



Problemes

Problemas de óptica geométrica e instrumental

Unidad 5: Espejo plano

Jaume Escofet Soterias

Assignatura: Òptica geomètrica

Titulació: Grau en Òptica I Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

21/06/2022

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

**Unidad 5:
Espejo plano
Jaume Escofet**

Uso de este material

Copyright  2011 by Jaume Escofet

El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de  ptica Geom trica e Instrumental. Unidad 5: Espejo plano** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas están sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

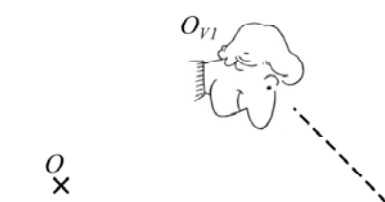
Terrassa, Septiembre de 2011.

UNIDAD 5. PROBLEMAS

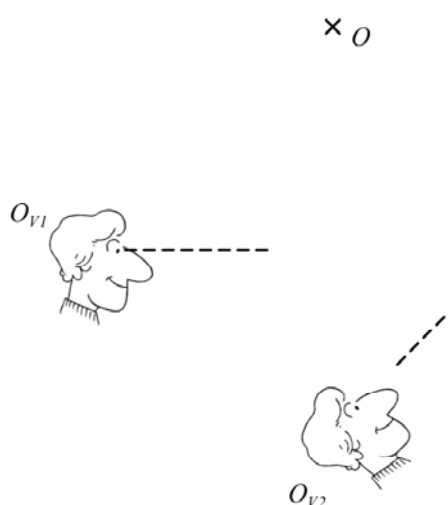
1. Los diagramas de la figura muestran una vista superior de la formación de una imagen por un espejo plano. El objeto O así como los ojos de los observadores O_{V1} y O_{V2} se encuentran todos en el mismo plano horizontal. Las líneas punteadas muestran la dirección de la visión cuando el observador mira la imagen formada por el espejo.

Para cada diagrama, determina:

- La posición de la imagen.
- La posición del objeto.
- La trayectoria de un rayo de luz que partiendo del objeto vaya al ojo del observador previa reflexión en el espejo.
- Si es posible que se den las situaciones mostradas en la figura.



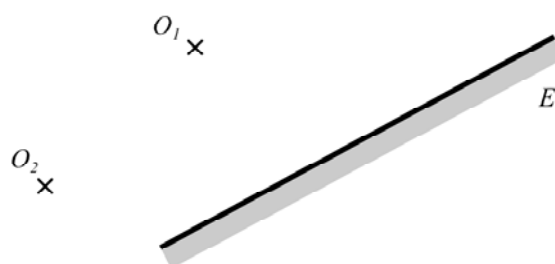
(a)



(b)

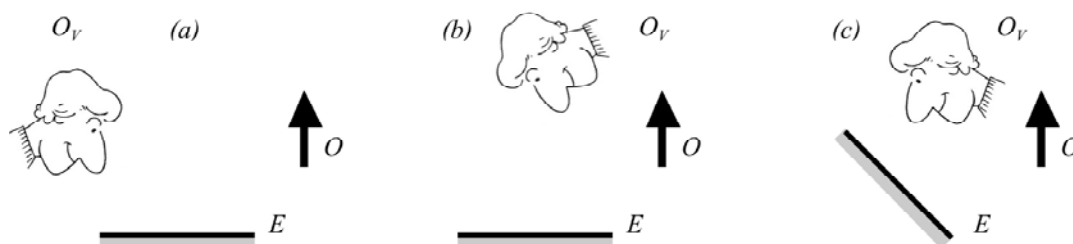
2. Sean dos objetos puntuales O_1 y O_2 y un espejo plano E situados según se muestra en la figura.

- Determina las posiciones de las imágenes respectivas que forma el espejo plano E .
- Dibuja la trayectoria de 3 rayos cualquiera de luz que salen de cada uno de los objetos después de reflejarse en el espejo.



3. Sean un objeto O , un espejo plano E y un observador O_V se muestran en la figura. Determina en cada caso:

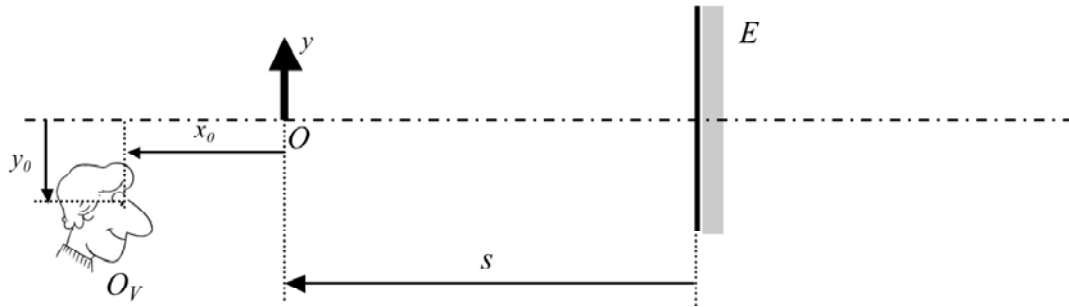
- La posición de la imagen que forma el espejo.
- ¿En qué casos el observador verá la totalidad de la imagen, un trozo de ella, o, simplemente, no la verá? Justifica gráficamente la respuesta.



4. Escribe cinco palabras, en dirección vertical u horizontal, de manera que su significado no cambie después de una reflexión especular.

5. Un objeto O , de tamaño y , está situado a la distancia s de un espejo plano E . Un observador O_V está situado a la distancia (x_0, y_0) respecto del punto axial objeto según se muestra en la figura. Determina:

- El tamaño mínimo, D , del espejo para que la imagen formada pueda ser vista en su totalidad por el observador. Expresar D en función de y , s , x_0 e y_0 .
- El valor de D en los casos siguientes: b1) $x_0 = -\infty$; b2) $x_0 = 0$; b3) $x_0 = -s$.
- El valor de D en el caso $y = 1200$ mm; $s = -300$ mm; $x_0 = -400$ mm e $y_0 = -300$ mm.



R/ a) $D = y \frac{s + x_0}{2s + y_0}$; b1) $D = y$, b2) $D = \frac{y}{2}$; c) $D = 840$ mm.

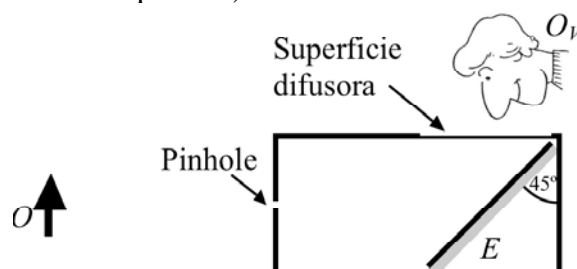
6. Sea un objeto O , un espejo plano E y un observador O_V según se muestra en la figura. Determina:

- La posición de la imagen del objeto O a través del espejo plano E .
- Si esta imagen será vista por el observador O_V .



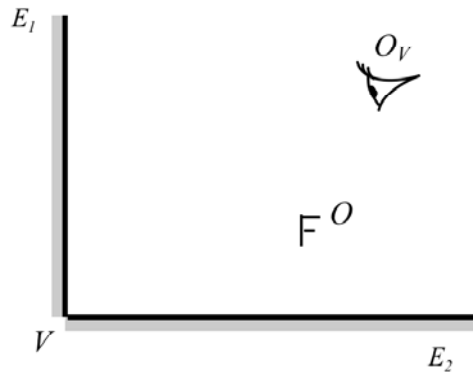
7. El espejo del ejercicio anterior se introduce en una cámara estenopeica dónde la cara superior es una superficie difusora según se muestra en la figura. Un observador mira la imagen de un objeto que se forma sobre la superficie difusora.

- Dibuja la imagen del objeto O a partir de la trayectoria de dos rayos de luz que salen, respectivamente, de la parte superior e inferior del objeto.
- ¿Como verá la imagen el observador? (mayor, menor, derecha, invertida, con la misma paridad, con cambio de paridad)



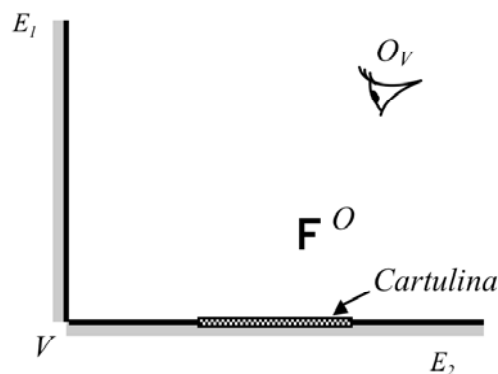
8. Sea el calidoscopio de la figura donde todos los elementos están situados en un mismo plano. Sea un objeto O en forma de F. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto O .
- Las imágenes que verá el observador visual O_V . Dibuja la trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hasta el observador visual O_V en cada caso.



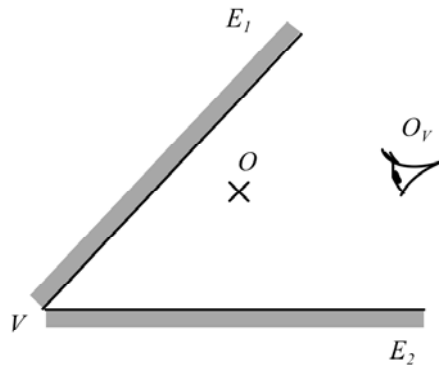
9. Sea el calidoscopio anterior en dónde se ha cubierto una parte del espejo E_2 con una cartulina negra según se muestra en la figura. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto O en este caso.
- Las imágenes que verá el observador visual O_V en este caso. Dibuja la trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hasta el observador visual O_V para cada imagen.



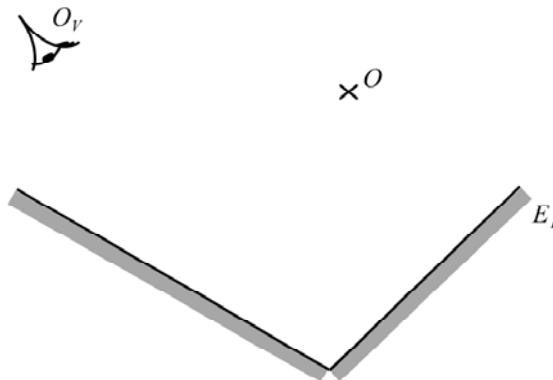
10. Sea el calidoscopio de la figura donde todos los elementos están situados en un mismo plano. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto puntual O .
- Si el observador visual verá la imagen O_2^{II} y O_2^{III} . En caso afirmativo traza la trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hasta el observador visual O_V .



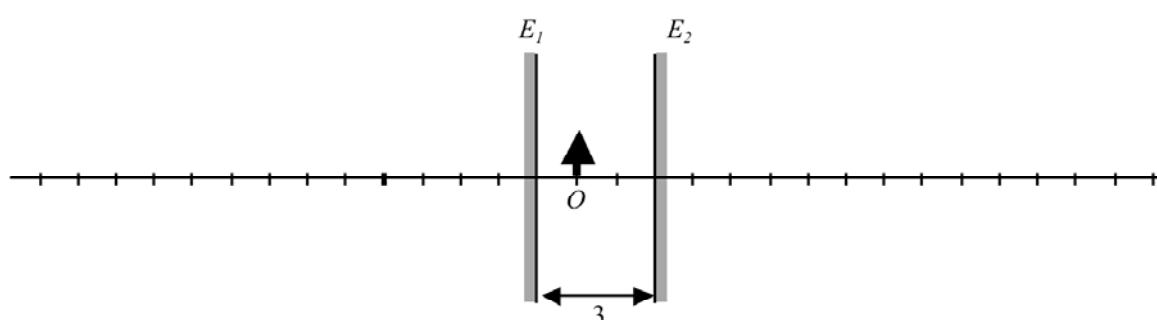
11. Sea el calidoscopio de la figura donde todos los elementos están situados en un mismo plano. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto O .
- El número de imágenes que verá el observador O_V y cuáles son.
- La trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hacia el observador O_V para cada una de las imágenes anteriores.



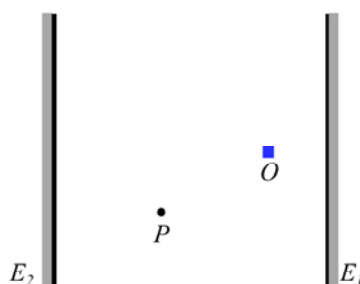
12. Sea el calidoscopio de la figura. La distancia entre E_1 y E_2 es de 3 unidades y la distancia entre E_1 y O es de 1 unidad. Determina las distancias siguientes:

$E_1 O^I_1 =$	$E_2 O^I_2 =$
$E_2 O^{II}_2 =$	$E_1 O^{II}_1 =$
$E_1 O^{III}_1 =$	$E_2 O^{III}_2 =$
$E_2 O^{IV}_2 =$	$E_1 O^{IV}_1 =$



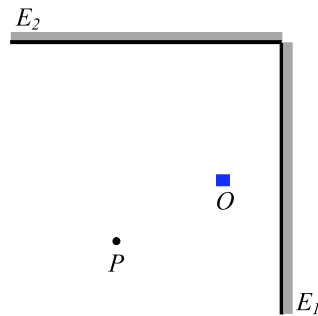
13. Sea una habitación con dos paredes espejadas, un objeto puntual, O , y un puntero láser, P , según se muestra en la figura:

- Determina las imágenes que se formarán del objeto O a través del sistema formado por estos dos espejos.
- Dibuja cuatro direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de una o varias reflexiones.



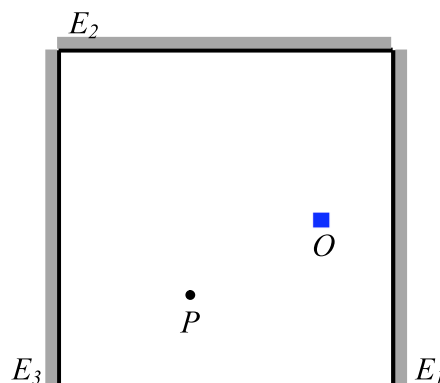
14. Sea una habitación con dos paredes espejadas, un objeto puntual, O , y un puntero  laser, P , según se muestra en la figura:

- Determina las imágenes que se formarán del objeto O a través del sistema formado por estos dos espejos.
- Dibuja todas las direcciones en las cuales el puntero  laser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de una o varias reflexiones.



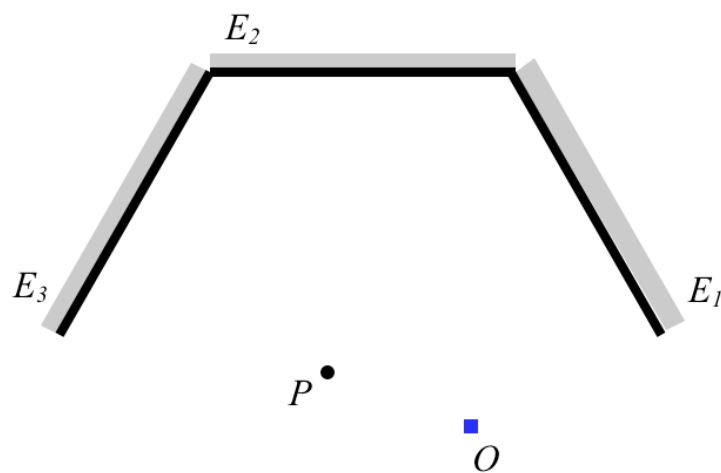
15. Sea una habitación de 3 paredes espejadas, un objeto puntual, O , y un puntero  laser, P , según se muestra en la figura:

- Determina las imágenes que se formarán del objeto O a través del sistema formado por estos tres espejos.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero  laser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar una reflexión en un espejo.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero  laser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar dos reflexiones.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero  laser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar tres reflexiones.



16. Sea el calidoscopio formado por tres espejos, un objeto puntual, O , y un puntero láser, P , según se muestra en la figura.

- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar una reflexión en un espejo.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar dos reflexiones.
- Dibuja la dirección a través de la cual el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar tres reflexiones.



Comentarios a los problemas de la unidad 5

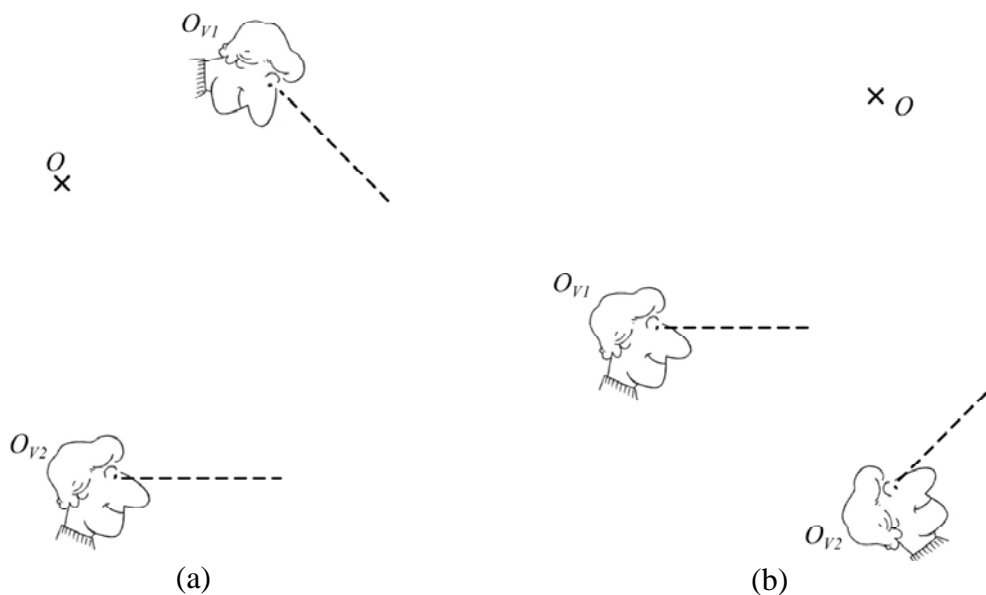
1. Debe tenerse en cuenta que los dos observadores están mirando la misma imagen. Una vez obtenida la posición de la imagen y teniendo en cuenta la posición del objeto es inmediato encontrar la posición del espejo plano teniendo en cuenta su condición de eje de simetría. Debe recordarse que la condición que debe cumplir la imagen O' para ser vista por el observador es que la recta que une el ojo del observador con la imagen debe atravesar el espejo.
2. Se dibuja en primer lugar la posición de las imágenes O'_1 y O'_2 . Para determinar la trayectoria de un rayo de luz se considerará que cualquier rayo de luz que salga de los puntos objeto O_1 y O_2 e incida en el espejo, a la salida, pasar  virtualmente por las imágenes O'_1 y O'_2 .
3. Debe formarse la imagen del objeto O en cada caso y tener en cuenta la condición que debe cumplir la imagen para que pueda ser vista por el observador.
4. Utiliza la imaginación y ten en cuenta la simetría especular que se produce en la imagen de un espejo.
5. Utiliza la imaginación.
5. Debe formarse la imagen y establecer una relación de proporcionalidad.
6. Se trata de un simple ejercicio de formar la imagen a través de un espejo plano.
7. Debe considerarse en primer lugar la imagen que forma el pinhole y, posteriormente, la imagen que forma el espejo de la imagen anterior.
8. Ejercicio t pico de calidoscopios.
9. Debe tenerse en cuenta que los rayos que inciden en la cartulina son absorbidos y no se reflejan.
- 10, 11, 12, 13 y 14. Ejercicios t picos de calidoscopios.
15. Calidoscopio formado por tres espejos. La configuración geom trica es muy simple y permite situar las imágenes muy fácilmente. El número de imágenes que se forma en este caso es infinito.
16. Igual que el anterior. En este caso el número de imágenes que se forman es infinito.

UNIDAD 5. SOLUCIONES

1. Los diagramas de la figura muestran una vista superior de la formación de una imagen por un espejo plano. El objeto O así como los ojos de los observadores O_{V1} y O_{V2} se encuentran todos en el mismo plano horizontal. Las líneas punteadas muestran la dirección de la visión cuando el observador mira la imagen formada por el espejo.

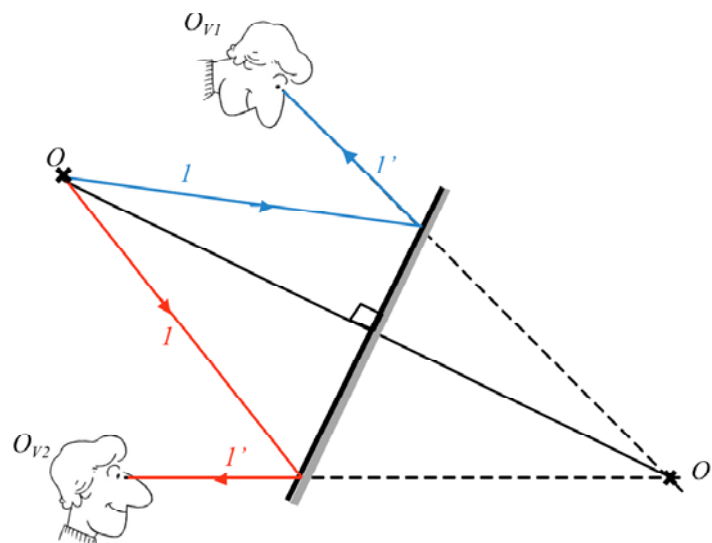
Para cada diagrama, determina:

- La posición de la imagen.
- La posición del objeto.
- La trayectoria de un rayo de luz que partiendo del objeto vaya al ojo del observador previa reflexión en el espejo.
- Si es posible que se den las situaciones mostradas en la figura.

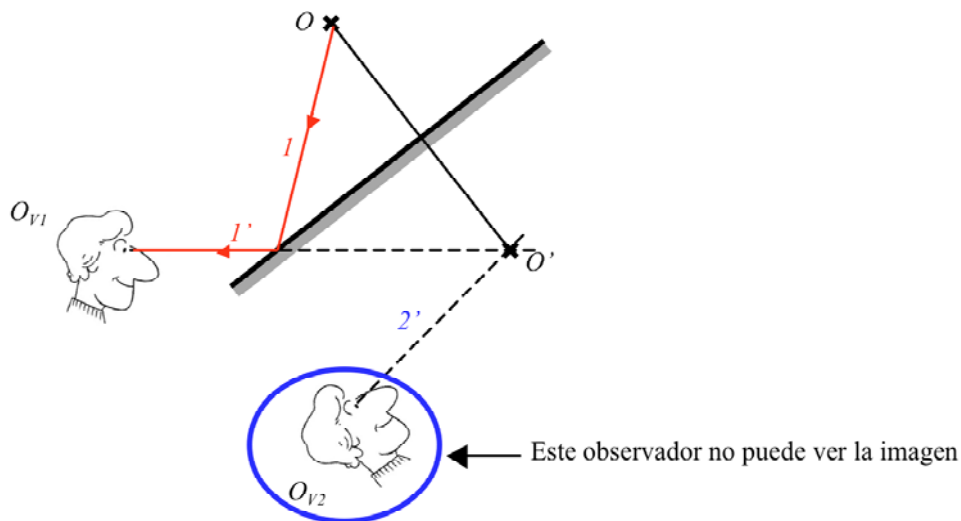


SOLUCIÓN:

a)



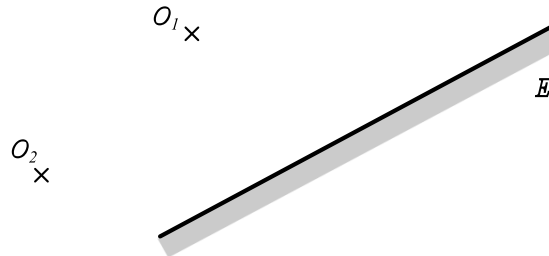
- a1) La posición del punto imagen O' se encuentra en el punto de intersección de las dos rectas de visión I' y $2'$.
- b1) Debido que el espejo se comporta como eje de simetría su posición quedará determinada por la mediatriz al segmento que une los puntos O y O' ¹.
- c1) Las trayectorias de los rayos de luz que partiendo del objeto O van a parar, previa reflexión en el espejo, a los ojos de los observadores quedan determinadas por los rayos I y I' y 2 y $2'$ respectivamente.
- d1) A la vista del esquema realizado la situación mostrada puede producirse.
- a2) Se procede como en el caso anterior. La posición del punto imagen O' se encuentra en el punto de intersección de las dos rectas de visión I' y $2'$.
- b2) Debido que el espejo se comporta como eje de simetría su posición quedará determinada por la mediatriz al segmento que une los puntos O y O' .
- c2) En este caso solamente la trayectoria determinada por los rayos I y I' va a parar al ojo del observador O_{V1} . El rayo $2'$ no se refleja en el espejo, por consiguiente O_{V2} no puede ver esta imagen.
- d2) A la vista del esquema realizado la situación mostrada no puede producirse.



¹ La mediatriz a un segmento es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de dicho segmento.

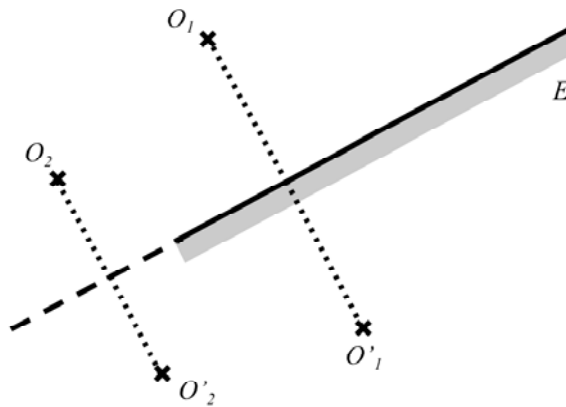
2. Sean dos objetos puntuales O_1 y O_2 y un espejo plano E situados según se muestra en la figura.

- Determina las posiciones de las imágenes respectivas que forma el espejo plano E .
- Dibuja la trayectoria de 3 rayos cualquiera de luz que salen de cada uno de los objetos después de reflejarse en el espejo.



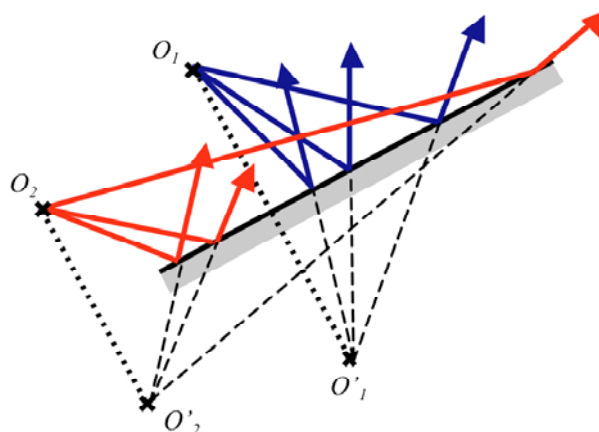
SOLUCIÓN:

- Teniendo en cuenta la condición de simetría del espejo plano en la formación de la imagen:



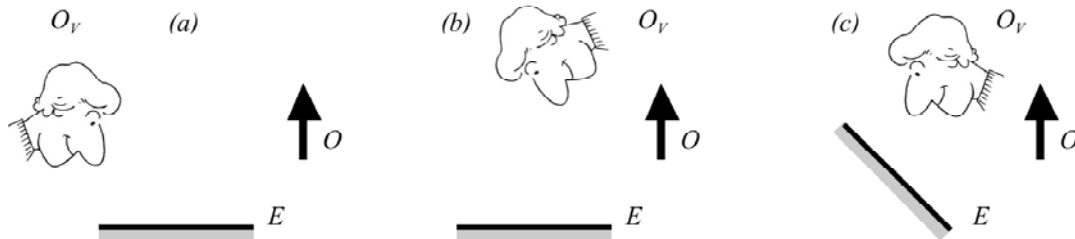
Es de destacar que aunque el objeto O_2 no esté situado encima del espejo la imagen se forma igualmente. Dicho de otra manera, siempre que un objeto real está situado delante de un espejo se forma la imagen.

- Debido que el espejo plano es un sistema óptico estigmático TODOS los rayos que salen de los puntos objeto O_1 y O_2 después de reflejarse pasan virtualmente por los puntos imágenes O'_1 y O'_2 respectivamente.



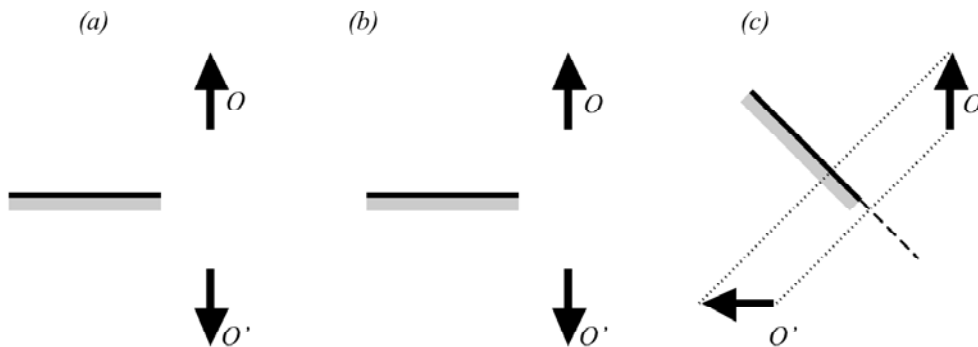
3. Sean un objeto O , un espejo plano E y un observador O_V se muestran en la figura. Determina en cada caso:

- La posición de la imagen que forma el espejo.
- ¿En qué casos el observador verá la totalidad de la imagen, un trozo de ella, o, simplemente, no la verá? Justifica gráficamente la respuesta.

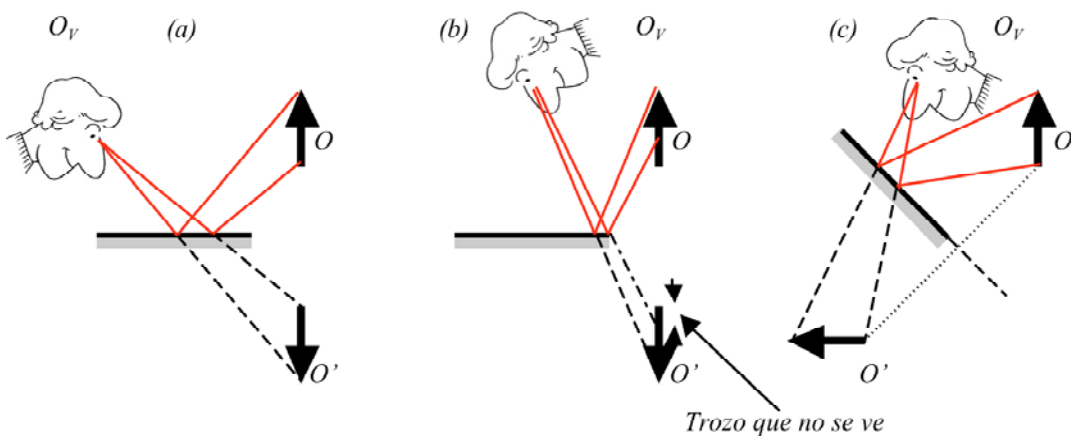


SOLUCIÓN:

- Procediendo como en el ejercicio anterior en cada caso la imagen O' es la simétrica de O a través del espejo plano E .

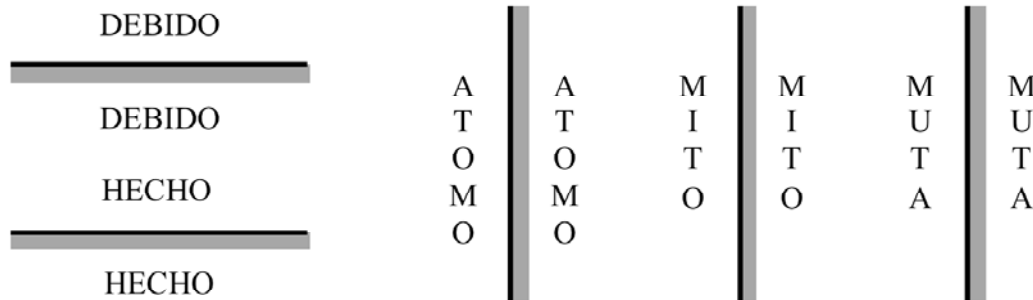


- Para que esta imagen sea vista por el observador O_V la recta de visión entre el observador O_V y la imagen O' debe atravesar el espejo. Según se muestra en la figura, el observador verá completamente la imagen en los casos (a) y (c) mientras que en el caso (b) la verá parcialmente.



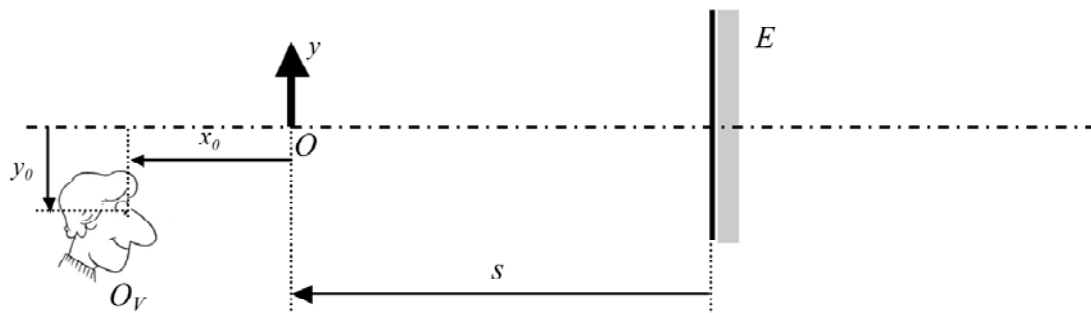
4. Escribe cinco palabras, en dirección vertical u horizontal, de manera que su significado no cambie después de una reflexión especular.

SOLUCIÓN:



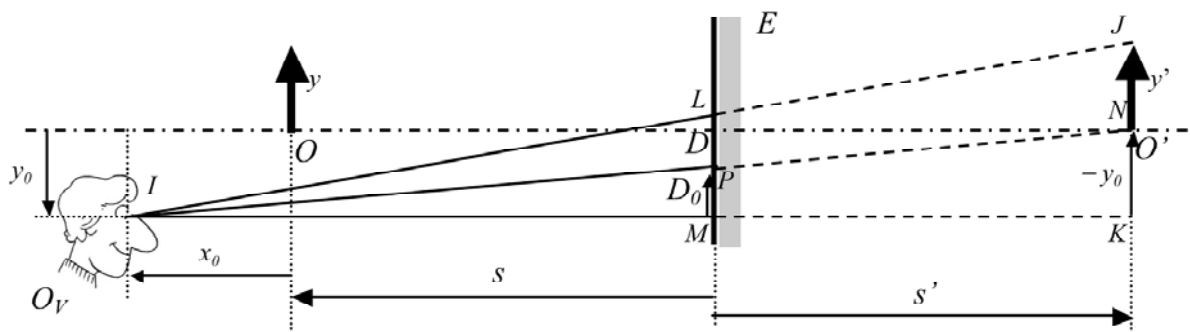
5. Un objeto O , de tamaño y , está situado a la distancia s de un espejo plano E . Un observador O_V está situado a la distancia (x_0, y_0) respecto del punto axial objeto según se muestra en la figura. Determina:

- El tamaño mínimo, D , del espejo para que la imagen formada pueda ser vista en su totalidad por el observador. Expresar D en función de y , s , x_0 e y_0 .
- El valor de D en los casos siguientes: b1) $x_0 = -\infty$; b2) $x_0 = 0$; b3) $x_0 = -s$.
- El valor de D en el caso $y = 1200$ mm; $s = -300$ mm; $x_0 = -400$ mm e $y_0 = -300$ mm.



SOLUCIÓN:

- La imagen O' estará situada en la posición simétrica de O respecto del espejo E .



Sea $D > 0$ el tamaño mínimo necesario del espejo para poder ver la imagen y' .

Teniendo en cuenta los signos en la medida de las distancias los triángulos IKJ e ILM son semejantes, por lo que se establece que:

$$\frac{y' - y_0}{s' - s - x_0} = \frac{D + D_0}{-s - x_0} \quad (1)$$

Por otro lado, los triángulos INK i IPM también son semejantes, por lo que se establece que:

$$\frac{-y_0}{s' - s - x_0} = \frac{D_0}{-s - x_0} \quad (2)$$

A partir de (1) y (2) se obtiene:

$$\frac{y'}{s' - s - x_0} = \frac{D}{-s - x_0} \quad (3)$$

Así pues, el diámetro mínimo D del espejo plano E que permite ver la imagen y' es:

$$D = y' \frac{-s - x_0}{s' - s - x_0} \quad (4)$$

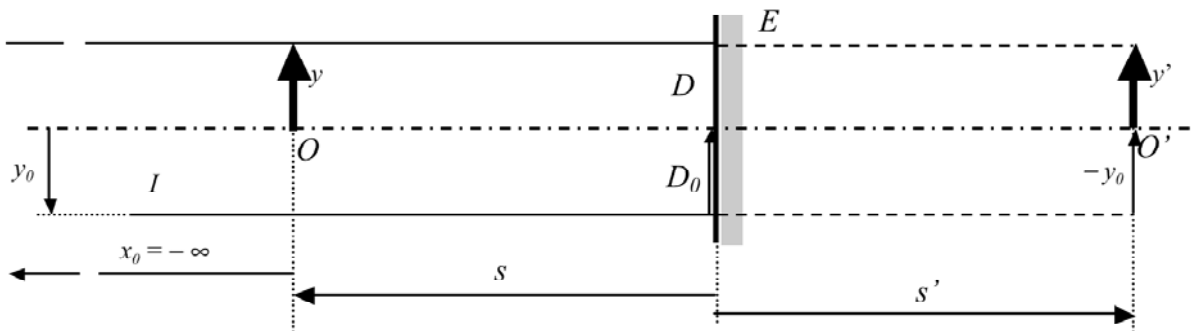
Teniendo en cuenta en la ecuación anterior $s' = -s$ y que $y' = y$, la expresión anterior se reduce a:

$$D = y \frac{s + x_0}{2s + x_0} \quad (5)$$

Según se muestra en la ecuación anterior el diámetro mínimo D del espejo E que permite ver la totalidad del tamaño y de la imagen no depende de la coordenada y_0 .

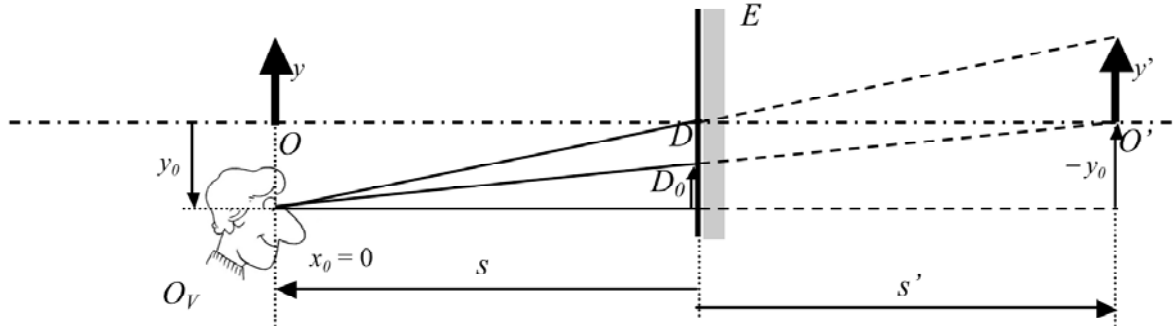
b1) Consideremos el caso particular $x_0 = -\infty$. La ecuación (5) en el límite cuando x_0 tiende a infinito se reduce a:

$$D = y \quad (6)$$



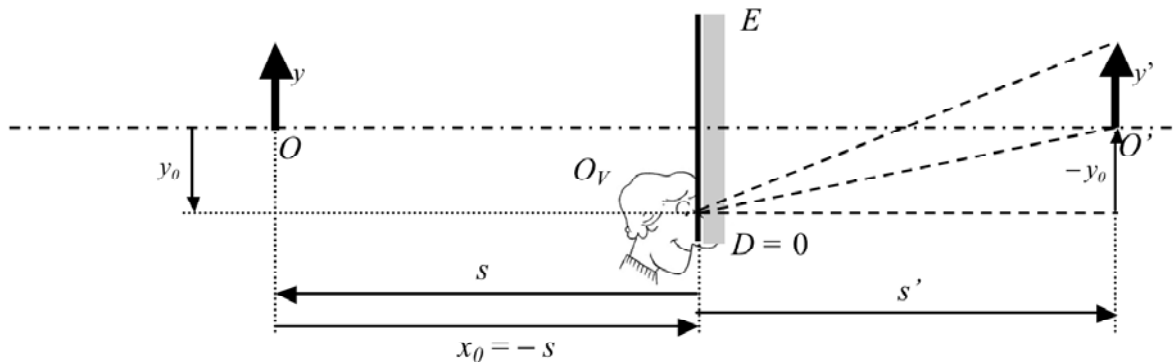
b2) Consideremos el caso particular $x_0 = 0$. El observador visual O_V está situado a la misma distancia del espejo que el objeto y . La ecuación (5) se reduce a:

$$D = y \frac{s}{2s} = \frac{y}{2} . \quad (7)$$



b3) Consideremos el caso $x_0 = -s$. O, lo que es lo mismo $x_0 = s'$. En este caso el observador visual O_V está situado encima del espejo.

$$D = 0. \quad (8)$$



c) En el caso de la aplicación numérica $y = 1200$ mm; $s = -300$ mm; $x_0 = -400$ mm e $y_0 = -300$ mm.

$$D = y \frac{s + x_0}{2s + x_0} = 1200 \frac{-300 + (-400)}{-600 + (-400)} = 1200 \frac{700}{1000} = 840 \text{ mm} .$$

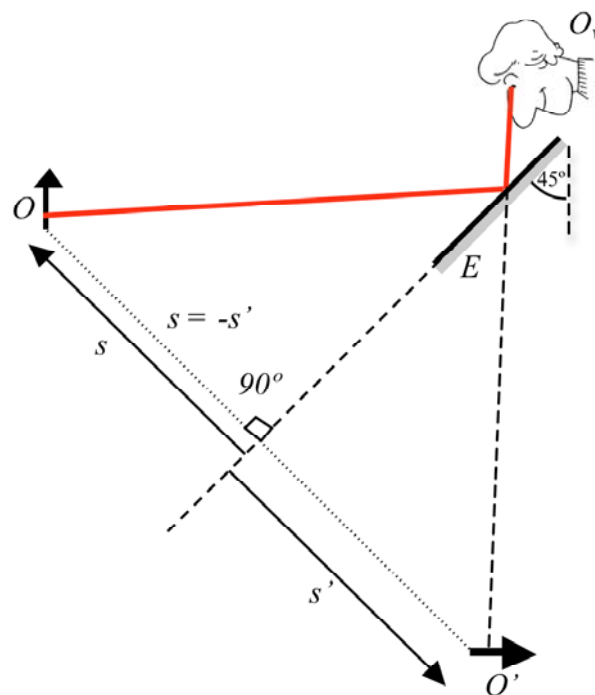
6. Sea un objeto O , un espejo plano E y un observador O_v según se muestra en la figura. Determina:

- La posición de la imagen del objeto O a través del espejo plano E .
- Si esta imagen será vista por el observador O_v .



SOLUCIÓN:

a)

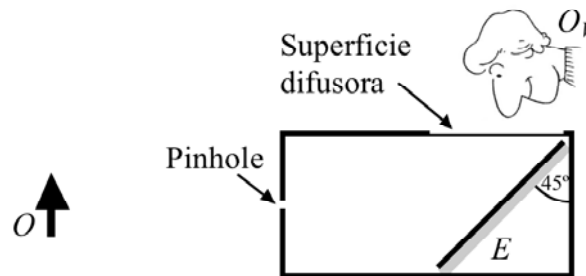


La imagen O' es el simétrico del objeto O respecto del espejo E .

b) A la vista de la figura el observador verá la imagen O' .

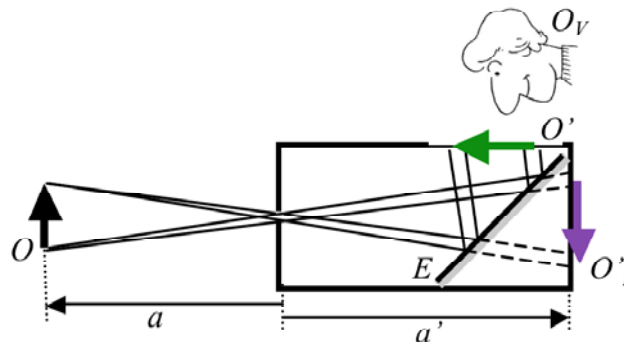
7. El espejo del ejercicio anterior se introduce en una cámara estenopeica dónde la cara superior es una superficie difusora según se muestra en la figura. Un observador mira la imagen de un objeto que se forma sobre la superficie difusora.

- Dibuja la imagen del objeto O a partir de la trayectoria de dos rayos de luz que salen, respectivamente, de la parte superior e inferior del objeto.
- ¿Como verá la imagen el observador? (mayor, menor, derecha, invertida, con la misma paridad, con cambio de paridad)



SOLUCIÓN:

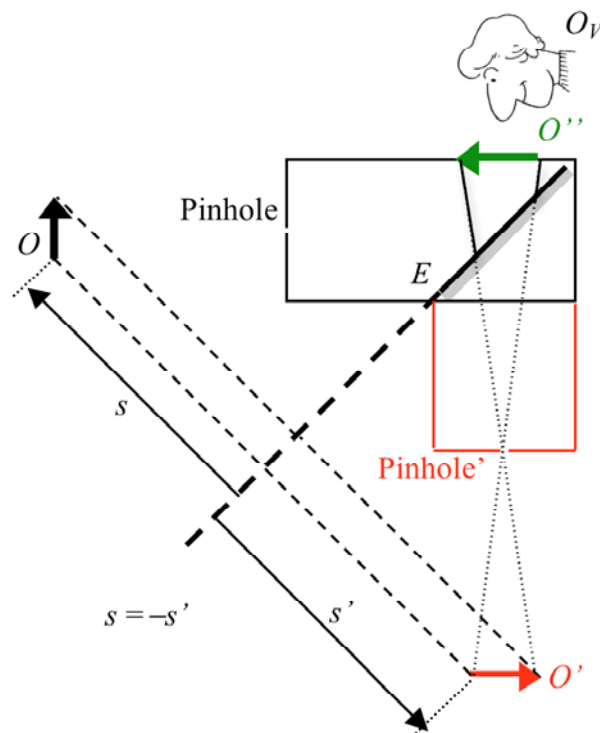
- La trayectoria de dos rayos de luz que salen de la parte superior e inferior del objeto será:



En la figura anterior O'_p es la imagen que formaría el pinhole en el caso de no existir el espejo E . O'_p es objeto virtual para el espejo plano E y su imagen será O' la cual es simétrica de O'_p respecto del espejo E .

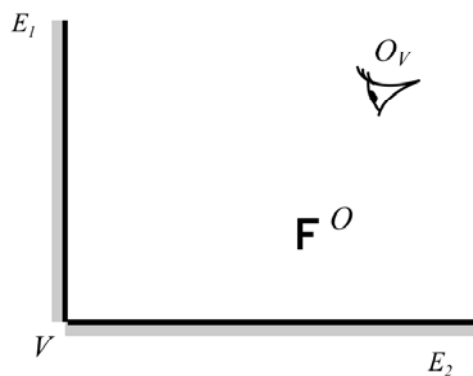
- La imagen que ve el observador es mayor que el objeto ya que $a' > |a|$, derecha y con cambio de paridad (izquierda-derecha) ya que se ha producido una reflexión en el espejo.

Otra manera de formar la imagen es considerar en primer lugar la acción del espejo E . Dicho espejo forma, de forma simétrica (rotación de 90° en este caso) la imagen del objeto y de la cámara pinhole según se muestra en la figura. A continuación se busca la imagen O'' del objeto O' a través del pinhole.



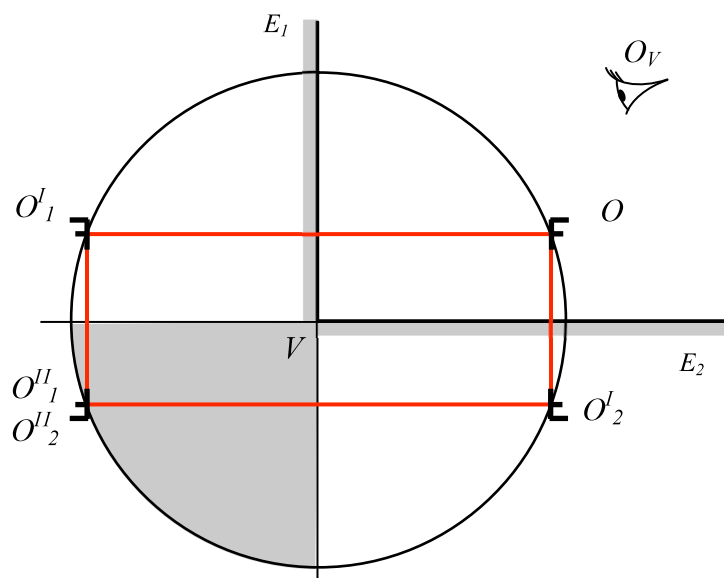
8. Sea el calidoscopio de la figura donde todos los elementos están situados en un mismo plano. Sea un objeto O en forma de F. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto O .
- Las imágenes que verá el observador visual O_v . Dibuja la trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hasta el observador visual O_v en cada caso.



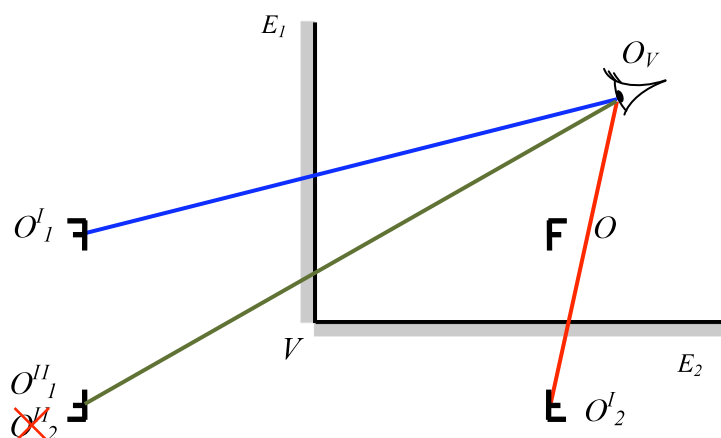
SOLUCIÓN:

a) Imágenes formadas por el calidoscopio:

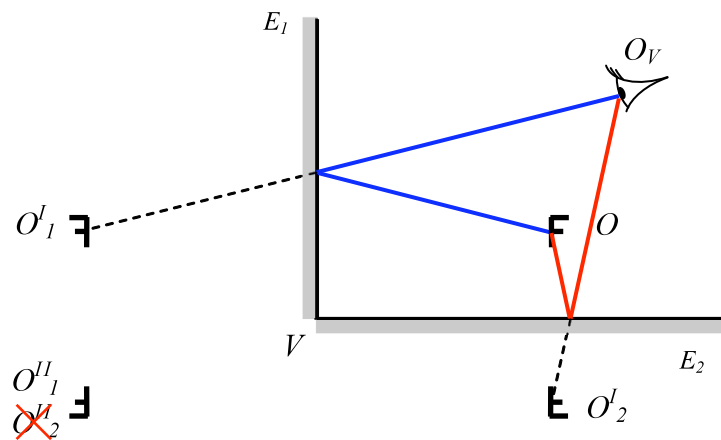


Las imágenes O^{II}_1 y O^{II}_2 están superpuestas.

b) Las imágenes que verá el observador O_V serán: O^I_1 , O^I_2 y O^{II}_1 . Esto es debido a que la visual entre O_V y las imágenes anteriores atraviesa el último espejo que ha formado la imagen. Asimismo la imagen O^{II}_2 no será vista por el observador O_V ya que la visual $O_V O^{II}_2$ atraviesa el espejo E_1 que no coincide con el último espejo que ha formado esta imagen que es E_2 .



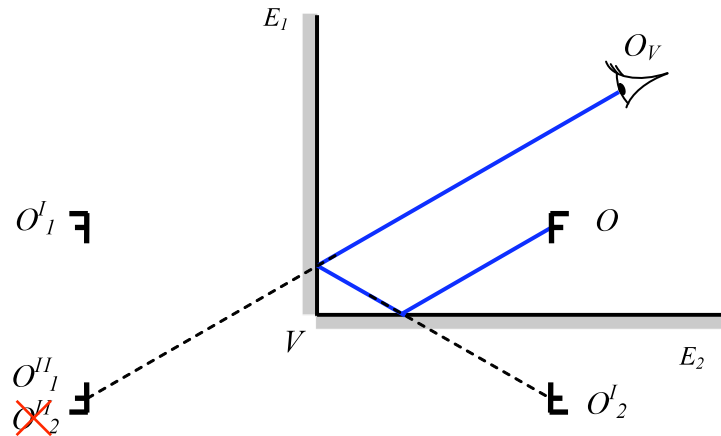
b1) Observación de O_1^I y O_2^I .



La trayectoria que seguirá el rayo de luz en cada caso será:

$O_V \rightarrow O_1^I \rightarrow O$ y $O_V \rightarrow O_2^I \rightarrow O$.

b2) Observación de O_1^{II} .

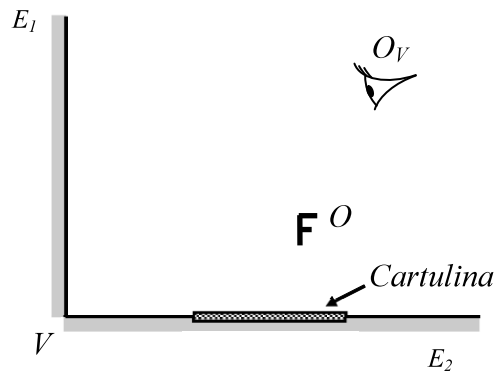


La trayectoria que seguirá el rayo de luz en cada caso será:

$O_V \rightarrow O_1^{II} \rightarrow O_2^I \rightarrow O$.

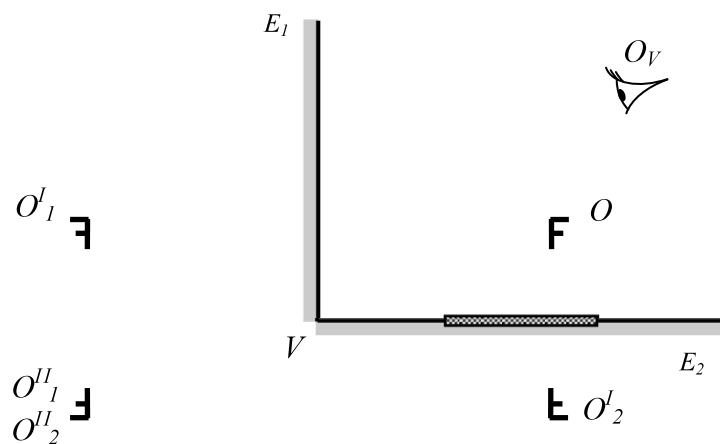
9. Sea el calidoscopio anterior en dónde se ha cubierto una parte del espejo E_2 con una cartulina negra según se muestra en la figura. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto O en este caso.
- Las imágenes que verá el observador visual O_V en este caso. Dibuja la trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hasta el observador visual O_V para cada imagen.



SOLUCIÓN:

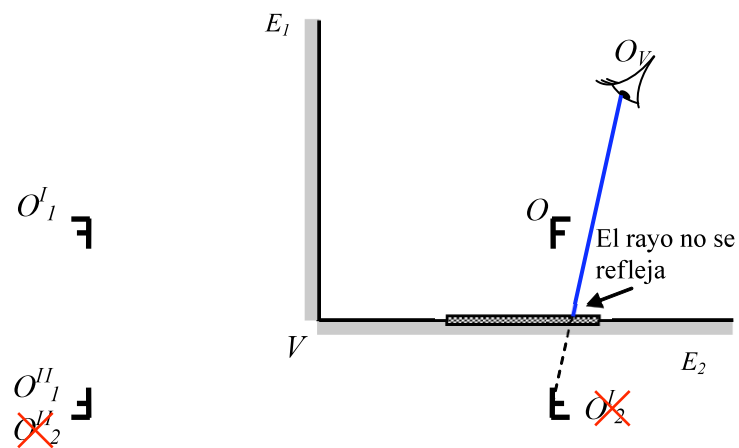
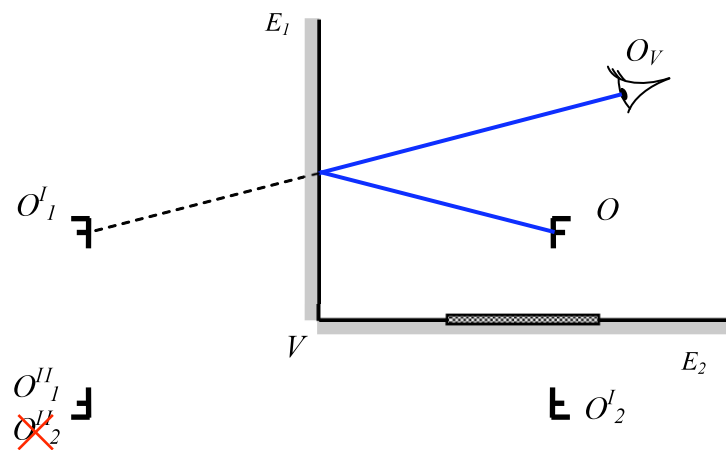
- Las imágenes formadas serán las mismas independientemente de que una parte de E_2 esté cubierta con una cartulina negra.



- De la discusión del ejercicio anterior O_V no ve O^{II}_2 .

- Observación de O^I_1 y O^I_2 .

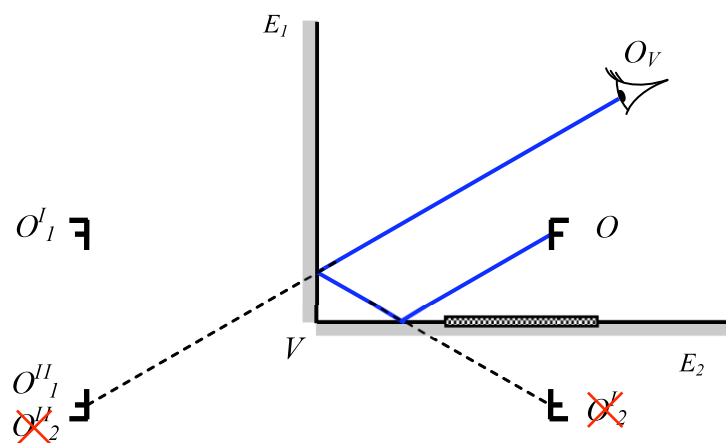
El observador O_V verá O^I_1 y no verá O^I_2 ya que la visual no atraviesa el espejo (la cartulina negra no lo permite) según se muestra en la figura.



La trayectoria del rayo de luz será: $O_V \rightarrow O_I^I \rightarrow O$.

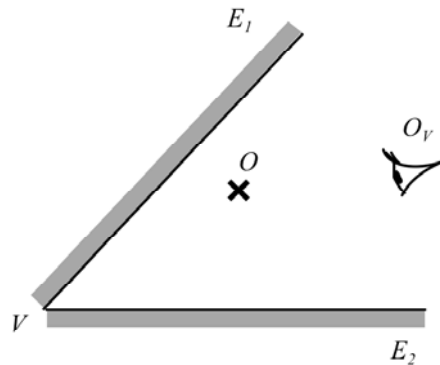
b2) Observación de O_I^{II} .

La trayectoria del rayo de luz será: $O_V \rightarrow O_I^{II} \rightarrow O_2^I \rightarrow O$.



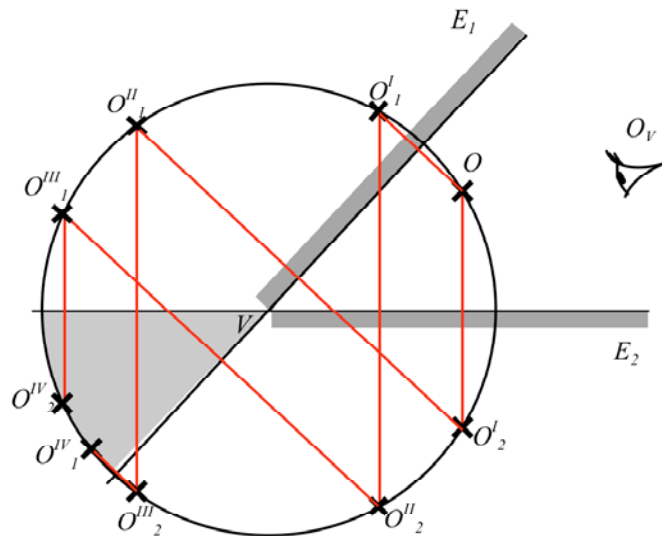
10. Sea el calidoscopio de la figura donde todos los elementos están situados en un mismo plano. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto puntual O .
- Si el observador visual verá la imagen O_2^{II} y O_2^{III} . En caso afirmativo traza la trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hasta el observador visual O_V .

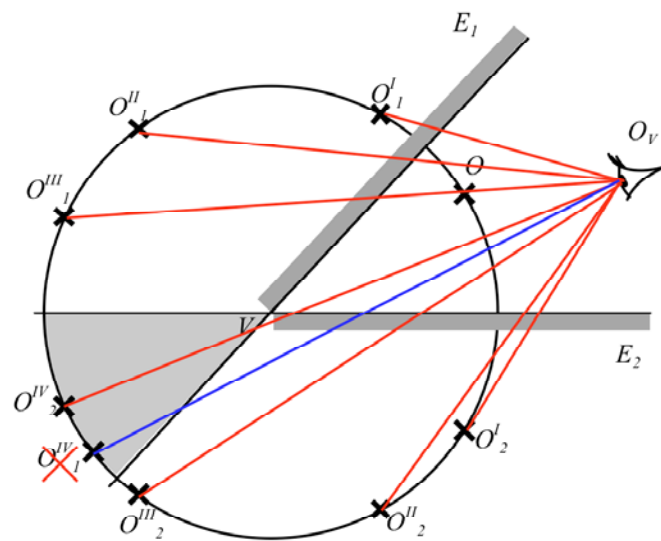


SOLUCIÓN:

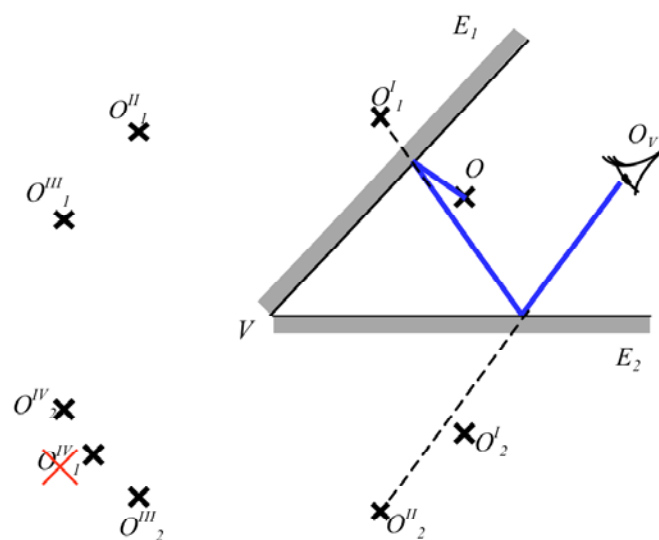
- Imágenes formadas por el calidoscopio:



- Las imágenes que verá el observador O_V serán: O^I_1 , O^I_2 , O^{II}_1 , O^{II}_2 , O^{III}_1 , O^{III}_2 y O^{IV}_2 . El observador no verá la imagen O^{IV}_1 . Esto es debido a que la visual entre O_V y las imágenes anteriores atraviesa el último espejo que ha formado la imagen. La imagen O^{VI}_1 no será vista por el observador O_V ya que la visual $O_V O^{VI}_1$ atraviesa el espejo E_2 que no coincide con el último espejo que ha formado esta imagen que es E_1 .

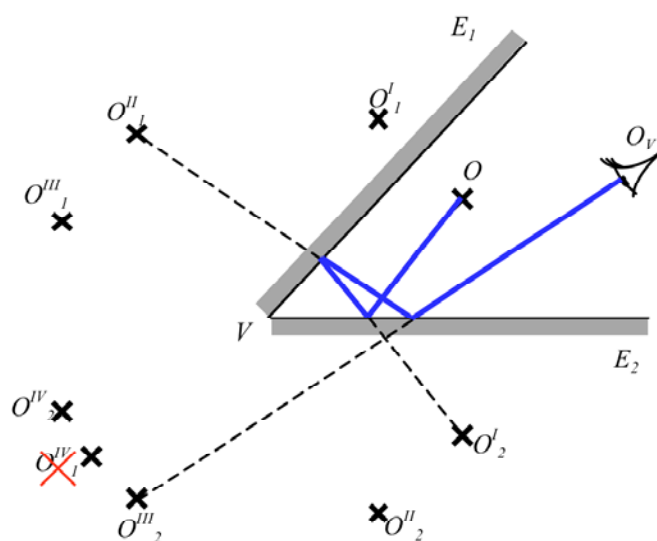


b1) Visión de O^{II}_2 .



La trayectoria del rayo de luz será: $O_V \rightarrow O^{II}_2 \rightarrow O^I_1 \rightarrow O$.

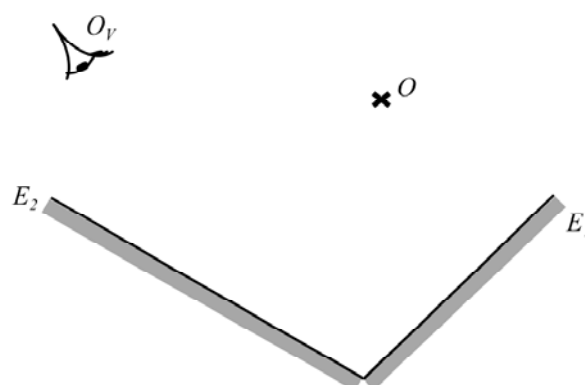
b1) Visión de O_{2}^{III} .



La trayectoria del rayo de luz será: $O_V \rightarrow O_I^{III} \rightarrow O_I^{II} \rightarrow O_2^I \rightarrow O$.

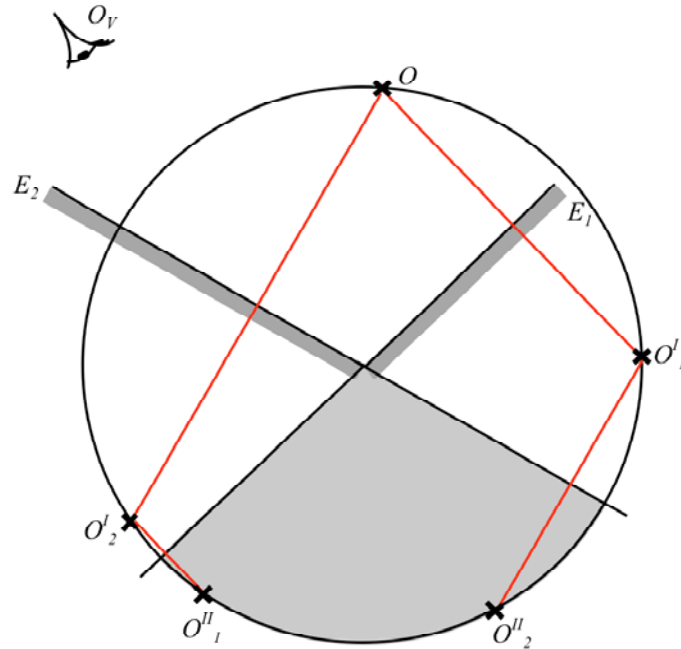
11. Sea el calidoscopio de la figura donde todos los elementos están situados en un mismo plano. Determina gráficamente:

- Las imágenes que forma el calidoscopio del objeto O .
- El número de imágenes que verá el observador O_V y cuáles son.
- La trayectoria del rayo de luz desde el objeto O hacia el observador O_V para cada una de las imágenes anteriores.

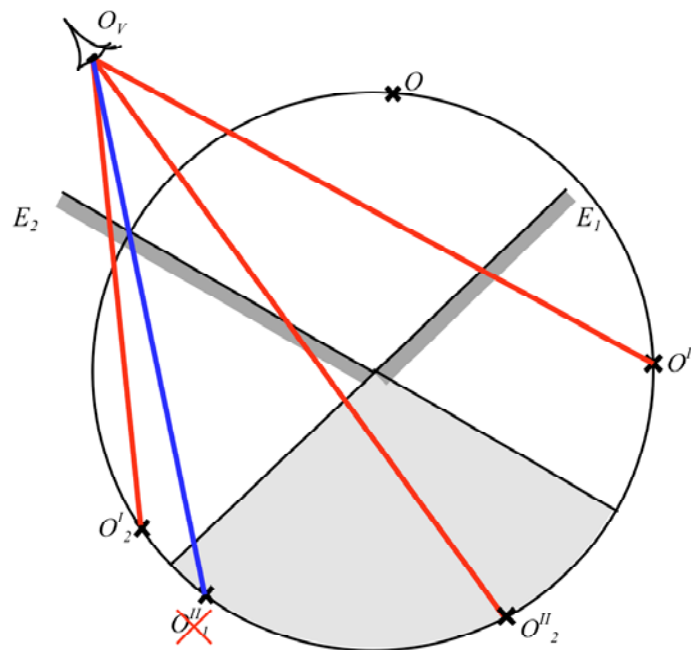


SOLUCIÓN:

a) Imágenes formadas por el calidoscopio:

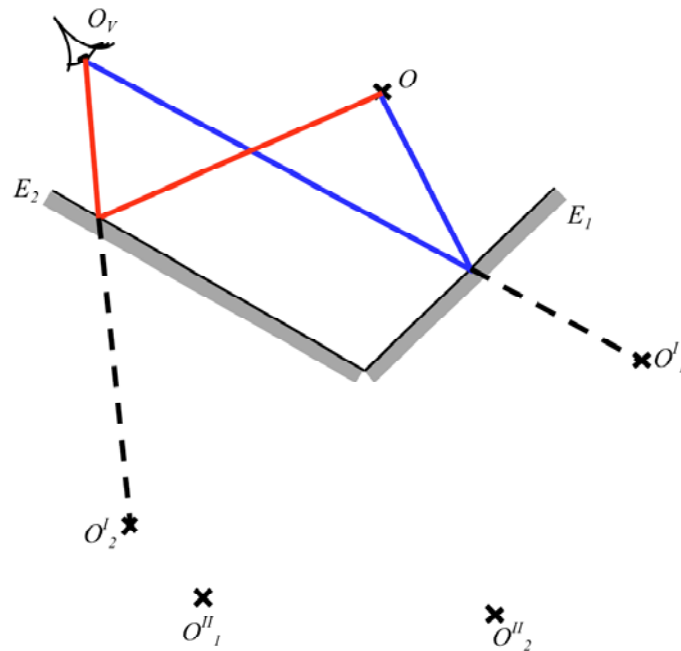


b) Las imágenes que verá el observador O_v serán: O'_1 , O''_1 y O''_2 . El observador no verá la imagen O'_2 ya que la visual $O_v O'_2$ atraviesa el espejo E_1 que no coincide con el último espejo que ha formado esta imagen que es E_2 .



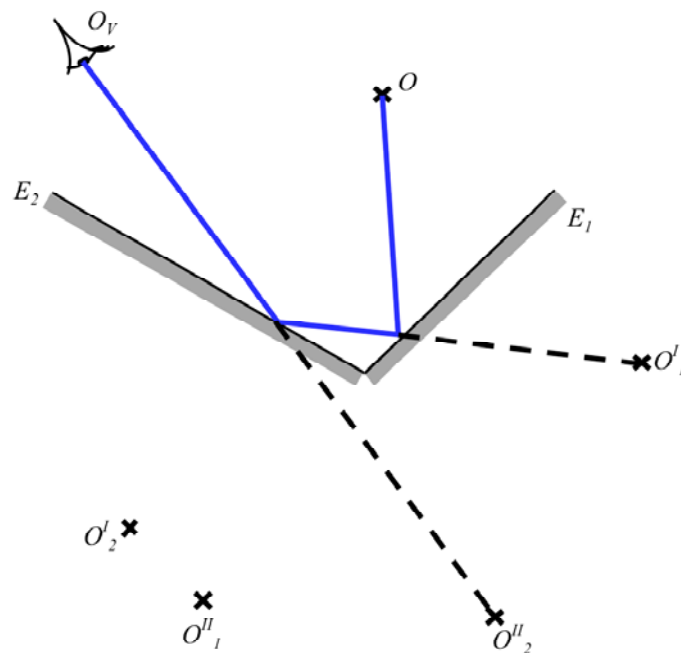
c) Trayectoria del rayo de luz:

c1) Visión de O^I_1 y O^I_2 :



La trayectoria de los rayos de luz será: $O_V \rightarrow O^I_2 \rightarrow O$ y $O_V \rightarrow O^I_1 \rightarrow O$.

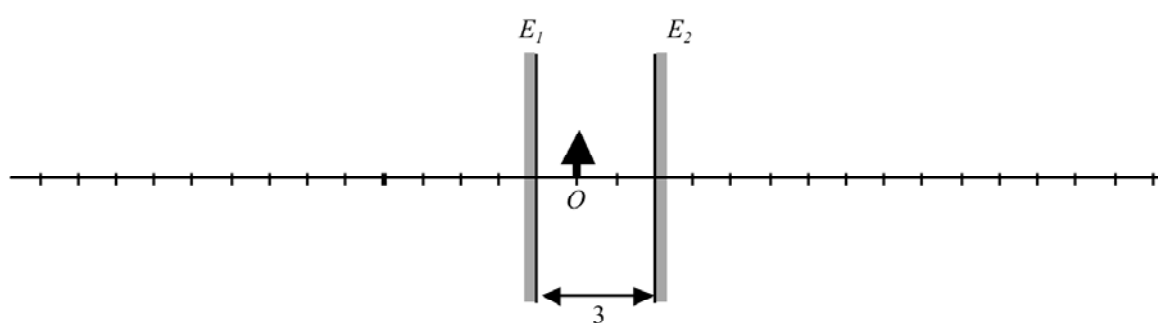
c2) Visión de O^{II}_2 :



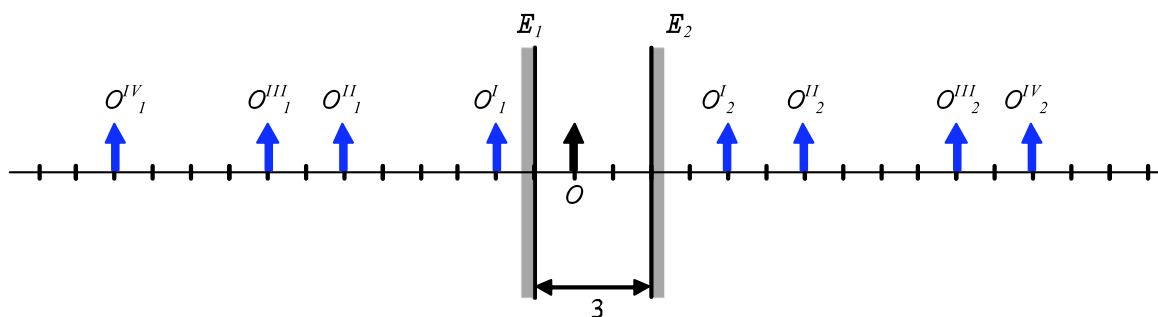
La trayectoria del rayo será: $O_V \rightarrow O^{II}_2 \rightarrow O^I_1 \rightarrow O$.

12. Sea el calidoscopio de la figura. La distancia entre E_1 y E_2 es de 3 unidades y la distancia entre E_1 y O es de 1 unidad. Determina las distancias siguientes:

$E_1 O'_1 =$	$E_2 O'_2 =$
$E_2 O''_2 =$	$E_1 O''_1 =$
$E_1 O'''_1 =$	$E_2 O'''_2 =$
$E_2 O^{IV}_2 =$	$E_1 O^{IV}_1 =$



SOLUCIÓN:

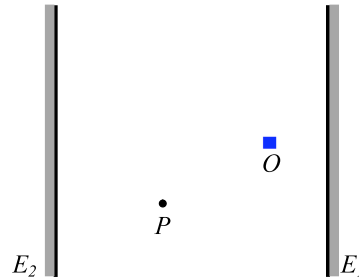


A partir del diagrama anterior:

$E_1 O'_1 = -1$	$E_2 O'_2 = 2$
$E_2 O''_2 = 4$	$E_1 O''_1 = -5$
$E_1 O'''_1 = -7$	$E_2 O'''_2 = 8$
$E_2 O^{IV}_2 = 10$	$E_1 O^{IV}_1 = -11$

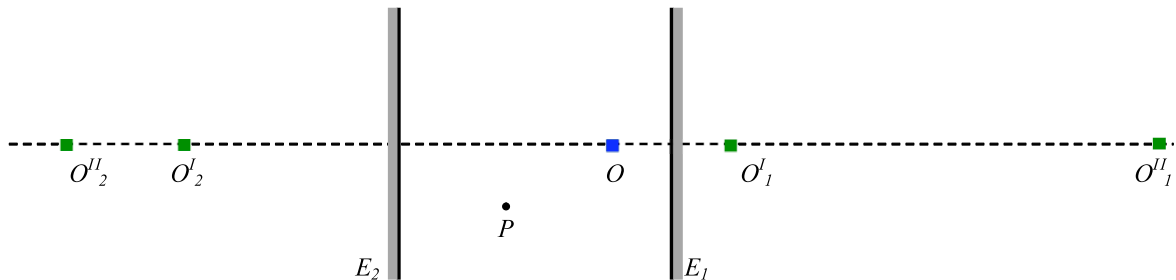
13. Sea una habitación con dos paredes espejadas, un objeto puntual, O , y un puntero láser, P , según se muestra en la figura:

- Determina las imágenes que se formarán del objeto O a través del sistema formado por estos dos espejos.
- Dibuja cuatro direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de una o varias reflexiones.

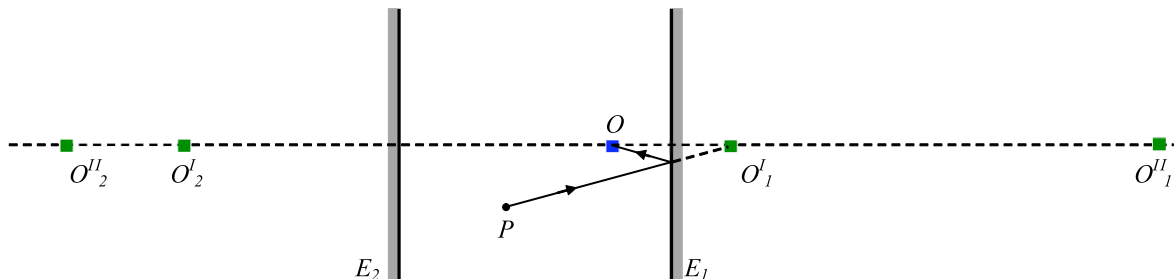


SOLUCIÓN:

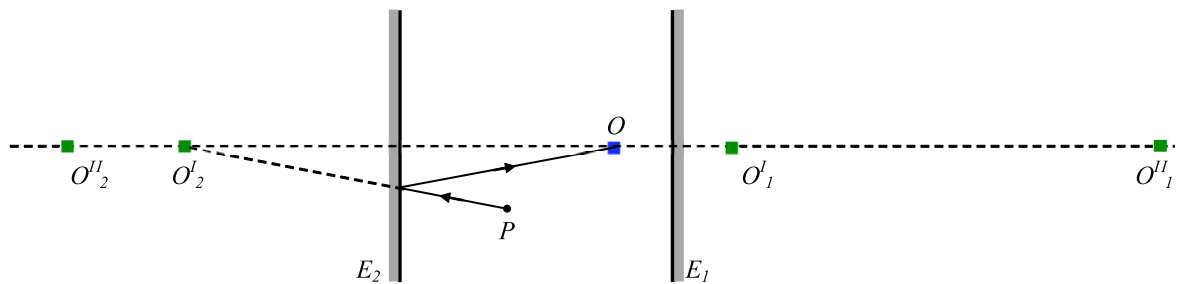
- El número de imágenes que formará esta asociación de espejos será infinito. Por problemas de espacio solamente se considerarán las cuatro primeras.



- Rayo que parte de P e incide en O después de efectuar una reflexión. En este caso existen dos trayectorias. La primera será: $P \rightarrow O'_1 \rightarrow O$.

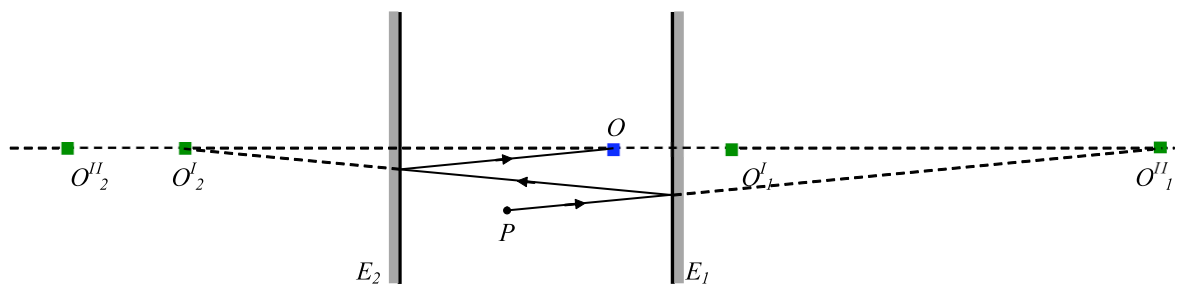


Mientras que la segunda será: $P \rightarrow O^I_2 \rightarrow O$.

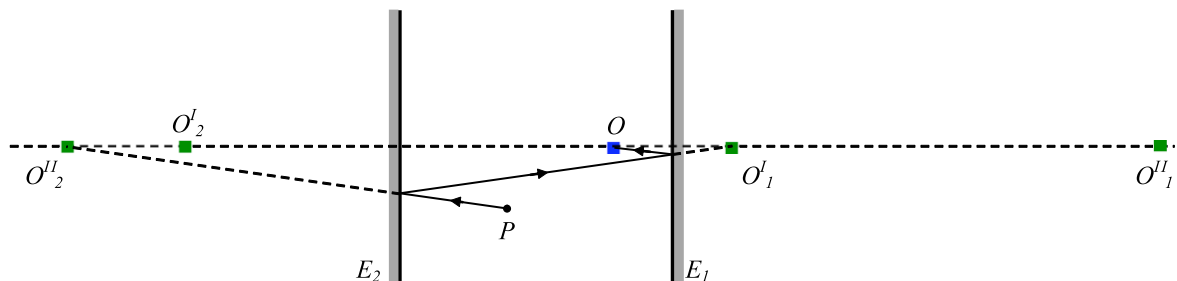


b2) Rayo que parte de P e incide en O después de efectuar dos reflexiones. Al igual que en el caso anterior también existen dos trayectorias. La primera será:

$P \rightarrow O^{II}_1 \rightarrow O^I_2 \rightarrow O$.



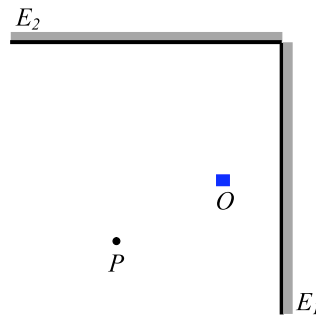
Mientras que la segunda será: $P \rightarrow O^{II}_2 \rightarrow O^I_1 \rightarrow O$.



14. Sea una habitación con dos paredes espejadas, un objeto puntual, O , y un puntero láser, P , según se muestra en la figura:

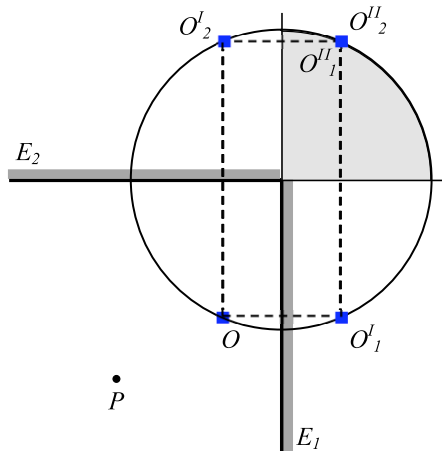
a) Determina las imágenes que se formarán del objeto O a través del sistema formado por estos dos espejos.

b) Dibuja todas las direcciones en las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de una o varias reflexiones.

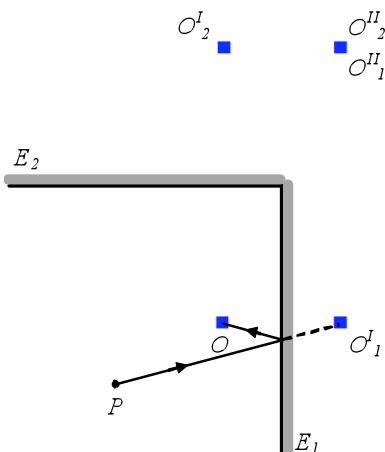


SOLUCIÓN:

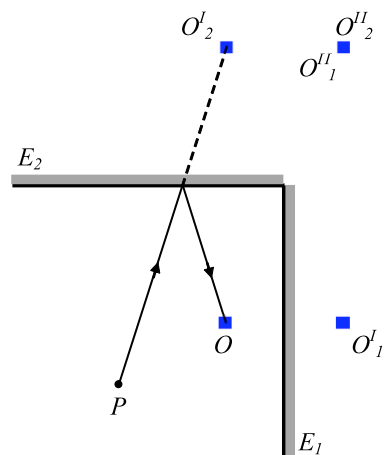
a) El número de imágenes que formará esta asociación de espejos será cuatro.



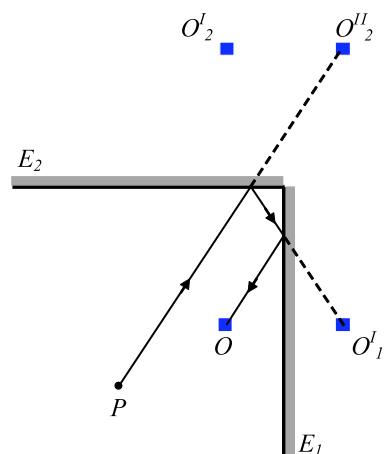
b1) Rayo que parte de P e incide en O después de efectuar una reflexión. En este caso existen dos trayectorias. La primera será: $P \rightarrow O^I_1 \rightarrow O$.



Mientras que la segunda será: $P \rightarrow O^I_2 \rightarrow O$.

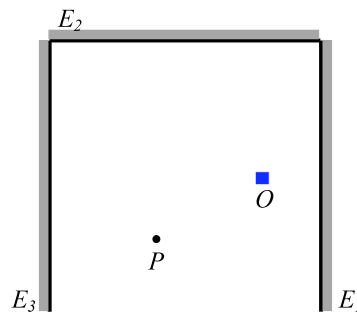


b2) Rayo que parte de P e incide en O después de efectuar dos reflexiones. En este caso solamente existe una trayectoria: $P \rightarrow O^{II}_2 \rightarrow O^I_1 \rightarrow O$.



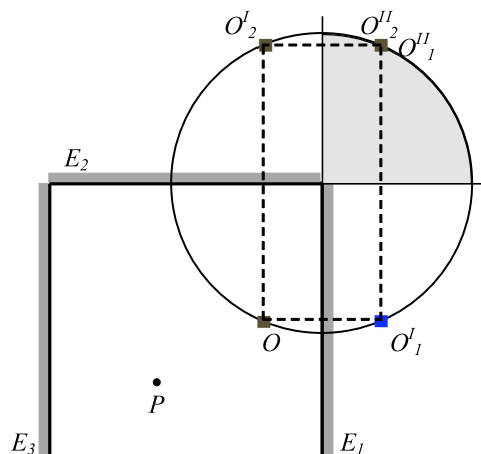
15. Sea una habitación de 3 paredes espejadas, un objeto puntual, O , y un puntero láser, P , según se muestra en la figura:

- Determina las imágenes que se formarán del objeto O a través del sistema formado por estos tres espejos.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar una reflexión en un espejo.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar dos reflexiones.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar tres reflexiones.

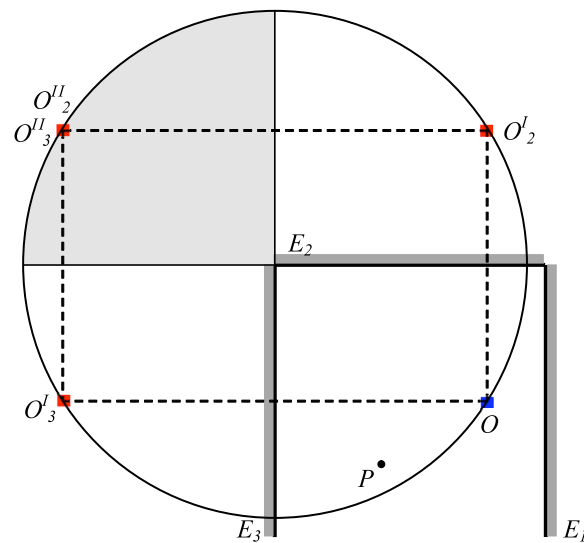


SOLUCIÓN:

- a1) Imágenes formadas por la acción conjunta de los espejos E_1 y E_2 :

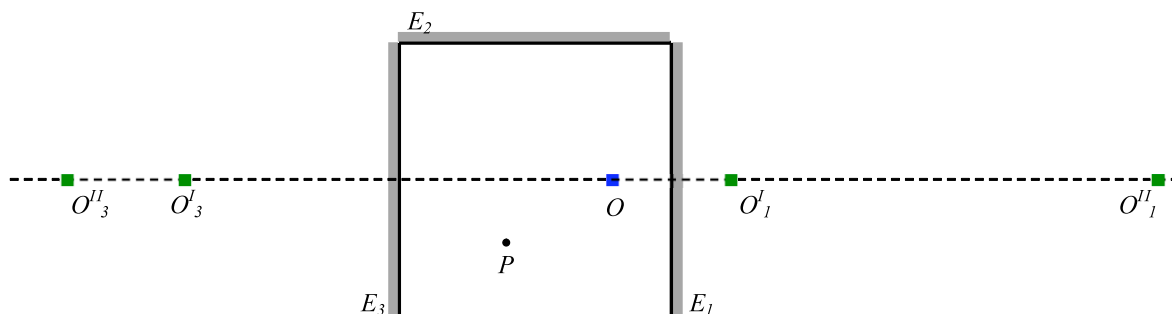


a2) Imágenes formadas por la acción conjunta de los espejos E_2 y E_3 :



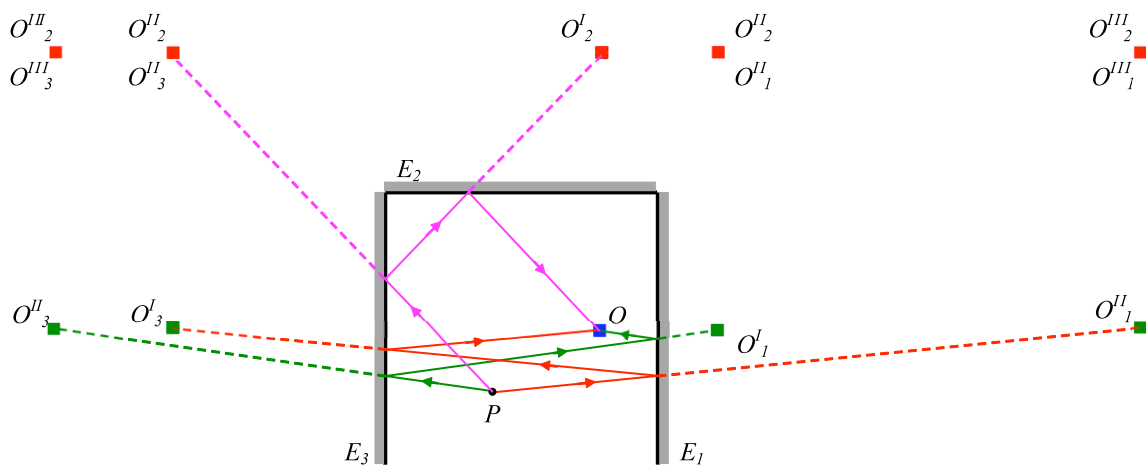
a3) Imágenes formadas por la acción conjunta de los espejos E_1 y E_3 :

El número de imágenes que formará esta asociación de espejos será infinito. Por problemas de espacio solamente se considerarán las cuatro primeras.

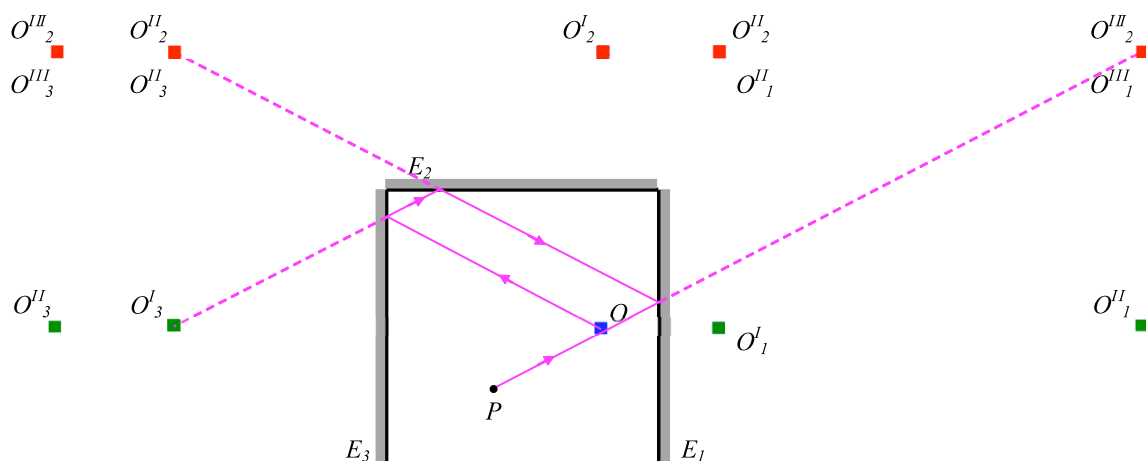


a4) Algunas imágenes debidas a la acción conjunta de los tres espejos. El número de imágenes es infinito. En la figura siguiente se han desdoblado las imágenes que forman los espejos E_1 y E_3 a través del espejo E_2 .

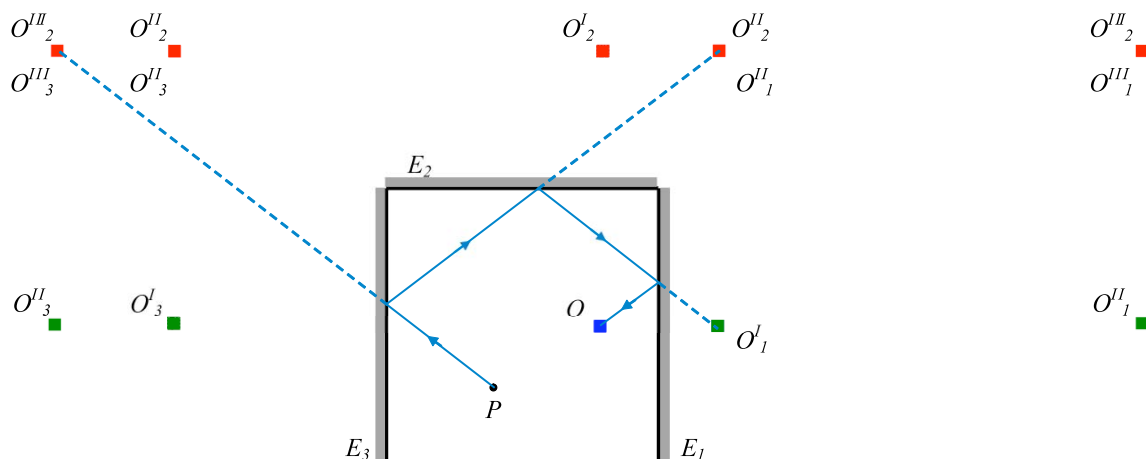




b3) Rayo que parte de P e incide en O después de efectuar tres reflexiones. En el dibujo de la figura existen dos trayectorias distintas. La primera se muestra en la figura siguiente. La trayectoria del rayo de luz es: $P \rightarrow O^{III}_1 \rightarrow O^{II}_2 \rightarrow O^I_3 \rightarrow O$.

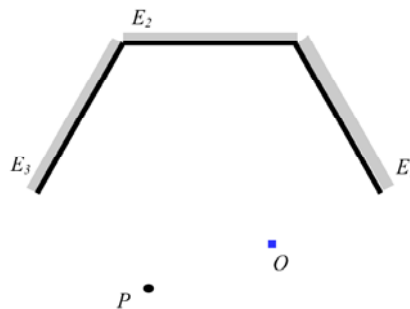


Y la figura siguiente muestra la otra: $P \rightarrow O^{\text{III}}_2 \rightarrow O^{\text{II}}_2 \rightarrow O^{\text{I}}_1 \rightarrow O$.



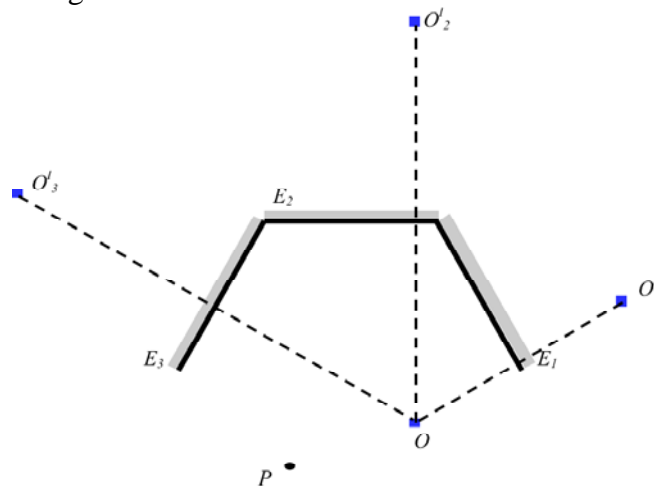
16. Sea el calidoscopio formado por tres espejos, un objeto puntual, O , y un puntero láser, P , según se muestra en la figura.

- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar una reflexión en un espejo.
- Dibuja tres direcciones diferentes a través de las cuales el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar dos reflexiones.
- Dibuja la dirección a través de la cual el puntero láser, P , puede dirigir el rayo de forma que éste acabe incidiendo en el objeto O después de efectuar tres reflexiones.

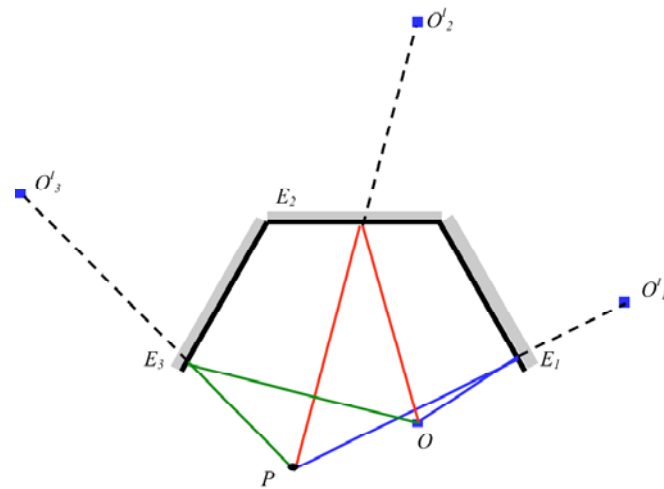


SOLUCIÓN:

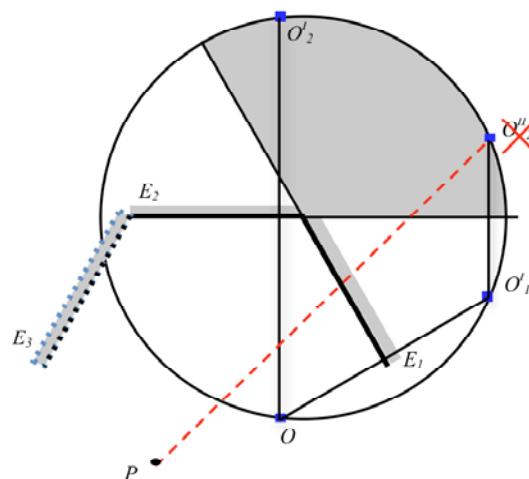
- Se trata de dirigir, en cada caso, el puntero láser hacia la primera imagen formada por cada uno de los espejos, es decir, hacia O'_1 , O'_2 y O'_3 . Busquemos en primer lugar la posición de dichas imágenes.



La trayectoria del rayo de luz que sale del puntero y efectúa una sola reflexión en cada uno de los espejos es:

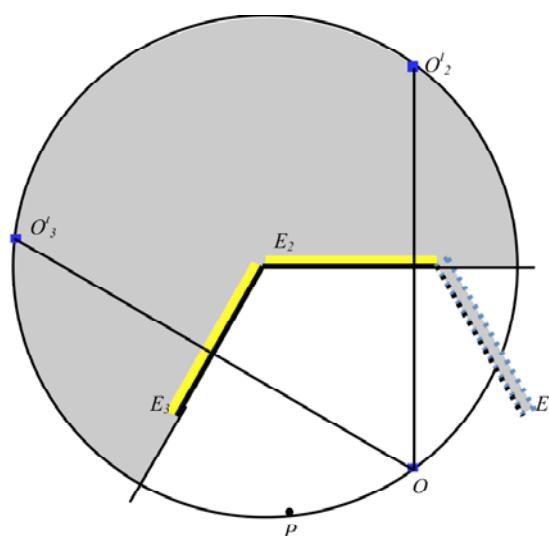


- b) Se trata de formar imágenes debidas a dos reflexiones consecutivas entre los espejos.
 b1) Imágenes formadas por el calidoscopio E_1E_2 :



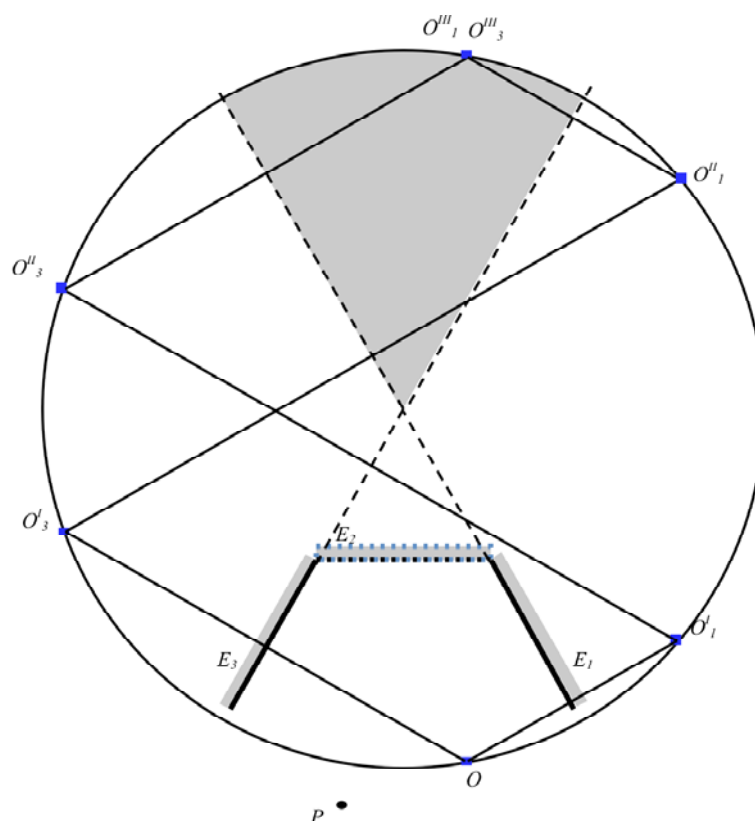
A la vista de la figura el rayo que sale del puntero P cuando apunta a O''_2 no puede efectuar dos reflexiones antes de incidir en O ya que la dirección PO''_2 no atraviesa el espejo E_2 .

b2) Imágenes formadas por el calidoscopio E_2E_3 :

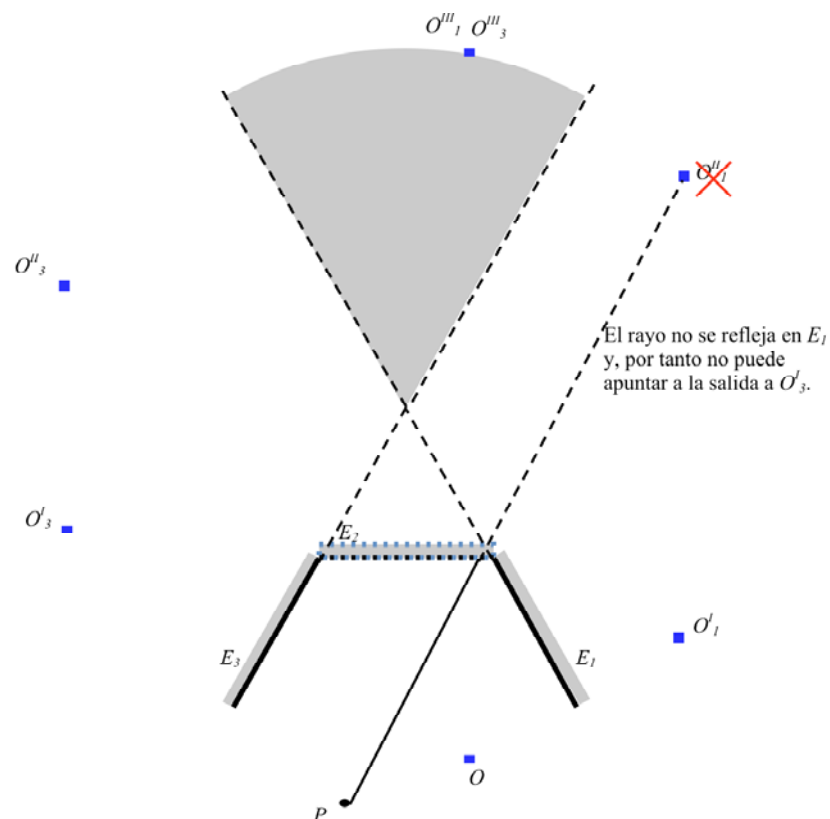


A la vista de la figura no se produce ninguna imagen por reflexión doble lo que significa que cualquier rayo de luz que salga de P y apunte a O'_2 o O'_3 irá a parar, previa reflexión en E_2 o E_3 , al punto O .

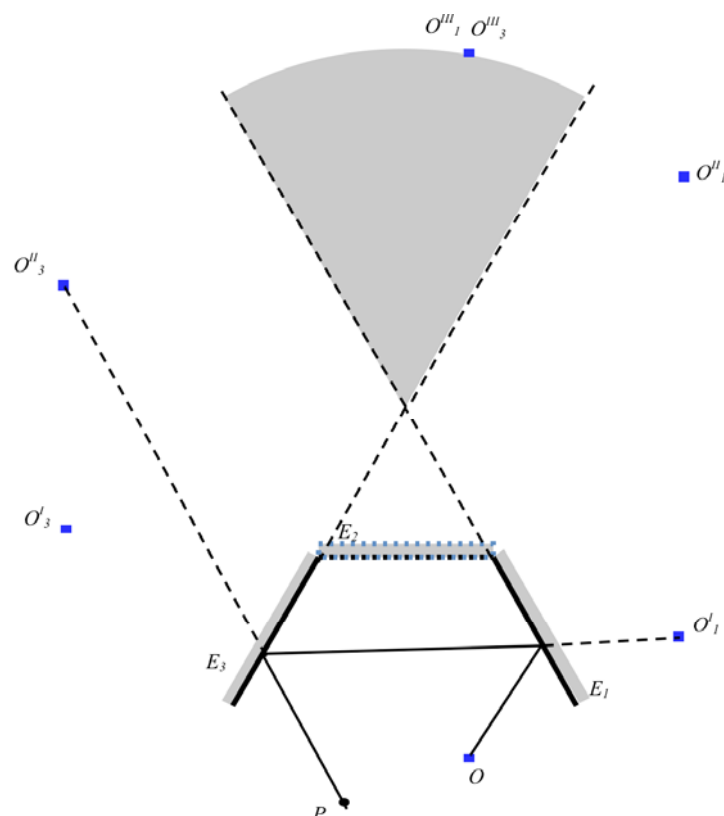
b2) Imágenes formadas por el calidoscopio E_1E_3 :



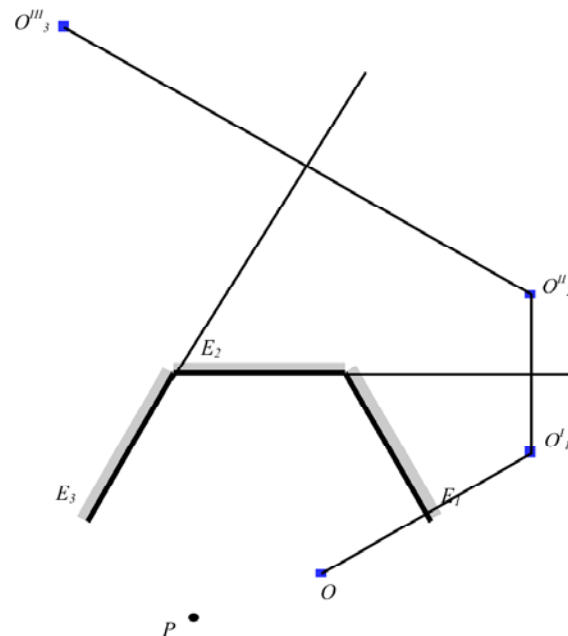
En este caso se forman 6 imágenes. Veamos las posibles trayectorias que podrían producir doble reflexión:



La doble reflexión solamente se produce en este caso:



c) Debemos considerar la reflexión encadenada de los tres espejos. La única configuración que permite tres reflexiones es la que corresponde a las imágenes siguientes:



La rayectoria del rayo al reflejarse será:

