FÍSICA

APRÈN UPC

Problemes

Problemas de óptica geométrica e instrumental

Unidad 7: 7.1. Espejo esférico

Jaume Escofet Soteras

Assignatura: Òptica geomètrica

Titulació: Grau en Òptica I Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

21/06/2022

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

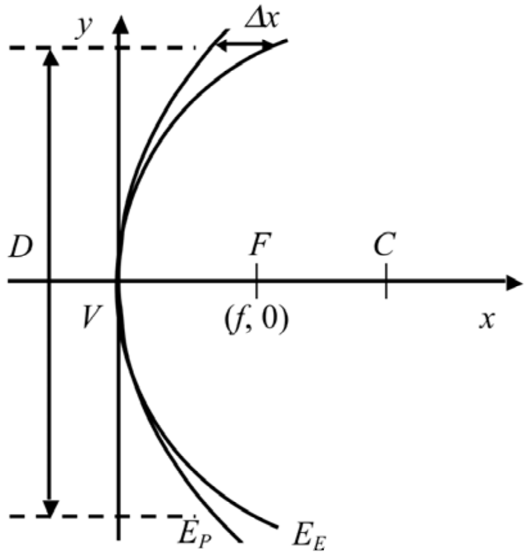
PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

Unidad 7:
7.1 Espejo esférico

Jaume Escofet

UNIDAD 7. PROBLEMAS DE ESPEJO ESFÉRICO

1. Se desea comparar la sección de un espejo parabólico, E_P, cuya ecuación es $y = ax^2$, con la de un espejo esférico, E_E, que posea la misma distancia focal.



Determina:
a) La distancia focal de la sección del espejo parabólico.
b) La ecuación de la sección del espejo esférico que posee la misma focal que el espejo parabólico.
c) La desviación Δx entre la sección de la superficie parabólica y la sección de la superficie esférica a la altura y.

R/ a) $f = a/4$, b) $(x - R)^2 + y^2 = R^2$, $f = \dfrac{R}{2}$; c) $\Delta x = \dfrac{y^4}{8R^3} - \dfrac{y^6}{16R^5} \ldots = \dfrac{y^4}{64f^3} - \dfrac{y^6}{512f^5} \ldots$

---

2. El telescopio de Monte Palomar tiene un objetivo en forma de espejo parabólico de $D = 5$ metros de apertura y 16,5 metros de focal. Dicho espejo se formó a partir del pulido de un espejo esférico de la misma focal. Determina la cantidad de material que debe eliminarse en la periferia del objetivo para obtener la curvatura correspondiente al espejo parabólico en este punto.

R/ $\Delta x = 135$ μm.

---

3. Un objeto de 10 mm de altura se encuentra situado 15 mm en frente de un espejo cóncavo de 40 mm de radio. Determina:
a) La posición de la imagen.
b) El carácter de la imagen (real o virtual).
b) El tamaño de la imagen.

R/ a) $s' =$ 60 mm; b) virtual; c) $y' = +40$ mm.

---

4. Un espejo esférico forma una imagen real de un objeto real situado a 2000 mm del vértice del espejo. Si al distancia entre la espejo y la imagen es de 500 mm. Determina:
a) El radio de curvatura del espejo.
b) El tipo de espejo (cóncavo/convexo)
c) La focal del espejo.
d) El aumento de la imagen.

R/ a) $R = -80$ mm; b) cóncavo; c) $f = -400$ mm; d) $m = -1/4$.

---

5. ¿A qué distancia de un espejo cóncavo de 100 mm de radio debe situarse un objeto real para que su imagen sea real y cuatro veces mayor que el tamaño del objeto?

R/ $s = -62{,}5$ mm.

---

6. Un espejo cóncavo de 600 mm de radio forma, de un objeto real, una imagen real cuyo tamaño es el doble que el del objeto. Determina:
a) La posición del objeto
b) La posición de la imagen

R/ a) $s = -450$ mm; $s' = -900$ mm.

---

7. Sea un espejo esférico. Determina la posición de la imagen así como el aumento en el caso de un objeto situado en las posiciones siguientes:
a) $s = 0$; b) $s = \frac{f}{2}$; c) $s = f$; d) $s = \frac{3f}{2}$; e) $s = 2f$; f) $s = \frac{5f}{3}$; g) $s = 3f$.

R/ a) $s' = 0$, $m = +1$; b) $s' = -f$, $m = +2$; c) $s' = \pm\infty$, $m = \pm\infty$; d) $s' = 3f$, $m = -2$;

e) $s' = 2f$, $m = -1$; f) $s' = \frac{5f}{3}$, $m = -\frac{2}{3}$; g) $s' = \frac{3f}{2}$, $m = -\frac{1}{2}$;

---

8. Sea un espejo esférico. Determina la posición de la imagen así como el aumento en el caso de un objeto situado en las posiciones siguientes:
a) $s = -\frac{f}{2}$; b) $s = -f$; c) $s = -\frac{3f}{2}$; d) $s = -2f$; e) $s = -\frac{5f}{3}$; f) $s = -3f$.

R/ a) $s' = \frac{f}{3}, m = +\frac{2}{3}$; b) $s' = \frac{f}{2}$, $m = +\frac{1}{2}$; c) $s' = \frac{3}{5}f$, $m = +\frac{2}{5}$; d) $s' = \frac{2}{3}f$, $m = +\frac{1}{3}$;

e) $s' = \frac{3}{4}f, m = +\frac{1}{4}$;

---

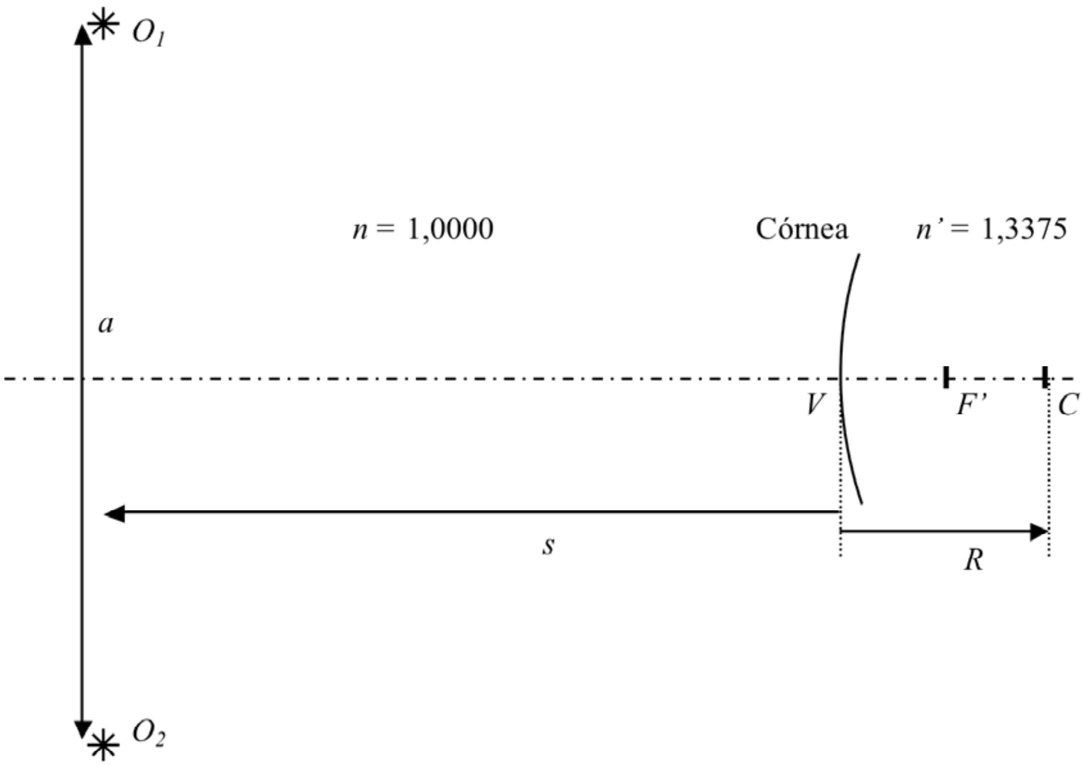
9. Un espejo cóncavo *E* forma una imagen O'_1 de un objeto *O* de forma que su aumento lateral es $m = -2$. Se desplaza el objeto anterior, sin modificar la posición de *E*, y se obtiene una nueva imagen O'_2 cuyo aumento es $m = -3$. Si el desplazamiento entre las imágenes O'_1 y O'_2 es $\Delta' = O'_1O'_2 = -750$ mm. Determina:
a) El desplazamiento del objeto, $\Delta = O_1O_2$, entre la primera y segunda posición.
b) La distancia focal del espejo.
c) El radio del espejo.

R/ a) 125 mm; $f' = -750$ mm; $R = -1500$ mm

---

10. El queratómetro és el aparato que utilizan los optometristas para medir el radio de curvatura de la córnea y, de este modo, determinar su potencia. Las medidas pueden realizarse en el plano meridiano y en el paralelo. Si el paciente presenta diferentes radios de curvatura en los planos anteriores se dice que está afectado de astigmatismo.

El funcionamiento del queratómetro se basa en la formación de la imagen reflejada de dos miras, O_1 y O_2, centadas con el eje y separadas un distancia *a* según se muestra en la figura.



a) Determina la posición de las imágenes reflejadas (Método gráfico).
b) Sea $b = |O'_1O'_2|$ la distancia entre las dos imágenes reflejadas. Demuestra que el radio de curvatura de la córnea viene expresada por: $R = 2f = 2\dfrac{b|s|}{a-b} = \dfrac{2|s|m}{1-m}$.

c) Determina el radio de curvatura en el plano meridiano si el aumento entre las imágenes es m = 0,043 y $|s|$ = 90 mm.
d) Determina la potencia de la córnea en el plano anterior.

R/ c) R = 8,1 mm; d) P' = 42 D.

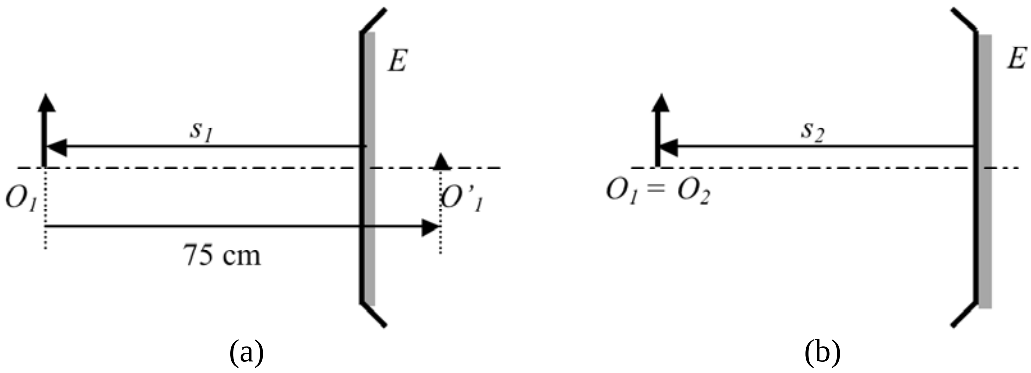
---

11. Sea un objeto situado 90 mm por delante de la córnea. Un queratómetro mide que el aumento producido en la imagen reflejada por la córnea es de 0,046. Determina el radio de curvatura de la cornea.

R/ 8,7 mm.

---

12. Un espejo convexo forma de un objeto real (Figura (a)) una imagen virtual, cuyo aumento es m = 0,25. La separación entre objeto e imagen es $O_1O'_1$ = 750 mm. Determina:
a) La distancia del espejo al objeto.
b) La distancia del espejo a la imagen.
c) El radio del espejo.
d) La distancia focal del espejo.
Se substituye el espejo anterior por otro de cóncavo, de la misma curvatura que el anterior, y situado en la misma posición (Figura (b)). Si el objeto se mantiene en la misma posición. Determina:
e) La posición de la nueva imagen.
f) El aumento en este caso.



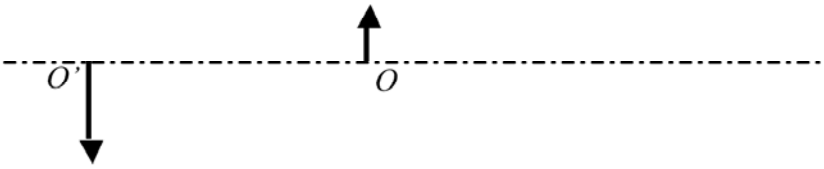
(a) (b)

R/ a) $EO_1 = s_1$ = –600 mm; b) $EO'_1 = s'_1$ = 150 mm c) R_1 = 400 mm; d) f_1= 200 mm;

e) $EO'_2 = s'_2$ = –300 mm; d) m_2 = –0,5.

---

13. Un espejo esférico forma del objeto *O* la imagen *O'* según se muestra en la figura. Determina gráficamente: El centro, los puntos focales y el vértice de dicho espejo. ¿Se trata de un espejo cóncavo o convexo?



14. Un espejo esférico forma del objeto *O* la imagen *O'* según se muestra en la figura. Determina gráficamente: El centro, los puntos focales y el vértice de dicho espejo. ¿Se trata de un espejo cóncavo o convexo?

15. La figura (a) muestra la pintura de Jan Van Eyck *John Arnolfini y su esposa* de la Galería Nacional de Londres. La figura (b) muestra, ampliada, la imagen del espejo que está situado en el fondo de la sala.
a) Realiza un esquema que justifique la formación de la imagen por parte de ese espejo.
b) De qué tipo de espejo se trata?

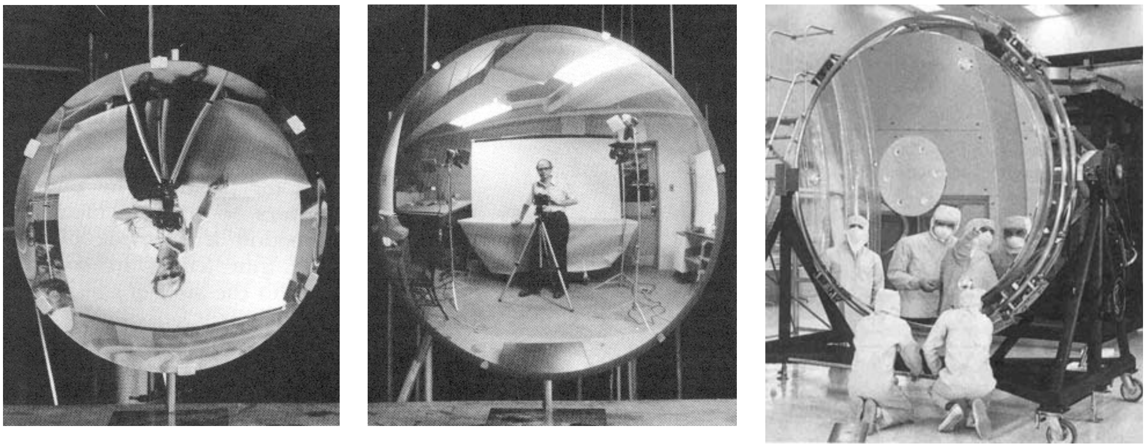

(a)


(b)

16. En la fotografia de la figura muestra la imagen formada por tres espejos esféricos diferentes de tres objetos reales.

a) Realiza un esquema que justifique la formación de la imagen por parte de cada espejo.

b) De qué tipos de espejos se trata?



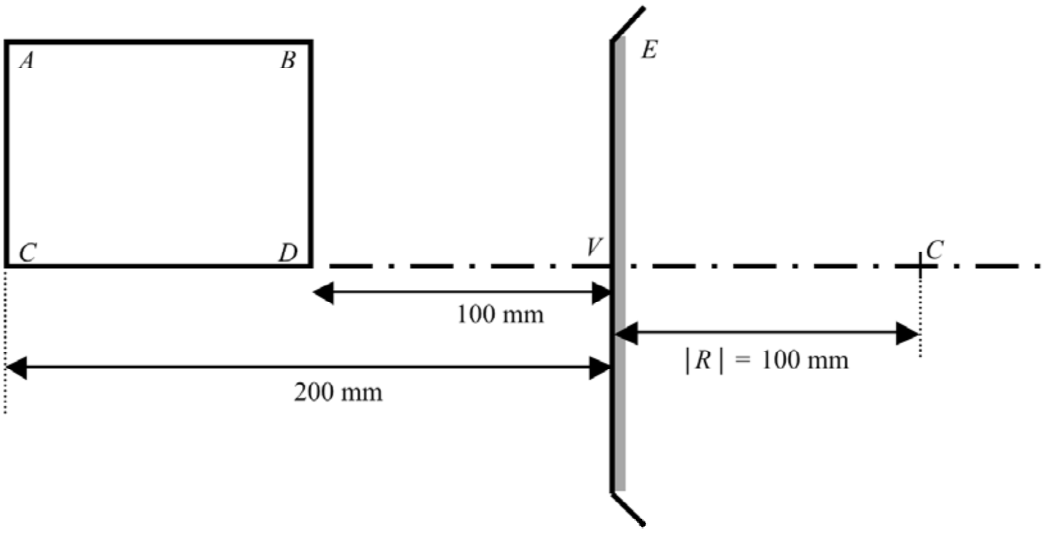
(a) (b) (c)

17. Sea un espejo esférico, convexo, de radio $|R|$=100 mm. Un objeto de forma cuadrada *ABCD*, de 100 mm de lado, se situa delante del espejo según se muestra en la figura.

Determina:

a) La posición de la imagen de los 4 puntos *ABCD*.

b) La forma de la imagen.



R/ a) $s'_{C'}$ = 40 mm, $s'_{D'}$ = 33,3 mm, $C'A'$ = 20 mm, $D'B'$ = 33,3 mm; b) Trapezoidal.

Comentarios generales a los problemas de la unidad 7

Antes de afrontar cualquier problema numérico debe tenerse en cuenta lo siguiente:

1. Las fórmulas obtenidas obedecen a un determinado criterio de signos. Debe utilizarse este criterio de signos. En caso contrario el resultado obtenido será erróneo.

1.1 La luz viaja de de izquierda a derecha.

1.2 Un valor negativo en la posición de un elemento significa que dicho elemento está situado a la izquierda del espejo mientras que un valor positivo significa que se encuentra situado a la derecha del espejo.

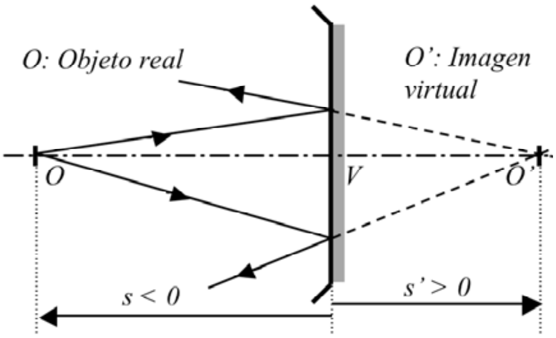
1.3 Cuando el **objeto es real** significa que está situado a la izquierda del espejo y por tanto su distancia es negativa.

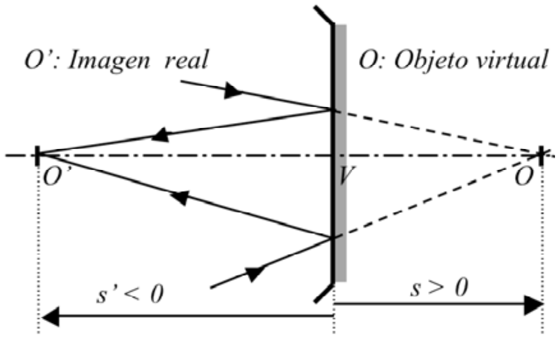
1.4 Cuando el **objeto es virtual** significa que está situado a la derecha del espejo y por tanto su distancia es positiva.

1.5 Cuando la **imagen es real** significa que está situada a la izquierda del espejo y por tanto su distancia es negativa.

1.6 Cuando la **imagen es virtual** significa que está situada a la derecha del espejo y por tanto su distancia es positiva.

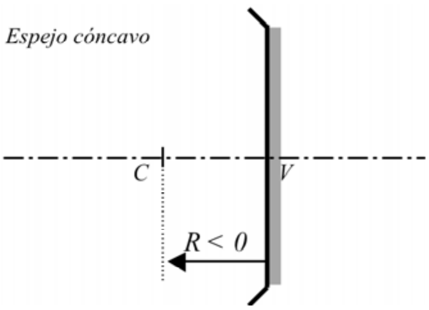
En las imágenes siguientes se muestran algunos casos.

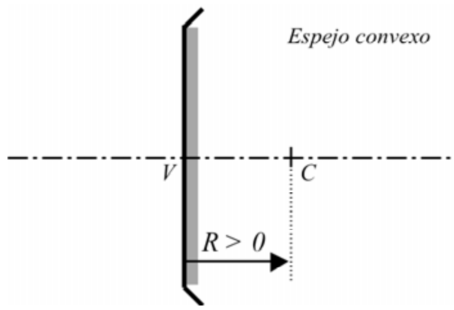




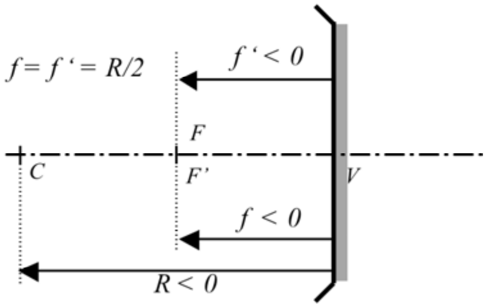
1.7 Si el espejo es cóncavo significa que el valor del radio es negativo.

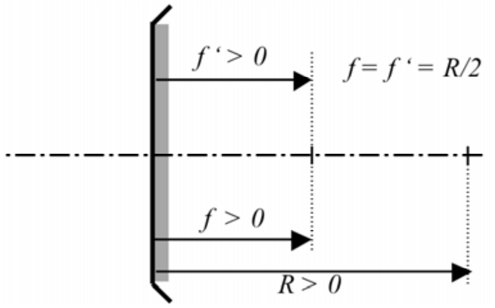
1.8 Si el espejo es convexo el valor del radio es positivo.





1.9 Los focos deben situarse adecuadamente de acuerdo con sus signos.



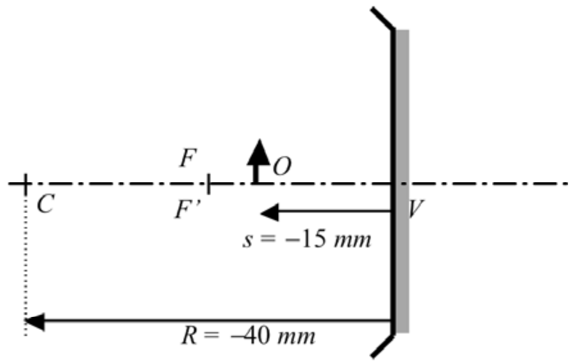


Comentarios a los problemas de la unidad 7

1. a) Debe escribirse la ecuación de la parábola en función de la distancia focal. Consúltese un libro de geometría elemental.
b) Debe escribirse la ecuación de la circunferencia cuyo centro está desplazado del origen de coordenadas. Consúltese un libro de geometría elemental.
c) Se despeja la coordenada x de las ecuaciones encontradas en los apartados a) y b). Cuando se despeja x en el caso de la ecuación de la circunferencia debe considerarse el desarrollo de Taylor siguiente: $(1-a)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{8} - \frac{a^3}{16} + ...$

2. La solución se obtiene de manera directa a partir de la ecuación obtenida en el apartado c) del ejercicio anterior.

3. Debe hacerse un esquema como el de la figura teniendo en cuenta el criterio de signos.



Al ser el espejo cóncavo el valor del radio será: R = –40 mm y por ser el objeto real s = –15 mm. Se aplican las fórmulas de formación de la imagen y del aumento y se obtiene el resultado requerido.

4. Por ser el objeto real s = –2000 mm. Por ser la imagen real s' = –500 mm. Se aplican las fórmulas de formación de la imagen y del aumento y se obtiene el resultado requerido.

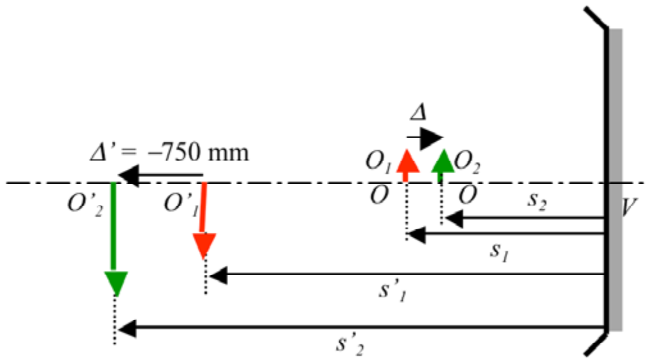
5. Por ser el espejo cóncavo R = –100 mm. 4 veces mayor significa que el aumento es m = –4 ya que en el espejo cóncavo la imagen real siempre es invertida.

6. Por ser el espejo cóncavo R = –600 mm. m = –2 ya que en el espejo cóncavo la imagen real siempre es invertida.

7. Debe tomarse la ecuación $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}$ y despejar *s'*. Substituyendo los diferentes valores de *s* y operando se obtendrán las diferentes posiciones de las imágenes. El aumento lateral *m* se obtiene de forma directa una vez conocidos los valores *s* y *s'* en cada caso.

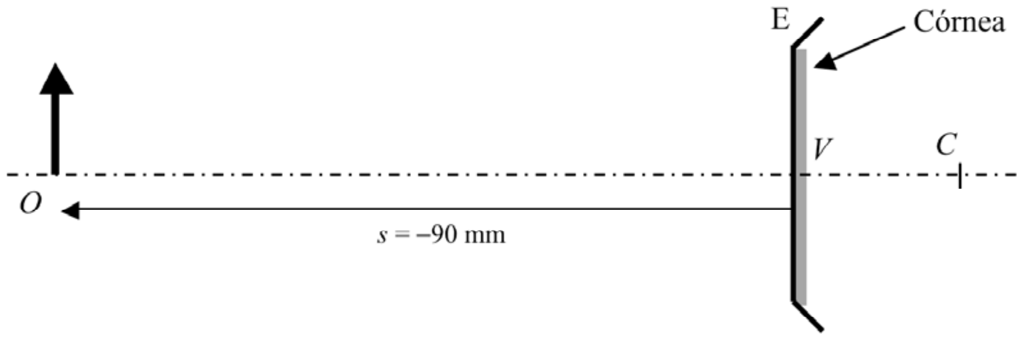
8. Se procede del mismo modo que en el ejercicio anterior.

9. El esquema es el siguiente:



10. a) Partiendo del esquema de la figura se determina mediante trazado gráfico de rayos la posición de las imágenes de los puntos O_1 y O_2.
b) Debe realizarse un esquema que permita obtener una relación de semejanza de triángulos.
c) De obtención inmediata a partir de la fórmula obtenida en el apartado anterior.
d) Una vez conocido el radio de curvatura se considera la córnea como un **dioptrio estérico**. Aplicando la fórmula de la potencia de un dioptrio se obtiene la potencia de la córnea.

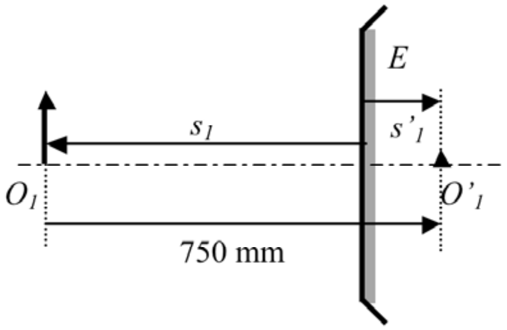
11. El esquema es el siguiente:



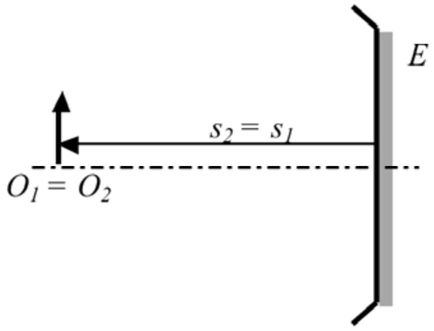
Se considera que la córnea actúa como un espejo esférico convexo.

12. Considérese el esquema siguiente donde $-s_1 + s'_1 = 750$.

Aplicando las fórmulas de la formación de imagen y del aumento se obtienen los resultados requeridos.



(a)



(b)

13. Ejercicio de resolución gráfica. Debe encontrarse en primer lugar la posición del vértice *V* del espejo. Para ello debe tenerse en cuenta la trayectoria simétrica del rayo que pasa por *V*. Téngase en cuenta la relación de conjugación entre *O* y *O'* lo que significa que un rayo que incide en el espejo pasando por el extremo de *O* a la salida pasará por el extremo de *O'*. Una vez determinada la posición del espejo es inmediato determinar la posición del centro *C* del espejo. Para ello se traza la recta que une los extremos de *O* y *O'*. Su intersección con el eje óptico determinará *C*. La posición del foco se obtiene a partir de un rayo incidente paralelo al eje que pase por *O*.

14. De idéntica realización a la descrita en el ejercicio anterior.

15. Debe tenerse en cuenta que el esquema que justifique la imagen formada por el espejo debe cumplir las condiciones siguientes:
1. el objeto es real (situado a la izquierda del espejo)
2. El objeto está alejado del espejo ($|s| >> |f|$).
3. La imagen es menor que el objeto.
4. La imagen es derecha.

16. Debe tenerse en cuenta que el esquema que justifique la imagen formada pora cada uno de los espejos debe cumplir las condiciones siguientes:
Espejo (a):
1. el objeto es real (situado a la izquierda del espejo)
2. El objeto está alejado del espejo ($|s| >> |f|$).
3. La imagen es menor que el objeto.
4. La imagen es invertida.

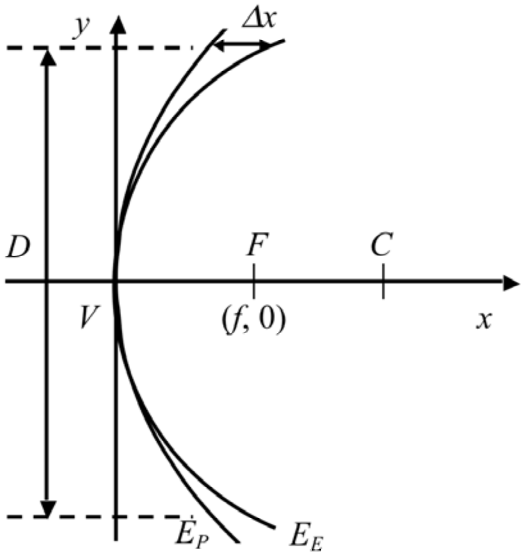
Espejo (b):
1. el objeto es real (situado a la izquierda del espejo)
2. El objeto está alejado del espejo ($|s| >> |f|$).
3. La imagen es menor que el objeto.
4. La imagen es derecha.

Espejo (c):
1. el objeto es real (situado a la izquierda del espejo)
2. El objeto está muy cerca del espejo ($|s| < |f|$).
3. La imagen es mayor que el objeto.
4. La imagen es derecha.

17. Debe determinarse la posición de los puntos *C* y *D* a partir de la ecuación de formación de imágenes. La posición de los puntos *A* y *D* se determina de forma inmediata a partir de la fórmula del aumento. Debido a que la imagen del segmento *CA* posee un aumento diferente que el segmento *DB* la forma de la figura en el espacio imagen no será semejante.

UNIDAD 7. PROBLEMAS DE ESPEJO ESFÉRICO. SOLUCIONES

1. Se desea comparar la sección de un espejo parabólico, E_P, cuya ecuación es $y = ax^2$, con la de un espejo esférico, E_E, que posea la misma distancia focal.



Determina:
a) La distancia focal de la sección del espejo parabólico.
b) La ecuación de la sección del espejo esférico que posee la misma focal que el espejo parabólico.
c) La desviación Δx entre la sección de la superficie parabólica y la sección de la superficie esférica a la altura y.

SOLUCIÓN:

a) La ecuación de la sección de parábola con vértice en el origen de coordenadas es $y^2 = 4fx$, dónde f es la distancia focal de la parábola.

b) De la ecuación anterior se deduce que: $f = \frac{a}{4}$.

c) La ecuación de la sección esférica de vértice V cuyo radio es R viene dada por:

$$(x - R)^2 + y^2 = R^2 .$$

d) Operando en la ecuación anterior se obtiene:

$y^2 - 2Rx + x^2 = 0$. Despejando x: $x = R \pm \sqrt{R^2 - y^2}$.

Se toma el signo negativo de la ecuación anterior al considerar valores de x menores que R.

$$x = R - \sqrt{R^2 - y^2} = R - \left(R^2 - y^2\right)^{\frac{1}{2}} = R - R\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Teniendo en cuenta que $(1-a)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{8} - \frac{a^3}{16}...$

$$x = R - R\left(1 - \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{8R^4} - \frac{y^6}{16R^6} + ...\right) = \frac{y^2}{2R} - \frac{y^4}{8R^3} + \frac{y^6}{16R^5}...$$

Por tener la sección esférica la misma focal que la sección parabólica $R = 2f$. Sustituyendo R en la ecuación anterior:

$$x = \frac{y^2}{4f} - \frac{y^4}{64f^3} + \frac{y^6}{512f^5}...$$

Espejo parabólico:

$y_P^2 = 4fx_P = 2Rx_P$. Despejando x_P se pbtiene: $x_P = \frac{y_P^2}{2R} = \frac{y_P^2}{4f}$.

Espejo esférico:

$$x_E = \frac{y_E^2}{2R} - \frac{y_E^4}{8R^3} + \frac{y_E^6}{16R^5}... = \frac{y_E^2}{4f} - \frac{y_E^4}{64f^3} + \frac{y_E^6}{512f^5}...$$

$\Delta x = x_E - x_P$. Teniendo en cuenta que $y_P = y_E = y$, resulta que:

$$\Delta x = x_E - x_P = \frac{y^4}{8R^3} - \frac{y^6}{16R^5}... = \frac{y^4}{64f^3} - \frac{y^6}{512f^5}...$$

---

2. El telescopio de Monte Palomar tiene un objetivo en forma de espejo parabólico de $D = 5$ metros de apertura y 16,5 metros de focal. Dicho espejo se formó a partir del pulido de un espejo esférico de la misma focal. Determina la cantidad de material que debe eliminarse en la periferia del objetivo para obtener la curvatura correspondiente al espejo parabólico en este punto.

SOLUCIÓN:

$$\Delta x = x_E - x_P = \frac{y^4}{8R^3} - \frac{y^6}{16R^5}... = \frac{y^4}{64f^3} - \frac{y^6}{512f^5}...;$$

$f = 16{,}5$ m. En la periferia se cumple: $y = \frac{D}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ m.

Sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene:

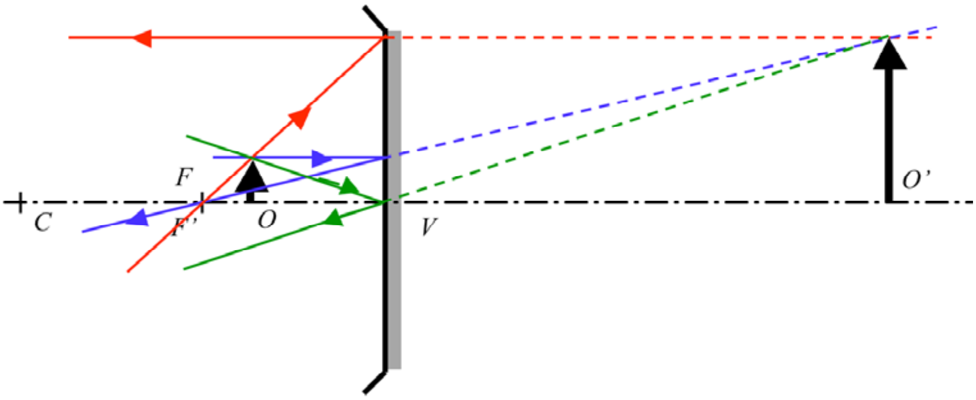
$$\Delta x = x_E - x_P = \frac{y^4}{64f^3} - \frac{y^6}{512f^5} = \frac{2{,}5^4}{64(16{,}5)^3} - \frac{2{,}5^6}{512(16{,}5)^5} = 1{,}35.10^{-4}\ \text{m} = 135\ \mu\text{m}.$$

---

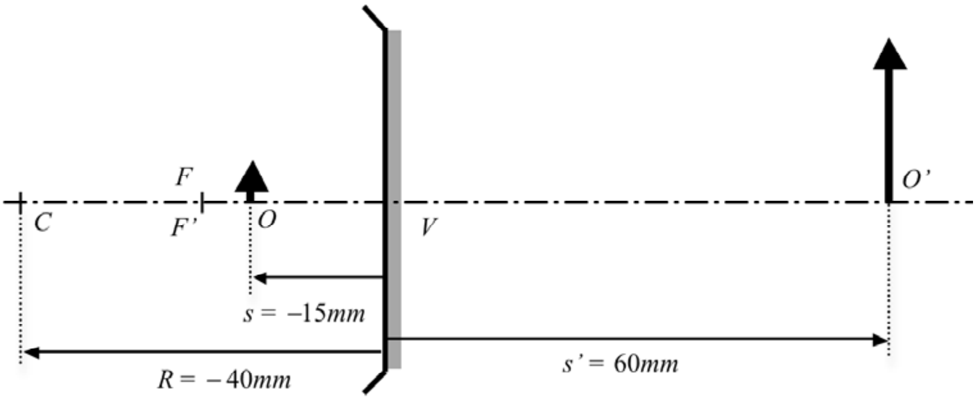
3. Un objeto de 10 mm de altura se encuentra situado 15 mm en frente de un espejo cóncavo de 40 mm de radio. Determina:
a) La posición de la imagen.
b) El carácter de la imagen (real o virtual).
b) El tamaño de la imagen.

SOLUCIÓN:

Solución gráfica:



Solución numérica:



a) $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R}$; $\quad s = -15$ mm; $R = -40$ mm.

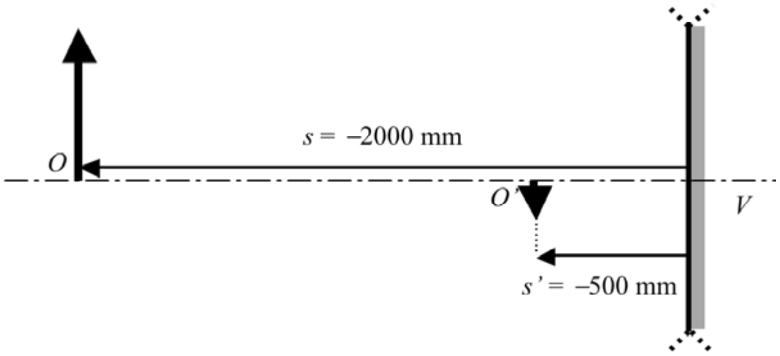
$$\frac{1}{-15}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{-40};\quad \frac{1}{s'}=-\frac{2}{40}+\frac{1}{15}=\frac{-30+40}{600}=\frac{10}{600};\qquad s' = 60 \text{ mm.}$$

b) La imagen es virtual por estar situada a la derecha (detrás) del espejo.

c) $m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\qquad \frac{y'}{10}=-\frac{60}{-15};\ y' = \frac{600}{15} = 40$ mm . La imagen es mayor que el objeto y derecha.

4. Un espejo esférico forma una imagen real de un objeto real situado a 2000 mm del vértice del espejo. Si al distancia entre la espejo y la imagen es de 500 mm. Determina:
a) El radio de curvatura del espejo.
b) El tipo de espejo (cóncavo/convexo)
c) La focal del espejo.
d) El aumento de la imagen.

SOLUCIÓN:

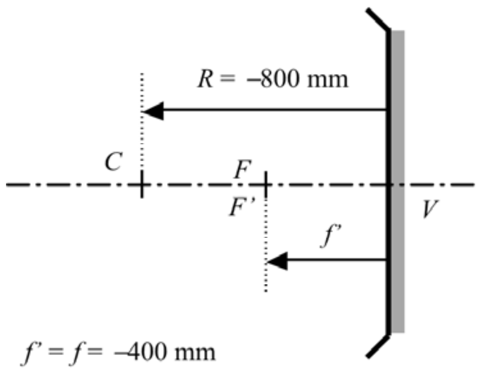


a) Por ser el objeto real: s = –2000 mm. Por ser la imagen real: s' = – 500 mm.

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R};\qquad \frac{1}{-2000}+\frac{1}{-500}=\frac{2}{R};\qquad \frac{-1-4}{2000}=\frac{2}{R};\qquad R=-800\text{ mm.}$$

b) Por ser el radio negativo se trata de un espejo cóncavo.

c) $f=f'=\dfrac{R}{2}=\dfrac{-800}{2}=-\,400$ mm.



d) $m=-\dfrac{s'}{s}=-\dfrac{-500}{-2000}=-\dfrac{1}{4}=-\,0{,}25.$

5. ¿A qué distancia de un espejo cóncavo de 100 mm de radio debe situarse un objeto real para que su imagen sea real y cuatro veces mayor que el tamaño del objeto?

SOLUCIÓN:

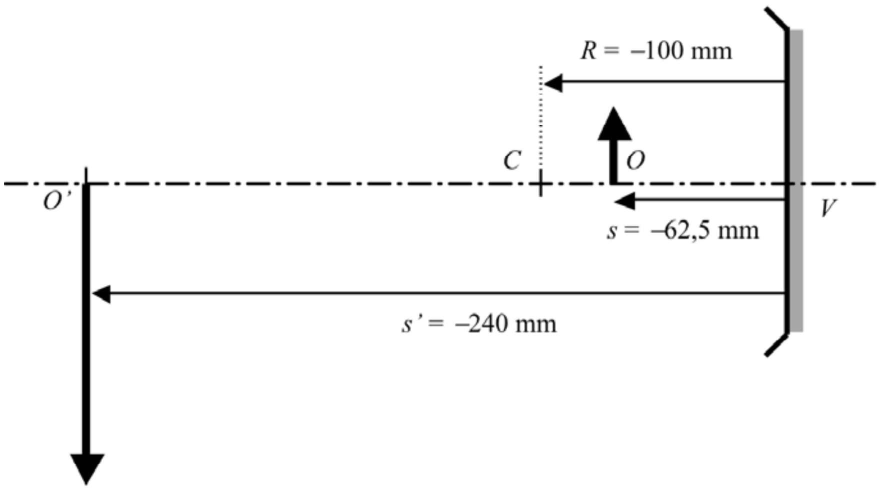
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R}; \qquad R=-\,100 \text{ mm.}$$

$m=-\dfrac{s'}{s}$; $s'=-\,m\,s$. Por ser la imagen real su orientación estará invertida. Así pues: $m=-\,4$.

$$s'=-\left(-4\right)s\;=\;4s.$$

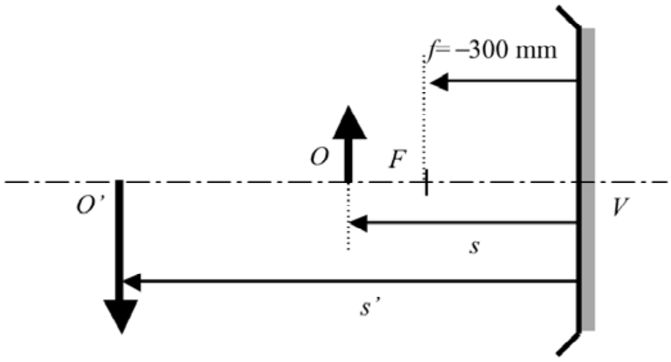
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{4s}=\frac{2}{-100}; \qquad \frac{4+1}{4s}=-\frac{2}{100}; \qquad s\;=\;-\,62{,}5 \text{ mm.}$$

La posición de la imagen será: $s' = 4\,s = 4\,(-62{,}5) = -\,250$ mm.



6. Un espejo cóncavo de 600 mm de radio forma, de un objeto real, una imagen real cuyo tamaño es el doble que el del objeto. Determina:
a) La posición del objeto.
b) La posición de la imagen.

SOLUCIÓN:



a) Al ser el espejo cóncavo: R = –600 mm. $f = f'$ = –300 mm.

Por ser la imagen real su orientación éstará invertida. De este modo $m = -2$. Así pues:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}; \qquad s' = -m\,s = -(-2)\,s = 2s.$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{2s} = \frac{1}{-300}; \qquad \frac{2+1}{2s} = \frac{1}{-300}; \qquad s = -450 \text{ mm}.$$

b) $s' = 2\,s$; s' = –900 mm.

7. Sea un espejo esférico. Determina la posición de la imagen así como el aumento en el caso de un objeto situado en las posiciones siguientes:

a) $s = 0$; b) $s = \dfrac{f}{2}$; c) $s = f$; d) $s = \dfrac{3f}{2}$; e) $s = 2f$; f) $s = \dfrac{5f}{3}$; g) $s = 3f$.

SOLUCIÓN:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}; \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{s-f}{sf}; \qquad s' = \frac{sf}{s-f}.$$

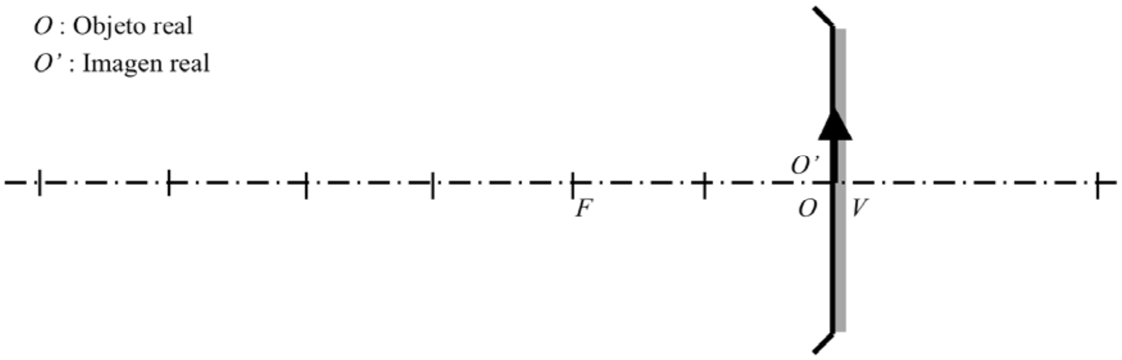
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}.$$

Sustituyendo los valores de s en la ecuación anterior se obtienen los valores de s'.

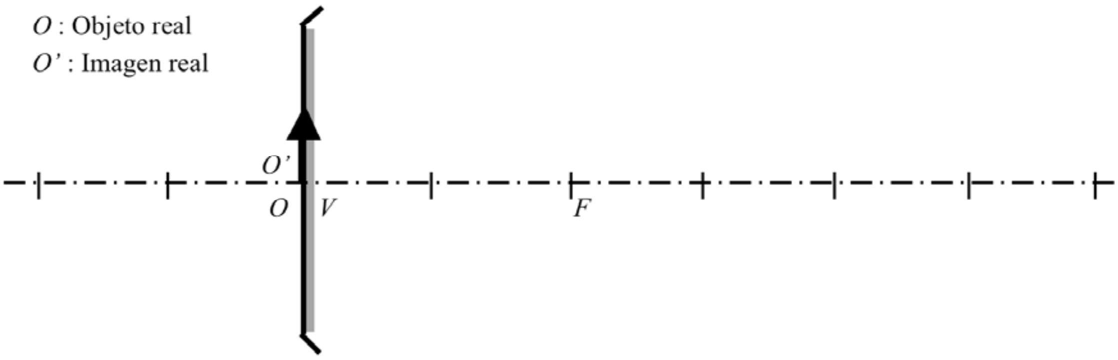
a) $s = 0$; $s' = 0$.

Por estar situado el objeto en el vértice del espejo $m = +1$.

Si el espejo es cóncavo:



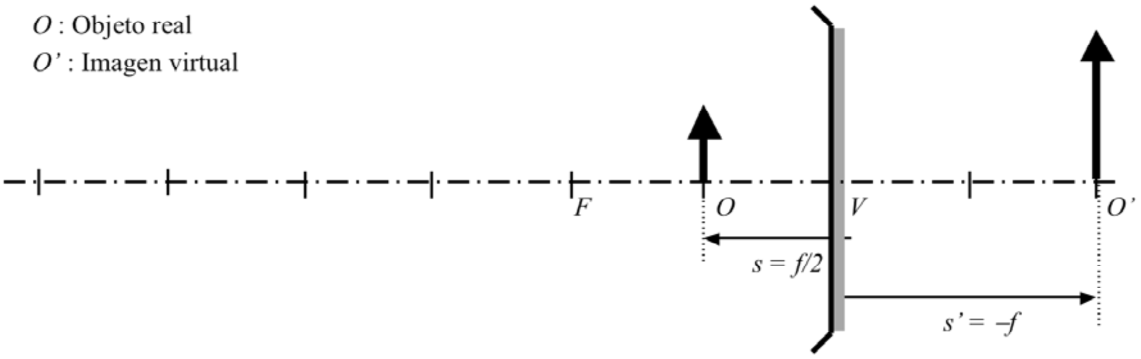
Si el espejo es convexo:



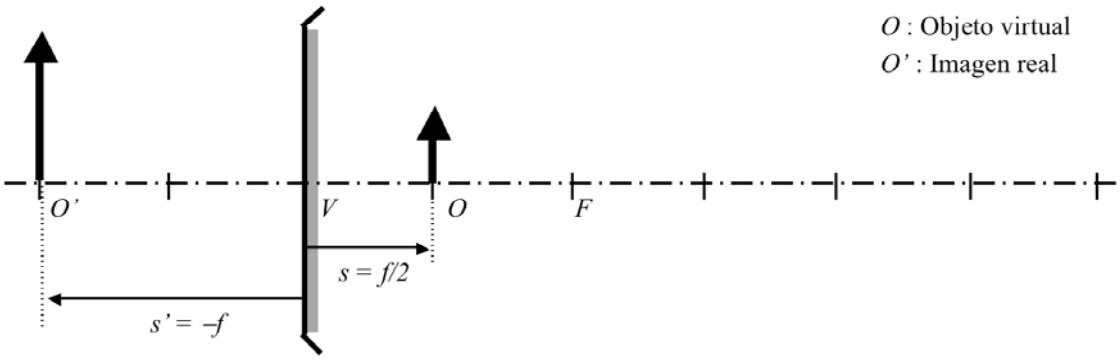
b) $s = \dfrac{f}{2};\qquad s' = \dfrac{\dfrac{f}{2}f}{\dfrac{f}{2} - f} = \dfrac{\dfrac{f^2}{2}}{\dfrac{f-2f}{2}} = \dfrac{f^2}{-f} = -f.$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-f}{\dfrac{f}{2}} = +2.$$

Espejo cóncavo:



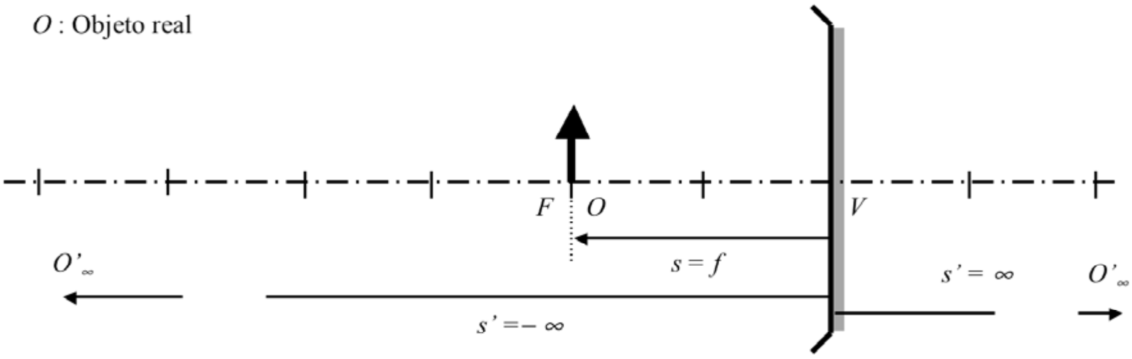
Espejo convexo:



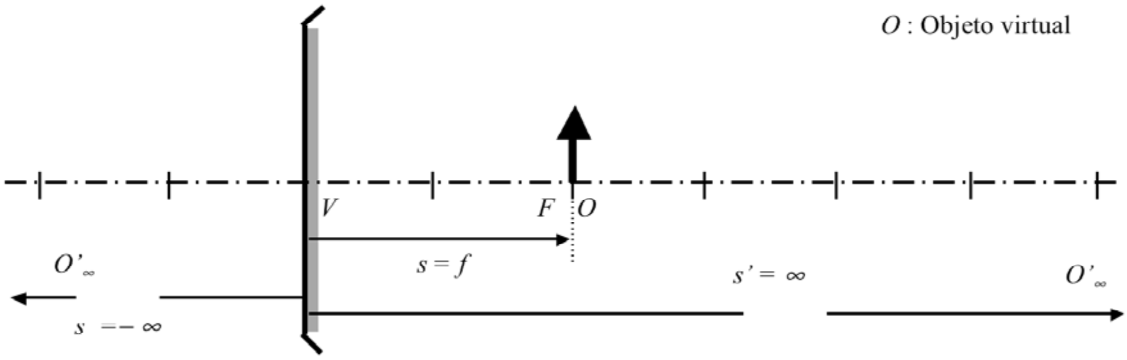
c) $s = f;\qquad s' = \dfrac{ff}{f - f} = \dfrac{f^2}{0} = \pm\,\infty.$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{\infty}{f} = \pm\,\infty.$$

Espejo cóncavo:



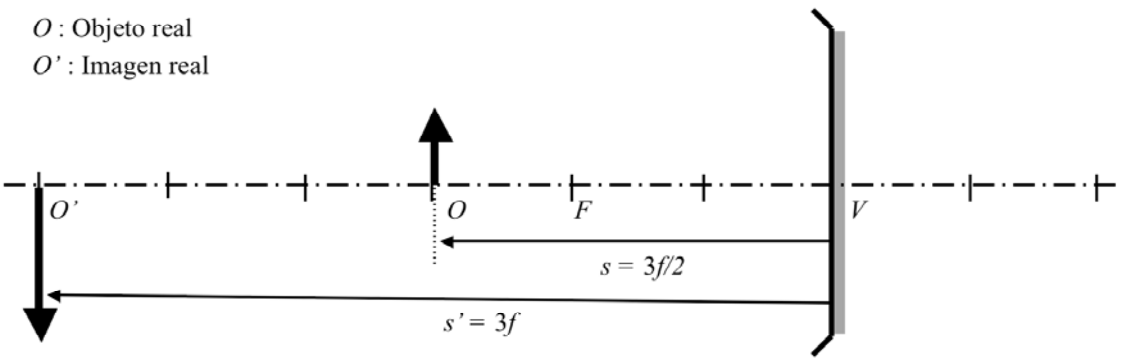
Espejo convexo:



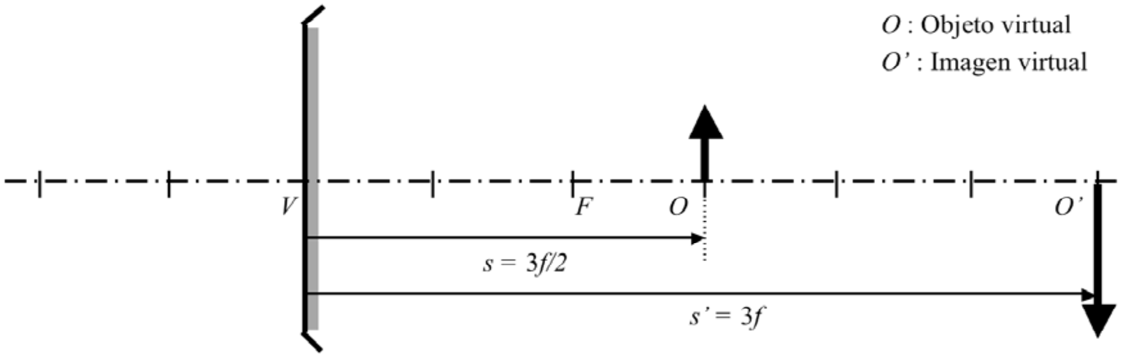
d) $s = \dfrac{3f}{2}$; $s' = \dfrac{3\dfrac{f}{2}f}{3\dfrac{f}{2} - f} = \dfrac{\dfrac{3f^2}{2}}{\dfrac{3f-2f}{2}} = \dfrac{3f^2}{f} = 3f.$

$m = -\dfrac{s'}{s} = -\dfrac{3f}{\dfrac{3f}{2}} = -\,2.$

Espejo cóncavo:



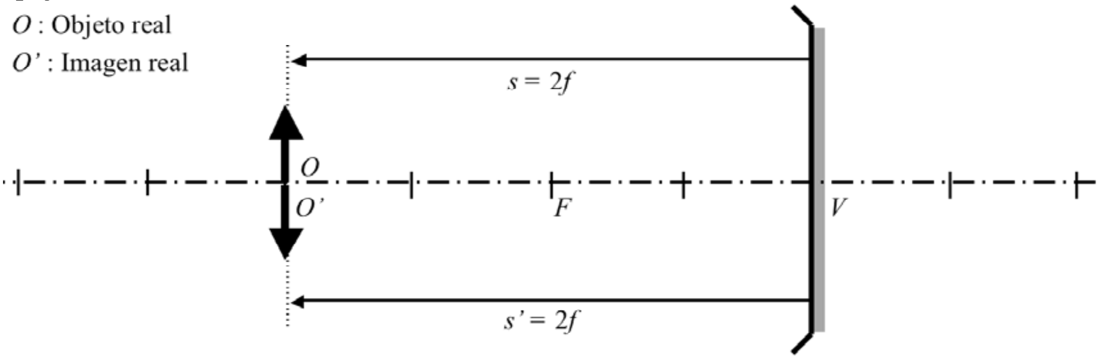
Espejo convexo:



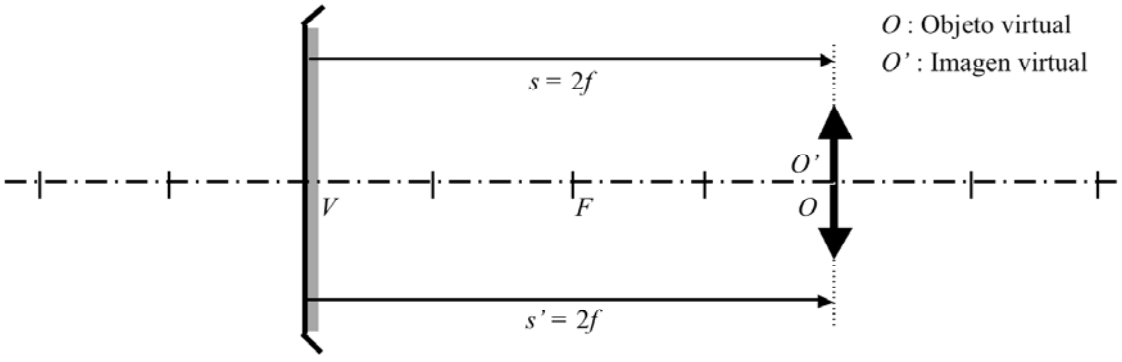
e) $s = 2f$; $\qquad s' = \dfrac{2ff}{2f - f} = \dfrac{2f^2}{f} = 2f$.

$m = -\dfrac{s'}{s} = -\dfrac{2f}{2f} = -1$.

Espejo cóncavo:



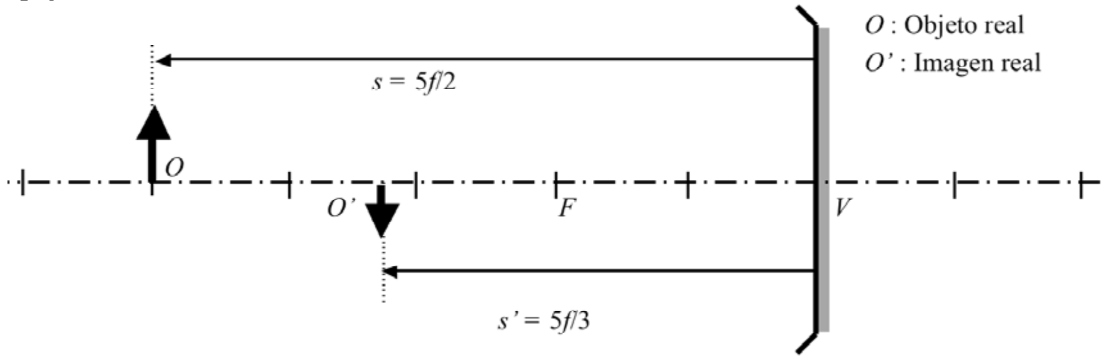
Espejo convexo:



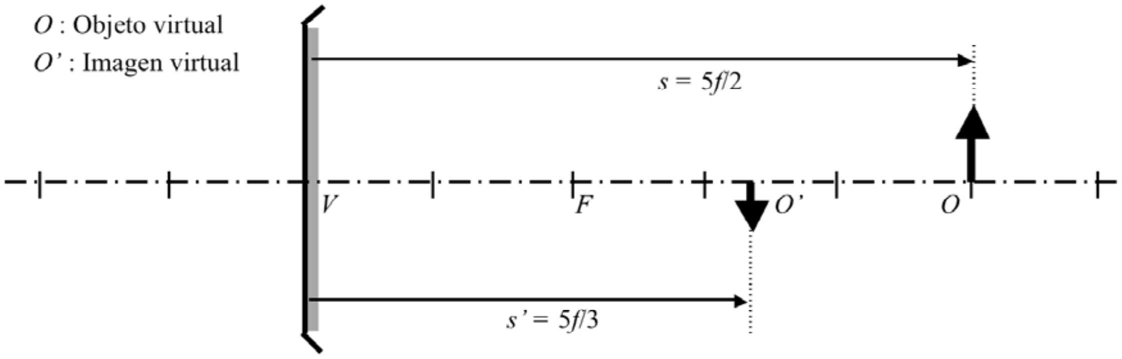
f) $s = \dfrac{5f}{2}$; $\qquad s' = \dfrac{\dfrac{5f}{2}f}{\dfrac{5f}{2} - f} = \dfrac{\dfrac{5f^2}{2}}{\dfrac{5f-2f}{2}} = \dfrac{5f^2}{3f} = \dfrac{5}{3}f.$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{\dfrac{5f}{3}}{\dfrac{5f}{2}} = -\frac{2}{3}.$$

Espejo cóncavo:



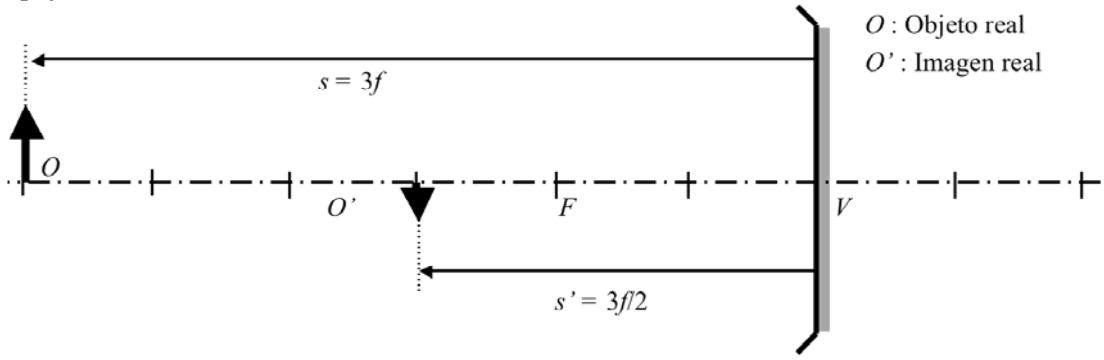
Espejo convexo:



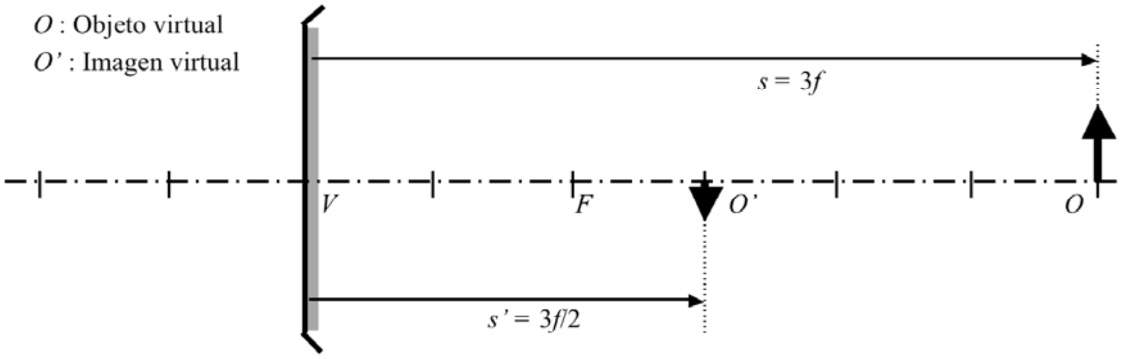
g) $s = 3f$; $\qquad s' = \dfrac{3ff}{3f - f} = \dfrac{3f^2}{2f} = \dfrac{3f}{2}.$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{\dfrac{3f}{2}}{3f} = -\frac{1}{2}.$$

Espejo cóncavo:



Espejo convexo:



8. Sea un espejo esférico. Determina la posición de la imagen así como el aumento en el caso de un objeto situado en las posiciones siguientes:

a) $s = -\dfrac{f}{2}$. b) $s = -f$. c) $s = -\dfrac{3f}{2}$. d) $s = -2f$. e) $s = -\dfrac{5f}{2}$. f) $s = -3f$.

SOLUCIÓN:

Procedamos como en el ejercicio anterior tomando:

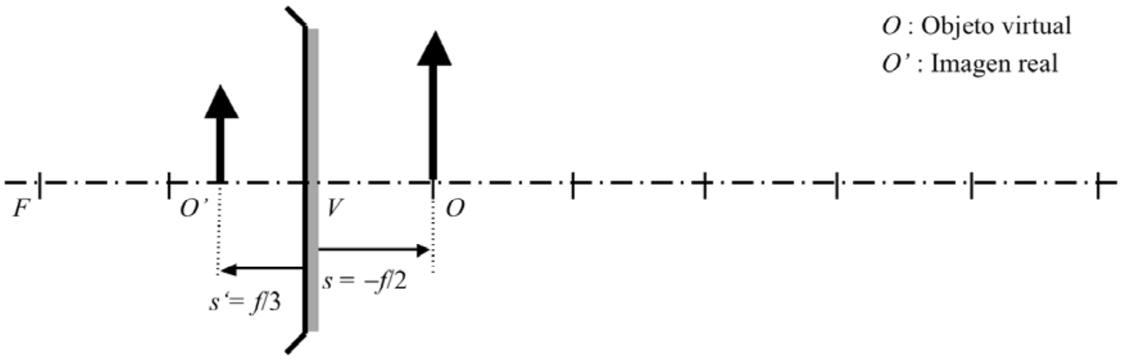
$$s' = \frac{sf}{s-f}; \qquad m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}.$$

a) $s = -\dfrac{f}{2}$;

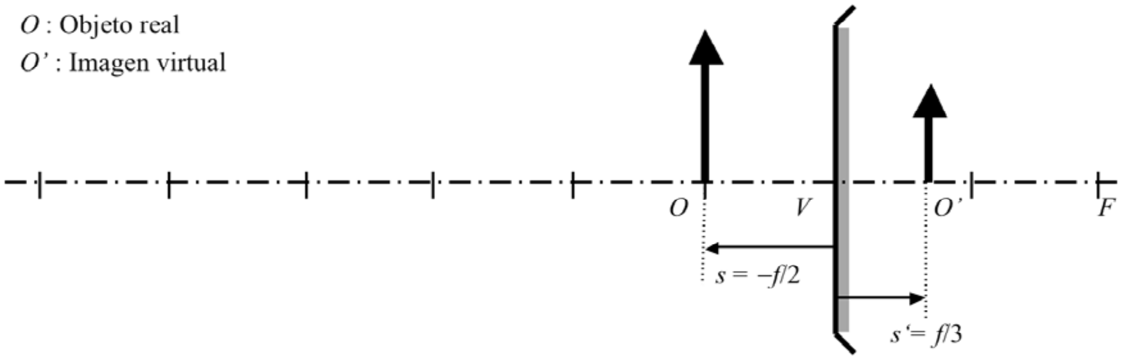
$$s' = \frac{-\frac{f}{2}f}{-\frac{f}{2} - f} = \frac{-\frac{f^2}{2}}{-\frac{3f}{2}} = \frac{f}{3}.$$

$$m = -\frac{\frac{f}{3}}{-\frac{f}{2}} = +\frac{2}{3}.$$

Espejo cóncavo:



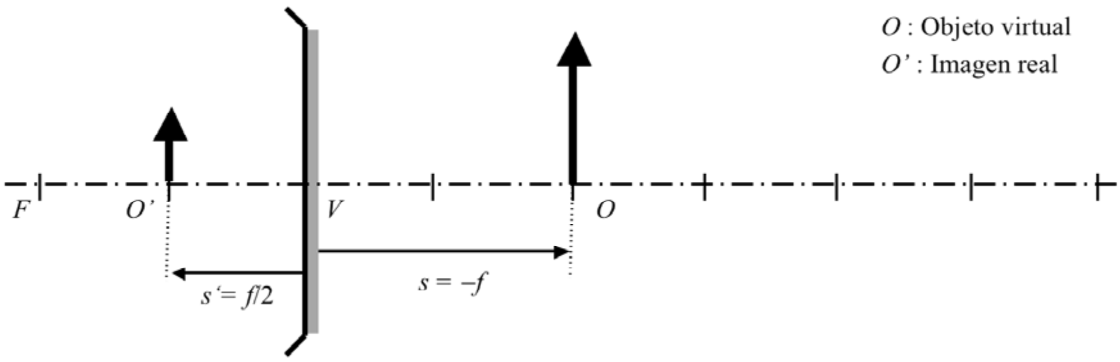
Espejo convexo:



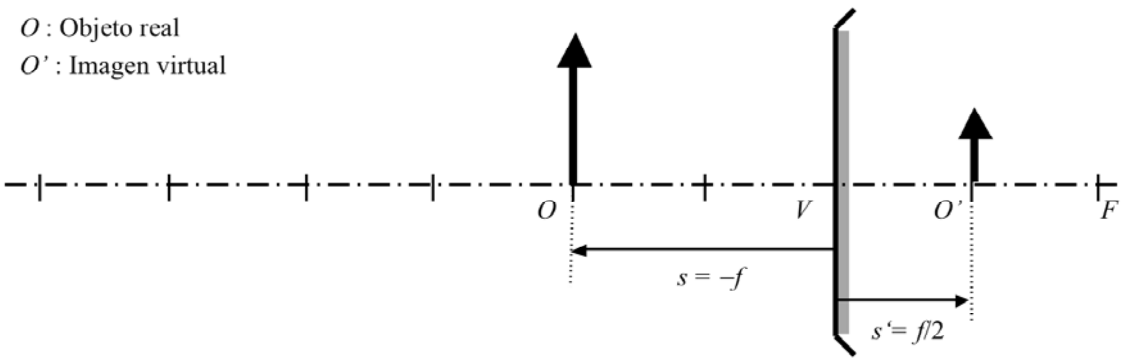
b) $s = -f$; $$s' = \frac{-ff}{-f - f} = \frac{-f^2}{-2f} = \frac{f}{2}.$$

$$m = -\frac{\frac{f}{2}}{-f} = +\frac{1}{2}.$$

Espejo cóncavo:



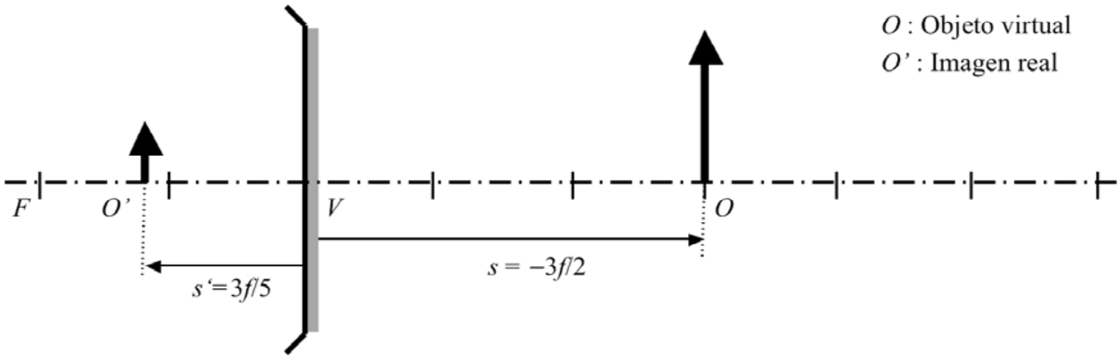
Espejo convexo:



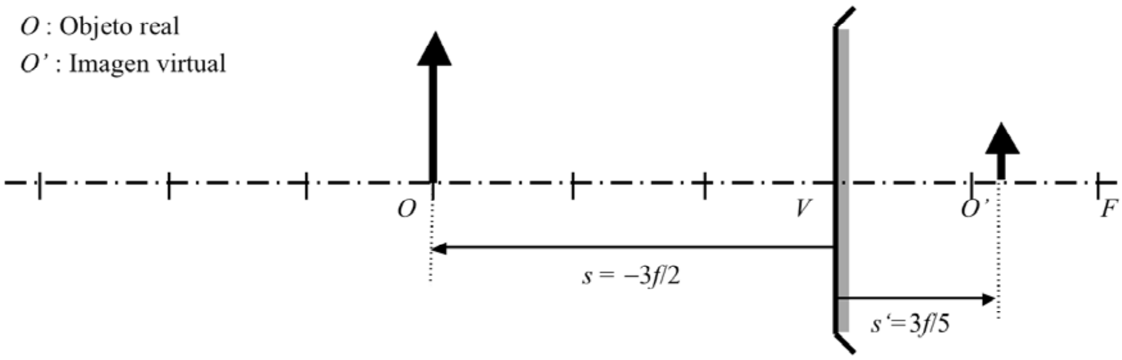
c) $s = -\frac{3f}{2}$; $$s' = \frac{-\frac{3f}{2}f}{-\frac{3f}{2} - f} = \frac{-\frac{3f^2}{2}}{-\frac{5f}{2}} = \frac{3f}{5}.$$

$$m = -\frac{\frac{3f}{5}}{-\frac{3f}{2}} = +\frac{2}{5}.$$

Espejo cóncavo:



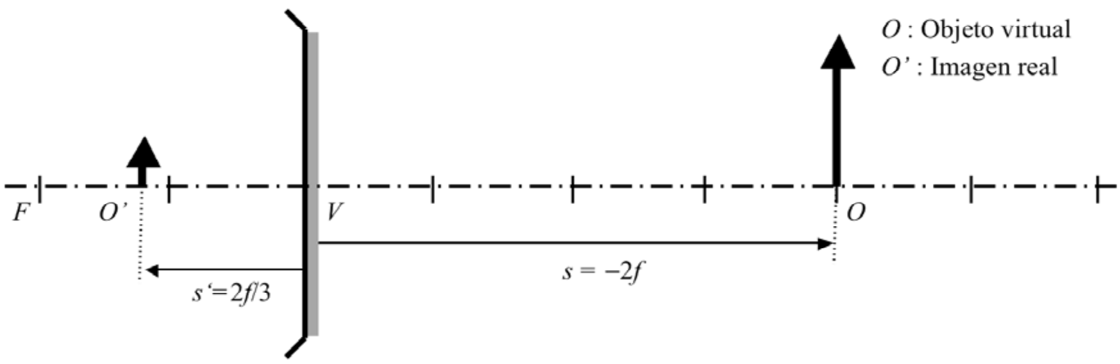
Espejo convexo:



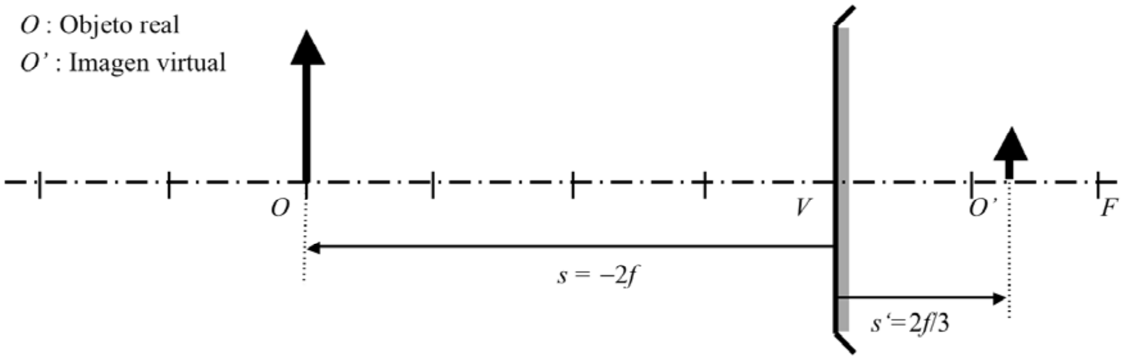
d) $s = -2f$; $$s' = \frac{-2ff}{-2f - f} = \frac{-2f^2}{-3f} = \frac{2f}{3}.$$

$$m = -\frac{\frac{2f}{3}}{-2f} = +\frac{1}{3}.$$

Espejo cóncavo:



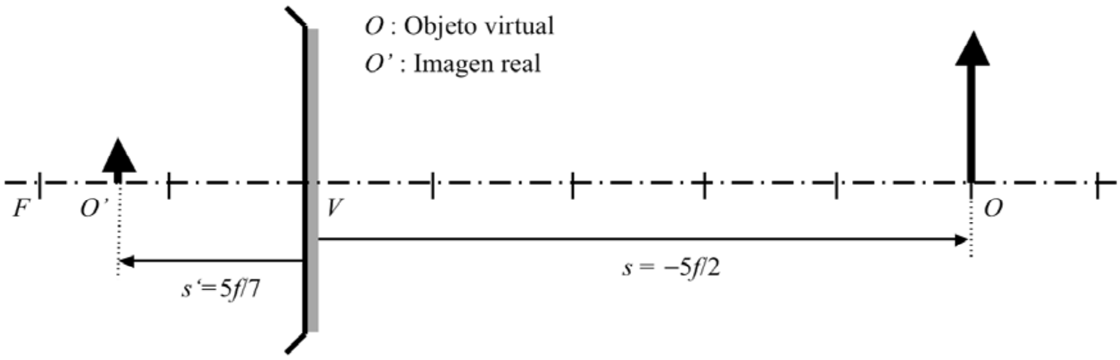
Espejo convexo:



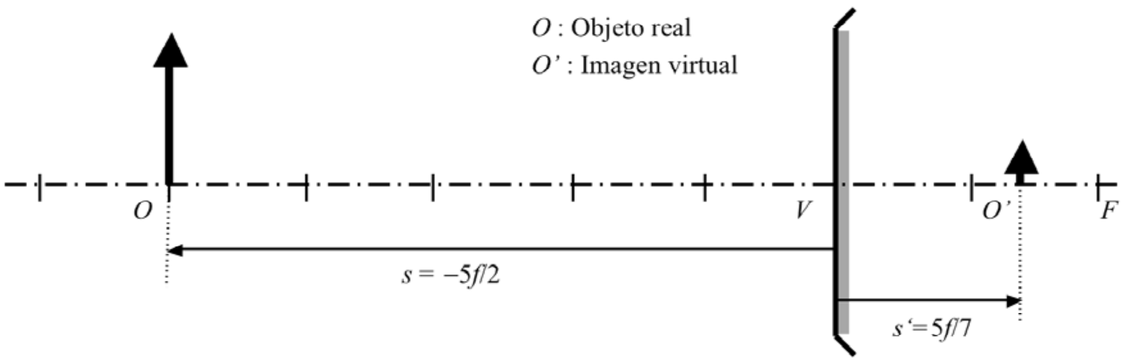
e) $s = -\dfrac{5f}{2}$; $$s' = \frac{-\dfrac{5f}{2}f}{-\dfrac{5f}{2} - f} = \frac{-\dfrac{5f^2}{2}}{-\dfrac{7f}{2}} = \frac{5f}{7}.$$

$$m = -\frac{\dfrac{5f}{7}}{-\dfrac{5f}{2}} = +\frac{2}{7}.$$

Espejo cóncavo:



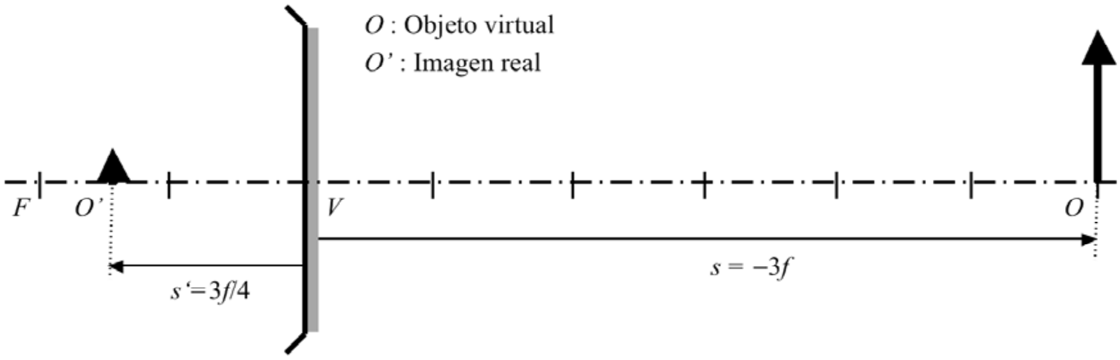
Espejo convexo:



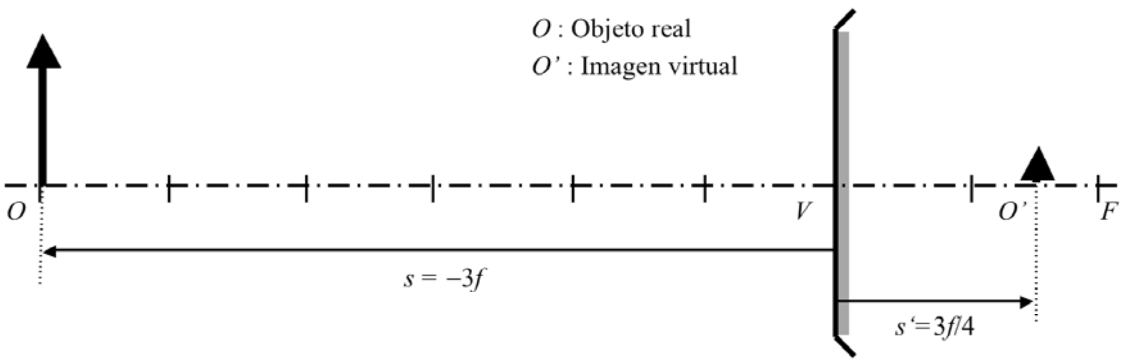
f) $s = -3f\,;$ $$s' = \frac{-3ff}{-3f - f} = \frac{-3f^2}{-4f} = \frac{3f}{4}.$$

$$m = -\frac{\frac{3f}{4}}{-3f} = +\frac{1}{4}.$$

Espejo cóncavo:

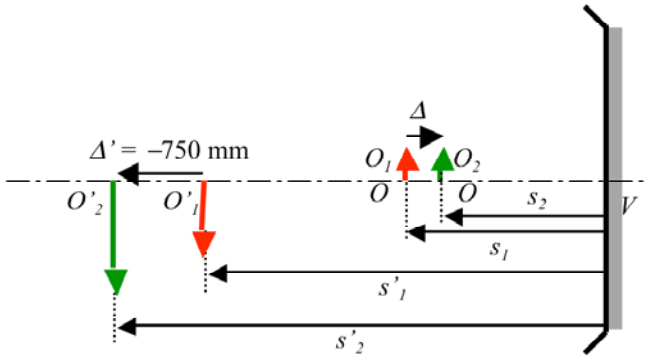


Espejo convexo:



9. Un espejo cóncavo E forma una imagen O'_1 de un objeto O de forma que su aumento lateral es $m = -2$. Se desplaza el objeto anterior, sin modificar la posición de E, y se obtiene una nueva imagen O'_2 cuyo aumento es $m = -3$. Si el desplazamiento entre las imágenes O'_1 y O'_2 es $\Delta' = O'_1O'_2 = -750$ mm. Determina:
a) El desplazamiento del objeto, $\Delta = O_1O_2$, entre la primera y segunda posición.
b) La distancia focal del espejo.
c) El radio del espejo.

SOLUCIÓN:



a) De la figura se obtiene:

$$s_2 = s_1 + \Delta \qquad (1)$$

$$s'_2 = s'_1 + \Delta' = s'_1 - 750 \qquad (2)$$

Debido a que: $m_1 = -2$ y $m_2 = -3$ resulta:

$$s'_1 = -m_1\, s_1 = -(-2)s_1 = 2\, s_1 \qquad (3)$$

$$s'_2 = -m_2\, s_2 = -(-3)s_2 = 3\, s_2 \qquad (4)$$

De las ecuaciones de la formación de las imágenes:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f} \quad \text{y} \quad \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f}.$$

Igualando ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} \qquad (5)$$

Substituyendo (3) y (4) en (2) y resulta:

$$3s_2 = 2s_1 - 75 \qquad (6)$$

Substituyendo (3) y (4) en (5) se obtiene:

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{2s_1}=\frac{1}{s_2}+\frac{1}{3s_2}\,;\ \frac{3}{2\,s_1}=\frac{4}{3\,s_2}\ ;\quad 9\,s_2=8\,s_1\,;\quad s_2=\frac{8}{9}\,s_1 \tag{7}$$

Substituyendo (7) en (6):

$$3\,\frac{8}{9}\,s_1=2\,s_1-750\,;\qquad \left(\frac{24}{9}-2\right)s_1=-750;\qquad \frac{2}{3}s_1=-750;$$

s_1 = –1125 mm.

De la ecuación (7): s_2 = –1000 mm.

De las ecuaciones (3) y (4), s'_1 = –2250 mm y s'_2 = –3000 mm

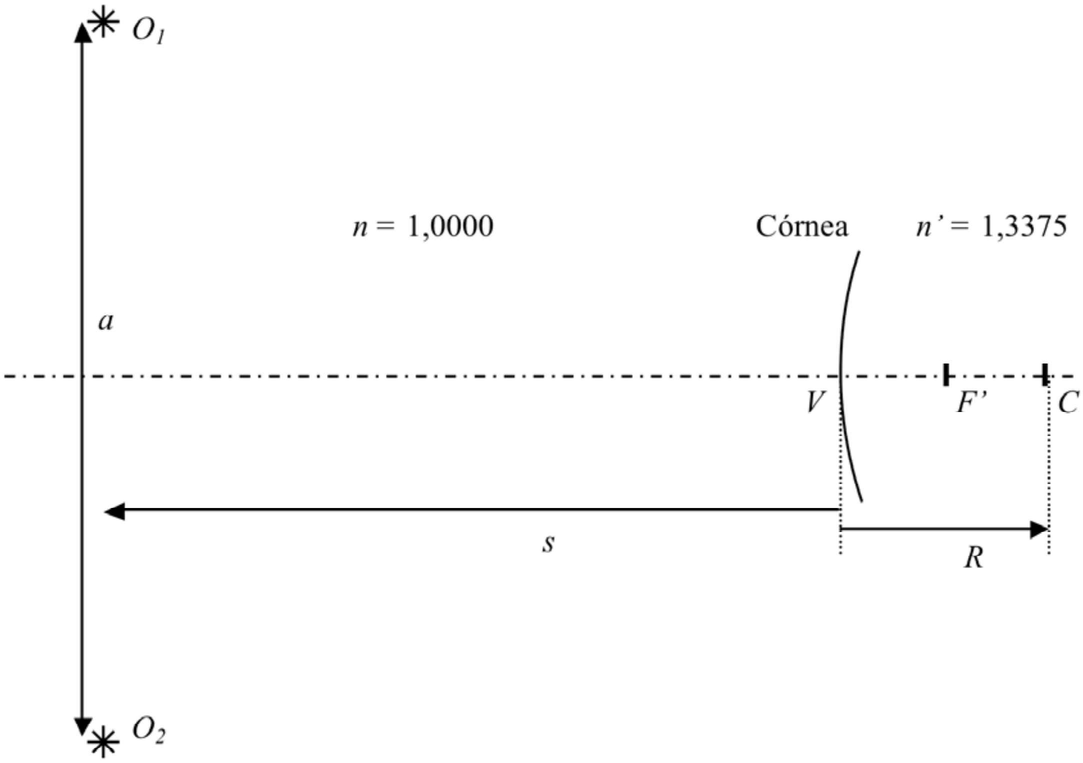
De la ecuación (1) Δ = 125 mm

b) $\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s'_1}=\frac{1}{f}$; s_1 = –1125 mm, s'_1 = –2250 mm.

$$\frac{1}{-1125}+\frac{1}{-2250}=\frac{1}{f}\,;\qquad \frac{-2-1}{2250}=\frac{1}{f}\qquad f=f'=-750\text{ m.}$$

c) $R = 2\,f$ = –1500 mm

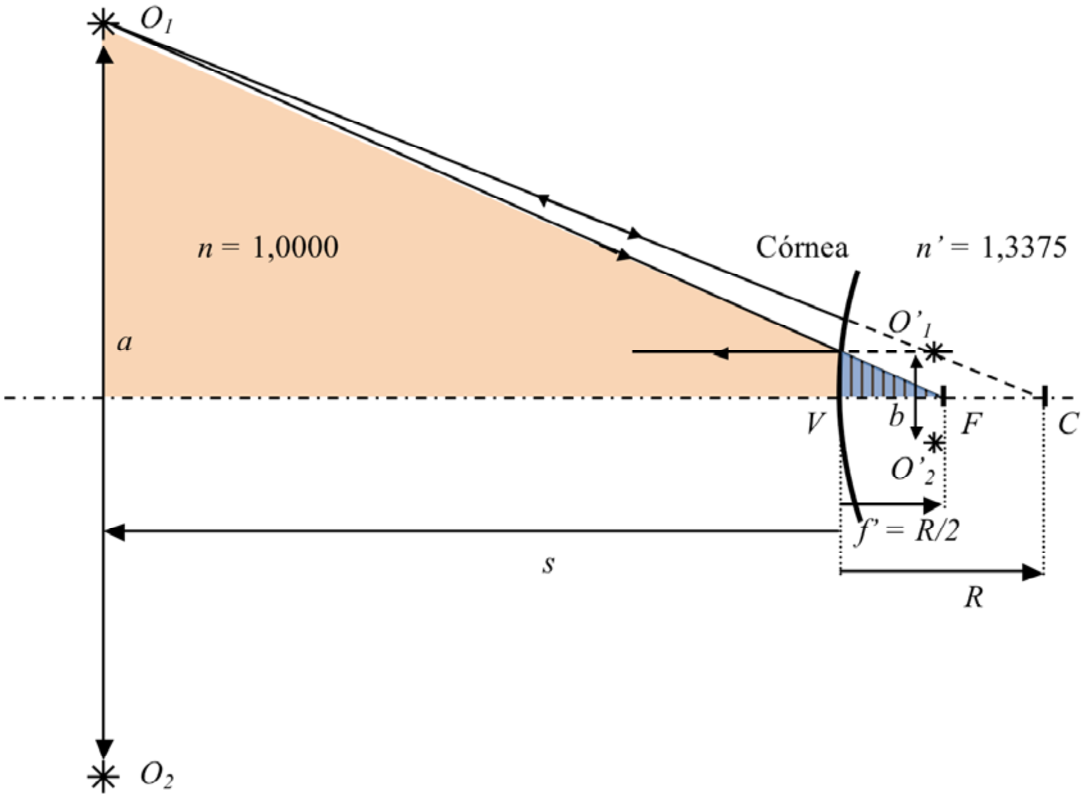
10. El queratómetro és el aparato que utilizan los optometristas para medir el radio de curvatura de la córnea y, de este modo, determinar su potencia. Las medidas pueden realizarse en el plano meridiano y en el paralelo. Si el paciente presenta diferentes radios de curvatura en los planos anteriores se dice que está afectado de astigmatismo.
El funcionamiento del queratómetro se basa en la formación de la imagen reflejada de dos miras, O_1 y O_2, centadas con el eje y separadas un distancia a según se muestra en la figura.



a) Determina la posición de las imágenes reflejadas (Método gráfico).
b) Sea $b = |O'_1O'_2|$ la distancia entre las dos imágenes reflejadas. Demuestra que el radio de curvatura de la córnea viene expresada por: $R = 2f = 2\dfrac{b|s|}{a-b} = \dfrac{2|s|m}{1-m}$.
c) Determina el radio de curvatura en el plano meridiano si el aumento entre las imágenes es m = 0,043 y $|s|$ = 90 mm.
d) Determina la potencia de la córnea en el plano anterior.

SOLUCIÓN:

a) Posición de las imágenes reflejadas:



b) Aplicando semejanza de triángulos a los triángulos sombreados:

$$\frac{\frac{a}{2}}{\frac{b}{2}} = \frac{|s| + \frac{R}{2}}{\frac{R}{2}}; \qquad \frac{a}{b} = \frac{2|s| + R}{R}; \qquad R = \frac{2|s|b}{a-b}.$$

c) $$m = \frac{y'}{y} = \frac{b}{a}; \qquad R = \frac{2|s|}{\frac{a}{b} - \frac{b}{b}} = \frac{2|s|}{\frac{1}{m} - 1} = \frac{2|s|m}{1-m}; \qquad |s| = 90 \text{ mm}; \quad m = 0{,}043.$$

$$R = \frac{2(90)0{,}043}{1 - 0{,}043} = 8{,}1 \text{ mm}.$$

El radio de curvatura también puede obtenerse a partir de la ecuación del aumento y de la ecuación de Descartes.

$$m = -\frac{s'}{s}; \qquad m = 0{,}043; \qquad s = -90 \text{ mm}; \qquad s' = -m\,s = -0{,}043\,(-90) = 3{,}9 \text{ mm}.$$

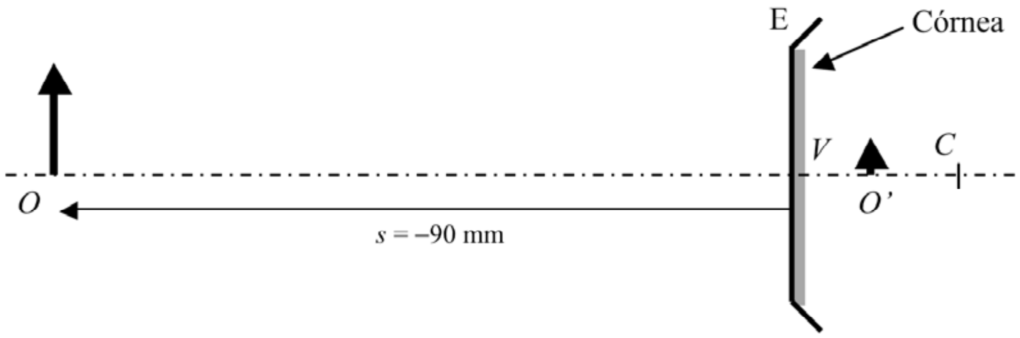
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \qquad \frac{1}{-90} + \frac{1}{3{,}9} = \frac{2}{R}; \qquad \frac{-3{,}9 + 90}{351} = \frac{2}{R}; \qquad R = 8{,}1 \text{ mm}$$

d) $$P' = \frac{n' - n}{R} = \frac{1{,}3375 - 1}{0{,}0081} = 42 \text{ D}.$$

11. Sea un objeto situado 90 mm por delante de la córnea. Un queratómetro mide que el aumento producido en la imagen reflejada por la córnea es de 0,046. Determina el radio de curvatura de la cornea.

SOLUCIÓN:

Esquema del espejo convexo



$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R}; \quad s = -90 \text{ mm.}$$

De la ecuación del aumento: $m=-\frac{s'}{s}$; $\qquad m = 0{,}046$;

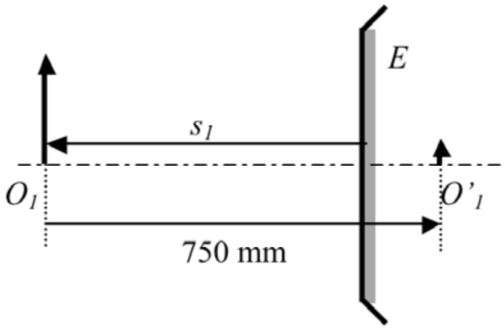
$s = -90$ mm; $s' = -m\,s = -\,0{,}046\,(-90) = +\,4{,}14$ mm.

Sustituyendo en la ecuación del espejo:

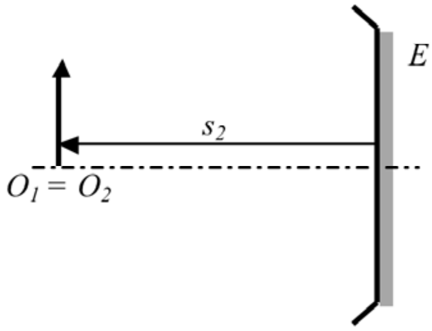
$$\frac{1}{-90}+\frac{1}{4{,}14}=\frac{2}{R}; \qquad \frac{2}{R}=-\frac{1}{90}+\frac{1}{4{,}14}=\frac{-4{,}14+90}{37{,}26}=\frac{85{,}86}{37{,}26}; \qquad R = 8{,}7 \text{ mm.}$$

---

12. Un espejo convexo forma de un objeto real (Figura (a)) una imagen virtual, cuyo aumento es $m = 0{,}25$. La separación entre objeto e imagen es $O_1O'_1 = 750$ mm. Determina:
a) La distancia del espejo al objeto.
b) La distancia del espejo a la imagen.
c) El radio del espejo.
d) La distancia focal del espejo.
Se substituye el espejo anterior por otro de cóncavo, de la misma curvatura que el anterior, y situado en la misma posición (Figura (b)). Si el objeto se mantiene en la misma posición. Determina:
e) La posición de la nueva imagen.
f) El aumento en este caso.



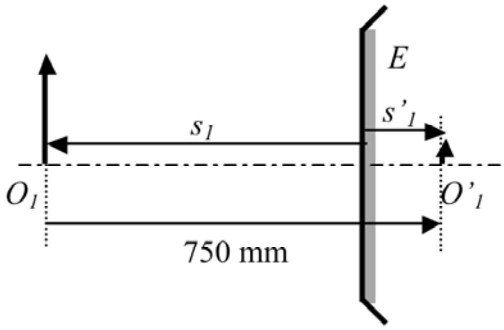
(a)



(b)

SOLUCIÓN:

a)



A la vista de la figura anterior: $-s_1 + s'_1 = 750$ (1)

De la ecuación del aumento: $m_1 = -\dfrac{s'_1}{s_1} = 0{,}25$ (2)

Despejando s'_1 en la ecuación (2) y sustituyendo en (1) se obtiene:

$s'_1 = -0{,}25 s_1$; $-s_1 - 0{,}25\, s_1 = 750$; $-1{,}25\, s_1 = 750$;

$$s_1 = \frac{750}{-1{,}25} = -\,600 \text{ mm} = EO_1 .$$

b) Sustituyendo s_1 en la ecuación (1) se obtiene: $s'_1 = 150$ mm $= EO'_1$.

c) $\dfrac{1}{s_1} + \dfrac{1}{s'_1} = \dfrac{2}{R_1}$; $s_1 = -600$ mm; $s'_1 = 150$ mm;

$\dfrac{1}{-600} + \dfrac{1}{150} = \dfrac{2}{R_1}$; $\dfrac{-1+4}{600} = \dfrac{2}{R_1}$; $\dfrac{3}{600} = \dfrac{2}{R_1}$; $R_1 = 400$ mm.

d) $f'_1 = \dfrac{R_1}{2} = 200$ mm .

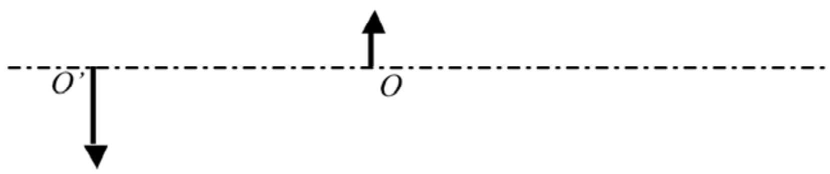
e) $\frac{1}{s_2}+\frac{1}{s'_2}=\frac{2}{R_2}$; $s_2 = s_1 = -600$ mm; $R_2 = -R_1 = -400$ mm;

$$\frac{1}{-600}+\frac{1}{s'_2}=\frac{2}{-400};\qquad \frac{1}{s'_2}=-\frac{2}{400}+\frac{1}{600}=\frac{-6+2}{1200}=-\frac{4}{1200};\qquad s'_2=-300 \text{ mm..}$$

f) $m_2=-\frac{s'_2}{s_2}=-\frac{-300}{-600}=-0{,}5$.

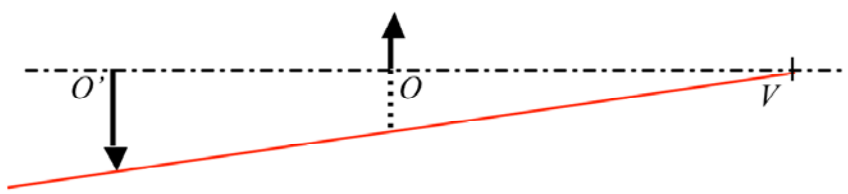
---

13. Un espejo esférico forma del objeto *O* la imagen *O'* según se muestra en la figura. Determina gráficamente: El centro, los puntos focales y el vértice de dicho espejo. ¿Se trata de un espejo cóncavo o convexo?

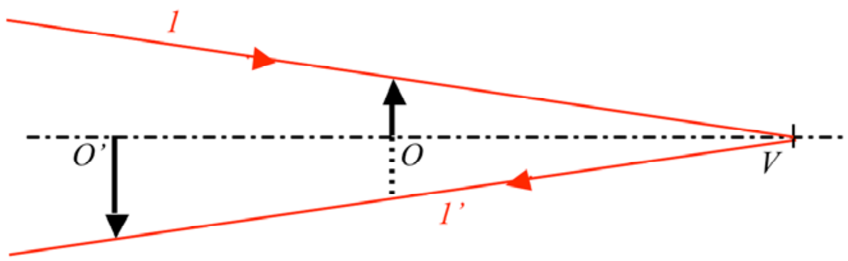


SOLUCIÓN:

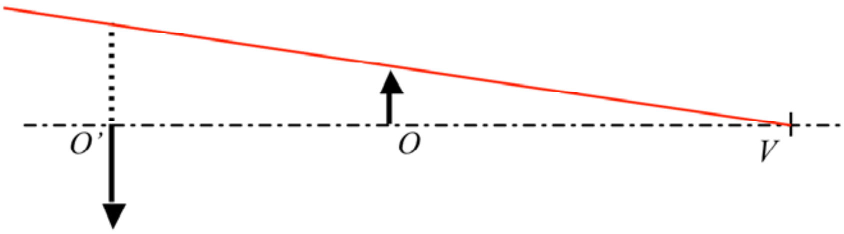
Determinemos en primer lugar la trayectoria del rayo simétrico que incide pasando por el extremo de *O*. Dicho rayo a la salida pasará por el extremo de *O'*. Para ello se traza la prolongación simétrica del objeto *O* respecto del eje óptico (línea punteada). A continuación se une el extremo de la prolongación anterior con el extremo de *O'*. El punto de corte del segmento anterior con el eje óptico determina el vértice del espejo *V* del espejo.



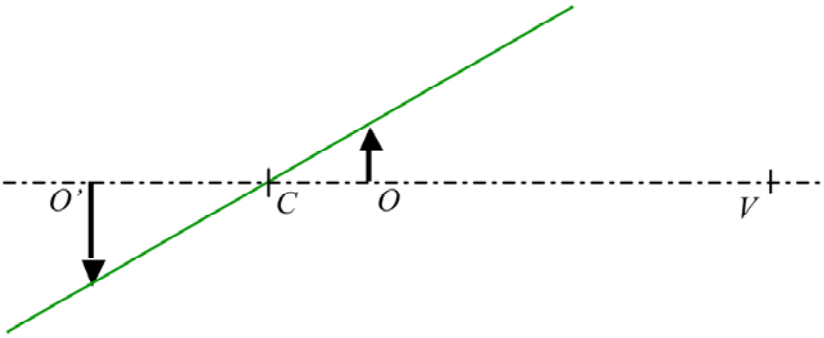
El segmento anterior representa el rayo a la salida del espejo o rayo *1'*. El rayo a la entrada o rayo *1* se obtiene uniendo el vértice *V* con el extremo del objeto *O*.



También puede procederse trazando la prolongación simétrica de *O'* y unir este extremo con el extremo de *O*. El vértice *V* quedará determinado por la unión del extremo de la prolongación con el extremo de *O*. En este caso el segmento anterior determinará el rayo a la entrada o rayo *1*.

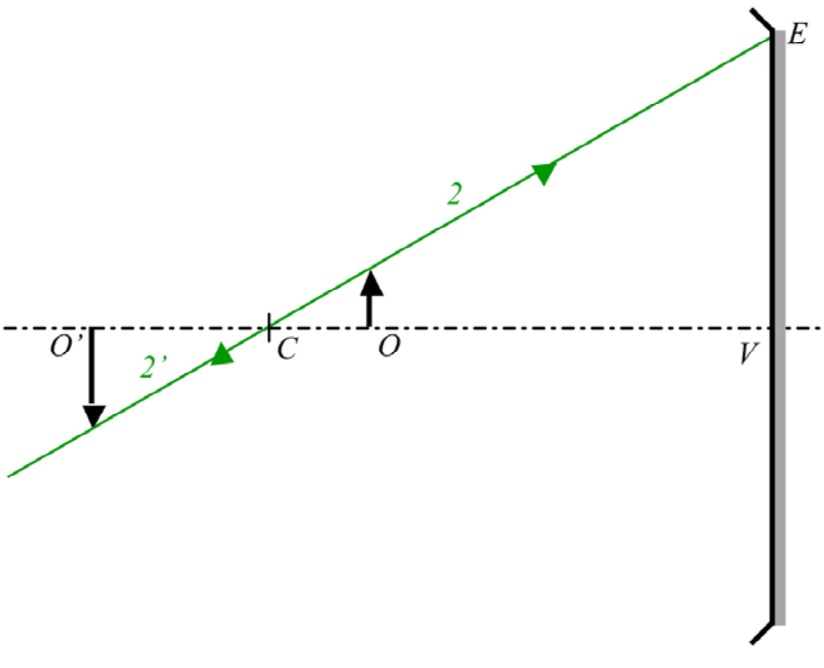


Para determinar el centro *C* se traza el segmento que une el extremo de *O* con el de *O'*. El punto de corte con el eje determina el centro *C*.



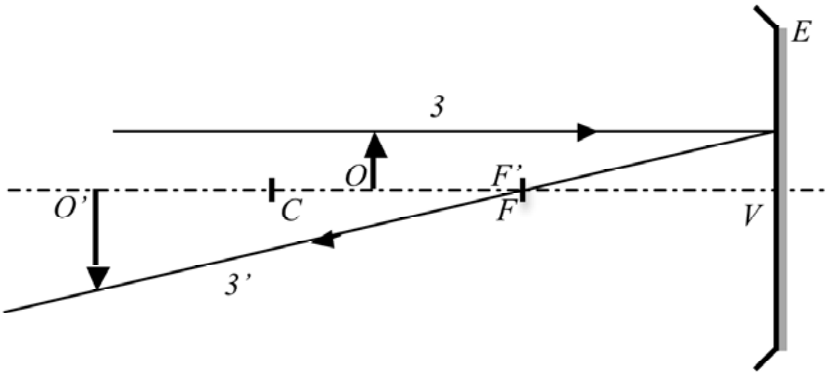
El centro *C* está situado a la izquierda del vértice *V* por lo que se trata de un espejo cóncavo.

La figura siguiente muestra la trayectoria (a la entrada y a la salida) del rayo que pasa por el centro.



Finalmente se traza el rayo *3*, paralelo al eje óptico y que pasa por el extremo de *O*. A la salida (*3'*) pasa por el extremo de *O'* y su punto de corte con el eje óptico determina *F'*, que coincide con el punto focal objeto *F*.

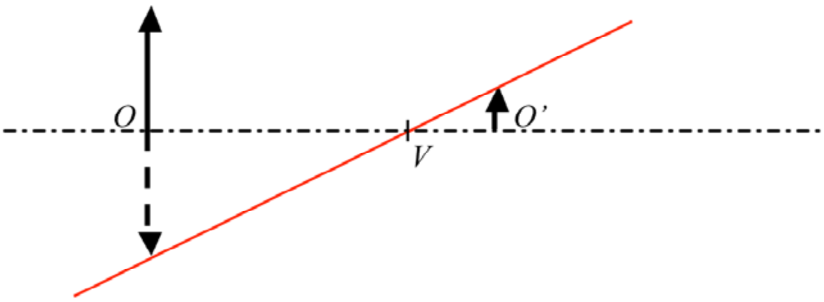
Obsérvese que los puntos *F* i *F'* están situados en el punto medio del segmento *VC*.



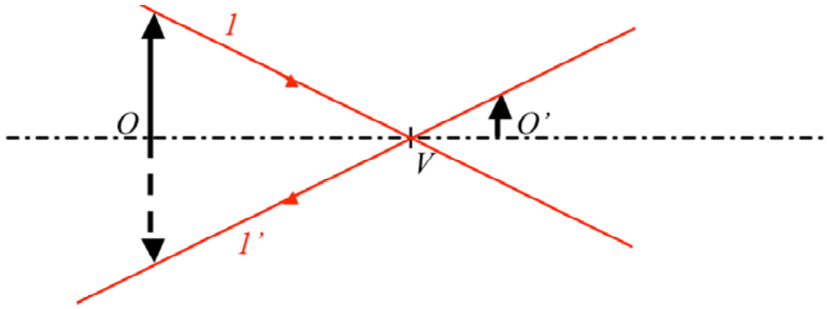
14. Un espejo esférico forma del objeto *O* la imagen *O'* según se muestra en la figura. Determina gráficamente: El centro, los puntos focales y el vértice de dicho espejo. ¿Se trata de un espejo cóncavo o convexo?

SOLUCIÓN:

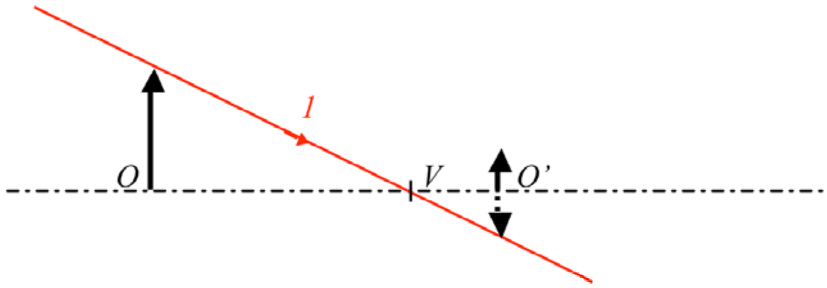
Se traza la prolongación simétrica del objeto *O* respecto del eje óptico (línea punteada). A continuación se une el extremo de la prolongación anterior con el extremo de *O'*. El punto de corte del segmento anterior con el eje óptico determina el vértice del espejo *V* del espejo.



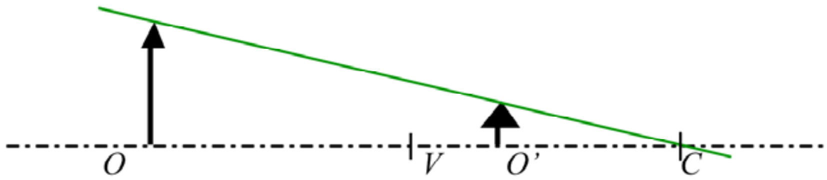
El segmento anterior representa el rayo a la salida del espejo o rayo *1'*. El rayo a la entrada o rayo *1* se obtiene uniendo el vértice *V* con el extremo del objeto *O*.



También puede procederse trazando la prolongación simétrica de *O'* y unir este extremo con el extremo de *O*. El vértice *V* quedará determinado por la unión del extremo de la prolongación con el extremo de *O*. En este caso el segmento anterior determinará el rayo a la entrada o rayo *1*.

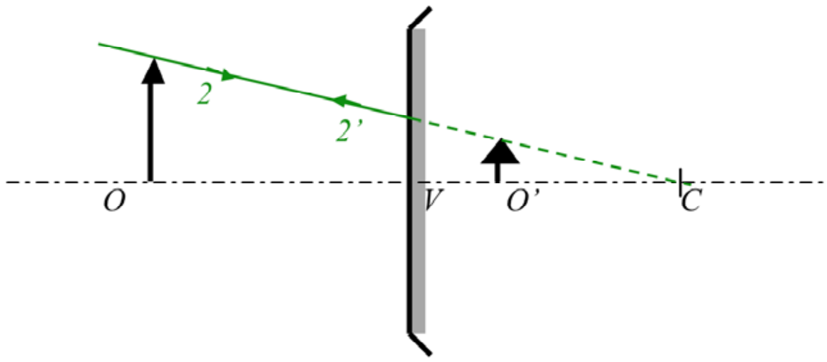


Para determinar el centro *C* se traza el segmento que une el extremo de *O* con el de *O'*. El punto de corte con el eje determina el centro *C*.



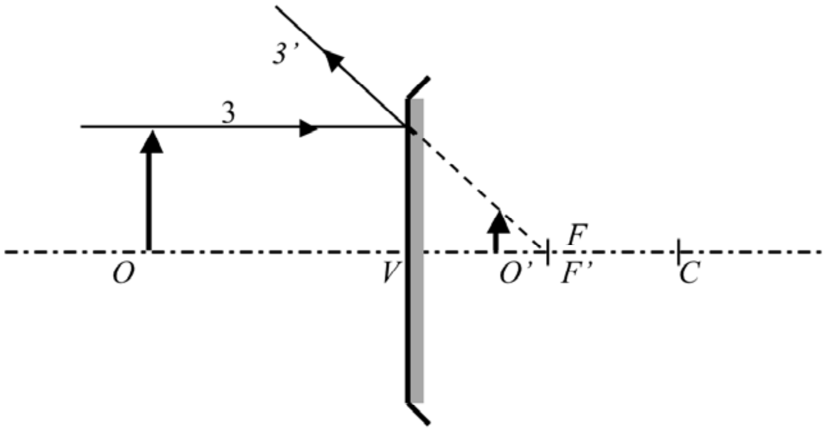
El centro *C* está situado a la derecha del vértice *V* por lo que se trata de un espejo convexo.

La figura siguiente muestra la trayectoria (a la entrada y a la salida) del rayo que pasa por el centro.



Finalmente se traza el rayo *3*, paralelo al eje óptico y que pasa por el extremo de *O*. A la salida (*3'*) pasa por el extremo de *O'* y su punto de corte con el eje óptico determina *F'*, que coincide con el punto focal objeto *F*.

Obsérvese que los puntos *F* i *F'* están situados en el punto medio del segmento *VC*.



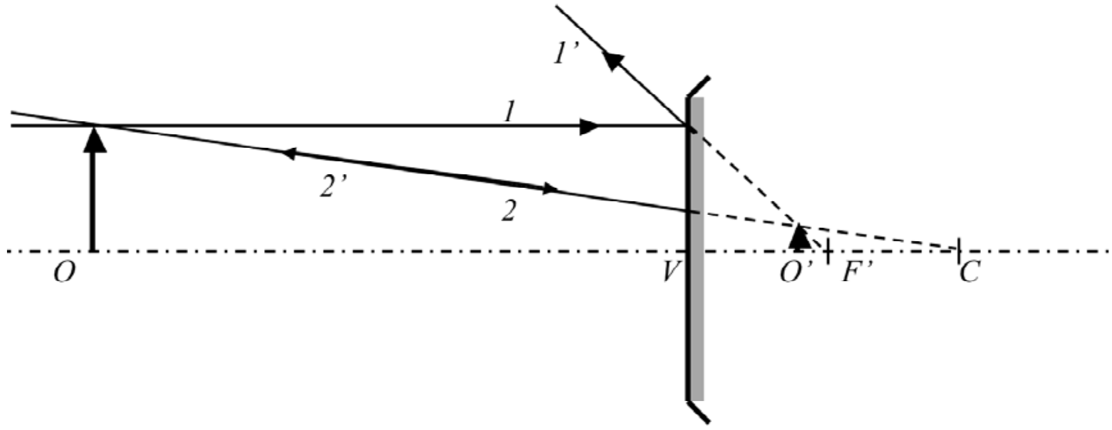
15. La figura (a) muestra la pintura de Jan Van Eyck *John Arnolfini y su esposa* de la Galería Nacional de Londres. La figura (b) muestra, ampliada, la imagen del espejo que está situado en el fondo de la sala.
a) Realiza un esquema que justifique la formación de la imagen por parte de ese espejo.
b) De qué tipo de espejo se trata?


(a)


(b)

SOLUCIÓN:

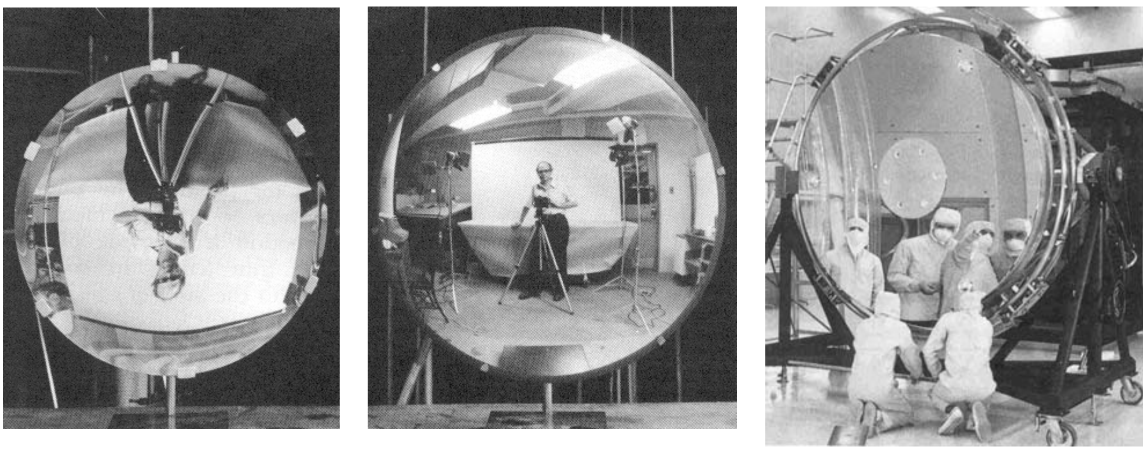
a) Se trata de un espejo que forma una imagen derecha y más pequeña de un objeto real alejado del mismo. El esquema es el siguiente.



b) El espejo es convexo y la imagen es virtual.

---

16. En la fotografia de la figura muestra la imagen formada por tres espejos esféricos diferentes de tres objetos reales.
a) Realiza un esquema que justifique la formación de la imagen por parte de cada espejo.
b) De qué tipos de espejos se trata?

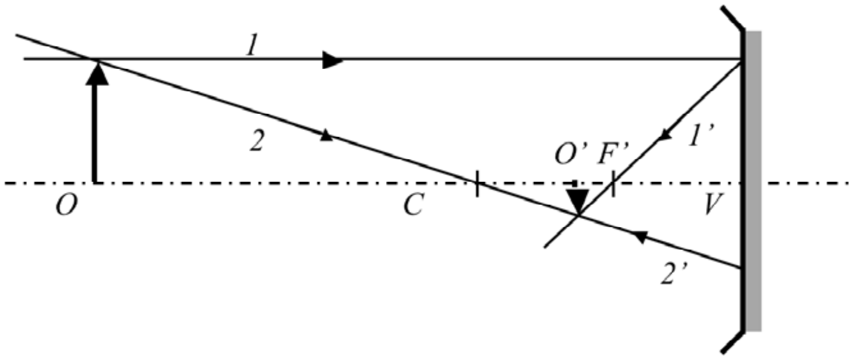


(a) (b) (c)

SOLUCIÓN:

Espejo (a): Forma una imagen invertida y menor que el objeto.

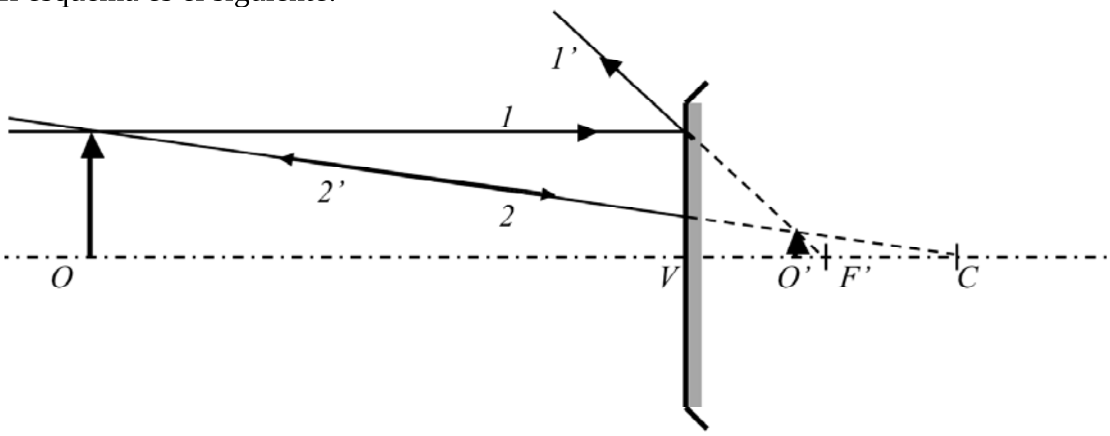
El esquema es el siguiente:



El espejo es cóncavo y la imagen es real. Para que se produzca esta situación el objeto debe situarse a la izquierda del centro *C*.

Espejo (b): Forma una imagen derecha y menor que el objeto.

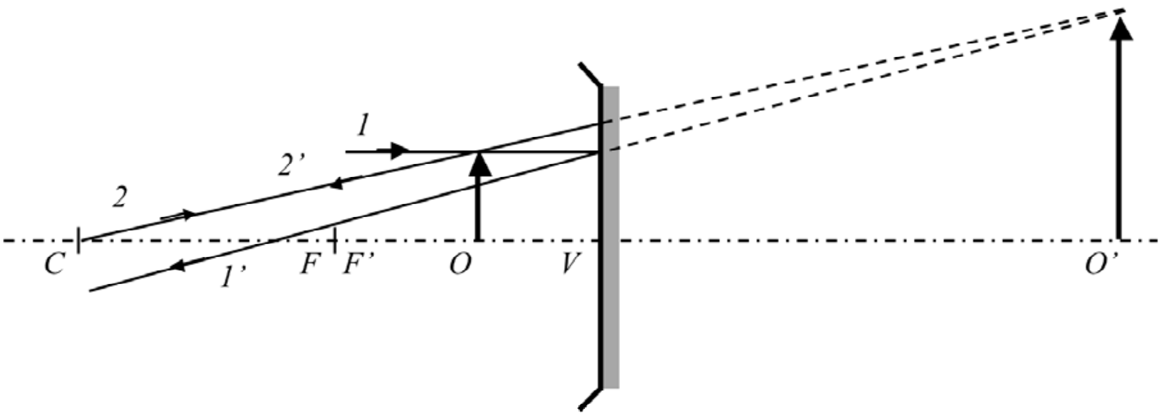
El esquema es el siguiente:



El espejo es convexo y la imagen es virtual. Esta situación se produce para cualquier posición del objeto a la izquierda de *V*, es decir, para cualquier posición de un objeto real.

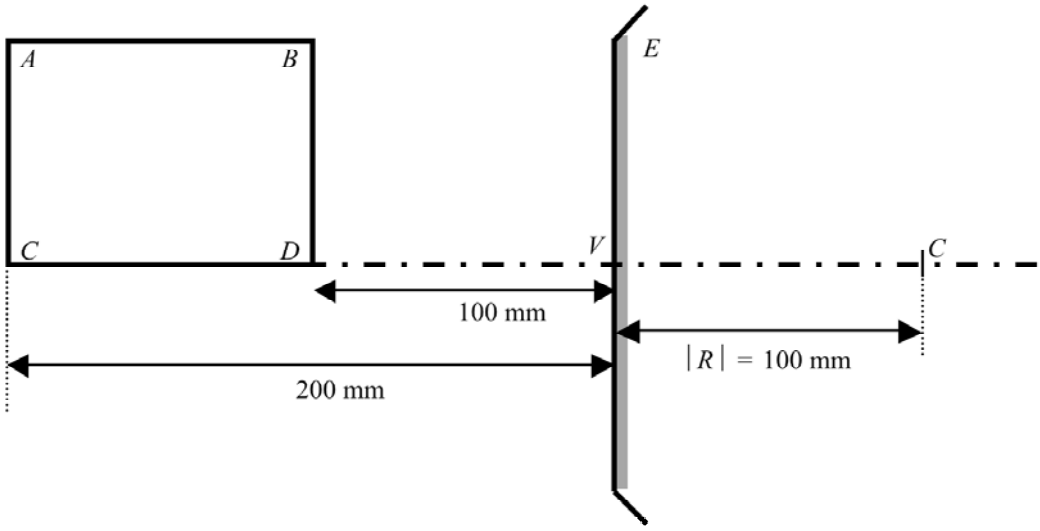
Espejo (c): Forma una imagen derecha y mayor que el objeto.

El esquema es el siguiente:



El espejo es cóncavo y la imagen es virtual. Para que se produzca esta situación el objeto debe situarse entre el punto focal objeto *F* y el vértice *V*.

17. Sea un espejo esférico, convexo, de radio |R|=100 mm. Un objeto de forma cuadrada *ABCD*, de 100 mm de lado, se situa delante del espejo según se muestra en la figura.
Determina:
a) La posición de la imagen de los 4 puntos *ABCD*.
b) La forma de la imagen.



SOLUCIÓN:

a) Imagen de los puntos *A*, *B*, *C* y *D*.

Posición de *C'* y *A'*:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R}; \qquad \frac{1}{s'}=\frac{2}{R}-\frac{1}{s}=\frac{2s-R}{Rs}. \qquad \text{Despejando:}$$

$$s'=\frac{Rs}{2s-R} \tag{1}$$

$$m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}; \qquad y'=-\frac{\frac{Rs}{2s-R}}{s}y. \qquad \text{Operando:}$$

$$y'=-\frac{Ry}{2s-R} \tag{2}$$

Sustituyendo en (1) y (2): $s = s_C = -200$ mm; $R = 100$ mm se obtiene:

$$s'_{C'}=\frac{100(-200)}{2(-200)-100}=40 \text{ mm}. \qquad C'A'=y'=-\frac{100(100)}{2(-200)-100}=20 \text{ mm}.$$

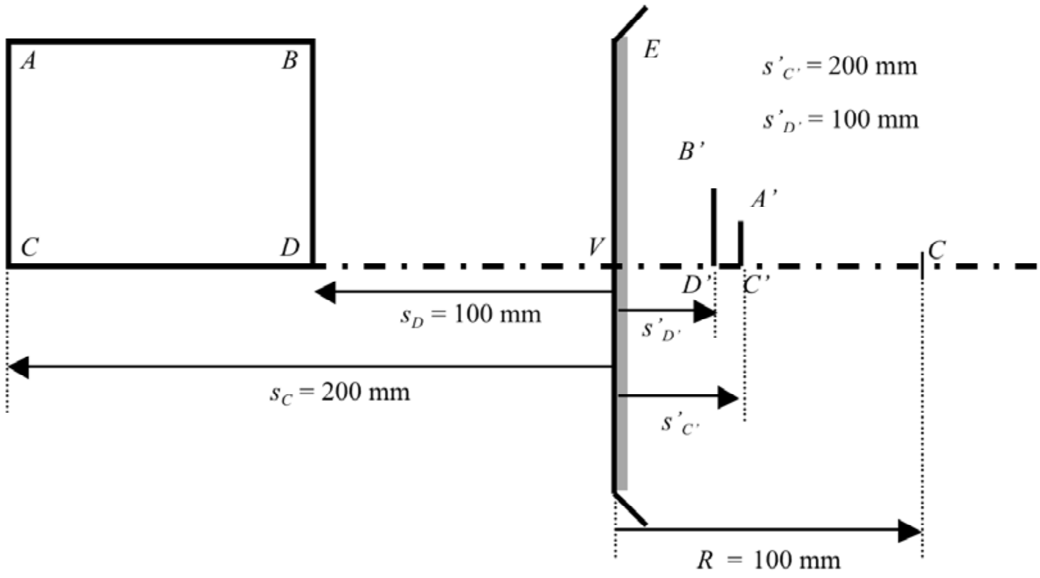
Posición de *D'* y *B'*:

Procediendo de la misma manera para: $s = s_D = -100$ mm se obtiene:

$$s'_{D'} = \frac{100(-100)}{2(-100)-100} = \frac{100}{3} = 33{,}3 \text{ mm.}$$

$$D'B' = y' = -\frac{100(-100)}{2(-100)-100} = \frac{100}{3} = 33{,}3 \text{ mm}\,.$$

La posición de los puntos *A'*, *B'*, *C'* y *D'* es la que se muestra en la figura:



En la figura anterior se observa que la forma del objeto y de la imagen no son proporcionales entre si.

b) Queda por determinar la imagen del segmento horizontal *AB*. En la figura se observa que, debido a que el augmento lateral depende de la posición del objeto, la imagen del segmento horizontal *AB* no será un segmento horizontal. Determinemos la curva que une los puntos situados entre *A'* y *B'* en este caso.

Despejando *s* en (1) se obtiene (3). Despejando *y* en (2) y substituyendo *s* por (3) se obtiene (4).

$$s = \frac{Rs'}{2s'-R} \tag{3}$$

$$y = -\frac{Ry'}{2s'-R} \tag{4}$$

Consideremos en caso general de un segmento *AB* de ecuación $y = as + b$ y determinemos la imagen que forma un espejo esférico del segmento anterior.

La forma de la imagen se obtendrá de sustituir en la ecuación anterior los valores de *s* e *y* por los de las ecuaciones (3) y (4).

$$-\frac{Ry'}{2s'-R} = a\left(\frac{Rs'}{2s'-R}\right) + b\,. \tag{5}$$

Operando se obtiene:

$y' = -\left(a + \dfrac{2b}{R}\right)s' + b$. Lo que significa que la imagen de un segmento recto es otro segmento recto.

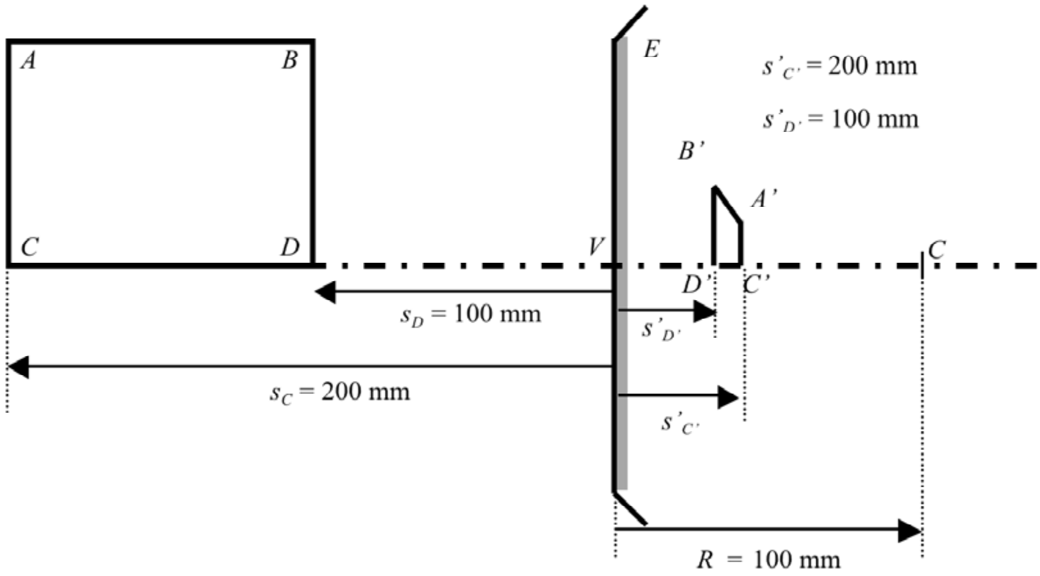
Obsérvese que el resultado obtenido es independiente de la concavidad o convexidad del espejo, sin embargo debe tenerse en cuenta que el segmento *AB* no contenga el punto que satisface $s = f$, o, dicho de otro modo, el segmento *AB* no debe cortar el plano focal objeto *F*.

En nuestro caso el segmento *AB*, por ser horizontal (*a* = 0), se representa por la recta de ecuación $y = b$. La recta imagen será:

$y' = -\dfrac{2b}{R}s' + b$. Teniendo en cuenta que *b* = 100 mm y *R* = 100 mm. El valor de *y'* en los puntos *s'*= 40 mm y $s' = \dfrac{100}{3}$ mm toma los valores respectivos de *y'* = 20 mm e $y' = \dfrac{100}{3}$ mm obtenidos anteriormente.

Así pues, la imagen del segmento *AB* será el segmento de recta que une los puntos *A'* y *B'*.

El objeto cuadrado se ha convertido en un trapecio en el espacio imagen.



La figura muestra que la forma del objeto y de la imagen no son proporcionales.

En el caso general de que el objeto tenga una forma dada por $y = f(s)$ la forma de la imagen vendrá dada por:

$$y' = \frac{R-2s'}{R} f\left(\frac{Rs'}{2s'-R}\right) = h(s'). \tag{6}$$