FÍSICA

APRÈN UPC

Problemes

Problemas de óptica geométrica e instrumental

Unidad 2: Leyes fundamentales y Principio de Fermat

Jaume Escofet Soteras

Assignatura: Òptica geomètrica

Titulació: Grau en Òptica I Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

21/06/2022

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

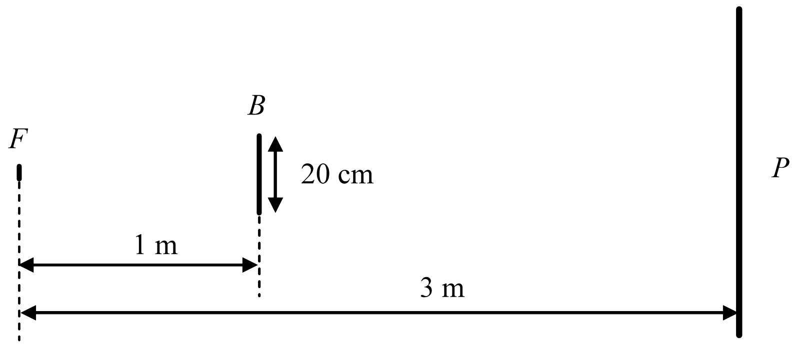
PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

Unidad 2:
Leyes fundamentales y Principio de Fermat

Jaume Escofet

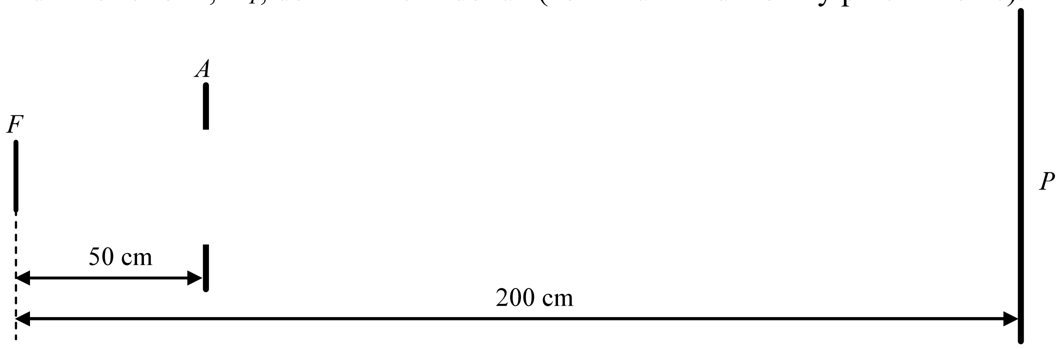
UNIDAD 2. PROBLEMAS

1. Sea una fuente puntual F, un obstáculo circular B y una pantalla P según se muestra en la figura. Determina el diámetro, D, de la zona de sombra en la pantalla.



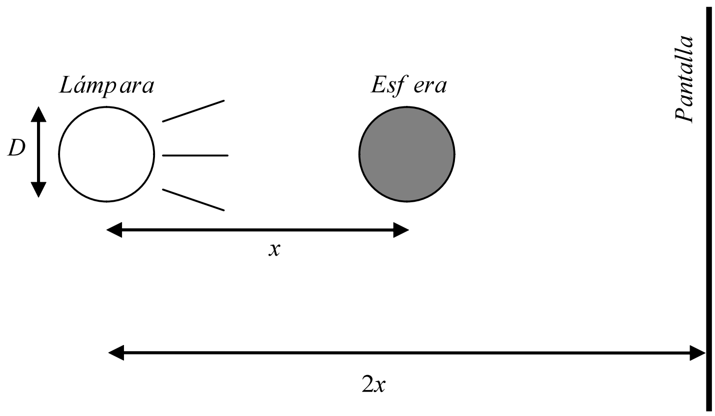
R/ $D = 60$ cm

2. Una fuente de luz circular F, de 10 cm de diámetro se encuentra situada a 50 cm de una abertura circular A, de 16 cm de diámetro. Una pantalla P está situada a 200 cm de la fuente circular. Determina:
a) El diámetro, D_I, de la zona totalmente iluminada
b) El diámetro total, D_T, de la mancha de luz (zona iluminada total y parcialmente).



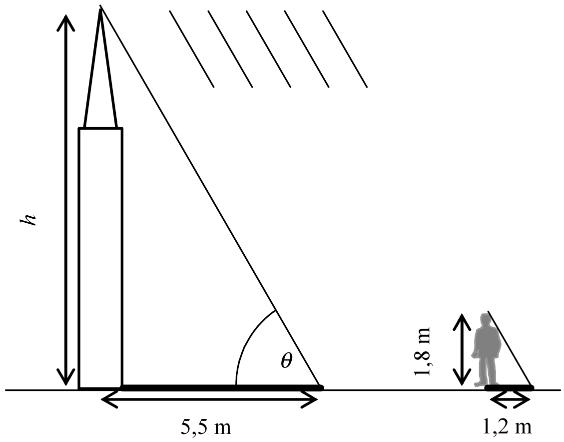
R/ a) $D_I = 34$ cm; b) $D_T = 94$ cm

3. Una esfera opaca del mismo diámetro que una lámpara se sitúa a medio camino entre la lámpara y una pantalla, según se observa en la figura. Demuestra:
a) Que el diámetro de la zona de sombra en la pantalla es igual al de la esfera.
b) Que diámetro de la penumbra es tres veces mayor que el de la esfera.



4. Se puede determinar la altura de un objeto midiendo el tamaño de la sombra que dicho objeto proyecta en el suelo. Siguiendo este método Tales de Mileto (630-546 aC) pudo medir la altura de la pirámide de Keops. En el dibujo de la figura se quiere determinar la altura de un monolito siguiendo el método de Tales, para ello se sabe que una persona de 1,8 metros de altura proyecta una sombra de 1,2 m. Si el monolito proyecta una sombra de 5,5 metros. Determina:

a) La altura, h, del monolito.
b) La altura, θ, del Sol.

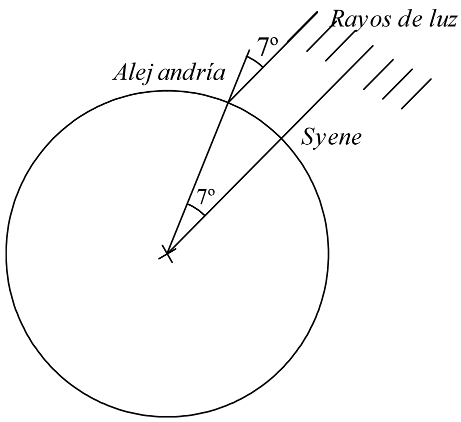


R/ a) h = 8,25 m; b) θ = 56,3º

---

5. Eratóstenes de Cirene (275-195 aC) fue el sabio alejandrino que midió por primera vez la longitud de la Tierra así como el valor de su radio. Para ello escogió el arco del meridiano Alejandría – Syene (Asuán) cuyo valor habían medido los agrimensores egipcios en aproximadamente 5000 estadios (1 estadio = 160 metros). Sabiendo que cuando el Sol se encuentra en el cenit en Syene, en Alejandría, está situado 7º al sur de dicho cenit. Determina:

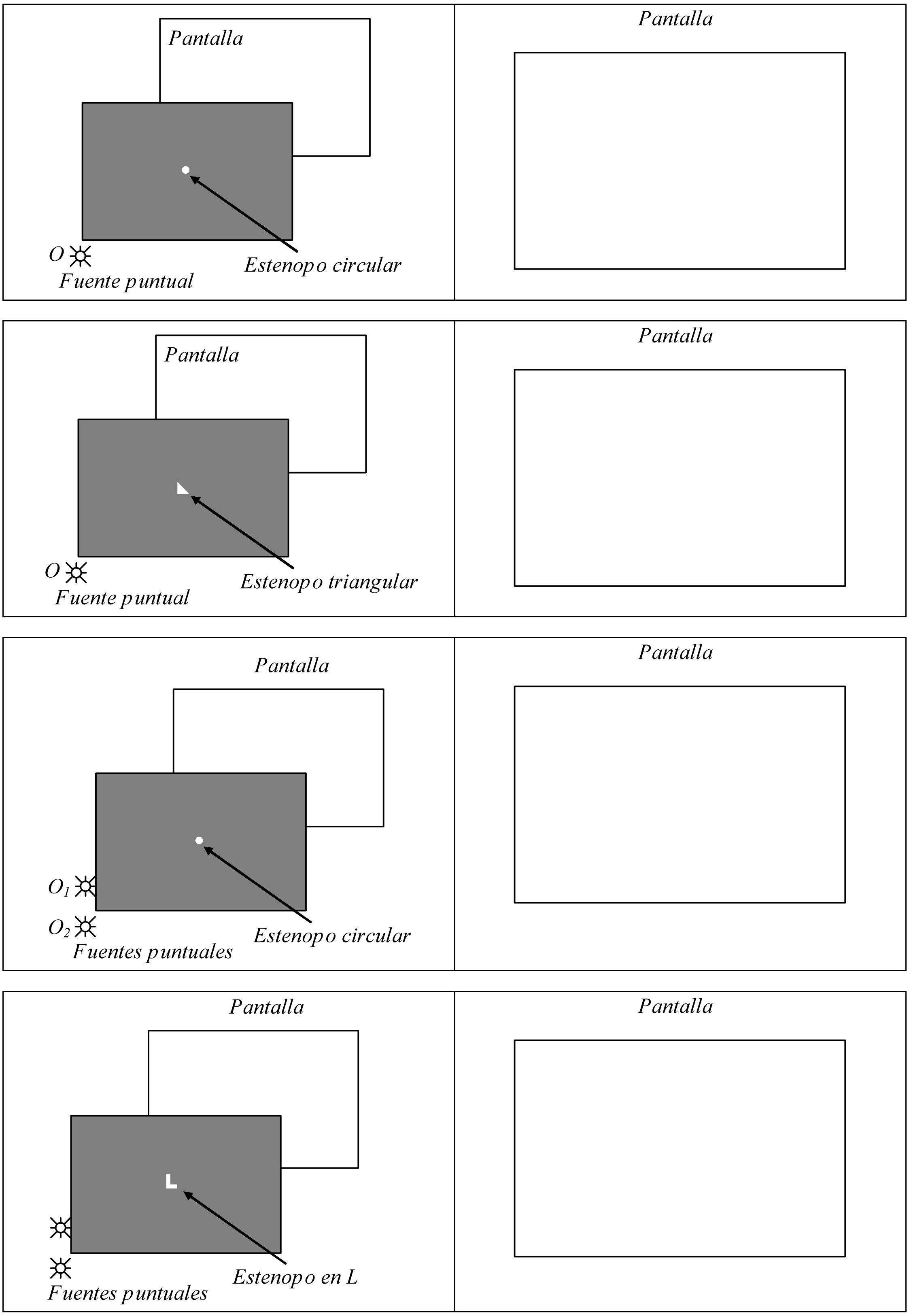
a) La longitud, L, de la Tierra.
b) El radio, R, de la Tierra.

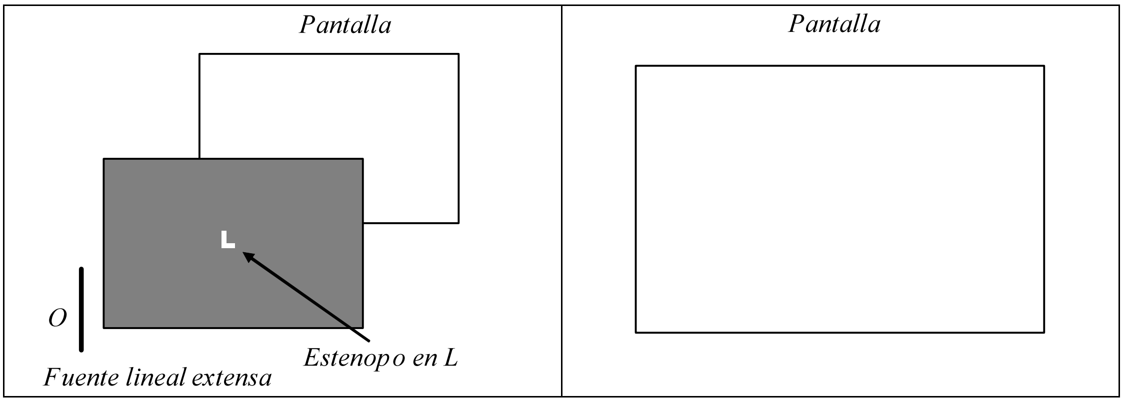


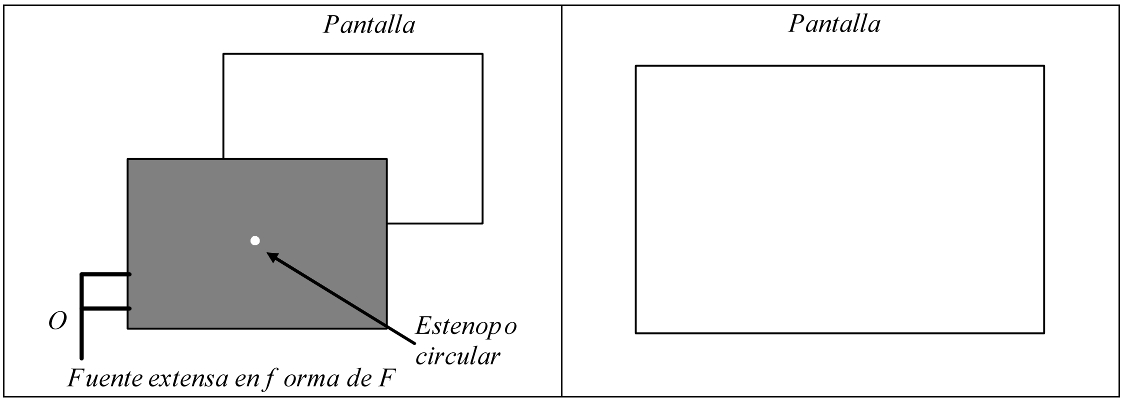
R/ a) L = 41.143 Km; b) R = 6551 Km

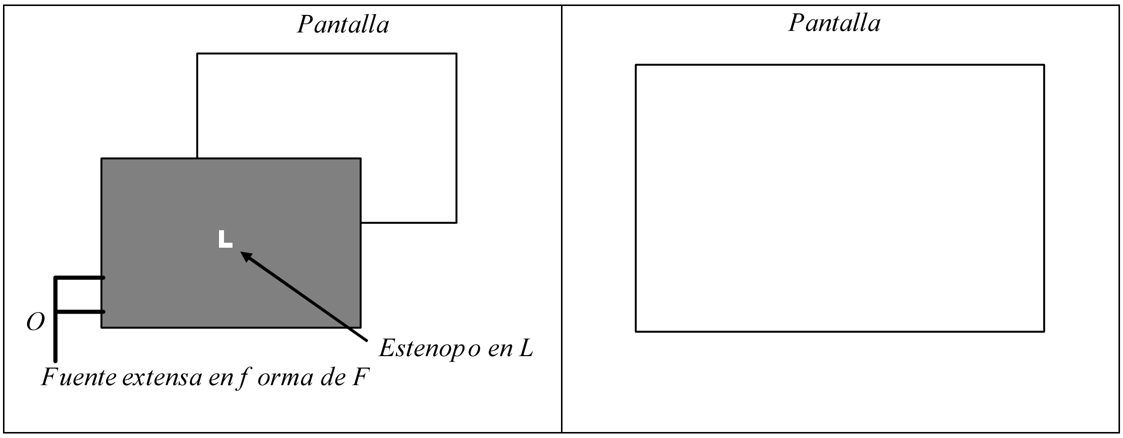
---

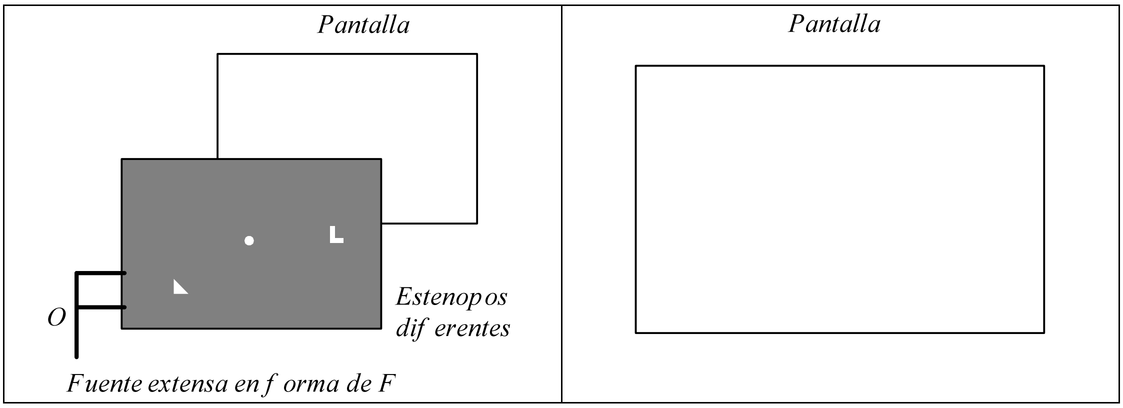
6. Las figuras siguientes muestran, de forma esquemática y en perspectiva, una fuente de luz (que presenta diferentes formas), un pequeño estenopo (que también presenta diferentes formas) y una pantalla. Dibuja en el recuadro adjunto la imagen de la fuente de luz que se formará en la pantalla en cada caso.



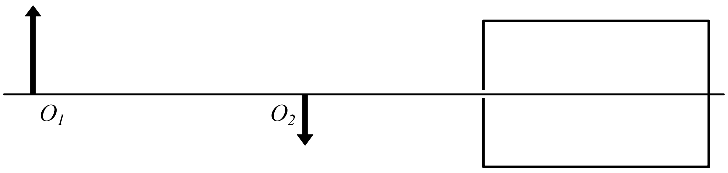

Pantalla
Pantalla
O
Fuente lineal extensa
Estenopo en L


Pantalla
Pantalla
O
Estenopo circular
Fuente extensa en forma de F


Pantalla
Pantalla
O
Estenopo en L
Fuente extensa en forma de F


Pantalla
Pantalla
O
Estenopos diferentes
Fuente extensa en forma de F

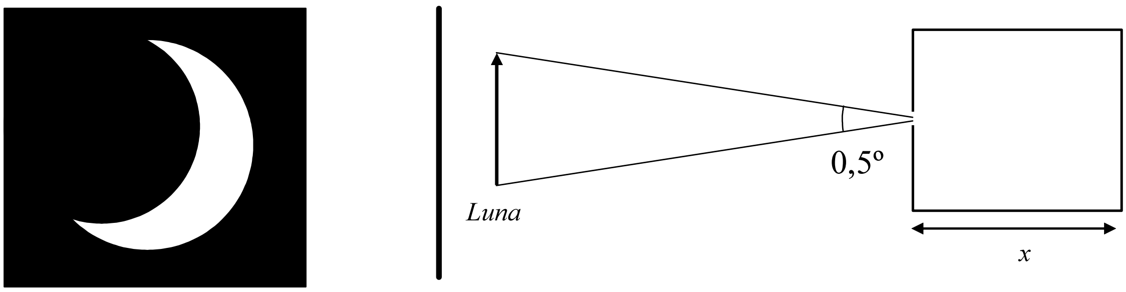
7. La figura muestra una cámara de pinhole que fotografía dos objetos O_1 y O_2. Cuál de las dos imágenes aparecerá más grande?



R/ O_2.

---

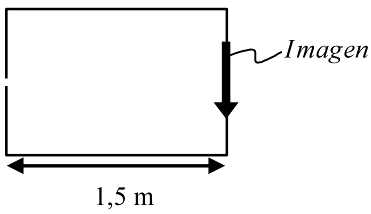
8. La imagen de la Luna creciente, que se muestra en la figura, fue tomada con una cámara estenopeica. Si el tamaño angular de la Luna es de 0,5º y el tamaño lineal de la imagen es de 3 cm, determina la distancia, x, del estenopo a la película.



R/ 3,4 m

---

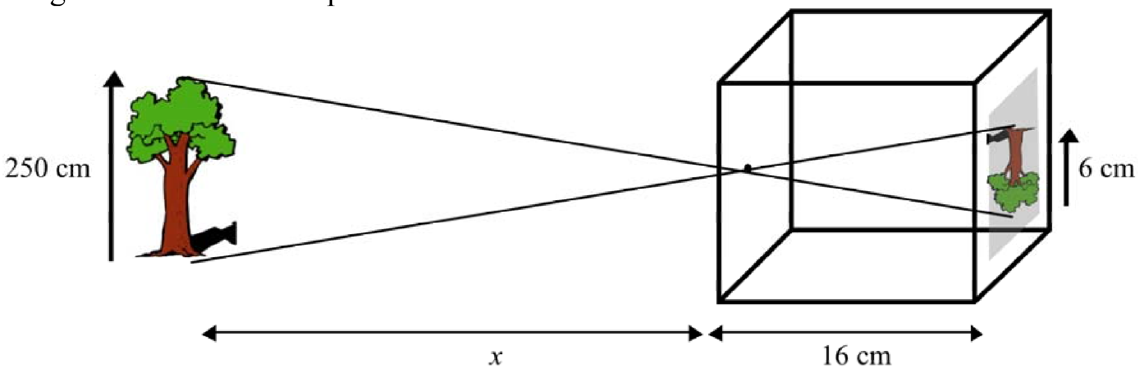
9. La figura muestra la imagen que forma una cámara estenopeica. Determina la distancia entre el objeto y el estenopo sabiendo que el tamaño del objeto es el doble que el de la imagen.



R/ 3 m

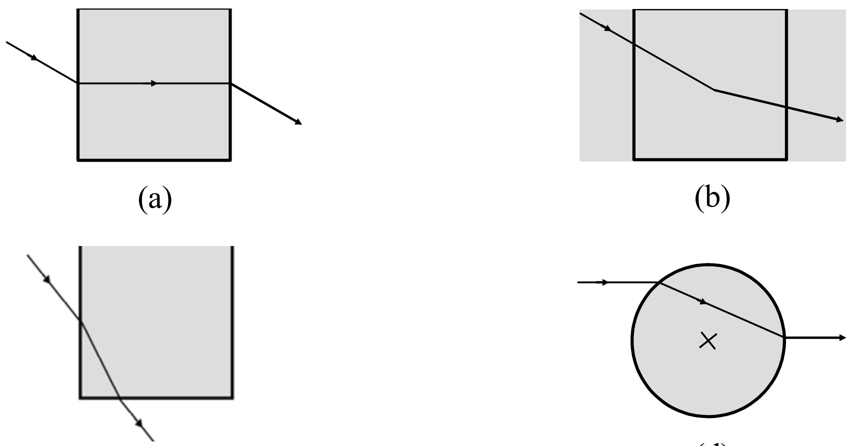
---

10. Se construye una cámara de agujero con una caja de dimensiones 10 cm x 10 cm x 16 cm. En el centro de una cara cuadrada se hace un pequeño agujero y en la cara opuesta se sitúa una película fotográfica. Un árbol de 250 cm de altura está situado delante de la cámara. Determina la distancia x entre la cámara y el árbol de modo que el tamaño de la imagen del árbol sobre la película sea de 6 cm.



R/ 670 cm

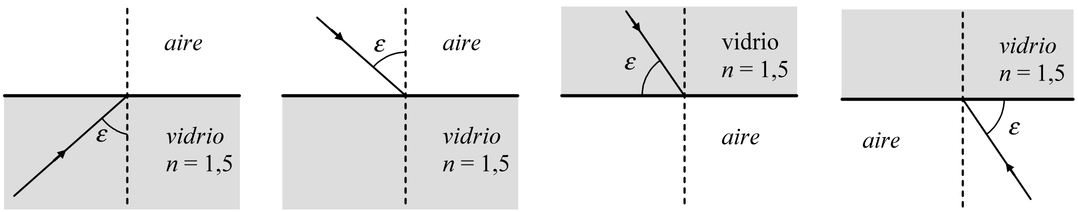
11.- La figura siguiente muestra la trayectoria de distintos rayos de luz al atravesar diferentes secciones cúbicas y cilíndricas. Sabiendo que el índice de los cubos y del cilindro es mayor que el del medio que lo rodea, comenta la trayectoria de los rayos de luz.



(a) (b) (c) (d)

---

12. De las siguientes situaciones que se muestran en la figura, ¿En cuál/es se produce reflexión total para un valor de $\varepsilon = 60^{o}$?



(a) (b) (c) (d)

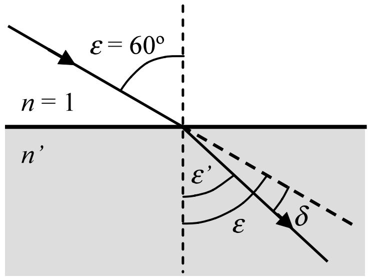
R/ Solamente en el caso (a).

---

13. Un rayo de luz incide con un ángulo de 60º sobre una superficie plana que separa dos medios de diferente índice. Sabiendo que el medio incidente es el aire, determina el valor del índice de refracción del segundo medio si entre el rayo incidente y el rayo refractado se produce una desviación de:

a) $\delta = 15º$

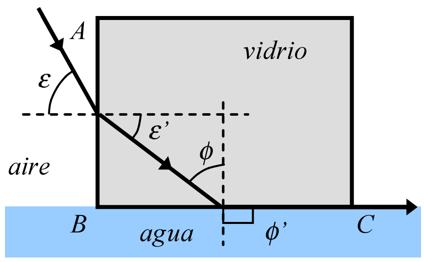
b) $\delta = 30º$



R/ a) 1,22; b) $\sqrt{3}$

---

14. Sea el paralelepípedo de vidrio ($n = 1{,}5$) de la figura. La cara *AB* está en contacto con aire ($n = 1$), mientras que la cara *BC* está en contacto con agua ($n = 4/3$). Calcula el ángulo de incidencia, ε, con que un rayo luminoso debe incidir en la cara *AB* del paralelepípedo para que pueda reflejarse totalmente sobre la cara *BC* que está en contacto con agua.



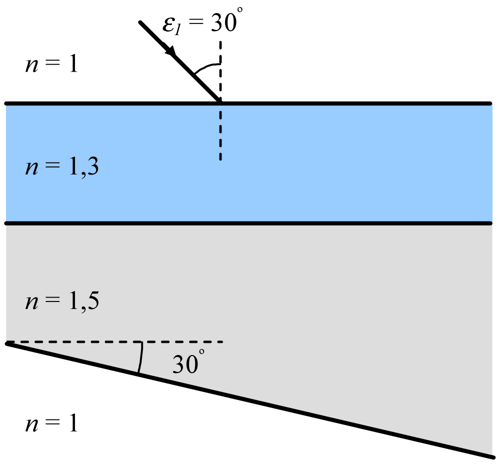
R/ $\varepsilon \leq 43{,}5^{\circ}$.

---

15. Sea el sistema de la figura. Un rayo de luz incide en la primera superficie con $\varepsilon_1 = 30º$ Determina:

a) La trayectoria del rayo de luz.

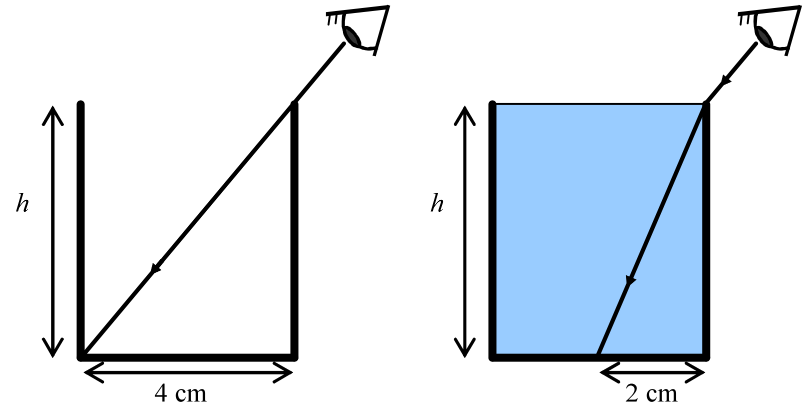
b) La desviación angular entre el rayo incidente y el rayo a la salida de la tercera superficie.



R/ a) $\varepsilon'_1 = 22{,}62º$; $\varepsilon_2 = 22{,}62º$, $\varepsilon'_2 = 19{,}47º$; b) $\varepsilon_3 = 49{,}27º$, $\varepsilon'_3 = 49{,}27º$; $\delta = 70{,}53º$

---

16. Sea un vaso, de forma cilíndrica, de 4 cm de diámetro y altura h. Un observador está situado, según se indica en la figura (a), de manera que ve el borde del fondo del vaso. Cuando el vaso se llena de agua (n = 1,33), el observador, situado en la misma posición, ve ahora el centro del fondo del vaso (Figura (b)). Determina la altura, h, del vaso.

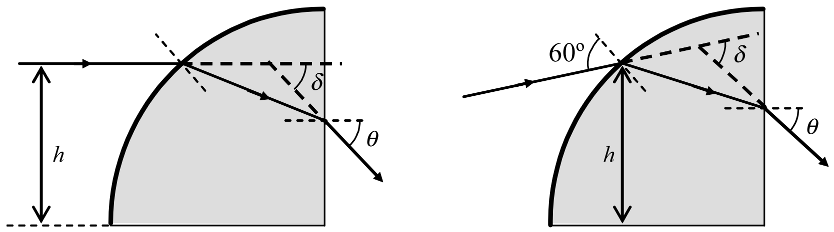


(a) (b)

R/ h = 2,35 cm

---

17. Un rayo que se propaga en el vacío, incide sobre un trozo de vidrio (n = 1,5) en forma de cuadrante esférico de 20 cm de radio. Si la altura de incidencia es h = 15 cm. Determina el valor del ángulo θ y la desviación δ que sufre el rayo en el caso de que la trayectoria que sigue es:
a) La que muestra la figura (a)
b) La que muestra la figura (b)

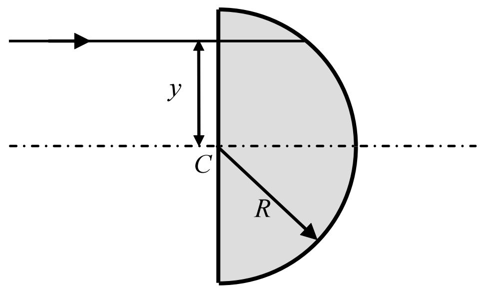


(a) (b)

R/ a) θ = 28,7º = δ; b) θ = 20,2º; δ = 31,6º.

---

18. Sea una semiesfera de radio R = 20 cm e índice n = 1,5, sumergida en aire. Un rayo de luz incide perpendicular a la cara plana y a una altura de y = 15 cm. Determina:
a) La trayectoria del rayo de luz.
b) La desviación δ entre el rayo a la entrada y a la salida.



R/ a) $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1$ = 0º, $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2$ = 48,6º, $\varepsilon_3 = \varepsilon'_3$ = 48,6º, ε_4 = 14,4º, ε'_4 = 21,9º; b) δ = 21,9º.

---

19. Completa las tablas siguientes.

Material	n_F	n_d	n_C	ν_d	$1/\nu_d$
Crown	1,522	1,517			0,0155
Flint		1,620	1,615	38	

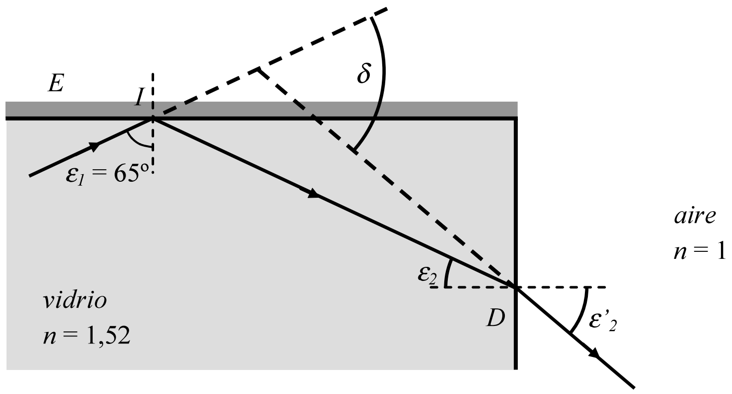
Material	n_d	n_F - n_C	ν_d	$1/\nu_d$
Crown	1,458			0,0150
Flint	1,728		28,4	

---

20. Sea el dispositivo de la figura formado por un espejo E, sumergido en vidrio, y una superficie plana refractora D que separa el vidrio del aire. Un rayo de luz incide sobre el espejo E en el punto I con $\varepsilon_1 = 65°$. Determina:

a) El valor de los ángulos ε_2 y ε'_2.

b) El valor de la desviación angular δ.



R/ a) $\varepsilon_2 = 25°$, $\varepsilon'_2 = 40°$; b) $\delta = 65°$.

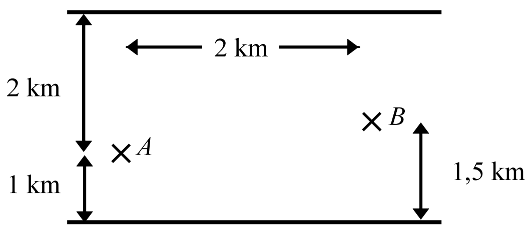
---

21. Un granjero que posee una finca rodeada por dos riachuelos realiza cada día, marchando siempre a la misma velocidad, el trayecto siguiente (ver Figura):

Sale de su casa situada en el punto A y marcha hacia el riachuelo más próximo. Una vez allí llena varios cubos de agua que transporta hasta la granja situada en el punto B.

a) Describe la trayectoria que debe seguir para que el tiempo empleado en el desplazamiento sea mínimo.

b) ¿Cual será el valor de este desplazamiento?



R/ a) $L = 3,2$ Km.

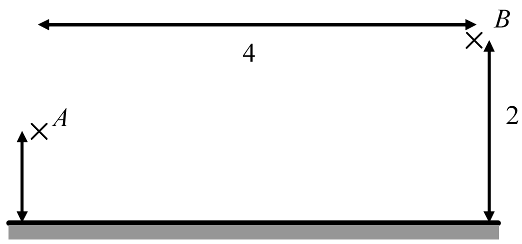
---

22. Resuelve el problema anterior en el caso de que el granjero, al salir de su casa, llene la mitad de los cubos de agua en el río más próximo y la otra mitad en el más alejado, para luego transportarlos a la granja.

R/ L = 5,85 Km.

---

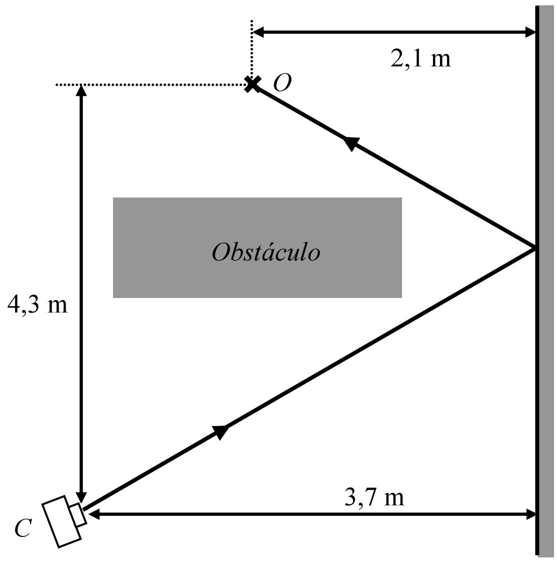
23. Sea un espejo plano en aire como el que muestra la figura. Si la luz se mueve desde el punto A hasta el punto B, previa reflexión en el espejo. Calcula:
a) El valor del camino óptico recorrido por la luz.
b) La distancia, x, que existe entre el pie del punto A y el punto de incidencia del rayo en el espejo.
c) El valor de los ángulos de incidencia y de reflexión.



R/ a) $L = 5$; b) $x = 4/3$; c) $\varepsilon = \varepsilon' = 53,1°$.

---

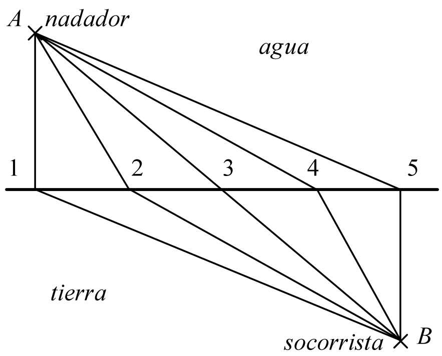
24. Se quiere fotografiar un objeto, O, que se encuentra tapado por un obstáculo. Un espejo plano permite ver la imagen reflejada, O', de dicho objeto. Si el fotógrafo apunta la cámara, C, hacia dicha imagen, determina la distancia CO' entre la cámara y dicha imagen.



R/ CO' = 7,2 m

---

25. Un nadador situado en el punto *A* (ver figura) está nadando en un río tranquilo. De repente tiene una indisposición y pide la ayuda de un socorrista situado en el punto *B*. Teniendo en cuenta que el socorrista se desplaza más rápido por tierra que en el agua. ¿Qué camino, de los que se indican en la figura, deberá seguir el socorrista para poder ayudar lo antes posible al nadador en apuros?

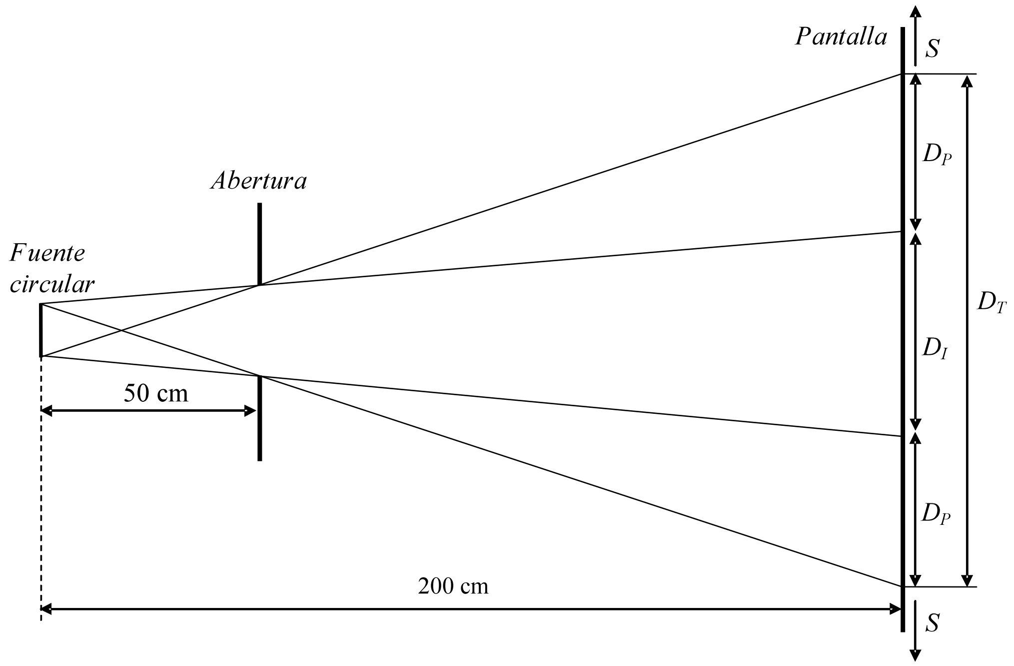


R/ El 2

Comentarios a los problemas de la Unidad 2

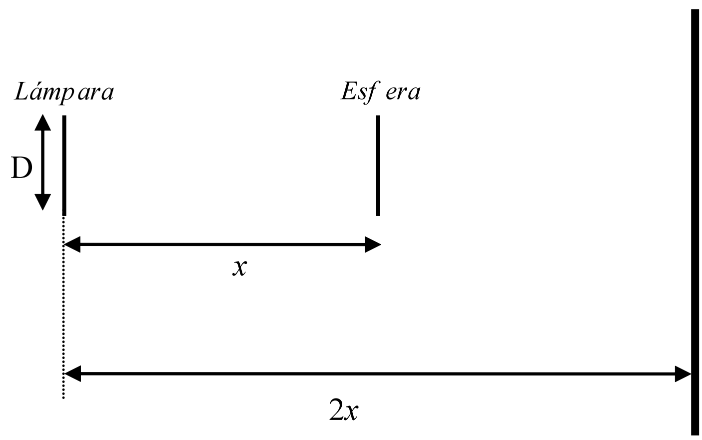
1. De solución inmediata a partir de la sombra formada por un objeto puntual.

2. Debe realizarse un buen esquema donde se dibujen las dos zonas de iluminación (la zona totalmente iluminada y la zona parcialmente iluminada). Posteriormente debe aplicarse semejanza de triángulos para calcular las dimensiones de dichas zonas. El esquema es:



S : Zona de sombra.
D_P: Tamaño de la zona parcialmente iluminada.
D_I : Diámetro de la zona totalmente iluminada.
D_T : Diámetro de la mancha de luz (zona iluminada total y parcialmente).

3. Debe esquematizarse tanto la lámpara como la esfera por dos segmentos que representen su sección transversal. A continuación deben dibujarse bien las zonas de sombra y penumbra para poder ver las sencillas relaciones geométricas que se establecen.



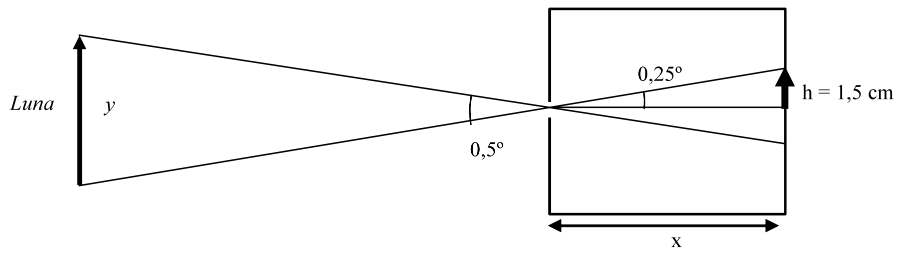
4. De solución inmediata el apartado (a) aplicando semejanza de triángulos. En el apartado (b) debe aplicarse trigonometría.

5. a) De solución inmediata aplicando una simple proporción y recordando que la circunferencia mide 360º. b) De solución inmediata aplicando la fórmula de la longitud de la circunferencia.

6. Debe tenerse en cuenta el mecanismo de formación de la imagen en una cámara oscura. La imagen se forma por superposición de las manchas que el estenopo forma en la pantalla.

7. De inmediata solución a partir de un simple esquema. Debe entenderse la relación de proporcionalidad entre el objeto y la imagen en la cámara oscura.

8. Debe aplicarse trigonometría al esquema siguiente:



9. De inmediata solución a partir de la relación de proporcionalidad entre el objeto y la imagen en una cámara oscura.

10. El procedimiento es similar al del ejercicio anterior.

11. Deben considerarse las trayectorias que están de acuerdo con las leyes de la óptica geométrica.

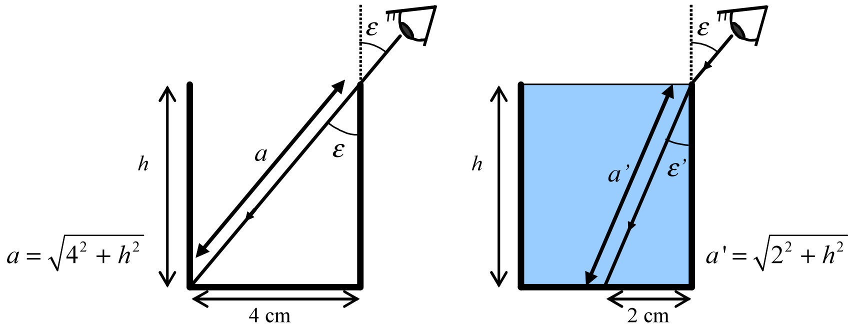
12. Debe tenerse en cuenta el valor del ángulo límite en la interfase virio-aire. También debe tenerse en cuenta que los ángulos de incidencia y de refracción siempre se miden respecto de la normal a la superficie.

13. Debe establecerse la relación entre ε, ε' y δ. Posteriormente, aplicando la ley de la refracción se obtiene n facilmente.

14. Considerar la trayectoria inversa del rayo de luz teniendo en cuenta que incide con el ángulo límite en el interfase limitado por la superficie *BC*.

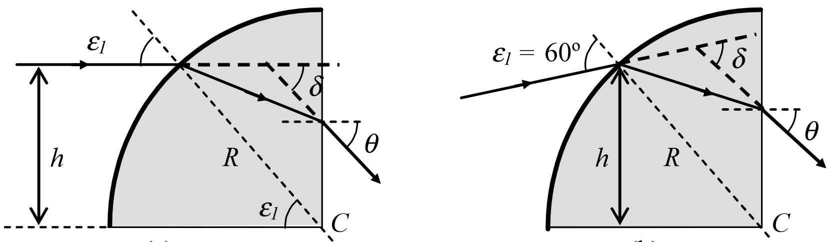
15. Debe aplicarse la ley de la refracción en cada interfase así como las relaciones geométricas entre los diferentes ángulos para deducir el ángulo de incidencia en cada caso. La determinación del ángulo de desviación debe hacerse esquematizando correctamente la trayectoria completa del rayo de luz y aplicando otra vez relaciones geométricas entre ángulos.

16. A partir de la figura 16(a) debe establecerse la relación entre *sen*ε y h. A partir de la figura 16(b) debe establecerse la relación entre *sen*ε' y h. Aplicando la ley de la refracción y despejando se obtiene h.



(a) (b)

17. a) Debe recordarse que la normal a cualquier punto de una esfera coincide con el radio que pasa por dicho punto. De este modo, por trigonometría se obtiene el valor de ε_1. Aplicar geometría para determinar ε_2 y continuar aplicando geometria para la obtención de δ.
b) En este caso ε_1 es conocido. Al igual que en el caso anterior debe aplicarse geometría para determinar ε_2 y δ.



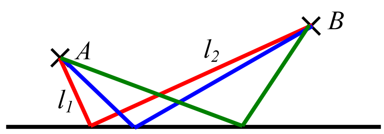
(a) (b)

18. Ejercicio similar al anterior aunque más laborioso. Debe tenerse en cuenta que en la refracción entre vidrio y aire el rayo de luz puede sufrir reflexión total.

19. De inmediata aplicación a partir de la definición del número de Abbe υ_d.

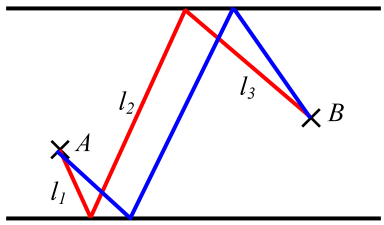
20. Los valores de ε_2 y δ deben determinarse aplicando geometría de ángulos. El valor de ε'_2 se calcula directamente de la ley de la refracción.

21. Intentar relacionar el principio de Fermat con la trayectoria del granjero. Comparar la trayectoria del granjero con la que realizaría la luz para ir de A a B reflejándose en un espejo E que substituye al río.



De las infinitas trayectorias posibles, *3* de de las cuales se representan en la figura, debe escogerse la de tiempo mínimo.
El camino óptico, en el caso de la reflexión, es la suma de los caminos geométricos l_1 y l_2. $L = l_1 + l_2$.

22. Siguiendo las recomendaciones del ejercicio anterior debe buscarse la trayectoria mínima entre todas las posibles que puedan establecerse. Dos trayectorias posibles serían las que se muestran en la figura. El camino óptico en este caso es: $L = l_1 + l_2 + l_3$. De las infinitas trayectorias posibles debe escogerse la de tiempo mínimo.



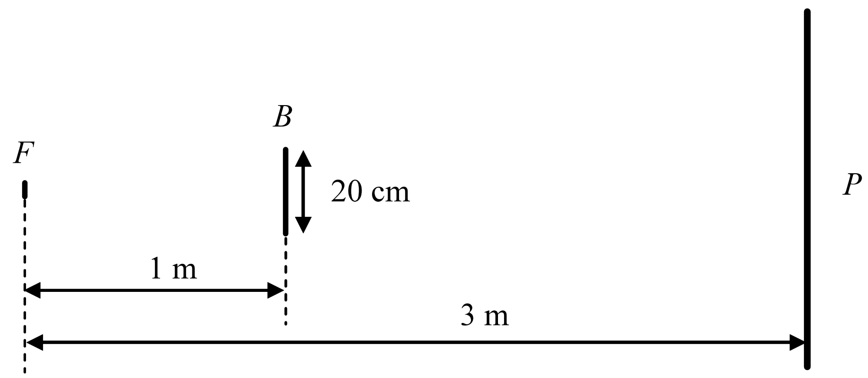
23. El procedimiento a aplicar es muy similar al del ejercicio 19.

24. Considérese que el espejo plano actúa como eje de simetría entre el objeto *O* y la imagen *O'* y que *CO* = *CO'*.

25. Relacionar la trayectoria del socorrista con la que recorre la luz al refractarse desde un medio de menor índice a un medio de mayor índice, la cual debe ser de tiempo mínimo.

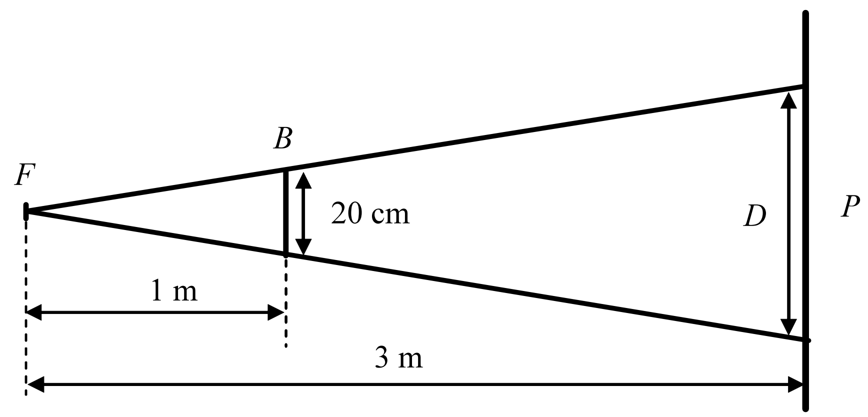
UNIDAD 2. SOLUCIONES

1. Sea una fuente puntual *F*, un obstáculo circular *B* y una pantalla *P* según se muestra en la figura. Determina el diámetro, *D*, de la zona de sombra en la pantalla.



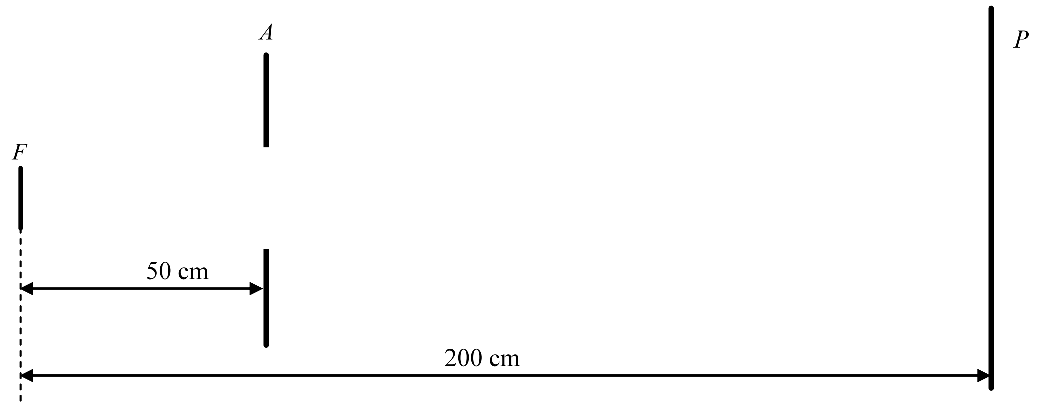
SOLUCIÓN:

Aplicamos semejanza de triángulos en la figura:



$\frac{20}{1} = \frac{D}{3}$; $D = 60$ cm.

2. Una fuente de luz circular *F*, de 10 cm de diámetro se encuentra situada a 50 cm de una abertura circular *A*, de 16 cm de diámetro. Una pantalla *P* está situada a 200 cm de la fuente circular. Determina:
a) El diámetro, D_I, de la zona totalmente iluminada
b) El diámetro total, D_T, de la mancha de luz (zona iluminada total y parcialmente).



SOLUCIÓN:

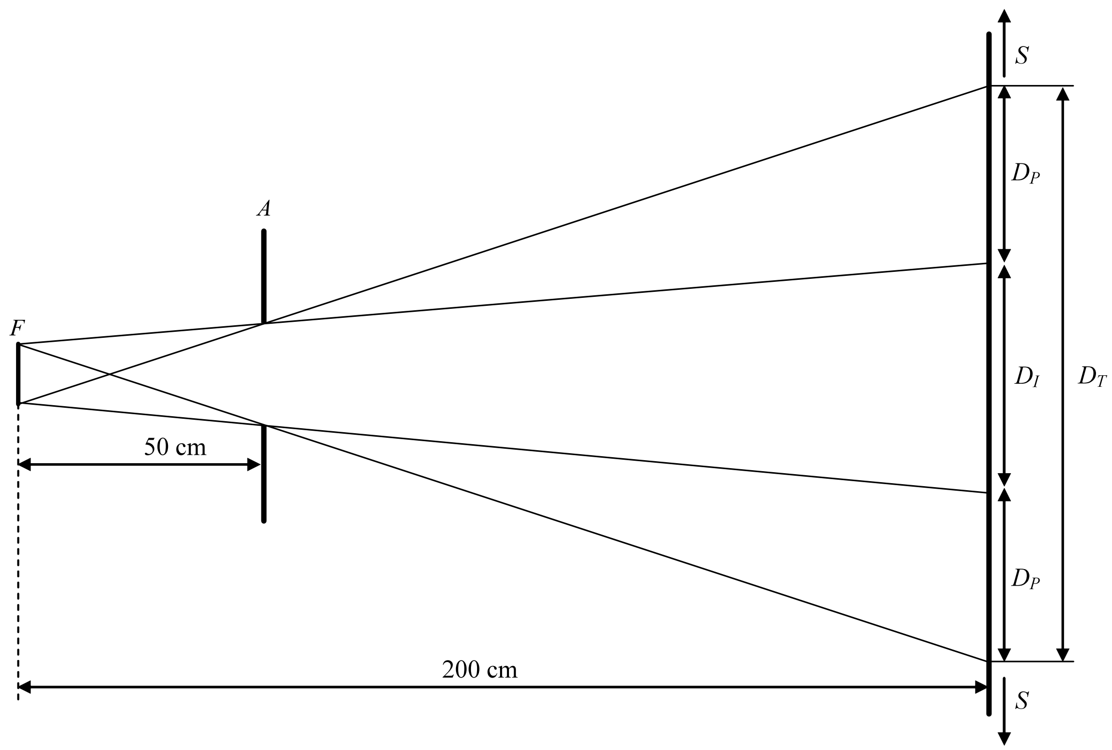


Figura 1

S : Zona de sombra.
D_P: Tamaño de la zona parcialmente iluminada.
D_I : Diámetro de la zona totalmente iluminada.
D_T : Diámetro de la mancha de luz (zona iluminada total y parcialmente).

Determinación del tamaño de la zona totalmente iluminada D_I:

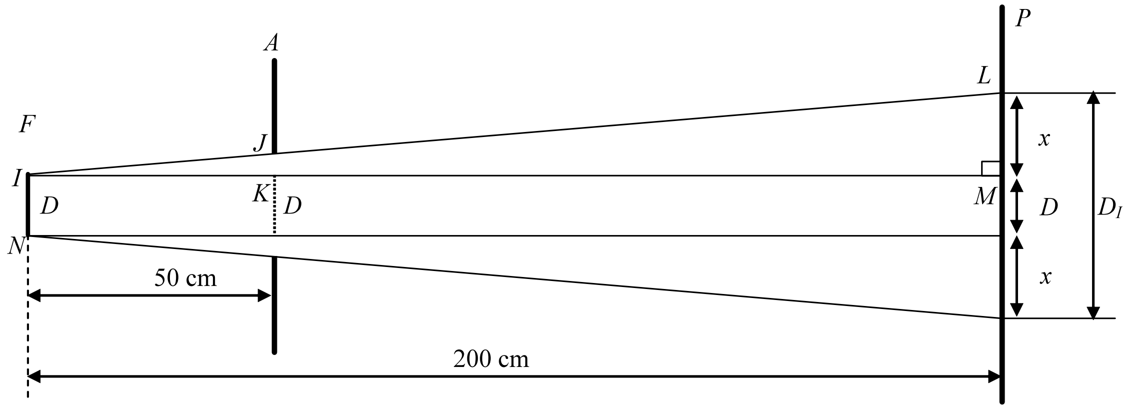


Figura 2

El tamaño de la zona totalmente iluminada es: $D_I = D + 2x$.

Para determinar x tenemos en cuenta que los triángulos *IJK* y *ILM* de la figura 2 son semejantes. La distancia *JK* vale: $\dfrac{16-10}{2} = 3\ \text{cm}$.

Así pues, aplicando semejanza de triángulos tenemos:

$$\frac{3}{50} = \frac{x}{200}; \qquad x = \frac{3 \cdot 200}{50} = 12\ \text{cm}$$

Así pues, el diámetro de la zona totalmente iluminada es:

$D_I = D + 2x = 10 + 2.12 = 10 + 24 = 34$ cm.

Para determinar la zona de parcialmente iluminada procedemos de la manera siguiente:

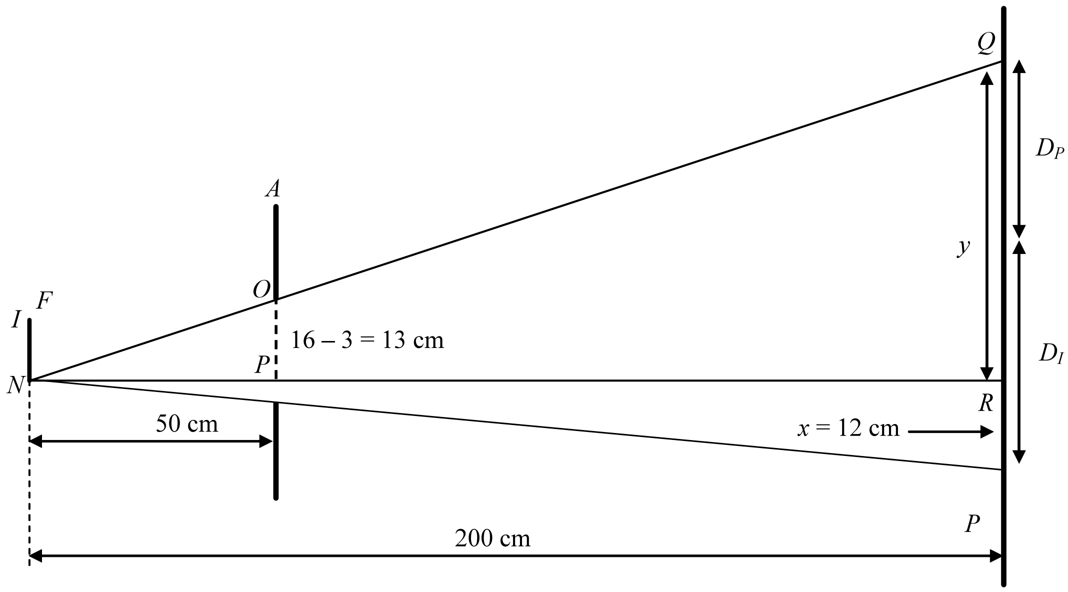


Figura 3

Los triángulos *NOP* y *NQR* de la figura 3 son semejantes. Así pues:

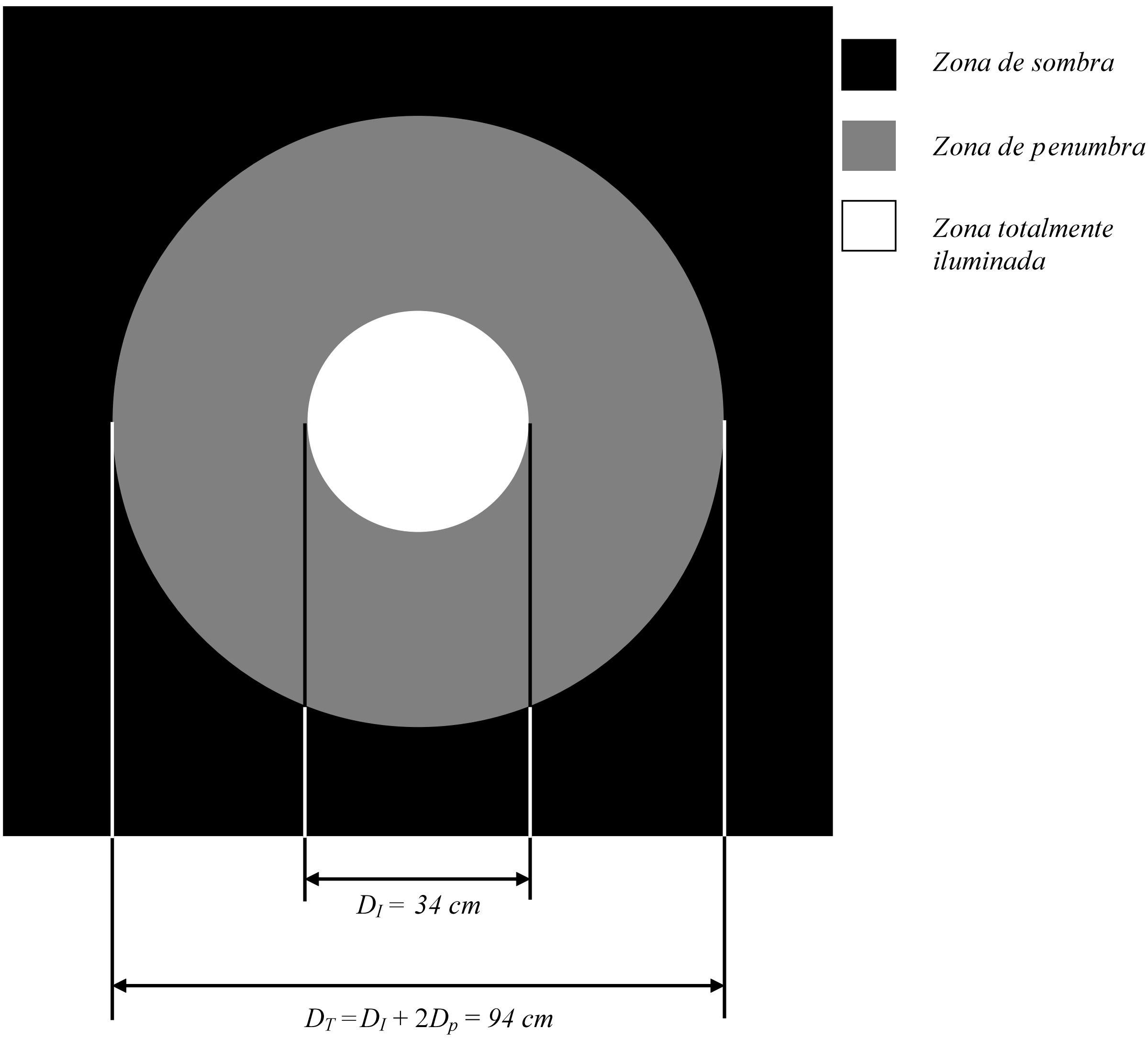
$$\frac{13}{50} = \frac{y}{200}; \qquad y = \frac{13.200}{50} = 52 \text{ cm}$$

En la figura 3:

$y + 12 = D_I + D_P$; $52 + 12 = 34 + D_P$; $D_P = 30$ cm.

En resumen:

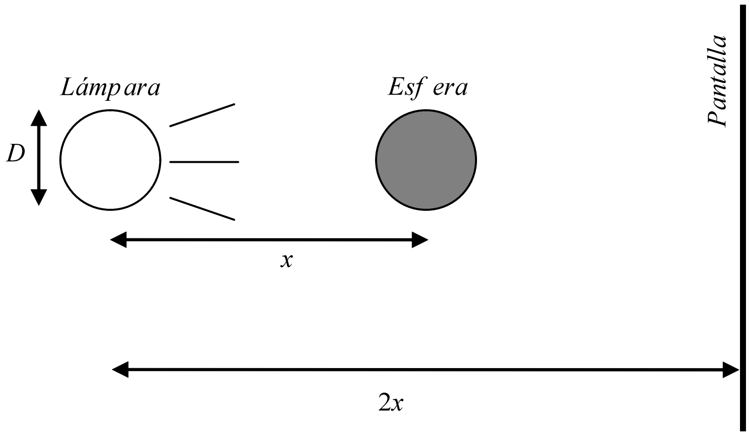
Diámetro de la zona totalmente iluminada: $D_I = 34$ cm.
El diámetro total, D_T, de la mancha de luz: $D_T = D_I + 2D_P = 94$ cm.



3. Una esfera opaca del mismo diámetro que una lámpara se sitúa a medio camino entre la lámpara y una pantalla, según se observa en la figura. Demuestra:

a) Que el diámetro de la zona de sombra en la pantalla es igual al de la esfera.

b) Que diámetro de la penumbra es tres veces mayor que el de la esfera.



SOLUCIÓN:

a) La proyección de la lámpara de diámetro D sobre la pelota del mismo diámetro forma, en la pared, una sombra de tamaño D (Figura 1).

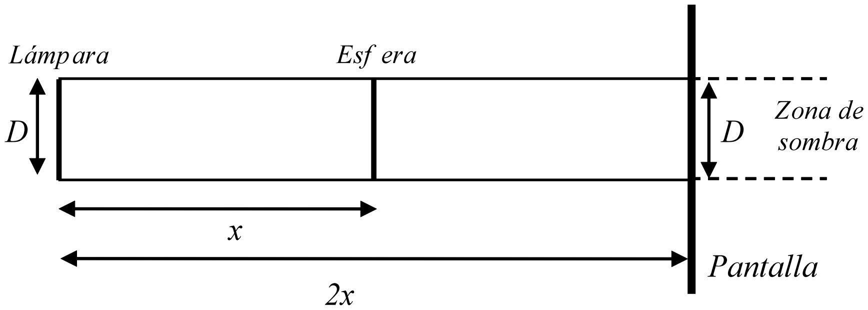


Figura 1

b) Para determinar el tamaño, y, de la zona de penumbra se aplica semejanza de triángulos. En la figura 2 se observa que los triángulos sombreados son idénticos. De lo que resulta que $y = D$.

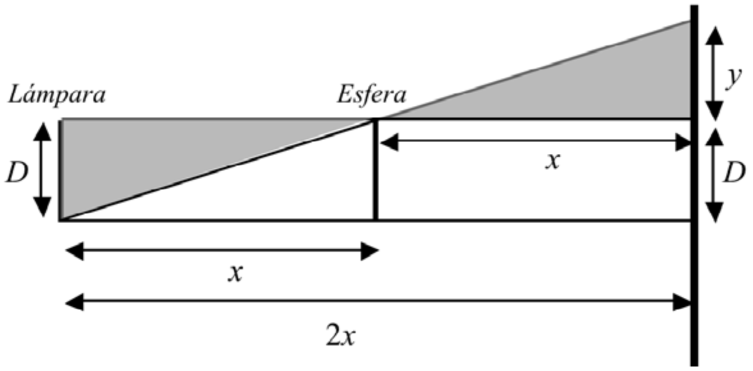


Figura 2

c) La figura 3 muestra las diferentes zonas de iluminación.

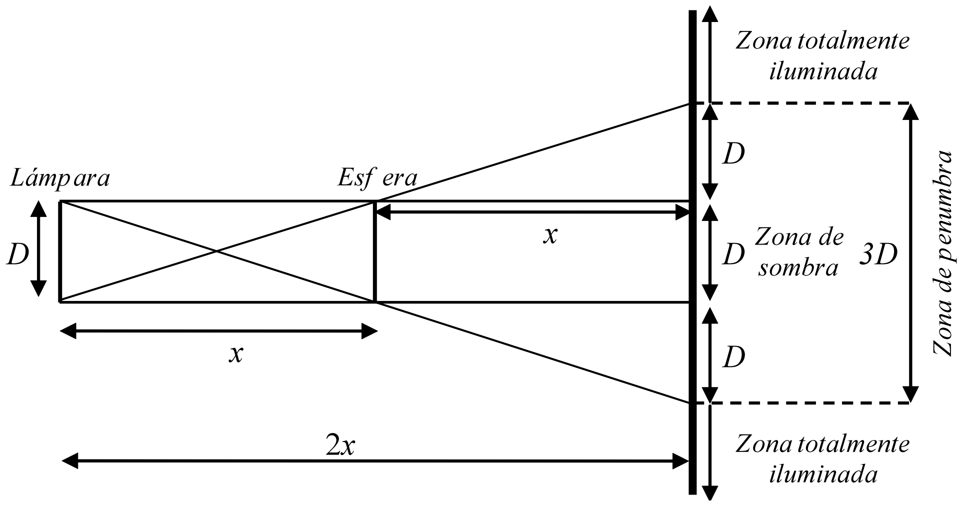


Figura 3

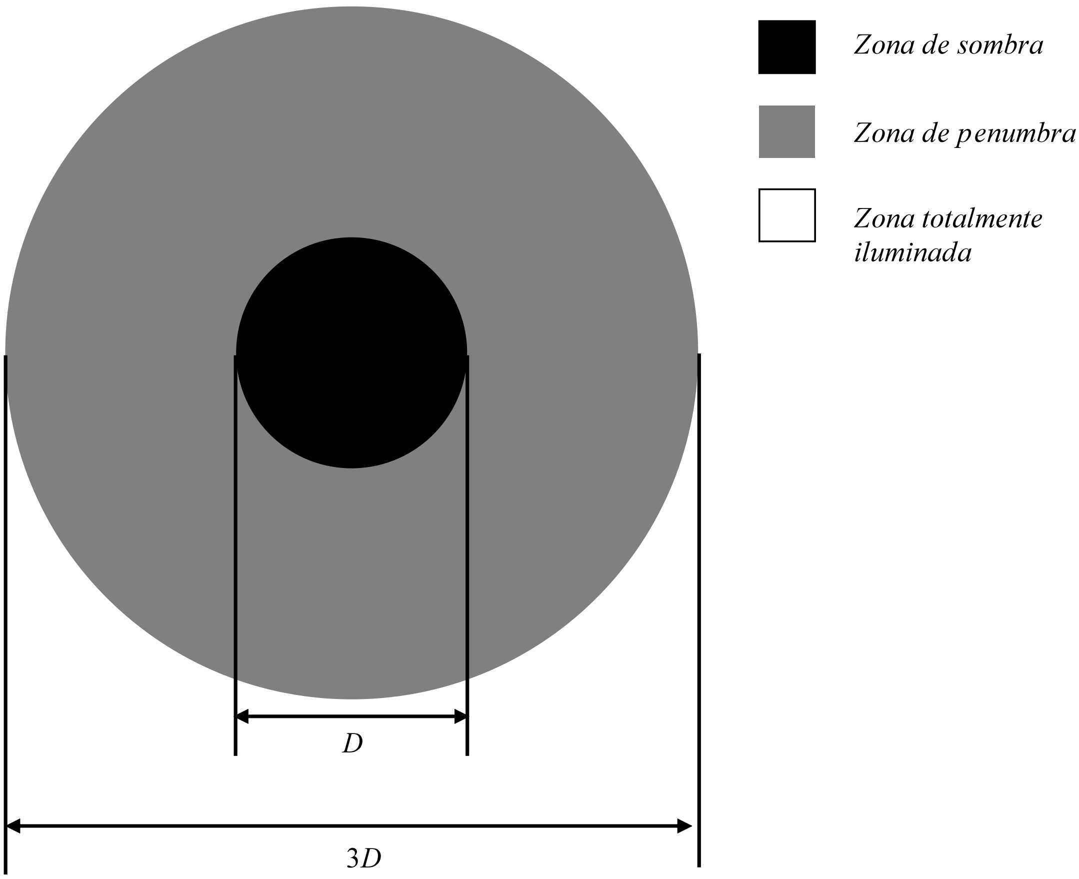
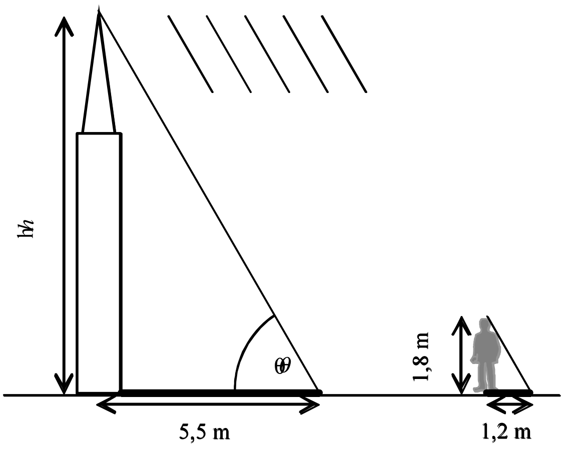


Figura 4

4. Se puede determinar la altura de un objeto midiendo el tamaño de la sombra que dicho objeto proyecta en el suelo. Siguiendo este método Tales de Mileto (630-546 aC) pudo medir la altura de la pirámide de Keops. En el dibujo de la figura se quiere determinar la altura de un monolito siguiendo el método de Tales, para ello se sabe que una persona de 1,8 metros de altura proyecta una sombra de 1,2 m. Si el monolito proyecta una sombra de 5,5 metros. Determina:

a) La altura, h, del monolito.

b) La altura, θ, del Sol.



SOLUCIÓN:

a) Los triángulos rectángulos que contienen el edificio y la persona son semejantes.

Aplicando semejanza de triángulos:

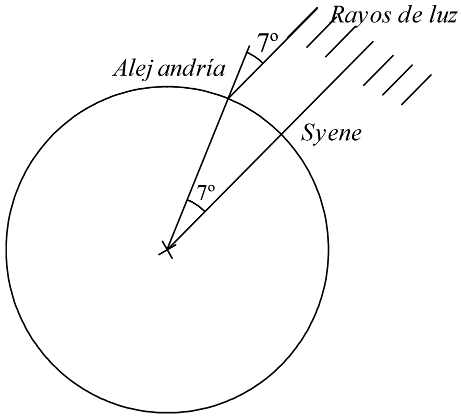
$$\frac{h}{5,5} = \frac{1,8}{1,2}; \qquad h = \frac{5,5 . 1,8}{1,2} = 8,25 \text{ m.}$$

b) La altura angular, θ, del Sol puede calcularse tanto en un triángulo como en el otro.

$$\tan\theta = \frac{8,25}{5,5} = \frac{1,8}{1,2}. \text{ Así pues } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1,8}{1,2}\right) = 56,3^{\circ}.$$

5. Eratóstenes de Cirene (275-195 aC) fue el sabio alejandrino que midió por primera vez la longitud de la Tierra así como el valor de su radio. Para ello escogió el arco del meridiano Alejandría – Syene (Asuán) cuyo valor habían medido los agrimensores egipcios en aproximadamente 5000 estadios (1 estadio = 160 metros). Sabiendo que cuando el Sol se encuentra en el cenit en Syene, en Alejandría, está situado 7º al sur de dicho cenit. Determina:

c) La longitud, L, de la Tierra.
d) El radio, R, de la Tierra.



SOLUCIÓN:

a) Sabemos que 7º corresponden a un arco de 5000 estadios o bien:

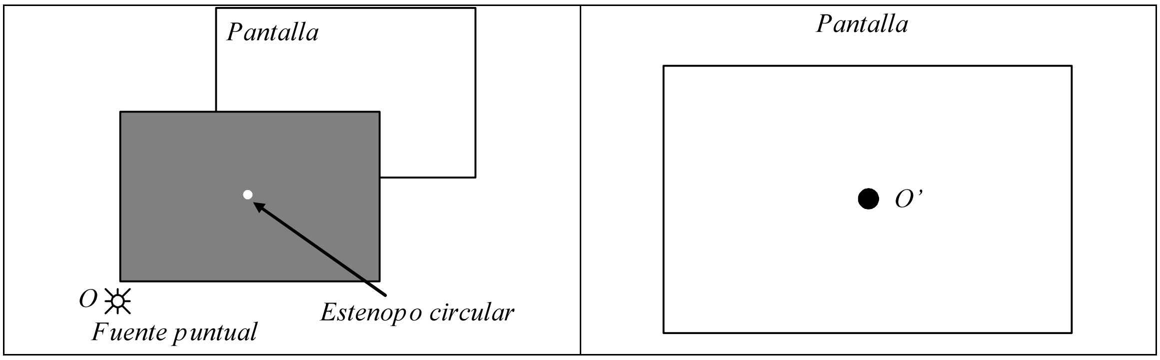
$$5000 \ \text{est}\cancel{\text{adios}} \ \frac{160 \ \cancel{\text{m}}}{1 \ \text{est}\cancel{\text{adio}}} \frac{1 \ \text{Km}}{1000 \ \cancel{\text{m}}} = 800 \ \text{Km.}$$

Así pues a 360º, que es el ángulo que abarca la superficie esférica de la Tierra, le corresponden:

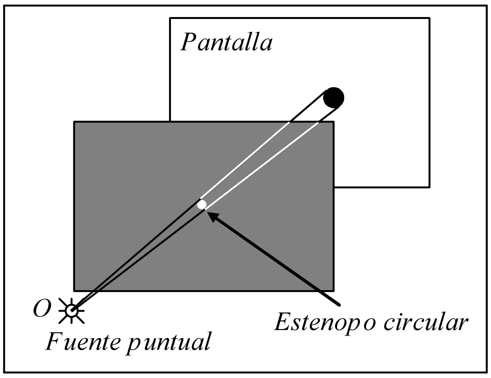
$$L = 3\cancel{6}0^{\text{o}} \ \frac{800 \ \text{Km}}{\cancel{7}^{\text{o}}} = 41.143 \ \text{Km.}$$

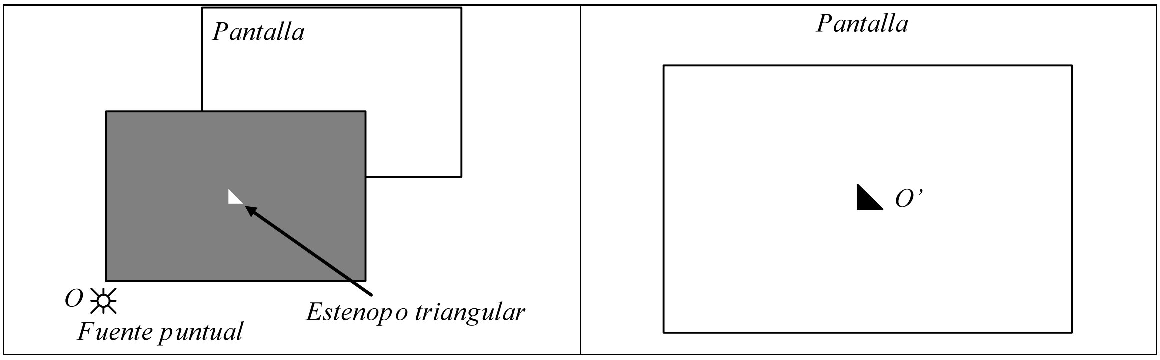
b) $L = 2\,\pi\,R \; ; \; R = \dfrac{L}{2\,\pi} = \dfrac{41.142}{2\,.\,3{,}14} = 6551 \ \text{Km}\,.$

6. Las figuras siguientes muestran, de forma esquemática y en perspectiva, una fuente de luz (que presenta diferentes formas), un pequeño estenopo (que también presenta diferentes formas) y una pantalla. Dibuja en el recuadro adjunto la imagen de la fuente de luz que se formará en la pantalla en cada caso.

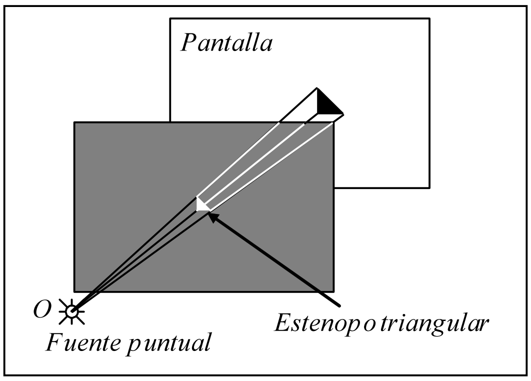


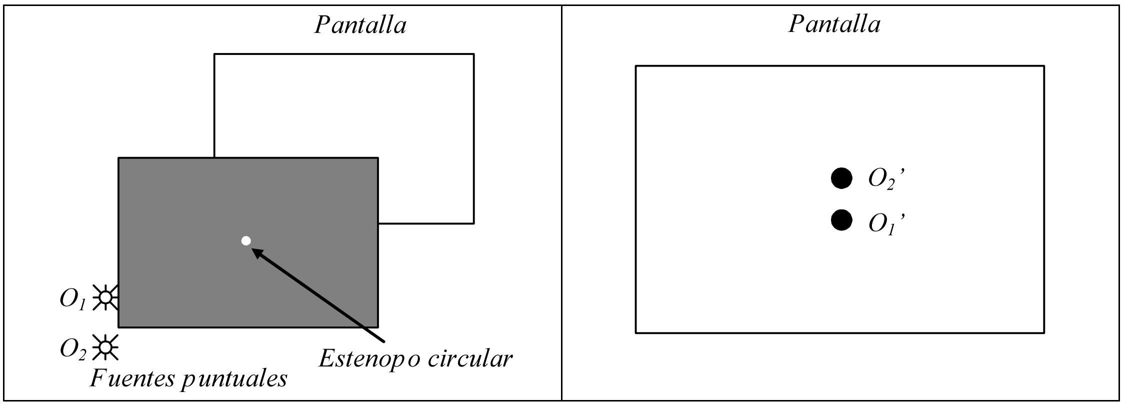
La imagen *O'* se forma por la proyección sobre la pantalla de los rayos de luz que salen del punto *O* y atraviesan el estenopo circular. Por ser el estenopo circular la forma de la imagen *O'* será una mancha circular.



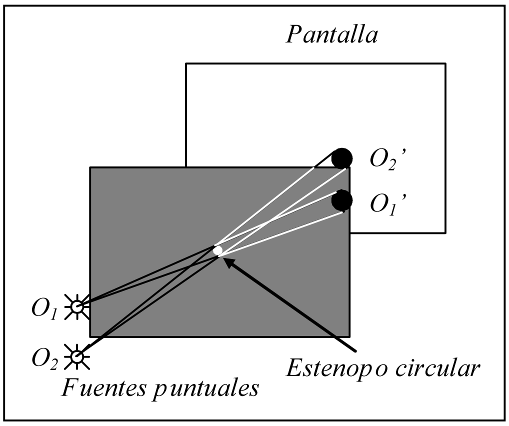


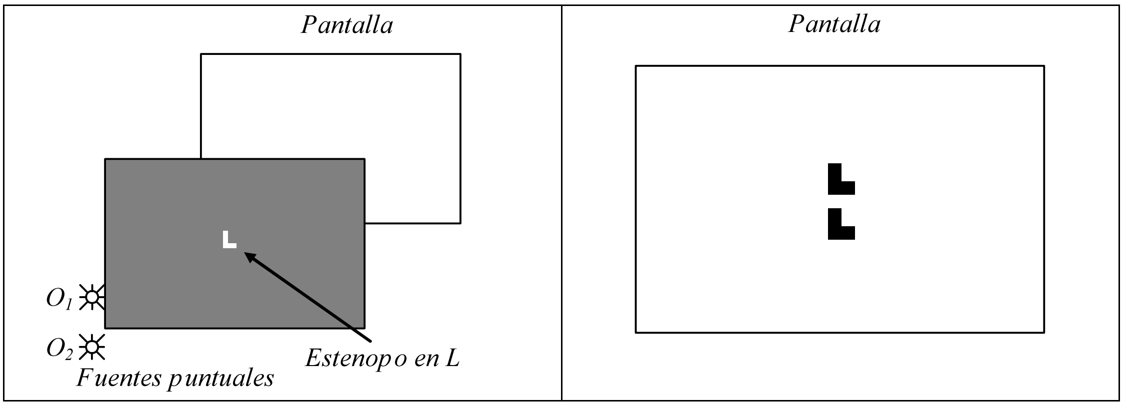
La imagen *O'* se forma por la proyección sobre la pantalla de los rayos de luz que salen del punto *O* y atraviesan el estenopo triangular. Por ser el estenopo triangular la forma de la imagen *O'* será una mancha triangular.



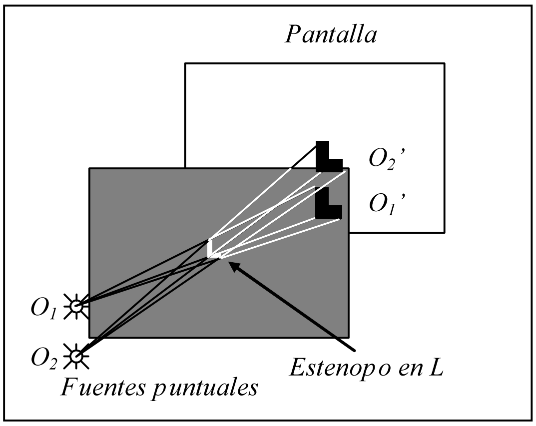


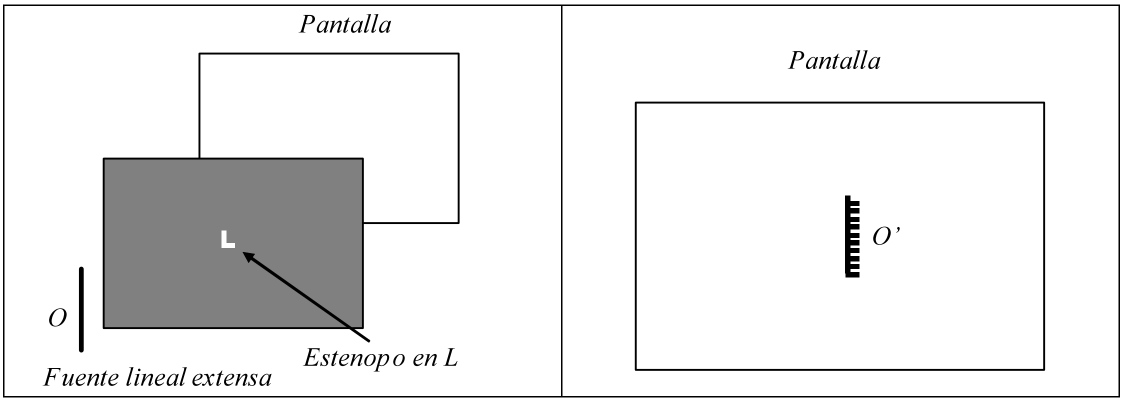
Las imágenes O_1' y O_2' se formarán por las proyecciones sobre la pantalla de los rayos de luz que salen de los puntos O_1 y O_2 y atraviesan el estenopo circular. Por ser el estenopo circular la forma de las imágenes O_1' y O_2' serán sendas manchas circulares. Obsérvese que la posición de las imágenes es invertida respecto de los objetos.



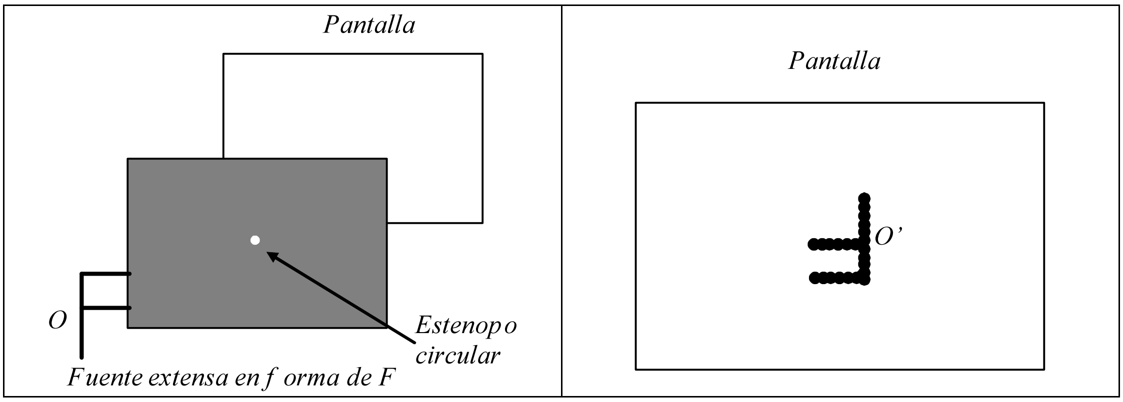


Las imágenes O_1' y O_2' se formarán por las proyecciones sobre la pantalla de los rayos de luz que salen de los puntos O_1 y O_2 y atraviesan el estenopo en forma de L. Por ser la forma del estenopo una L la forma de las imágenes O_1' y O_2' serán sendas eles.
Obsérvese que la posición de las imágenes es invertida respecto de los objetos.

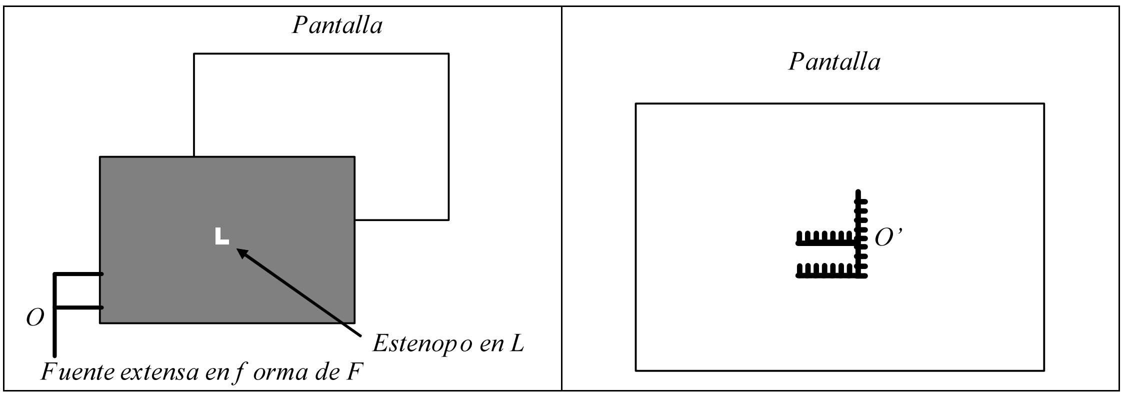




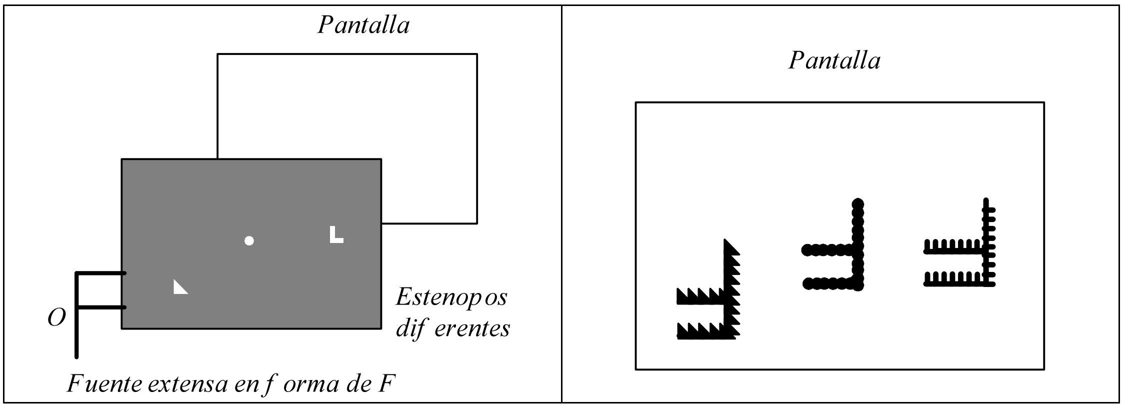
La imagen será una línea vertical invertida (en este caso no se notará la inversión) formada por la superposición de manchas en forma de L debido a que el estenopo tiene forma de L. Si el tamaño del estenopo es muy pequeño el ojo no distinguirá las eles que se superponen y observará una recta vertical invertida (en este caso la inversión de la imagen no se observa).



La imagen será una F invertida formada por la superposición de manchas circulares debido a que el estenopo tiene forma circular. Si el tamaño del estenopo es muy pequeño el ojo no distinguirá los círculos que se superponen y observará una F invertida.



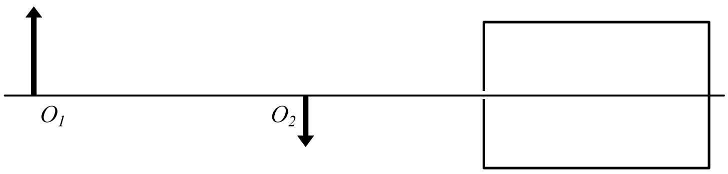
La imagen será una F invertida formada por la superposición de manchas en forma de L debido a que el estenopo tiene forma de L. Si el tamaño del estenopo es muy pequeño el ojo no distinguirá las eles que se superponen y observará una F invertida.



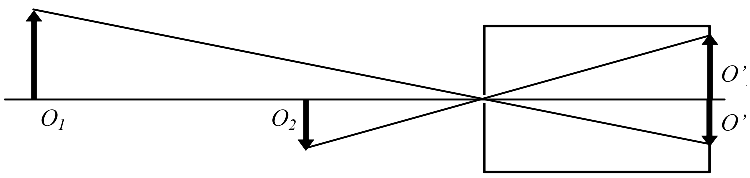
Por haber tres estenopos se formarán tres imágenes del objeto en forma de F. Las tres imágenes estarán invertidas respecto del objeto y se formarán, respectivamente, por la superposición de manchas en forma de triángulo, círculo y L. Al igual que en los casos anteriores si el tamaño de los estenopos es muy pequeño el ojo no distinguirá las diferentes superposiciones.

---

7. La figura muestra una cámara de pinhole que fotografía dos objetos O_1 y O_2. Cuál de las dos imágenes aparecerá más grande?



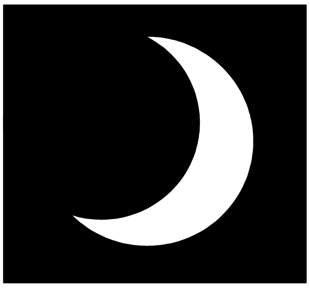
SOLUCIÓN:

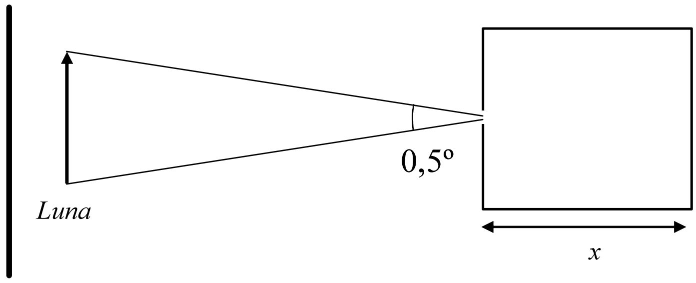


A la vista de la figura la imagen O'_2 es mayor que la imagen O'_1.

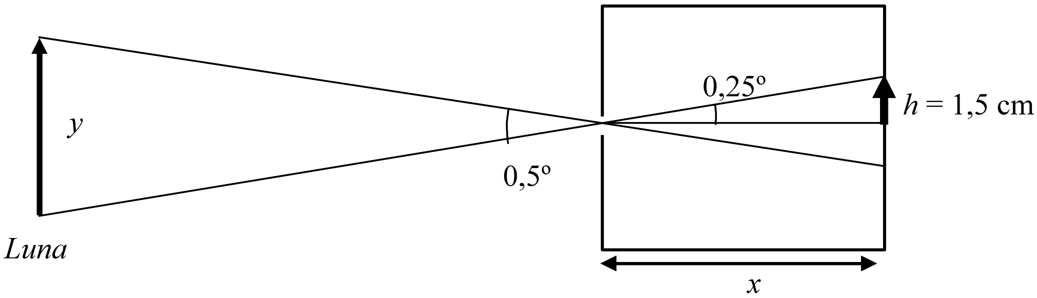
---

8. La imagen de la Luna creciente, que se muestra en la figura, fue tomada con una cámara estenopeica. Si el tamaño angular de la Luna es de 0,5º y el tamaño lineal de la imagen es de 3 cm, determina la distancia, *x*, del estenopo a la película.





SOLUCIÓN:

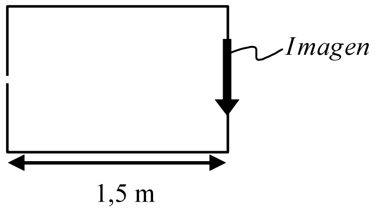


Teniendo en cuenta que los ángulos son pequeños, la tangente del ángulo puede aproximarse al ángulo siempre que éste se exprese en radianes.

$$0,25^\circ \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = 4,4.10^{-3} \text{ rad.}$$

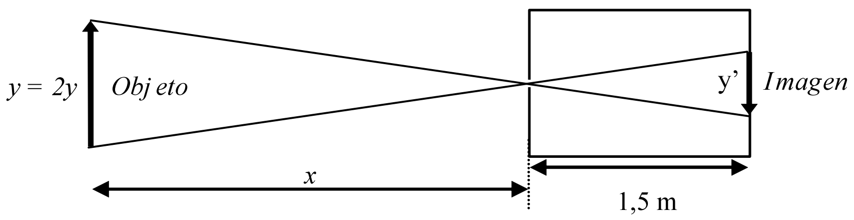
$$\tan\theta = \theta = \frac{h}{x}; \qquad 4,4.10^{-3} = \frac{1,5}{x}; \qquad x = \frac{1,5}{4,4.10^{-3}} = 340 \text{ cm} = 3,4 \text{ m}.$$

9. La figura muestra la imagen que forma una cámara estenopeica. Determina la distancia entre el objeto y el estenopo sabiendo que el tamaño del objeto es el doble que el de la imagen.



SOLUCIÓN:

Aplicando semejanza de triángulos a la figura:

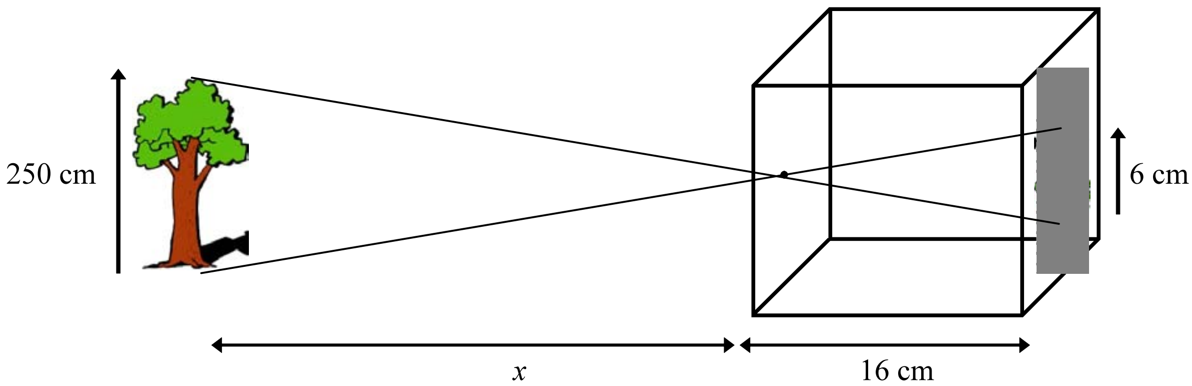


$\frac{y}{y'} = \frac{x}{1,5}$; Teniendo en cuenta que el tamaño del objeto es el doble que el de la imagen, $y = 2y'$.

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$\frac{2\cancel{y'}}{\cancel{y'}} = \frac{x}{1,5}$; $x = 2 \,.\, 1,5 = 3$ m .

10.- Se construye una cámara de agujero con una caja de dimensiones 10 cm x 10 cm x 16 cm. En el centro de una cara cuadrada se hace un pequeño agujero y en la cara opuesta se sitúa una película fotográfica. Un árbol de 250 cm de altura está situado delante de la cámara. Determina la distancia x entre la cámara y el árbol de modo que el tamaño de la imagen del árbol sobre la película sea de 6 cm.

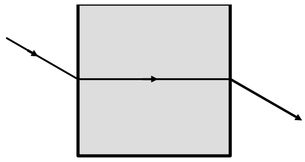


SOLUCIÓN:

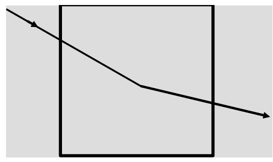
Aplicando semejanza de triángulos:

$$\frac{250}{6} = \frac{x}{16}; \quad x = \frac{250 \, . \, 16}{6} = 670 \text{ cm} = 6{,}7 \text{ m} \, .$$

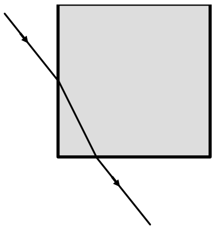
11.- La figura siguiente muestra la trayectoria de distintos rayos de luz al atravesar diferentes secciones cúbicas y cilíndricas. Sabiendo que el índice de los cubos y del cilindro es mayor que el del medio que lo rodea, comenta la trayectoria de los rayos de luz.



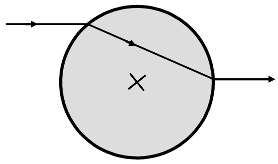
(a)



(b)

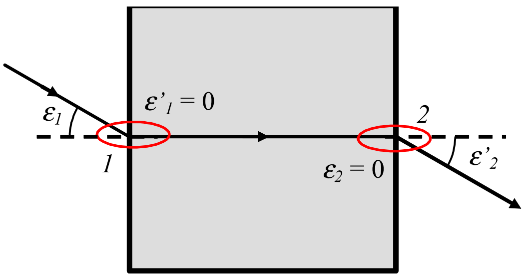


(c)

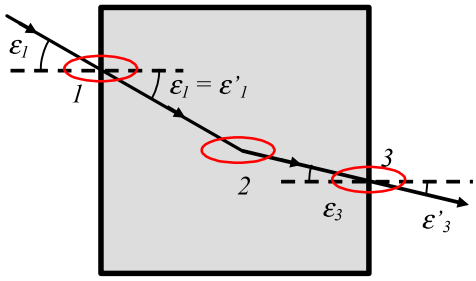


(d)

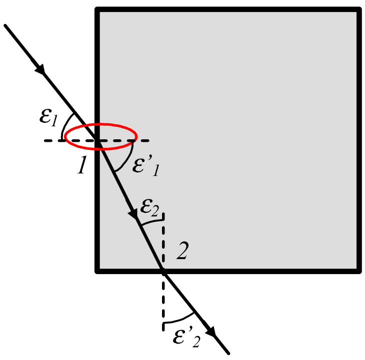
SOLUCIÓN:



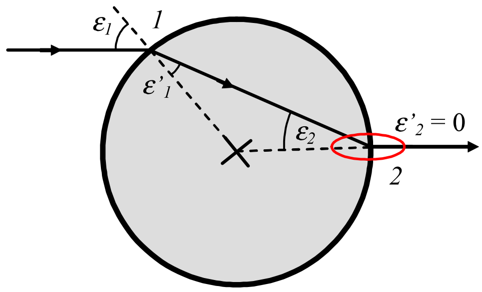
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura a):

1: La trayectoria del rayo de luz no es real en el punto 1 debido a que si el ángulo incidente, ε_1, es diferente de cero, en ángulo de refracción, ε'_1, no puede ser cero.

2: La trayectoria del rayo de luz tampoco es real en este punto debido a que si $\varepsilon_2 = 0º$ debe cumplirse que $\varepsilon'_2 = 0º$.

Figura b):

1: La trayectoria del rayo de luz no es real en el punto 1 debido a que al cambiar la luz de medio ésta debe refractarse. Lo que significa que $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1$ es falso.

2: La trayectoria del rayo de luz no es real en el punto 2 debido a que, al no haber cambio de medio, el rayo no puede desviarse en este punto.

3: La trayectoria del rayo de luz no es real en el punto 3 debido a que al cambiar la luz de medio ésta debe refractarse. Lo que significa que $\varepsilon_3 = \varepsilon'_3$ es falso.

Figura c):

1: La trayectoria del rayo de luz no es real en el punto 1 ya que al tener el cubo un índice de refracción mayor que el medio que lo rodea el ángulo de refracción debe ser menor que el ángulo de incidencia (Debe cumplirse que $\varepsilon_1 > \varepsilon'_1$) .

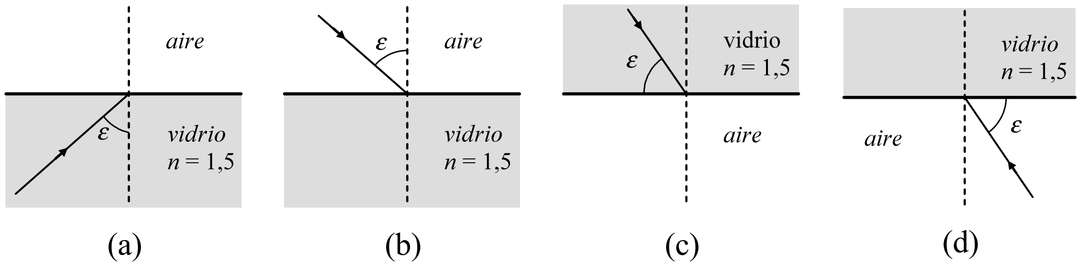
2: La trayectoria es correcta en el punto 2.

Figura d):

1: La trayectoria es correcta en el punto 1.

2: La trayectoria del rayo de luz no es real en el punto 2 ya que el ángulo ε'_2 no puede ser cero. Además ε'_2 debe ser igual al ángulo ε_1.

12. De las siguientes situaciones que se muestran en la figura, ¿En cuál/es se produce reflexión total para un valor de $\varepsilon = 60º$?



SOLUCIÓN:

Determinemos en primer lugar el valor del ángulo límite en la interfase vidrio-aire:

$n \text{ sen } \varepsilon = n' \text{ sen } \varepsilon'$; $1{,}5 \text{ sen } \varepsilon_L = 1 \text{ sen } 90^o$; $\text{sen } \varepsilon_L = \dfrac{1}{1{,}5}$; $\varepsilon_L = 41{,}8º$.

a) $\varepsilon > \varepsilon_L$, luego habrá reflexión total.

b) No puede haber reflexión total porque la luz va de un medio de índice menor (aire) a otro de índice mayor (vidrio).

c) El ángulo que muestra la figura no es el de incidencia. En este caso el ángulo de incidencia vale: 90-60 = 30º. Como que el ángulo de incidencia es menor que el ángulo límite no habrá reflexión total.

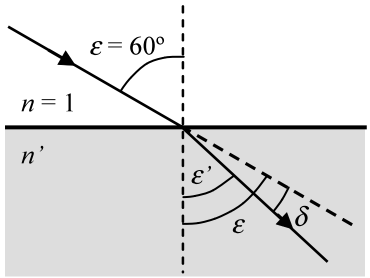
d) Independientemente del valor del ángulo de incidencia no habrá reflexión total por el mismo motivo que en el caso b).

---

13. Un rayo de luz incide con un ángulo de 60º sobre una superficie plana que separa dos medios de diferente índice. Sabiendo que el medio incidente es el aire, determina el valor del índice de refracción del segundo medio si entre el rayo incidente y el rayo refractado se produce una desviación de:

a) $\delta = 15º$

b) $\delta = 30º$



SOLUCIÓN:

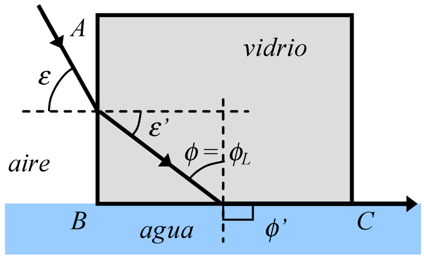
A la vista de la figura: $\delta = \varepsilon - \varepsilon'$; Así pues: $\varepsilon' = \varepsilon - \delta$.

a) $\varepsilon' = 60 - 15 = 45º$; $n \text{ sen } \varepsilon = n' \text{ sen } \varepsilon'$; $1 \text{ sen } 60 = n' \text{ sen } 45$; $n' = \dfrac{\text{sen } 60}{\text{sen } 45} = 1{,}22$.

b) $\varepsilon' = 60 - 30 = 30º$; $n \text{ sen } \varepsilon = n' \text{ sen } \varepsilon'$; $1 \text{ sen } 60 = n' \text{ sen } 30$; $n' = \dfrac{\text{sen } 60}{\text{sen } 30} = \sqrt{3}$.

---

14. Sea el paralelepípedo de vidrio ($n = 1{,}5$) de la figura. La cara *AB* está en contacto con aire ($n = 1$), mientras que la cara *BC* está en contacto con agua ($n = 4/3$). Calcula el ángulo de incidencia, ε, con que un rayo luminoso debe incidir en la cara *AB* del paralelepípedo para que pueda reflejarse totalmente sobre la cara *BC* que está en contacto con agua.



SOLUCIÓN:

El ángulo de incidencia máximo, ε, es el que muestra la figura. En este caso el rayo que se refracta en la cara BC saldrá rasante ($\phi' = 90º$). Para cualquier incidencia con ángulo menor que ε ϕ será mayor que ϕ_L y el rayo sufrirá reflexión total en la interfase que separa la superficie *BC*.

Procedamos por el camino inverso:

$\phi' = 90º$. Aplicando la ley de la refracción: 1,5 sen ϕ = 4/3 sen 90º;

$$\text{sen}\,\phi = \frac{\frac{4}{3}}{1{,}5} = \frac{4}{4{,}5}; \qquad \varphi = \text{sen}^{-1}\left(\frac{4}{4{,}5}\right); \qquad \phi = \phi_L = 62{,}7º.$$

Teniendo el cuenta el triángulo rectángulo de la figura, $\varepsilon' + \phi = 90º$;

$\varepsilon' + 62{,}7 = 90º$; $\qquad \varepsilon' = 27{,}3º$.

Aplicando la ley de la refracción a la primera superficie:

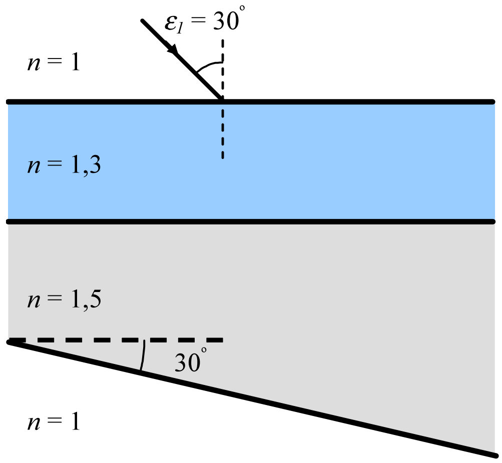
1 sen ε = 1,5 sen 27,3 ; sen ε = 0,6880; $\varepsilon = \sin^{-1}(0{,}6870) = 43{,}5\,º$.

Siempre que $\varepsilon \leq 43{,}5º$ el rayo se reflejará totalmente en la cara *BC*.

15. Sea el sistema de la figura. Un rayo de luz incide en la primera superficie con $\varepsilon_1 = 30º$ Determina:

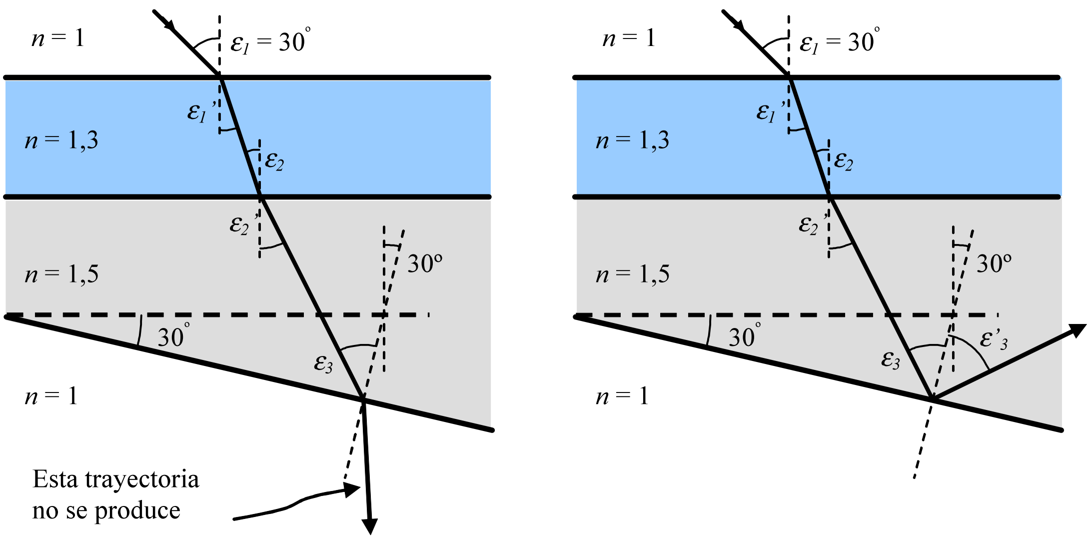
a) La trayectoria del rayo de luz.

b) La desviación angular entre el rayo incidente y el rayo a la salida de la tercera superficie.



SOLUCIÓN:

a)



Aplicando ley de la refracción en la primera superfície:

1 sen 30º = 1,3 sen ε'_1; $\varepsilon'_1 = 22{,}62º$.

Por ser la primera superfícicie de separación paralelea a la segunda: $\varepsilon_2 = \varepsilon'_1$.

Aplicando la ley de la refracción en la segunda superfície:

1,3 sen 22,62º = 1,5 sen ε'_2; $\varepsilon'_2 = 19{,}47º$.

Debido a que la tercera superficie ha girado 30º respecto de la horizontal, el ángulo de incidencia ε_3 vale: $\varepsilon_3 = \varepsilon'_2 + 30 = 19{,}47 + 30 = 49{,}47$º.

Aplicando la ley de la refracción a la tercera superfície:

1,5 sen 49,47 = 1 sen ε'_3. $\varepsilon'_3 = \text{ERROR}$.

Al buscar el valor de ε'_3 en la calculadora aparece el mensaje de error. Esto significa que sin $\varepsilon'_3 > 1$, lo cual, matemáticamente, no es posible.

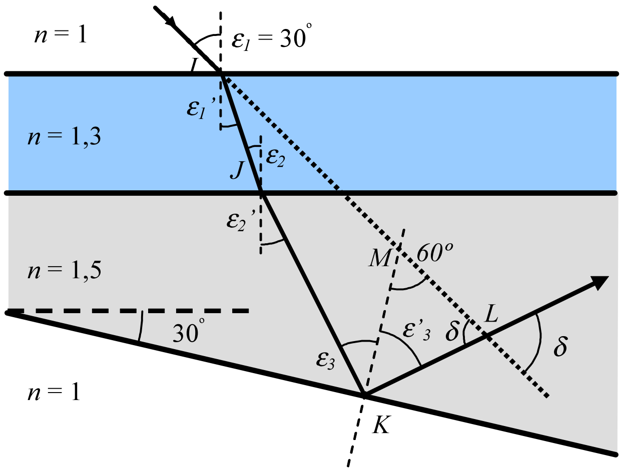
En el punto K no se produce refracción ya que ε_3 es mayor que el ángulo límite que determinan los dos medios que separan el interfase. En efecto:

$$\sin \varepsilon_L = \frac{1}{1{,}5}; \qquad \varepsilon_L = 41{,}8^\circ .$$

En nuestro caso se cumple que $\varepsilon_3 = 49{,}7 > \varepsilon_L = 41{,}8^\circ$.

Así pues en el punto K se produce reflexión total por lo que $\varepsilon'_3 = 49{,}7$º.

El ángulo de desviación δ entre el rayo incidente y el emergente se calcula a partir de la figura siguiente:



Del cuadrilátero $IJKL$ sabemos que la suma de sus ángulos es de 360º. Así pues:

$$\hat{I} + \hat{J} + \hat{K} + \hat{L} = 360^\circ .$$

$$\hat{I} = \varepsilon_1 - \varepsilon'_1; \quad \hat{J} = \varepsilon_2 + 180 - \varepsilon'_2; \quad \hat{K} = \varepsilon_3 + \varepsilon'_3; \quad \hat{L} = \delta .$$

Así pues: $\varepsilon_1 - \varepsilon'_1 + \varepsilon_2 + 180 - \varepsilon'_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon'_3 + \delta = 360$º.

Sustituyendo:

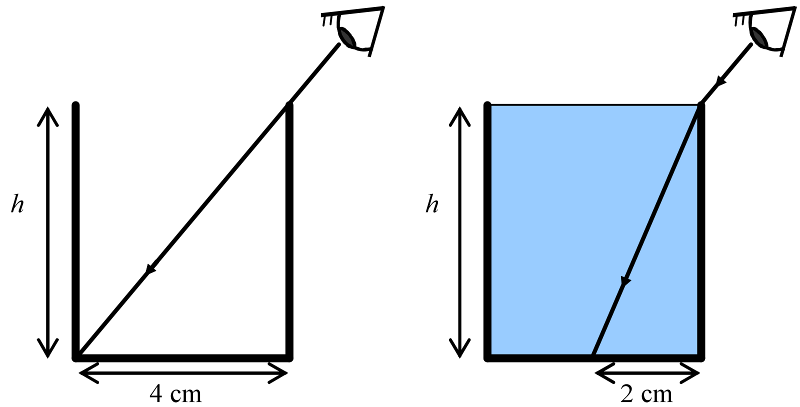
$30 - 22{,}62 + 22{,}62 + 180 - 19{,}47 + 49{,}47 + 49{,}47 + \delta = 360$º; $\delta = 70{,}53$º.

Otra manera de calcularlo seria:

Del triángulo MKL teniendo en cuenta que $\hat{M} = 90 - 30 = 60^\circ$. $60 + 49{,}47 + \delta = 180^\circ$.

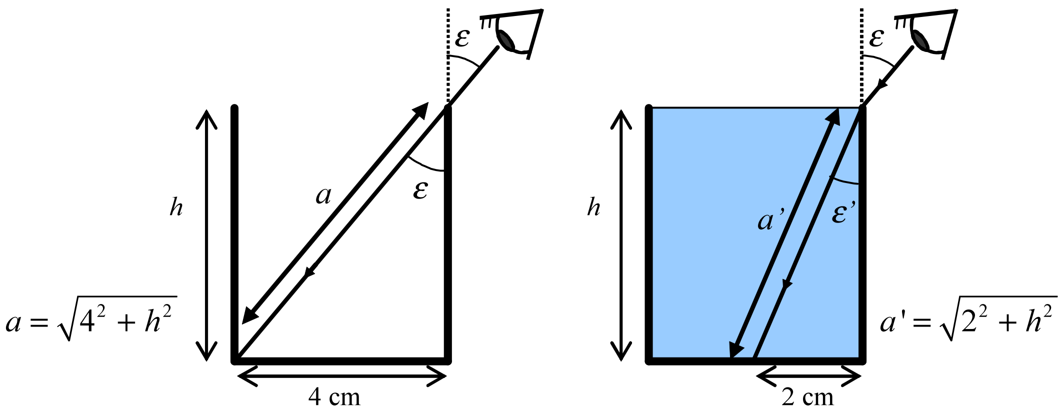
$\delta = 70{,}53$º.

16. Sea un vaso, de forma cilíndrica, de 4 cm de diámetro y altura h. Un observador está situado, según se indica en la figura (a), de manera que ve el borde del fondo del vaso. Cuando el vaso se llena de agua (n = 1,33), el observador, situado en la misma posición, ve ahora el centro del fondo del vaso (Figura (b)). Determina la altura, h, del vaso.



(a) (b)

SOLUCIÓN:



(a) (b)

Determinemos, en primer lugar, la inclinación del rayo de luz en la figura (a).

Aplicando el Teorema de Pitágoras: $a = \sqrt{4^2 + h^2}$.

El ángulo entre el rayo y la pared del vaso queda determinado por: $\sin \varepsilon = \dfrac{4}{\sqrt{4^2 + h^2}}$.

En la figura (b) se observa que el ángulo de incidencia del rayo de luz es el mismo que el calculado a partir de la figura (a).

El ángulo de refracción ε' queda determinado por: $\sin \varepsilon' = \dfrac{2}{\sqrt{2^2 + h^2}}$.

Aplicando la ley de la refracción al rayo de la figura (b):

$$n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'; \qquad 1 \frac{4}{\sqrt{16+h^2}} = 1{,}33 \; \frac{2}{\sqrt{4+h^2}} \, .$$

Elevando al cuadrado ambos miembros se obtiene:

$$1 \frac{16}{16+h^2} \; = \; 1{,}33^2 \, \frac{4}{4+h^2} \, .$$

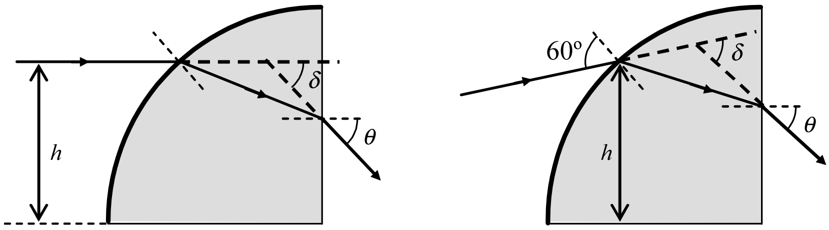
Operando:

$$\frac{16}{16+h^2} = \frac{7{,}08}{4+h^2}; \qquad 64 + 16\,h^2 = 113{,}28 + 7{,}08\,h^2; \qquad 8{,}92\,h^2 = 49{,}28 \, .$$

De lo que se deduce que:

$$h = \sqrt{\frac{49{,}28}{8{,}92}} = 2{,}35 \text{ cm} \, .$$

17. Un rayo que se propaga en el vacío, incide sobre un trozo de vidrio (n = 1,5) en forma de cuadrante esférico de 20 cm de radio. Si la altura de incidencia es h = 15 cm. Determina el valor del ángulo θ y la desviación δ que sufre el rayo en el caso de que la trayectoria que sigue es:
a) La que muestra la figura (a)
b) La que muestra la figura (b)



(a) (b)

SOLUCIÓN:

a) Debe observarse que en una superficie esférica la normal tiene la dirección del radio. Así pues la normal pasa siempre por el centro de la esfera (Figura 1).

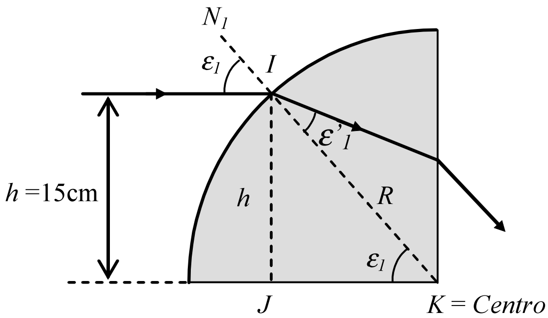


Figura 1

El ángulo de incidencia ε_1 es el mismo que forma la normal con la cara inferior del cuadrante (Figura 1).

Aplicando trigonometría al triángulo *IJK*:

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{h}{R} = \frac{15}{20} = 0{,}75\ ; \qquad \varepsilon_1 = 48{,}6^\circ\ .$$

Aplicando la ley de la refracción en el punto I:

$$n_1 \sin \varepsilon_1 = n'_1 \sin \varepsilon'_1\ ; \quad 1 \,.\, 0{,}75 = 1{,}5 \,.\, \sin \varepsilon'_1\ ; \qquad \varepsilon'_1 = 30^\circ\ .$$

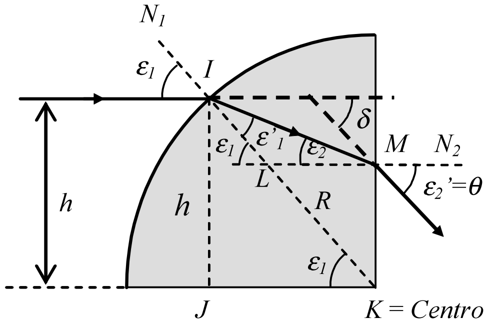


Figura 2

$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon_2$

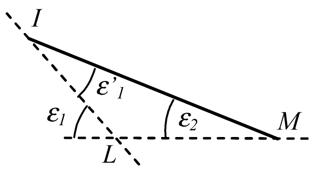


Figura 3

En el triángulo *ILM* (Figuras 2 y 3) se cumple que:

$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon_2$; $\quad 48,6 = 30 + \varepsilon_2$; $\quad \varepsilon_2 = 18,6°$.

Aplicando de nuevo la ley de refracción en el punto *M* (Figura 2):

$n_2 \sin \varepsilon_2 = n'_2 \sin \varepsilon'_2$; $\quad 1,5 \,.\, 0,32 = 1 \,.\, \sin \varepsilon'_2$; $\quad \varepsilon'_2 = 28,7° = \theta$.

La desviación, δ (Figura 2), coincide con el ángulo θ.

$\delta = \theta = 28,7°$.

(b)

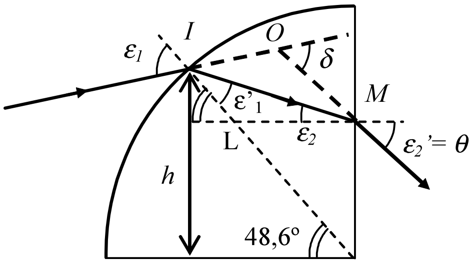
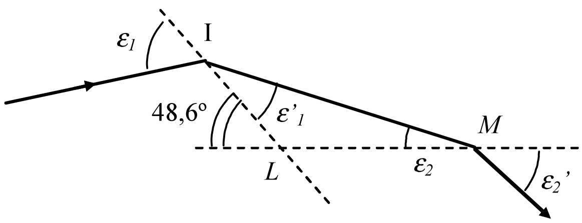
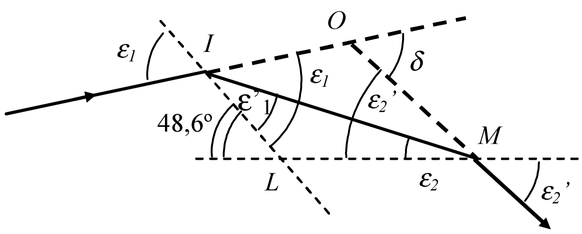


Figura 4



$48,6 = \varepsilon'_1 + \varepsilon_2$

Figura 5



$\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) + (\varepsilon'_2 - \varepsilon_2)$

Figura 6

Aplicando la ley de la refracción en el punto *I* (Figura 4):

$n_1 \sin \varepsilon_1 = n'_1 \sin \varepsilon'_1$; $1 . \sin 60 = 1,5 . \sin \varepsilon'_1$; $\varepsilon'_1 = 35,3^{\circ}$.

En el triángulo *ILM* (Figuras 4 y 5) se cumple que:

$48,6 = \varepsilon'_1 + \varepsilon_2$; $48,6 = 35,3 + \varepsilon_2$; $\varepsilon_2 = 13,3^{\circ}$.

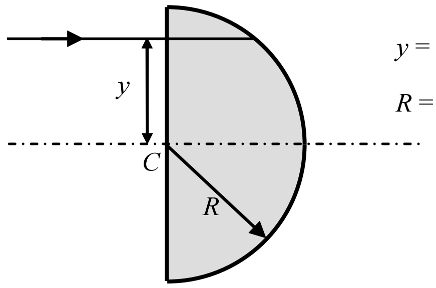
Aplicando de nuevo la ley de refracción en el punto *M* (Figura 4):

$n_2 \sin \varepsilon_2 = n'_2 \sin \varepsilon'_2$; $1,5 . \sin 13,3 = 1 . \sin \varepsilon'_2$; $\varepsilon'_2 = 20,2^{\circ} = \theta$.

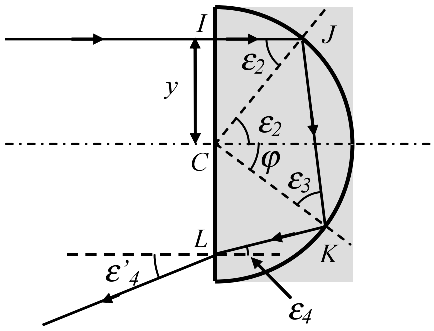
A partir del triángulo *IOM* (Figura 6):

$\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) + (\varepsilon'_2 - \varepsilon_2)$; $\delta = (60 - 35,3) + (20,2 - 13,3) = 31,6^{\circ}$.

18. Sea una semiesfera de radio $R = 20$ cm e índice $n = 1{,}5$, sumergida en aire. Un rayo de luz incide perpendicular a la cara plana y a una altura de 15 cm. Determina:
a) La trayectoria del rayo de luz.
b) La desviación δ entre el rayo a la entrada y a la salida.



SOLUCIÓN:



a) Por incidir normalmente a la primera superficie, en el punto I se cumple que: $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 = 0º$.

Determinación del ángulo ε_2:

Del triángulo IJC: $\text{sen}\,\varepsilon_2 = \dfrac{y}{R} = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$; $\varepsilon_2 = 48{,}6º$.

$\varepsilon_2 > \varepsilon_L$, lo que significa que se producirá reflexión total.

Así pues $\varepsilon_2' = \varepsilon_2 = 48{,}6º$.

La trayectoria del rayo de luz será la que se muestra en la figura.

Por ser el triángulo CJK isósceles, $\varepsilon_3 = \varepsilon'_2 = 48{,}6º$.

Debido a que se producirá reflexión total en el punto K: $\varepsilon'_3 = \varepsilon_3 = 48{,}6º$.

Determinación del ángulo φ:

Del triángulo CJK: $\varepsilon_2 + \varphi + \varepsilon'_2 + \varepsilon_3 = 180º$; $48{,}6 + \varphi + 48{,}6 + 48{,}6 = 180$; $\varphi = 34{,}2º$.

Del triángulo CKL: $(90 - \varphi) + \varepsilon'_3 + (90 - \varepsilon_4) = 180º$;

$90 - 34{,}2 + 48{,}6 + 90 - \varepsilon_4 = 180$; $\varepsilon_4 = 14{,}4º$.

Aplicando la ley de la refracción en el punto L:

$n_4 \sin \varepsilon_4 = n'_4 \sin \varepsilon'_4$; $1{,}5 \sin 14{,}4 = 1 \sin \varepsilon'_4$; $\varepsilon'_4 = 21{,}9º$.

b) La desviación entre el rayo incidente y el rayo emergente será $\delta = \varepsilon'_4 = 21{,}9º$.

19. Completa las tablas siguientes.

Material	n_F	n_d	n_C	ν_d	$1/\nu_d$
Crown	1,522	1,517			0,0155
Flint		1,620	1,615	38	

Material	n_d	n_F - n_C	ν_d	$1/\nu_d$
Crown	1,458			0,0150
Flint	1,728		28,4	

SOLUCIÓN:

Tabla 1. Primera fila:

$$\nu_d = 64{,}52; \quad \nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad ; \quad 64{,}52 = \frac{1{,}517 - 1}{1{,}522 - n_C} \quad ; \quad 64{,}52\,(1{,}522 - n_C) = 1{,}517 - 1$$

$$98{,}20 - 64{,}52\, n_C = 0{,}517 \qquad n_C = \frac{98{,}20 - 0{,}517}{64{,}52} \; ; \; n_C = 1{,}514 .$$

Tabla 1. Segunda fila:

$\nu_d = \dfrac{n_d - 1}{n_F - n_C}$; $38 = \dfrac{1{,}620 - 1}{n_F - 1{,}615}$. Procediendo como en el caso anterior: $n_F = 1{,}631$.

$$\frac{1}{\nu_d} = \frac{1}{38} = 0{,}0263 .$$

Tabla 2. Primera fila:

$$\nu_d = 66{,}67 . \quad \nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad ; \quad 66{,}67 = \frac{1{,}458 - 1}{n_F - n_C} \quad ; \quad n_F - n_C = 0{,}007 .$$

Tabla 2. Segunda fila:

$$\frac{1}{\nu_d} = 0{,}0352; \; \nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad ; \quad 28{,}4 = \frac{1{,}728 - 1}{n_F - n_C} \quad ; \quad n_F - n_C = 0{,}026 .$$

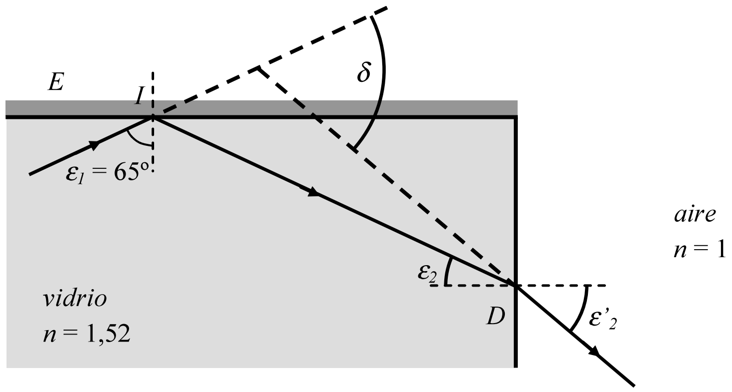
Material	n_F	n_d	n_C	ν_d	$1/\nu_d$
Crown	1,522	1,517	**1,514**	**64,52**	0,0155
Flint	**1,631**	1,620	1,615	38	**0,0263**

Material	n_d	n_F - n_C	ν_d	$1/\nu_d$
Crown	1,458	**0,007**	66,67	0,0150
Flint	1,728	**0,026**	28,4	**0,0352**

20. Sea el dispositivo de la figura formado por un espejo *E*, sumergido en vidrio, y una superficie plana refractora *D* que separa el vidrio del aire. Un rayo de luz incide sobre el espejo *E* en el punto *I* con $\varepsilon_1 = 65º$. Determina:

a) El valor de los ángulos ε_2 y ε'_2.

b) El valor de la desviación angular δ.



SOLUCIÓN:

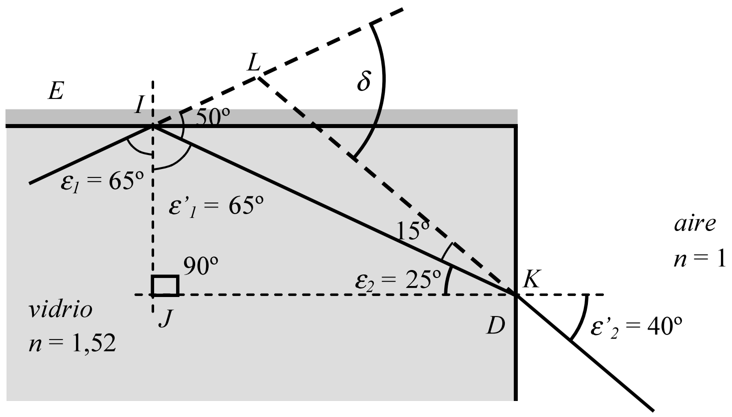
a) Punto *I*: Por la ley de la reflexión: $\varepsilon'_1 = 65º$.

Aplicando geometría al triángulo *IJK*: $\varepsilon'_1 + \varepsilon_2 = 90º$. $65 + \varepsilon_2 = 90º$. $\varepsilon_2 = 25º$.

Aplicando la ley de la refracción en el punto *K*: 1,52 sen 25 = 1 sen ε'_2.

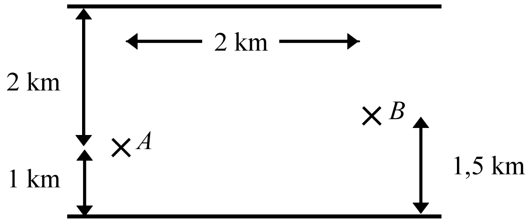
$\varepsilon'_2 = 40º$.

b) Para el cálculo de la desviación se tendrá en cuenta el triángulo *ILK*:



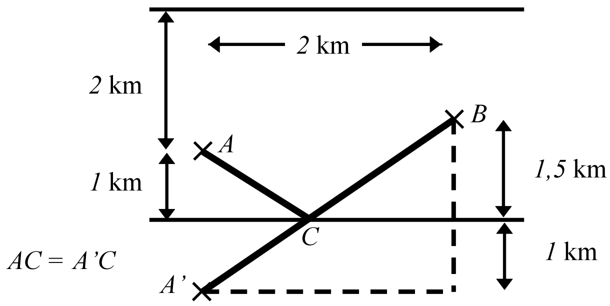
$\delta = 50 + 15 = 65º$.

21. Un granjero que posee una finca rodeada por dos riachuelos realiza cada día, marchando siempre a la misma velocidad, el trayecto siguiente (ver Figura):
Sale de su casa situada en el punto *A* y marcha hacia el riachuelo más próximo. Una vez allí llena varios cubos de agua que transporta hasta la granja situada en el punto *B*.
a) Describe la trayectoria que debe seguir para que el tiempo empleado en el desplazamiento sea mínimo.
b) ¿Cual será el valor de este desplazamiento?



SOLUCIÓN:

a) La trayectoria que sigue el granjero debe ser del mismo tipo que sigue la luz al reflejarse en un espejo plano (tiempo mínimo). Para ir de *A* a *B*, pasando por el río, la trayectoria de tiempo mínimo, que coincidirá con la trayectoria de distancia mínima, será *A'CB* o lo que es lo mismo *ACB* por ser *A'* punto simétrico de *A* a través del rio.

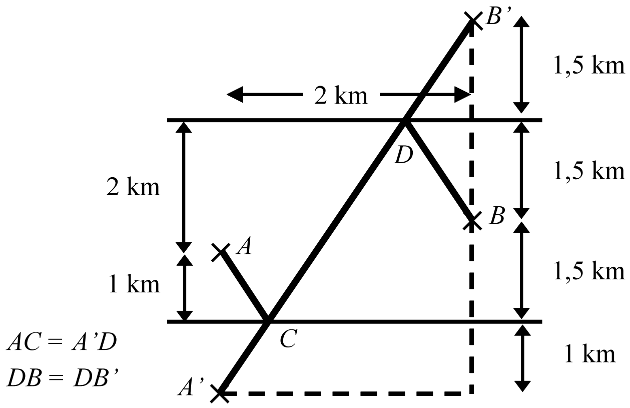


b) La distancia recorrida será: $ACB = A'CB' = \sqrt{2{,}5^2 + 2^2} = 3{,}2\ Km$.

22. Resuelve el problema anterior en el caso de que el granjero, al salir de su casa, llene la mitad de los cubos de agua en el río más próximo y la otra mitad en el más alejado, para luego transportarlos a la granja.

SOLUCIÓN:

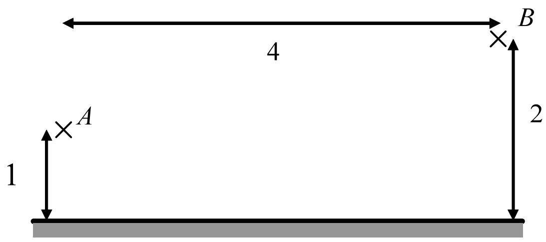
En este caso la trayectoria que debería seguir el granjero sería la que muestra la figura.



Deberá considerarse también el punto *B'*, simétrico de *B* respecto del río superior. La distancia mínima recorrida por el granjero en este caso será *ACDB*, que coincide geométricamente con la distancia *A'CDB'* .

$$ACDB = A'CDB' = \sqrt{5{,}5^2 + 2^2} = 5{,}85 \text{ Km}.$$

23. Sea un espejo plano en aire como el que muestra la figura. Si la luz se mueve desde el punto A hasta el punto B, previa reflexión en el espejo. Calcula:
a) El valor del camino óptico recorrido por la luz.
b) La distancia, x, que existe entre el pie del punto A y el punto de incidencia del rayo en el espejo.
c) El valor de los ángulos de incidencia y de reflexión.



SOLUCIÓN:

a) La trayectoria que recorre la luz al ir de A hacia B, previa reflexión en el espejo, es de tiempo mínimo, la cual coincide con la trayectoria de distancia mínima. Esta trayectoria puede deducirse uniendo la recta que tiene por extremos A' y B donde A' es el punto simétrico (o imagen) de A respecto del espejo. La trayectoria real de la luz es ACB.

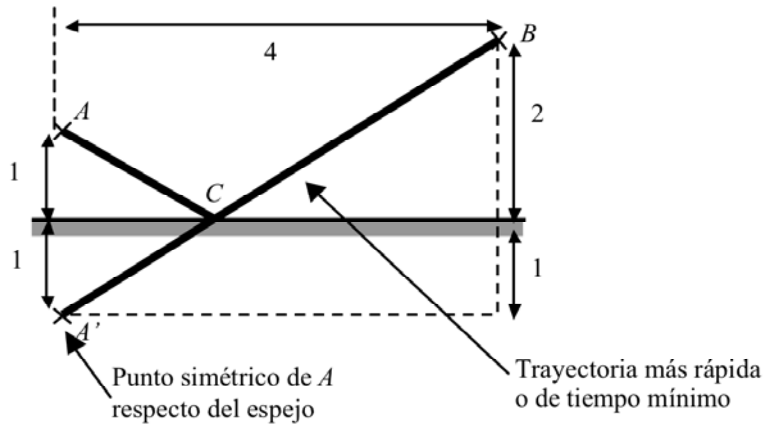


Figura 1

En la figura 2 el camino geométrico recorrido por la luz es:

$$L = ACB = A'CB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,.$$

b) La distancia x entre el pie del punto A y el punto de incidencia C del rayo en el espejo es la que se muestra en la figura 3.

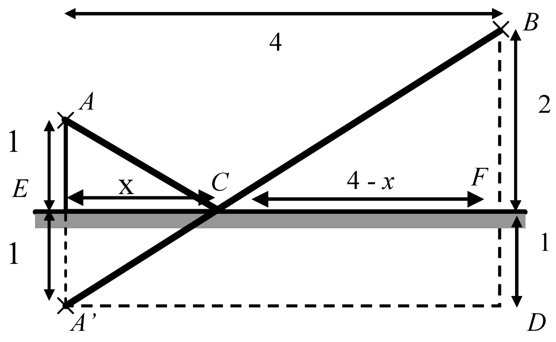


Figura 3

Los triángulos *AEC* y *BFC* son semejantes. Así pues:

$$\frac{x}{1} = \frac{4 - x}{2}\,; \qquad 2x = 4 - x\,; \qquad 3x = 4\,; \qquad x = \frac{4}{3}\,.$$

c) Conocida la distancia *x* pueden calcularse fácilmente los valores los ángulos ε y ε'.

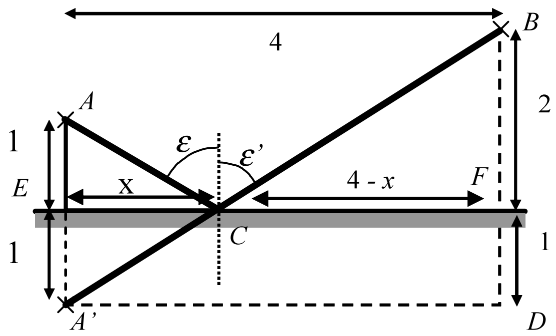
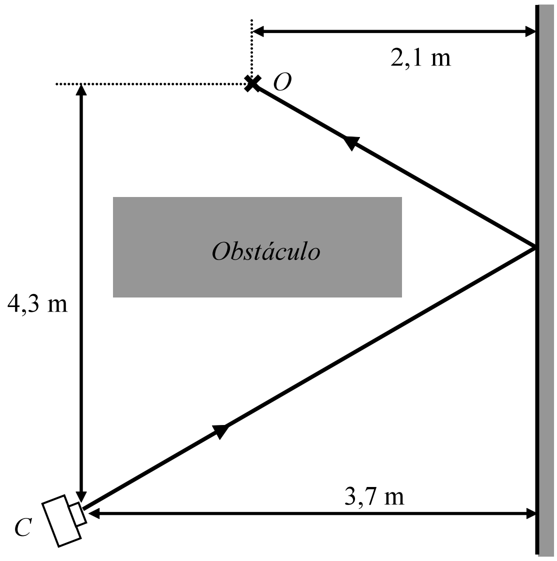


Figura 4

Del triángulo *AEC*:

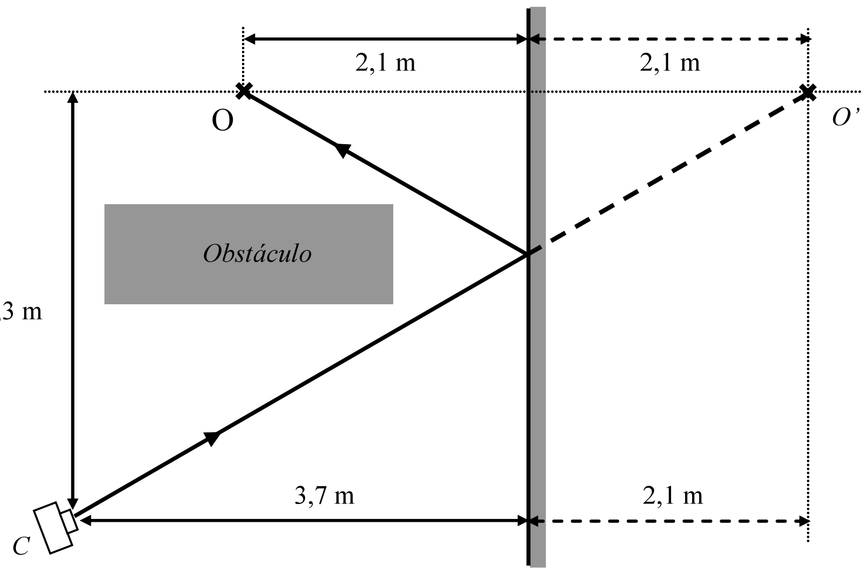
$$\tan\varepsilon = \frac{x}{1} = \frac{\frac{4}{3}}{1} = \frac{4}{3}\,; \qquad \varepsilon = 53{,}1^{\circ} = \varepsilon'\,.$$

24. Se quiere fotografiar un objeto, *O*, que se encuentra tapado por un obstáculo. Un espejo plano permite ver la imagen reflejada, *O'*, de dicho objeto. Si el fotógrafo apunta la cámara, *C*, hacia dicha imagen, determina la distancia *CO'* entre la cámara y dicha imagen.



SOLUCIÓN:

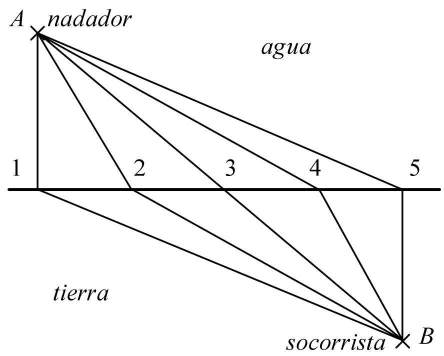
La imagen especular de *O* se encuentra según la figura:



Así pues, la distancia *CO'* que es igual a la distancia *CO* valdrá:

$$L = CO' = \sqrt{(3{,}7 + 2{,}1)^2 + (4{,}3)^2} = 7{,}2\ m\,; \quad L = CO' = CO = 7{,}2\ \text{m.}$$

25. Un nadador situado en el punto *A* (ver figura) está nadando en un río tranquilo. De repente tiene una indisposición y pide la ayuda de un socorrista situado en el punto *B*. Teniendo en cuenta que el socorrista se desplaza más rápido por tierra que en el agua. ¿Qué camino, de los que se indican en la figura, deberá seguir el socorrista para poder ayudar lo antes posible al nadador en apuros?



SOLUCIÓN:

La trayectoria de tiempo mínimo debe tener en cuenta que el socorrista debe recorrer una trayectoria más larga por tierra que en el agua ya que su velocidad de desplazamiento es mayor por tierra que por agua. De este modo las dos trayectorias posibles serían la 1 y la 2. Descartamos la 1 por no cumplir la ley de la refracción. Así pués la trayectoria de tiempo mínimo que debe seguir el socorrista es la 2.