9,3	-3,3	-10,8	7,5	A, B y C
28	8	3,3	-2,0	-infinito	infinito	A, B y C
28	22	1,2	-1,0	-infinito	infinito	A, B y C
50	2,8	29,8	-4,3	-6,0	1,7	A y B
50	8	10,4	-3,4	-9,6	6,2	A, B y C
50	22	3,8	-2,2	-infinito	infinito	A, B y C
135	4	151,9	-4,8	-5,2	0,3	B
135	8	75,9	-4,7	-5,4	0,7	B
135	22	27,6	-4,2	-6,1	1,9	A y B

8. Explica por qué las cámaras con objetivos fijos de poca apertura ( $N$  grandes) y focales tipo gran angular no necesitan enfocar los objetos.

## SOLUCIÓN:

Se trata de objetivos con una distancia hiperfocal muy corta, lo que significa que pueden enfocar desde objetos cercanos hasta el infinito. Como ejemplo consideremos una cámara con  $f' = 35$  mm y  $N = 22$ .

$$h = \frac{f'^2}{N c} = \frac{35^2}{22 \cdot 0,03} = 1856 \text{ mm} = 1,8 \text{ m}.$$

Esto significa que enfocando a la distancia de 1,8 m en la cámara aparecerán enfocados todos los objetos situados entre 0,9 m ( $h/2$ ) y el infinito.

9. Sea una cámara fotográfica digital full frame con un sensor CMOS de 21 MP efectivos (5472 x 3648 píxeles) equipada con un objetivo fotográfico de focal  $f' = 50$  mm y número de diafragma  $f/11$ . Se enfoca un objeto lejano de manera que el aumento lateral es  $|m| = 0,01$ . Determina:

- El factor de recorte  $FR$  de esta cámara.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El campo angular.
- El tamaño máximo de un píxel.
- La distancia  $a'$  entre el objetivo y el sensor cuando se enfoca el objeto.
- El diámetro de la  $PE$ .
- El diámetro del círculo de confusión o de desenfoque  $c$ .
- El tamaño de la mancha de desenfoque  $c_N$  que produce un objeto situado a 9 metros de distancia cuando el objetivo enfoca un objeto muy lejano.
- Si el objeto anterior se verá enfocado o desenfocado.
- El tamaño de la mancha de Airy.
- La resolución del sensor  $u'_{L,S}$  en pl/mm.
- La resolución del objetivo  $u'_{L,O}$  en pl/mm.
- La resolución  $u'_L$  de la cámara fotográfica. Qué elemento limita la resolución.
- La resolución  $u_L$  en el espacio objeto.
- A partir de qué diafragma la resolución vendrá limitada por el objetivo?

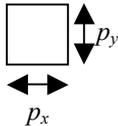
SOLUCIÓN:

a)  $FR = \frac{D_0}{D} = \frac{43,3}{43,3} = 1$ . Las cámaras full frame son las cámaras de referencia por lo que  $FR = 1$ .

b)  $RA = \frac{x}{y} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} = 1,5$ .

c)  $\tan \omega = \frac{D_0}{2f'} = \frac{43,3}{2 \cdot 50} = \frac{43,3}{100}$ ;  $2\omega = 46,5^\circ$ . Se trata de un objetivo normal.

d) Consideremos el píxel de la figura:



$$p_x = \frac{36}{5472} = 0,00658 \frac{\text{mm}}{\text{píxel}} = 6,58 \frac{\text{mm}}{\text{píxel}};$$

$$p_y = \frac{24}{3648} = 0,00658 \frac{\text{mm}}{\text{píxel}} = 6,58 \frac{\text{mm}}{\text{píxel}}.$$

Los valores obtenidos anteriormente presuponen que los píxeles son contiguos. En general existe un "pasillo" entre ellos, lo que significa que los valores encontrados son límites superiores, es decir se puede afirmar que el tamaño del píxel es

$p_x \leq 0,00658 \frac{\text{mm}}{\text{píxel}}$  y  $p_y \leq 0,00658 \frac{\text{mm}}{\text{píxel}}$ . En nuestros cálculos se considerará que los píxeles son contiguos y se tomará:

$$p = p_x = p_y = 6,58 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 6,58 \text{ } \mu\text{m}.$$

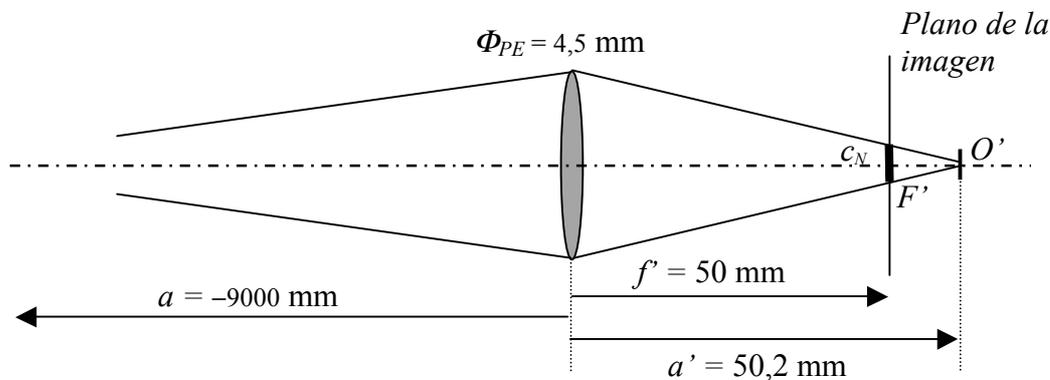
$$\text{e) } |m| = 0,01; \quad m = -0,01; \quad (1 - m) = (1 - (-0,01)) = 1 + 0,01 = 1,01 \approx 1.$$

$$a' = f'(1 - m) \approx f' = 50 \text{ mm}.$$

$$\text{f) } N = \frac{f'}{\Phi_{PE}}; \quad \Phi_{PE} = \frac{f'}{N} = \frac{50}{11} = 4,5 \text{ mm}.$$

$$\text{g) } c = c_0 = 0,03 \text{ mm}.$$

h) Determinemos la posición de la imagen cuando el objeto está situado a 3,6 metros:



$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad a = -9000 \text{ mm}; \quad f' = 50 \text{ mm}; \quad a' = \frac{f' a}{f' + a} = \frac{50(-9000)}{50 - 9000} = 50,2 \text{ mm}.$$

Aplicando semejanza de triángulos en la figura:

$$\frac{\Phi_{PE}}{c_N} = \frac{a'}{a' - f'}; \quad c_N = \Phi_{PE} \frac{a' - f'}{a'} = 4,5 \frac{(50,2 - 50)}{50,2} = 0,018 \text{ mm}.$$

i)  $c_N < c$  lo que significa que el objeto situado a 9 metros del objetivo se verá enfocado.

$$\text{j) } \Phi_{\text{Airy}} = 2,44 \cdot \lambda \cdot N (1 - m) = 2,44 \cdot 550 \cdot 10^{-6} \cdot 11 = 0,015 \text{ mm} = 15 \text{ } \mu\text{m}.$$

$$\text{k) } u'_{L,S} = \frac{1}{2p} = \frac{1}{2 \cdot 6,58 \cdot 10^{-3}} = 76 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

$$\text{l) } u'_{L,O} = \frac{1}{\lambda N (1 - m)} = \frac{1}{\lambda N} = \frac{1}{550 \cdot 10^{-6} \cdot 11} = 165 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

m)  $u'_L = \min\{u'_{L,O}, u'_{L,S}\} = \min\{165, 76\} \frac{\text{pl}}{\text{mm}} = 76 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$ . A la vista del resultado anterior el elemento que limita la resolución es el sensor.

$$n) u_L = |m|u'_L = 0,01(76) = 0,76 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$$

o) El diafragma que marca el corte entre la resolución del objetivo y la resolución del sensor se obtiene cuando se cumple la condición:

$$u'_{L,O} = u'_{L,S} \cdot \quad \frac{1}{\lambda N} = \frac{1}{2p}; \quad N = \frac{2p}{\lambda} = \frac{2,6,58 \cdot 10^{-3}}{550 \cdot 10^{-6}} = 24.$$

La expresión anterior indica que para diafragmas mayores que 24 la resolución vendrá limitada por la difracción del objetivo mientras que para diafragmas menores la resolución vendrá limitada por el sensor.

10. Sea una cámara fotográfica digital con un sensor CMOS de 15,10 MP efectivos (4748 x 3168 píxeles) de tamaño 22,30 x 14,90 mm. La cámara va equipada con un objetivo fotográfico de focal  $f' = 100$  mm y dispara a  $f/22$ . El fotógrafo enfoca un objeto lejano de manera que el aumento lateral es  $|m| = 0,1$ . Determina:

- El factor de multiplicación o de recorte  $FR$  del sensor.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El campo angular.
- El tamaño máximo de un píxel.
- La distancia  $a'$  entre el objetivo y el sensor cuando se enfoca el objeto.
- El diámetro de la  $PE$ .
- El diámetro del círculo de confusión o desenfoque  $c$ .
- El tamaño de la mancha de desenfoque  $c_N$  que produce un objeto situado a 4 m de distancia cuando el objetivo enfoca el objeto anterior.
- Si el objeto anterior se verá enfocado.
- El tamaño de la mancha de Airy.
- La resolución del sensor  $u'_{L,S}$  en pl/mm.
- La resolución del objetivo  $u'_{L,O}$  en pl/mm.
- La resolución  $u'_L$  de la cámara fotográfica. Qué elemento limita la resolución.
- La resolución  $u_L$  en el espacio objeto.
- A partir de qué diafragma la resolución vendrá limitada por el objetivo?

SOLUCIÓN:

$$a) D = \sqrt{22,30^2 + 14,90^2} = 26,8 \text{ mm} \cdot \quad FR = \frac{D_0}{D} = \frac{43,3}{26,8} = 1,6x.$$

$$b) RA = \frac{x}{y} = \frac{22,30}{14,90} = 1,5 = \frac{3}{2}.$$

$$c) \tan \omega_M = \frac{D}{2f'} = \frac{26,8}{2 \cdot 100} = 0,134; \quad 2\omega_M = 15,3^\circ. \quad \text{Se trata de un teleobjetivo.}$$

$$d) p = p_x = p_y = \frac{22,30}{4748} = \frac{14,90}{3168} = 4,70 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 4,70 \mu\text{m}.$$

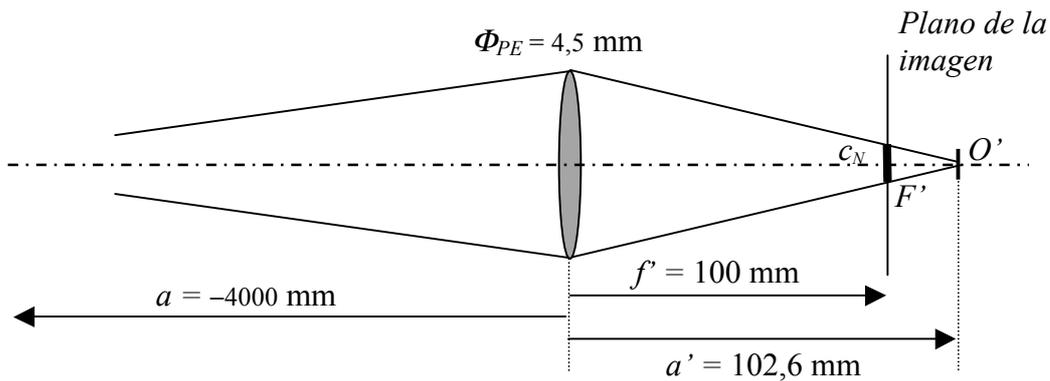
$$e) |m| = 0,1; \quad m = -0,1; \quad (1 - m) = (1 - (-0,1)) = 1 + 0,1 = 1,1.$$

$$a' = f'(1 - m) = 100(1,1) = 110 \text{ mm.}$$

$$\text{f) } N = \frac{f'}{\Phi_{PE}}; \quad \Phi_{PE} = \frac{f'}{N} = \frac{100}{22} = 4,5 \text{ mm.}$$

$$\text{g) } c = \frac{c_0}{FR} = \frac{0,03}{1,6} = 0,019 \text{ mm.}$$

h) Determinemos la posición de la imagen cuando el objeto está situado a 4 metros:



$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}; \quad a = -4000 \text{ mm}; \quad f' = 100 \text{ mm}; \quad a' = \frac{f' a}{f' + a} = \frac{100(-4000)}{100 - 4000} = 102,6 \text{ mm.}$$

Aplicando semejanza de triángulos en la figura:

$$\frac{\Phi_{PE}}{c_N} = \frac{a'}{a' - f'}; \quad c_N = \Phi_{PE} \frac{a' - f'}{a'} = 4,5 \frac{(102,6 - 100)}{102,6} = 0,11 \text{ mm.}$$

i)  $c_N > c$  lo que significa que el objeto situado a 4 metros del objetivo se verá desenfocado.

$$\text{j) } \Phi_{Airy} = 2,44 \cdot \lambda \cdot N(1 - m) = 2,44 \cdot 550 \cdot 10^{-6} \cdot 22(1 - (-0,1)) = 0,032 \text{ mm} = 32 \mu\text{m.}$$

$$\text{k) } u'_{L,S} = \frac{1}{2p} = \frac{1}{2,4,70 \cdot 10^{-3}} = 106 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

$$\text{l) } u'_{L,O} = \frac{1}{\lambda N(1 - m)} = \frac{1}{1,1 \lambda N} = \frac{1}{1,1 \cdot 550 \cdot 10^{-6} \cdot 22} = 75 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

$$\text{m) } u'_L = \min\{u'_{L,O}, u'_{L,S}\} = \min\{75, 106\} \frac{\text{pl}}{\text{mm}} = 75 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

El elemento que limita la resolución es el objetivo.

$$\text{n) } u_L = |m|u'_L = 0,1(75) = 7,5 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

o) El diafragma que marca el corte entre la resolución del objetivo y la resolución del sensor se obtiene cuando se cumple la condición:

$$u'_{L,O} = u'_{L,S} \cdot \frac{1}{\lambda N(1-m)} = \frac{1}{2p}; \quad N = \frac{2p}{\lambda(1-m)} = \frac{2.4,70 \cdot 10^{-3}}{1,1.550 \cdot 10^{-6}} = 15,5.$$

La expresión anterior indica que para diafragmas mayores que 15 la resolución vendrá limitada por la difracción del objetivo mientras que para diafragmas menores la resolución vendrá limitada por el sensor.

11. La cámara fotográfica acoplada al iPhone 6s presenta las características siguientes:

Objetivo:  $f' = 4,15$  mm.

Apertura:  $f/2,2$ .

Sensor: 4032 x 3024 píxeles. 12MP.

Tamaño del píxel: 1,22  $\mu$ m.

Determina:

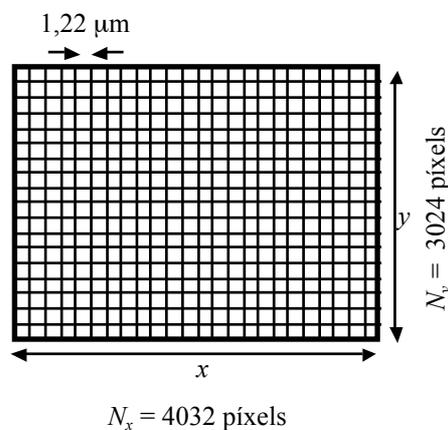
- El diámetro de la  $PE$ .
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El tamaño del sensor.
- El factor de recorte  $FR$  del sensor.
- El campo angular.
- La focal equivalente.
- El diámetro del círculo de tolerancia.
- El diámetro del disco de Airy.
- La resolución de la cámara.

SOLUCIÓN:

a)  $N = \frac{f'}{\Phi_{PE}}; \quad \Phi_{PE} = \frac{f'}{N} = \frac{4,15}{2,2} = 1,9$  mm.

b)  $RA = \frac{x}{y} = \frac{4032}{3024} = 1,33 = \frac{4}{3}$ .

c)



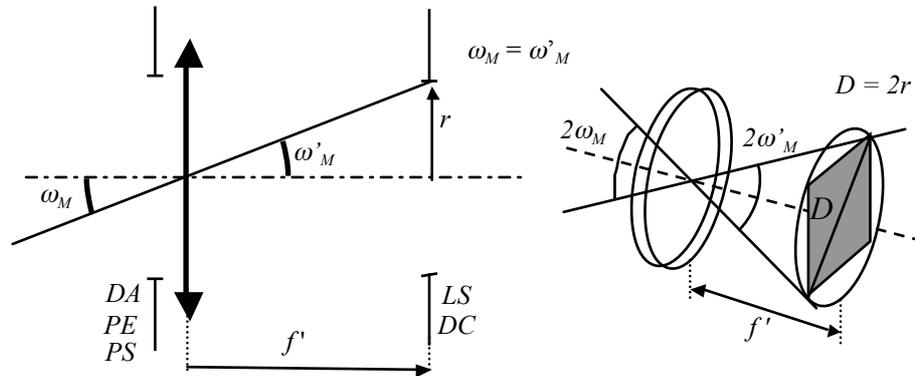
$x = 4032 \cdot 1,22 = 4919 \mu\text{m} = 4,92$  mm.

$y = 3024 \cdot 1,22 = 3689 \mu\text{m} = 3,69$  mm

d) Diagonal del formato  $D$ :  $D = \sqrt{4,92^2 + 3,69^2} = 6,15 \text{ mm}$ .

$$FR = \frac{D_0}{D} = \frac{43,3}{6,15} = 7,0x.$$

e)



$$\tan \omega_M = \tan \omega'_M = \frac{r}{f'} = \frac{D}{2f'};$$

$$\tan \omega_M = \frac{6,15}{2(4,15)} = 0,688; \quad \omega_M = 36,5^\circ; \quad 2\omega_M = 73,0^\circ.$$

Se trata de un objetivo gran angular.

f)  $f'_{eq} = f'FR = 4,15 \cdot 7,0 = 29 \text{ mm}$ .

g)  $c = \frac{c_0}{FR} = \frac{0,03}{7,0} = 0,0043 \text{ mm} = 4,3 \mu\text{m}$ .

h) Se considera un objeto lejano de forma que  $|m| = 0$ ; y  $(1 - m) = 1$ .

$\Phi_{Airy} = 2,44 \lambda N (1 - m)$ . Tomando:  $\lambda = 550 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$  y  $N = 2,2$  se obtiene:

$$\Phi_{Airy} = 2,44 \lambda N = 2,44 (550 \cdot 10^{-6}) 2,2 = 2,95 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 2,95 \mu\text{m}.$$

Comparando los valores de  $p$  y  $\Phi_{Airy}$  se observa que:

$$\frac{\Phi_{Airy}}{p} = \frac{2,95}{1,22} = 2,4. \text{ La relación anterior establece que } \Phi_{Airy} = 2,4p. \text{ Si tenemos en}$$

cuenta que cuando se cumple que  $\Phi_{Airy} < 5p$  la resolución viene limitada por la estructura discreta del sensor, la resolución de la cámara vendrá limitada por el sensor.

i)  $u'_L = \min \{u'_{L,O}, u'_{L,S}\}$ .

$$u'_{L,O} = \frac{1}{\lambda N (1-m)} = \frac{1}{\lambda N} = \frac{1}{550 \cdot 10^{-6} (2,2)} = 826 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$$

$$u'_{L,S} = \frac{1}{2p} \frac{\text{pl}}{\text{mm}} = \frac{1}{2(1,22 \cdot 10^{-3})} \frac{\text{pl}}{\text{mm}} = 410 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$$

$$u'_L = \min \left\{ 826 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}, 410 \frac{\text{pl}}{\text{mm}} \right\} = 410 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$$

De acuerdo con el apartado h) la resolución viene limitada por el sensor.

12. Comparamos la cámara del iPhone 6s con la cámara Nikon D610 cuyas características son las siguientes:



Cámara iPhone 6s



Cámara Nikon D610

Sensor: CMOS. Full frame. 6016 x 4016 píxeles. 24 MP.

Se acopla a este cuerpo de cámara un objetivo que cubre el mismo campo que el anterior  $2\omega_M = 73,0^\circ$  y de la misma apertura  $f/2,2$ . Determina:

- La focal  $f'$  del objetivo.
- El diámetro de la PE.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El diámetro del círculo de tolerancia.
- El tamaño del píxel.
- El diámetro del círculo de Airy.
- La resolución de la cámara.

SOLUCIÓN:

a) Se trata de un objetivo gran angular. Su focal vendrá dada por:

$$\tan \omega_M = \tan \omega'_M = \frac{r}{f'} = \frac{D}{2f'}; \quad f' = \frac{D}{2 \tan \omega_M} = \frac{43,3}{2(\tan 36,5^\circ)} = 29,2 \approx 29 \text{ mm}.$$

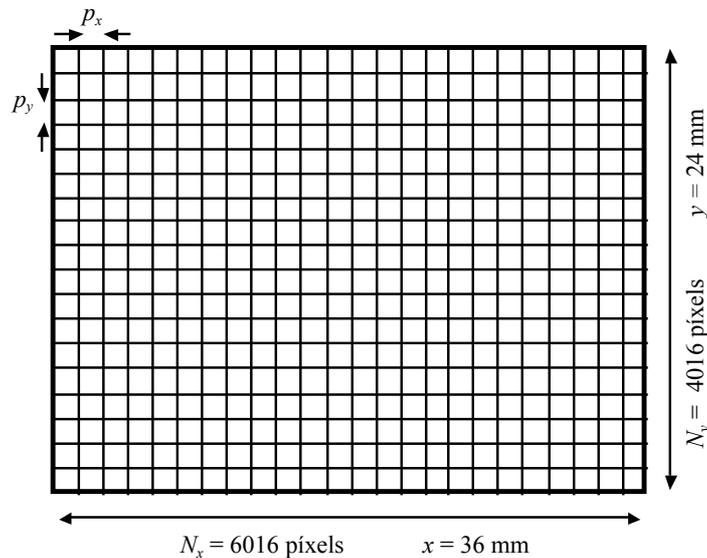
Valor que coincide con la  $f'$  calculada en el ejercicio anterior.

$$b) N = \frac{f'}{\Phi_{PE}}; \quad \Phi_{PE} = \frac{f'}{N} = \frac{29}{2,2} = 13,2 \text{ mm.}$$

$$c) RA = \frac{x}{y} = \frac{36}{24} = 1,5 = \frac{3}{2}.$$

$$d) c = \frac{c_0}{FR} = \frac{0,03}{1,0} = 0,03 \text{ mm.}$$

$$e) p_x = \frac{36 \text{ mm}}{6016 \text{ píxeles}} = 5,98 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{píxel}}. \quad p_y = \frac{24 \text{ mm}}{4016 \text{ píxeles}} = 5,98 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{píxel}}.$$



La forma del píxel es cuadrada. Tomaremos  $p = 5,98 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 5,98 \text{ } \mu\text{m}$ .

f) Se considera un objeto lejano de forma que  $|m| = 0$ ; y  $(1 - m) = 1$ .

$\Phi_{Airy} = 2,44 \lambda N (1 - m) = 2,44 \lambda N$ . Tomando  $\lambda = 550 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$  y  $N = 2,2$  se obtiene:

$$\Phi_{Airy} = 2,44 (550 \cdot 10^{-6}) 2,2 = 2,95 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 2,95 \text{ } \mu\text{m}.$$

Comparando los valores de  $p$  y  $\Phi_{Airy}$  se observa que:

$\frac{\Phi_{Airy}}{p} = \frac{2,95}{5,98} = 0,49$ . Por ser  $\Phi_{Airy} < 5p$  la resolución vendrá limitada por el sensor de la cámara.

$$h) u'_L = \min \{u'_{L,O}, u'_{L,S}\}.$$

$$u'_{L,O} = \frac{1}{\lambda N (1 - m)} = \frac{1}{\lambda N} = \frac{1}{550 \cdot 10^{-6} \cdot 2,2} = 826 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

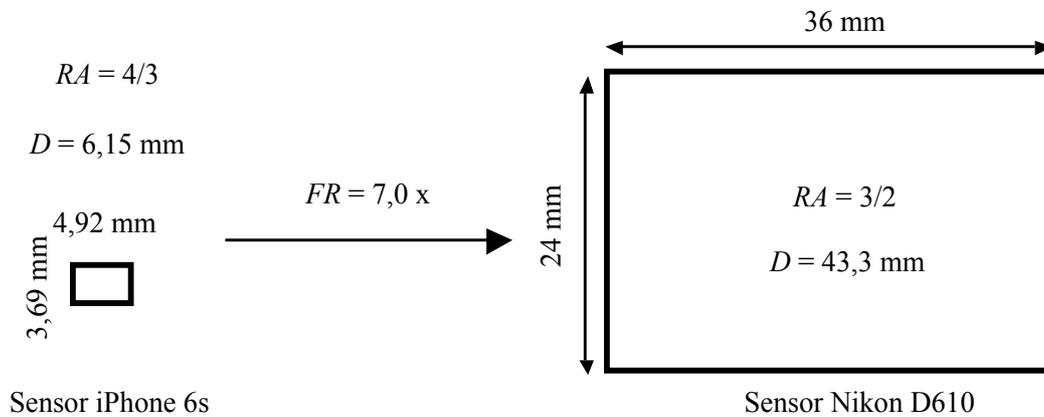
$$u'_{L,S} = \frac{1}{2p} \frac{pl}{\text{mm}} = \frac{1}{2(5,98 \cdot 10^{-3})} \frac{pl}{\text{mm}} = 84 \frac{pl}{\text{mm}}$$

$$u'_L = \min \left\{ 826 \frac{pl}{\text{mm}}, 84 \frac{pl}{\text{mm}} \right\} = 84 \frac{pl}{\text{mm}}$$

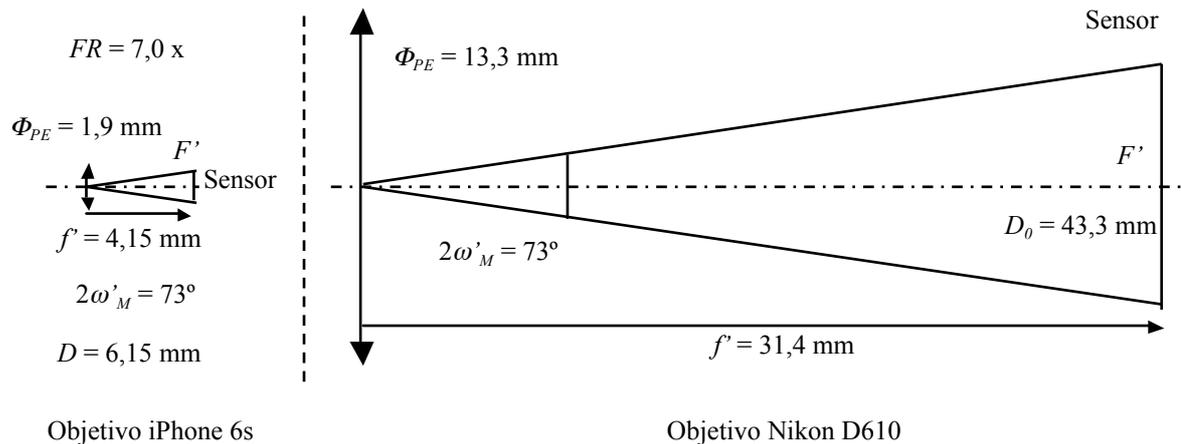
Tal como se especifica en el apartado f) la resolución del sistema vendrá limitado por el sensor de la cámara.

Las figuras que se muestran a continuación comparan la cámara iPhone 6s y la cámara Nikon D610 en cuanto a formatos, focales y resolución.

Formatos:

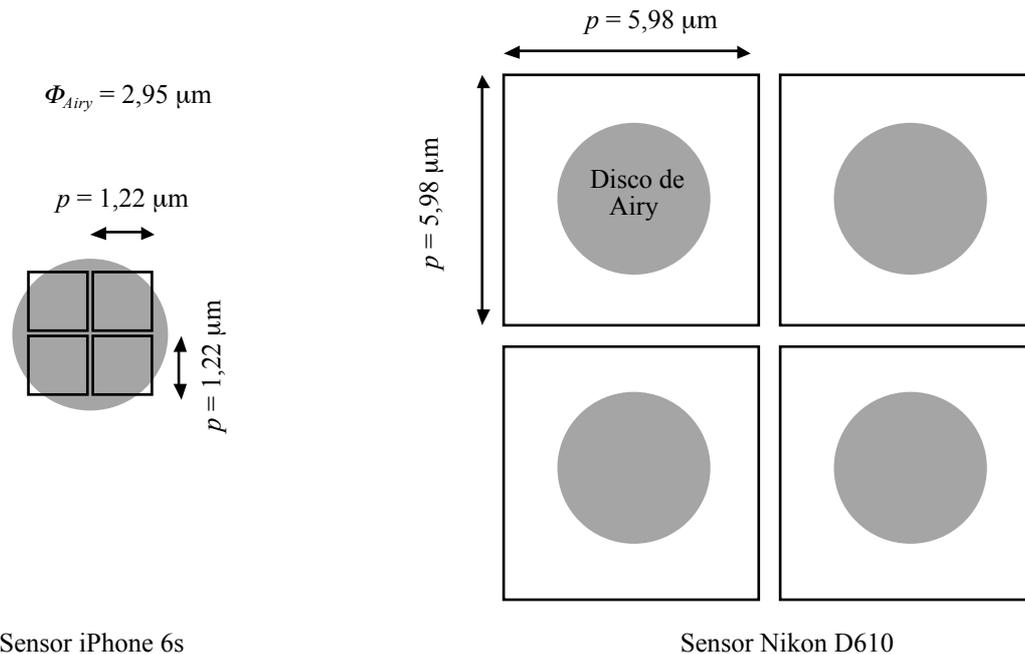


Focales ( $2\omega_M = 73^\circ$ ):



En la figura anterior las aperturas y las focales están aproximadamente escala. El campo angular y el tamaño del sensor no lo están debido a la imposibilidad física de que cupieran en el dibujo.

Resolución:



Sensor iPhone 6s

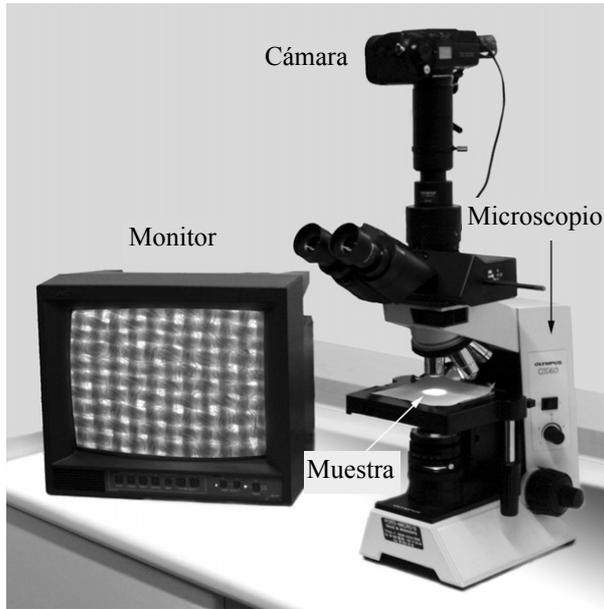
Sensor Nikon D610

A la vista de los resultados obtenidos en el apartado de la resolución parece que la cámara del iPhone permite mostrar mucho más detalle que la cámara Nikon D610,  $410 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$  frente a  $84 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}$ , lo que puede inducir a pensar que la cámara iPhone 6s es de mayor calidad que la cámara Nikon D610, siendo esta última mucho más cara que la cámara telefónica. Nada más lejos de la realidad. Los resultados anteriores expresan la posibilidad de registrar una frecuencia más alta con la cámara del iPhone ( $410 \text{ pl/mm}$ ) frente a  $84 \text{ pl/mm}$  en el caso de la cámara Nikon D610. Otros factores muy importantes a considerar en este caso son el contraste y el ruido de la imagen. Medidas efectuadas al respecto arrojan un resultado muy favorable a la cámara Nikon D610.

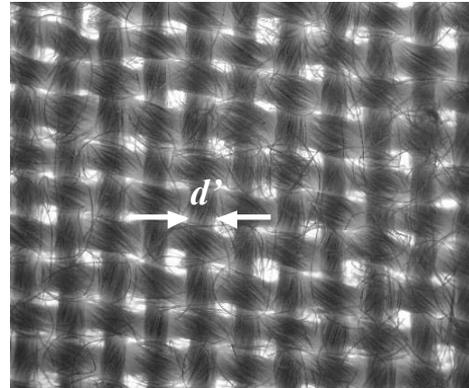
A modo de resumen, cuando el tamaño de los píxeles, así como el diámetro de la pupila de entrada difieren considerablemente (aproximadamente en un factor 4,9 en tamaño de píxeles y 7,0 en el tamaño de pupila para un mismo valor de diafragma) la comparación de las medidas de resolución no permite conjeturar la calidad de una cámara fotográfica.

Finalmente, el parámetro más robusto a la hora de considerar la calidad de un sistema fotográfico, aparte de la calidad del objetivo, es el tamaño del sensor y de los píxeles que lo configuran. Teniendo esto en cuenta el sensor de la cámara Nikon D610 es de mucha mayor calidad que el de la cámara iPhone 6s.

13. La figura (a) muestra el dispositivo experimental para la captación, aumentada, de una imagen textil. La figura (b) corresponde a la imagen anterior.



(a)



(b)

Los datos del dispositivo son:

Cámara:

Olympus Camedia C-3030 Zoom.

Tamaño del sensor: 7,144 x 5,358 mm.

Número de píxeles: 2048 x 1536 píxeles.

Se sabe que el tamaño de la muestra capturada en el espacio objeto es de 3,4 x 2,6 mm.

Se mide con un programa de procesado el grosor de un hilo  $d'$  en píxeles y su valor es  $d' = 58$  píxeles.

Determina:

- La diagonal  $D$  del sensor.
- El factor de recorte  $FR$  de la cámara.
- La relación de aspecto  $RA$  de la imagen.
- El tamaño máximo de un píxel.
- La resolución del sensor  $u'_{L,S}$  en pl/mm.
- El aumento  $m$  que produce el sistema formado por la cámara acoplada al microscopio.
- El grosor del hilo  $d'$  expresado en mm.
- El grosor del hilo en el tejido o el grosor del hilo en el espacio objeto expresado en mm.

Microscopio:

Olympus CX 40.

SOLUCIÓN:

$$a) D = \sqrt{7,144^2 + 5,358^2} = 8,93 \text{ mm.}$$

$$b) FR = \frac{D_0}{D} = \frac{43,3}{8,93} = 4,8.$$

$$c) RA = \frac{x}{y} = \frac{7,144}{5,358} = \frac{4}{3} = 1,33.$$

$$d) p = \frac{7,144}{2048} = \frac{5,358}{1536} = 3,49 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 3,49 \text{ } \mu\text{m}$$

$$e) u'_{L,s} = \frac{1}{2p} = \frac{1}{2(3,49 \cdot 10^{-3})} = 143 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

f) El campo objeto de 3,4 x 2,6 mm ocupa todo el sensor, es decir 7,144 x 5,358 mm.

$$|m| = \frac{7,144}{3,4} = \frac{5,358}{2,6} = 2,1.$$

$$g) d' = 58 \text{ píxeles} \frac{7,144 \text{ mm}}{2048 \text{ píxeles}} = 0,20 \text{ mm}.$$

$$h) |m| = \frac{d'}{d}; \quad d = \frac{d'}{|m|} = \frac{0,20}{2,1} = 0,096 \approx 0,10 \text{ mm}.$$

14. Considera una cámara fotográfica de las siguientes características:

Sensor: Full frame; Número de píxeles: 6048 x 4032.

Objetivo:  $f' = 120 \text{ mm}$ ;  $f/2$ .

Determina:

a) La resolución de la cámara ( $y'_{min}$  y  $u'_L$ ) a la distancia de 120 metros.

b) El tamaño mínimo de la letra de un cartel, situado a 120 metros de distancia de la cámara, para que pueda ser resuelta por esta cámara.

c) El tamaño mínimo de la letra del mismo cartel, situado a la misma distancia, para que pueda ser resuelta por el ojo.

SOLUCIÓN:

a) Consideremos en primer lugar la posición de la imagen y el aumento lineal de la cámara.

$a' = f'(1 - m)$ . Debido a que el objeto está muy lejos de la cámara aproximamos  $m \approx 0$ .

De este modo:

$$a' = f' = 120 \text{ mm}.$$

El valor del aumento, que tal como se ha dicho en el apartado anterior, es muy pequeño debe considerarse:

$$m = \frac{a'}{a} = \frac{f'}{a} = \frac{-120}{120000} = -0,001.$$

Resolución del objetivo:

$$y'_{L,O} = \lambda N(1-m) = \lambda N = 550 \cdot 10^{-6} \cdot 2 = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 1,1 \mu\text{m}.$$

Resolución del sensor:

Tamaño máximo de un píxel:

$$p = \frac{36}{6048} = \frac{24}{4032} = 5,95 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 5,95 \mu\text{m}.$$

$$y'_{L,S} = 2p = 2 \cdot 5,95 \cdot 10^{-3} = 11,9 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 11,9 \mu\text{m}$$

$$y'_{min} = \max\{y'_{L,O}; y'_{L,S}\} = \max\{1,1; 11,9\} \mu\text{m} = 11,9 \mu\text{m}.$$

$$u'_L = \min\{u'_{L,O}, u_{L,S}\} = \min\left\{\frac{1}{\lambda N(1-m)}, \frac{1}{2p}\right\} = \min\left\{\frac{1}{1,1 \cdot 10^{-3}}, \frac{1}{11,9 \cdot 10^{-3}}\right\}.$$

$$u'_L = \frac{1}{11,9 \cdot 10^{-3}} = 84 \frac{\text{pl}}{\text{mm}}.$$

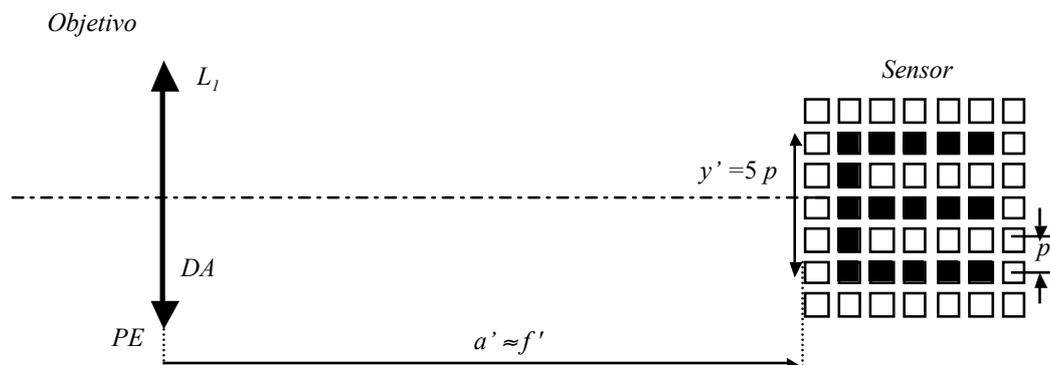
La resolución vendrá limitada por el sensor.

b) Consideremos como objeto la E de Snellen. A la máxima resolución la letra se acoplará a los píxeles del sensor según se muestra en la figura.

El tamaño de la letra vendrá dado por:

$$y' = 5p = 5 \cdot 5,95 \cdot 10^{-3} = 29,75 \cdot 10^{-3} = 0,0297 \text{ mm}.$$

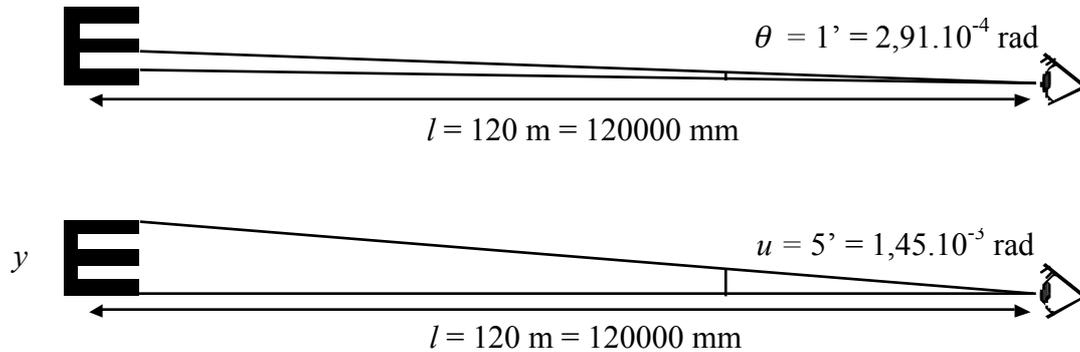
Es decir el tamaño de la letra en el espacio imagen será de 0,0297 mm x 0,0297 mm.



El tamaño mínimo  $y$  de la letra en el espacio objeto será:

$$y = \frac{y'}{m} = \frac{29,7 \cdot 10^{-3}}{1,00 \cdot 10^{-3}} = 29,7 \approx 30 \text{ mm.}$$

b) Si en vez de considerar una cámara fotográfica se considera el ojo humano debemos tener en cuenta que su resolución es  $\theta = 1'$ . De este modo la letra debe abarcar un ángulo de  $u = 5'$ .



El tamaño mínimo  $y$  de la letra para poder resolverla (leerla) a la distancia de 100 metros será:

$$y = l \tan u = lu = 120000(1,45 \cdot 10^{-3}) = 174,6 \text{ mm} \approx 175 \text{ mm. ;}$$

A modo de conclusión:

El tamaño mínimo de la letra, para ser leída a simple vista a la distancia de 120 metros, ha de ser de 175 x 175 mm.

El tamaño mínimo de la letra para ser resuelta, a la misma distancia con la cámara anterior, debe ser de 30 x 30 mm.

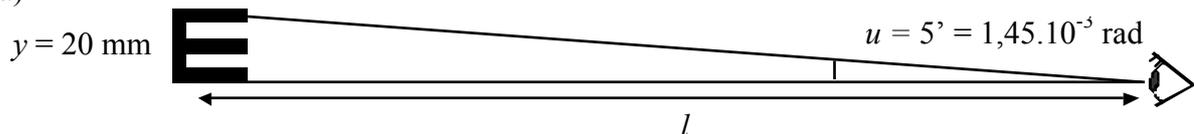
15. Las letras de la cabecera de un periódico tienen un tamaño de 20x20 mm. Determina la distancia mínima  $l$  para que:

a) Puedan ser resueltas por un observador a ojo desnudo.

b) Puedan ser resueltas por la cámara fotográfica anterior.

SOLUCIÓN:

a)



$$y = lu; \quad l = \frac{y}{u} = \frac{20}{1,45 \cdot 10^{-3}} = 13793 \text{ mm} = 13,8 \text{ m.}$$

b) La imagen debe ocupar, al igual que el caso anterior un conjunto de 5x5 píxeles. El tamaño de la imagen en la dirección vertical debe ser:

$$y' = 5p = 5.5,95 \cdot 10^{-3} = 29,7 \cdot 10^{-3} = 0,0297 \text{ mm.}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}; \quad \frac{0,0297}{20} = \frac{120}{a}; \quad a = \frac{20 \cdot 120}{0,0297} = 80808 \text{ mm} \approx 81 \text{ m.}$$

---