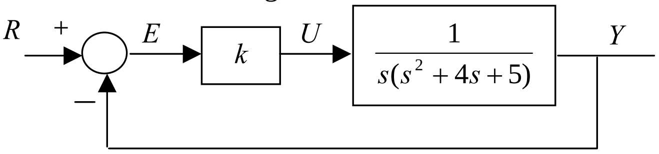
Sistemas Electrónicos de Control - 0910a

Tema 2: Ejercicios adicionales (completos)

Estos ejercicios son para recuperar entregas o para subir nota
Escoger sólo 1 de cada apartado
Fecha límite de entrega: Día del Examen Final

1. Relación lazo abierto-lazo cerrado. Hall, Nichols y Evans

Ejercicio 1. 1. Evans. Considerar el següent sistema de control

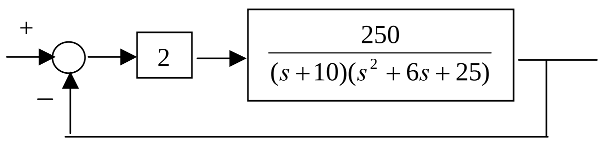


Es demana:

1) Representar el Lloc Geomètric de les Arrels d'Evans per valors de k positius. Indicar clarament quins són els angles de sortida de les arrels.
2) Per quin o quins valors de k presenta el servo pols dobles? Quan valen aquests pols?
3) Per quin o quins valors de k presenta el servo pols imaginaris? Quan valen aquests pols?
4) Es desitja que la resposta indicial del servo presenti un $R_{pt} \approx 5\%$. A quins pols dominants del nostre servo correspon aquesta condició? Quan ha de valer k per aconseguir aquests pols?
5) Fent l'aproximació de pols dominants, obtenir l'expressió de la resposta impulsional del servo. Representar a escala la resposta impulsional obtinguda.
6) Calcular el valor inicial de l'esforç de control $u(0^+)$ per la k calculada a l'apartat anterior.

Ejercicio 1. 2. Cálculo de raíces de polinomios por Evans. Obtener las raíces del polinomio $s^3+5s^2+8s+8=0$ con ayuda del Lugar Geométrico de las Raíces (LGR) de Evans. ¿En cuánto hay que cambiar el coeficiente $a_0 = 8$ para tener raíces dobles?

Ejercicio 1. 3. MG y MF por Nichols. Dado el servosistema



Se pide:

1) Trazar a escala los diagramas de Bode (ganancia y fase) de la transmitancia del lazo GH. Evidenciar las correcciones, indicando el valor de la fase a ω=10 y a ω=5.
2) Sobre dichos diagramas estimar: la frecuencia ω_1 para la cual la fase es de –180° así como $\left|G(j\omega_1)\right|_{dB}$; la frecuencia ω_2 para la cual la ganancia $|G|$ es de 0dB así como la fase en ω_2.
3) Indicar el valor de MF y MG
4) Estimar, con ayuda del ábaco de Nichols, las siguientes características de la respuesta en frecuencia del servo (M(jω)): ω_r, $M_{p\omega}$ y ω_b (banda de 3dB por debajo del nivel de continua).

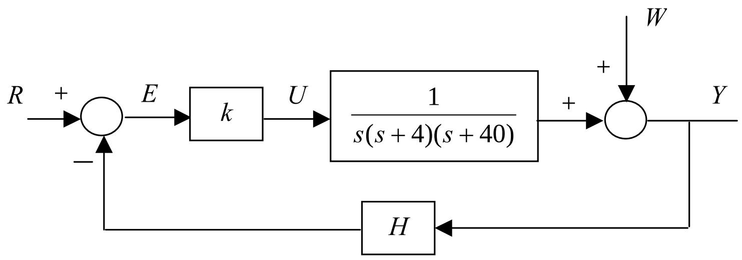
Ejercicio 1. 4. Evans. El denominador de la función de transferencia de un servo es $D(s) = 1 + k\dfrac{s+1}{s(s+2)(s+4)^2}$, se pide

1) Representar el lugar geométrico de los polos del servo cuando k varía de 0 a ∞.
2) Hallar los polos dominantes correspondientes a un coeficiente de amortiguamiento de 0.7.
3) ¿Cuánto ha de valer la k para que el servo presente dichos polos dominantes?
4) Construir una función de transferencia $M(s)$ correspondiente a un bloque de segundo orden que contenga los polos dominantes anteriores y cuya ganancia en continua sea 2.
5) Representar la respuesta indicial $y(t)$ de $M(s)$ indicando claramente el valor de R_{pt}, t_p, t_s, $y(0)$, $y(\infty)$.

Ejercicio 1. 5. Determinación gráfica de raíces.
Dado el polinomio $s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$ siendo $a_0, \ldots, a_4$ las 5 primeras cifras de su DNI, se trata de hallar sus raíces gráficamente, con ayuda del LGR. Para ello, se pide:
1) Aplicar el criterio de Routh para conocer su ubicación en el plano complejo.
2) Descomponerlo en la forma $1 + \dfrac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3} = 1 + a_2 \dfrac{s^2 + \frac{a_1}{a_2}s + \frac{a_0}{a_2}}{s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3} = 1 + k\dfrac{N(s)}{D(s)}$.
3) Determinar algebraicamente las raíces de $N(s)$ y de $D(s)$.
4) Trazar manualmente, y a escala, el LGR siguiendo las siguientes pautas:
a) Con objeto de obviar la posible falta de práctica y su trabajo, obténgase previamente, con Matlab, la forma del LGR.
b) Compruébense los tramos de raíces reales.
c) Obténganse manualmente los siguientes valores:
- Puntos (aproximados) de emergencia/incidencia en el eje real y el valor de k asociado.
- Puntos de corte con el eje imaginario.
- Ángulos de incidencia/emergencia en los ceros/polos complejos
- Comprobación algebraica de que $\Sigma r_i = -a_n$.

5) Comprobar el resultado anterior hallando las raíces vía MATLAB.

Ejercicio 1. 6. Nichols. Considerar el següent sistema de control on els valors nominals són k = 1600 i $H = 1$. Es demana:

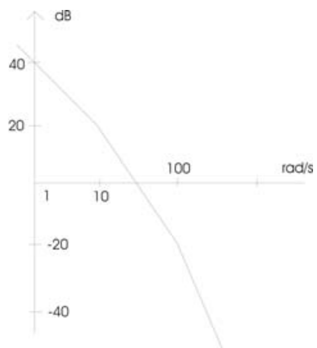


1) Explicar amb detall almenys dos efectes de la retroacció.
2) Si el paràmetre k passa de valer 1600 a valer 3200, quina és la variació relativa del guany en continua del sistema en llaç tancat? Ídem si H passa de valer 1 a valer 2. Comentar els resultats.

A partir d'aquí, considerar el cas nominal (k = 1600 i $H = 1$).

3) Traçar els diagrames de Bode detallats (magnitud i fase) de la resposta freqüencial del llaç, $L(j\omega)=\dfrac{1600}{s(s+4)(s+40)}$. Estimar el marge de guany, el marge de fase i la freqüència de *crossover*.
4) Amb ajut de l'àbac de Nichols, estimar les següents característiques del servo: amplada de banda a –3dB, freqüència de ressonància i magnitud de la ressonància en dB.
5) Amb l'ajut de l'àbac de Nichols, construir una taula amb alguns punts del mòdul de la resposta freqüencial en llaç tancat, $M(j\omega)=\dfrac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)}$, i representar-los en un diagrama de Bode.
6) Amb l'ajut de l'àbac de Nichols, construir una taula amb alguns punts del mòdul de la resposta freqüencial $\dfrac{Y(j\omega)}{W(j\omega)}$. A què correspon aquesta funció de transferència en llaç tancat?
7) Representar els punts obtinguts a l'apartat **6)** en el mateix diagrama de Bode de l'apartat **5)**. Escollir una freqüència qualsevol ω_1 i verificar que $|M(j\omega_1)|+|Y(j\omega_1)/W(j\omega_1)|\neq 1$. Comentar aquest resultat.

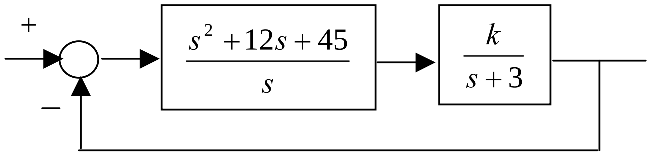
Ejercicio 1. 7. **Nichols.** La figura es el Bode del <u>lazo</u> de un servo con H=1 y de fase mínima.



Se pide:
1) Trasladarlo a un diagrama fase ganancia (ampliando las dimensiones). A partir de los gráficos estimar: K_p, K_v, ω_{co}, M(0), ω_b, M_r y ω_r.
2) Representar la magnitud de la respuesta del <u>servo</u> $|M(j\omega)|$.

Ejercicio 1. 8. **El ábaco de Nichols: de la respuesta frecuencial de lazo L(jω) a la del servo M(jω).** Dado el servo con $G(s)=\dfrac{2500}{s(s+5)(s+50)}$, H = 1, se pide:
1) Dibujar los diagramas de Bode de ganancia y fase y hallar ω_{co}.
2) Estimar en el anterior diagrama, rápidamente, |M(jω)|.
3) Mejorar el comportamiento a frecuencias intermedias hallando, con ayuda del ábaco de Nichols, $M_r = M_{p\omega}$, ω_r, ω_b (-23dB).

Ejercicio 1. 9. Evans. Dado el sistema de control



Se pide:

1) Controlador

1.1) Indicar de qué tipo es el controlador.

1.2) ¿Cuáles son sus parámetros característicos y cuánto valen en este ejemplo?

1.3) Explicar qué procedimiento seguiría para calcular los parámetros del controlador en este ejemplo.

2) Lugar geométrico de las raíces de Evans

2.1) Trazar a escala el LGR, indicando claramente qué pasos ha seguido en su trazado.

2.2) ¿Para qué valor de k presenta polos reales dobles?

2.3) ¿Para qué valor de k presenta la menor estabilidad (ζ mínima)?

Ejercicio 1. 10. Evans. Dado el servo con $G(s)=\dfrac{k}{s(s+1)(s+2)}$, H = 1, se pide:

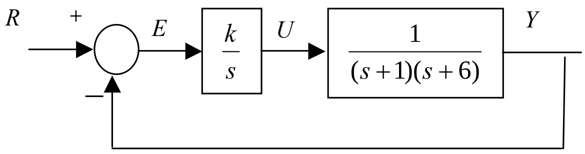
1) Dibujar el LGR para $k>0$.

2) Hallar k_u y T_u.

3) Hallar el valor de k para obtener $\zeta = 0.7$.

4) Ídem para $\omega_d = 0.5$.

Ejercicio 1. 11. Evans. Considerar el servosistema de la Figura



Se pide:

1) Indicar el tipo de controlador y compararlo con otros que conozca.

2) Hallar por Routh-Hurwitz la gama de valores de k para los cuáles el servo es estable.

3) Fijar por Evans el valor de k para que $R_{pt} \approx 5\%$.

4) Indicar el significado de cada uno de los siguientes símbolos y obtener su valor para el valor de k del apartado anterior y suponiendo excitación escalón unitario: MF, MG (dB), M_r, ω_r, ω_b, t_r, t_s, t_p, ω_d, ω_n, e_{ss}. Si se realiza alguna aproximación, indicar cuál.

5) Obtener la expresión del lazo cerrado M(s) y bosquejar su respuesta indicial. Si se realiza alguna aproximación, indicar cuál.

6) Determinar el valor de $u(0^+)$ y $u(\infty)$ a r(t) escalón unitario.

Ejercicio 1. 12. Raíces y LGR.
Hallar con ayuda del LGR las <u>raíces</u> del polinomio $P(s)=s^3+5s^2+13s+20$. (<u>Nota</u>: la determinación habrá de hacerse <u>gráficamente</u>, a partir de un LGR a <u>escala</u>).

Ejercicio 1. 13. Polos del servo. LGR (Evans).
Dado un servo con H = 1, $G(s)=\dfrac{k}{s(s+1)(s+2)}$, se pide

1) Dibujar el LGR al variar k con valores positivos.

2) Comprobar gráficamente el valor de k_u.
3) Hallar por tanteo gráfico la tercera raíz correspondiente a k_u.
4) Comprobar el resultado vía $\sum_i r_i = -a_n$ y $\prod_i r_i = a_0$

Ejercicio 1. 14. LGR: De los ceros y polos del lazo abierto L(s) a los polos del lazo cerrado M(s).

Dado un servo (con FB negativo) cuyo denominador es $1 + L(s) = 1 + k\,\dfrac{s-1}{(s+1)(s+2)}$, se pide:

1) Dibujar el LGR.
2) A partir del LGR determinar el intervalo de valores de k que estabilizan el servo.
3) Repetir en el caso de que la retroacción sea positiva.

LGA-Aplicació de les regles

Considerar el següent polinomi

$$s^3 + 5s^2 + 8s + a_0 = 0\,,\ a_0 > 0.$$

Es demana obtenir, amb l'ajut del LGA, el mínim valor del coeficient a_0 que fa que el polinomi tingui dues arrels reals dobles.

a) Quin és el valor de a_0? {1:NUMERICAL:=4}

b) Quin és el valor de les arrels dobles per l'anterior a_0? {1:NUMERICAL:=-2}

LGA-Anàlisi 1

El denominador de la funció de transferència d'un servo es

$$D(s) = 1 + k\,\frac{s+1}{s(s+2)(s+4)^2}$$

Es demana obtenir el LGA i determinar quins són els pols complexes conjugats $p_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ corresponents a un coeficient d'esmorteïment de 0.7.

a) Quan val α? {1:NUMERICAL:=-1.8:0.2}

b) Quan val β? {1:NUMERICAL:=1.8:0.2}

c) Quan ha de valer k per que el servo presenti els esmentats pols dominants? {1:NUMERICAL:=22:2}

LGA – Anàlisi 2

Donat el servo amb retroacció unitària, controlador sèrie k i planta

$$G(s) = \frac{1}{s(s^2 + 3s + 4)}\,,$$

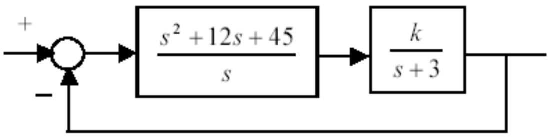
es demana obtenir el LGA dels pols del servo quan k varia de 0 a infinit i contestar les següents qüestions:

a) Quan ha de valer k per que el servo presenti una oscil·lació sostinguda? {1:NUMERICAL:=12}

b) Quina serà la freqüència d'oscil·lació? {1:NUMERICAL:=2}.

LGA-Anàlisi 3

Donat el sistema de control



Servo_per_LGA_1

Es demana obtenir el LGA i respondre les següents qüestions:

a) Quin tipus de controlador és? {1:MULTICHOICE: ~P ~PI ~PD =PID ~PIPD ~cap dels anteriors}

b) Per quin valor de *k* presenta pols reals dobles? {1:NUMERICAL:=0.32:0.05}

c) Quan valen aquests pols? {1:NUMERICAL:=-1.8:0.2}

d) Per quin valor de *k* s'obté el menor coeficient d'esmorteïment ζ? {1:NUMERICAL:=0.9:0.1}

LGA – Anàlisi 4

Donat el servo amb retroacció unitària, controlador sèrie k i planta

$$G(s)=\frac{4}{s(s+1)(s+2)},$$

es demana obtenir el LGA dels pols del servo quan k varia de 0 a infinit i contestar les següents qüestions:

a) Quan ha de valer k per que el servo presenti una oscil·lació sostinguda? {1:NUMERICAL:=1.5} Quina serà la freqüència d'oscil·lació? {1:NUMERICAL:=1.4142:0.01}.

b) Quan ha de valer k per que el servo presenti dos pols reals dobles? {1:NUMERICAL:=0.09:0.01} Quin serà el valor d'aquests pols? {1:NUMERICAL:=-0.42:0.5}

LGA – Anàlisi 6

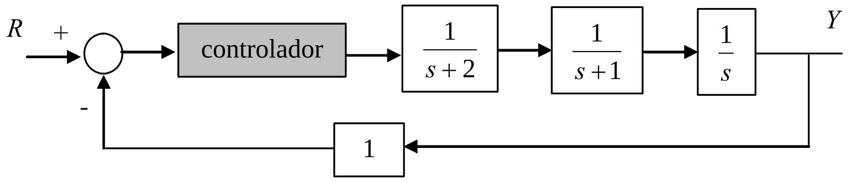
Donat el servo amb retroacció unitària, controlador sèrie k i planta $G(s)=\frac{(s+3)}{s(s+1)}$, es demana obtenir el LGA dels pols del servo quan k varia de 0 a infinit i contestar les següents qüestions relacionades amb els punts de ruptura:

a) A partir de quin valor de k els pols del servo seran complexes conjugats (punt d'emergència)? {1:NUMERICAL:=0.1:0.05}

b) A partir de quin valor de k els pols del servo tornaran a ser tots reals (punt d'incidència)? {1:NUMERICAL:=9.9:0.1}

LGA – Disseny (factibilitat de les especificacions)

Considerar el servosistema d'orientació d'una antena



Les especificacions de disseny són aconseguir tracking en moviment (és a dir, error nul en règim permanent a entrades en rampa) i un rebasament en temps del 5% (és a dir, coeficient d'esmorteïment dels pols dominants de 0.7).

Es demana:

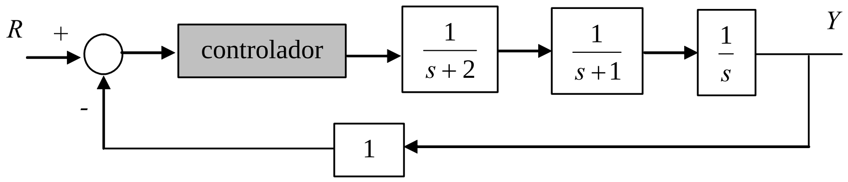
a) Suposant control P:
De quin tipus és el sistema? {1:MULTICHOICE: ~tipus 0 =tipus 1 ~tipus2 ~cap dels anteriors} És possible assolir les especificacions per algun valor de k? {1:MULTICHOICE:%0%Sí~%100%No}

b) Suposant control I:
De quin tipus és el sistema? {1:MULTICHOICE: ~tipus 0 ~tipus 1 =tipus2 ~cap dels anteriors} És possible assolir les especificacions per algun valor de k? {1:MULTICHOICE:%0%Sí~%100%No}

c) Suposant control PI $C(s)=k_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)=k_c\frac{(s+1/T_i)}{s}$ i suposant que, per raons d'implementabilitat el màxim valor possible de Ti és 7s:
De quin tipus és el sistema? {1:MULTICHOICE: ~tipus 0 ~tipus 1 =tipus2 ~cap dels anteriors} És possible assolir les especificacions per algun valor de k? {1:MULTICHOICE:%0%Sí~%100%No}

Ziegler-Nichols 1. Oscil·lació crítica

Considerar el servosistema d'orientació d'una antena



Suposant control PI $C(s)=k_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)=k_c\frac{(s+1/T_i)}{s}$ i suposant que, per raons d'implementabilitat, el màxim valor possible de Ti és 7s, es demana:

a) A partir del LGA de la planta compensada amb un guany variable k determinar els paràmetres de l'oscil·lació última (és a dir, els límits de l'estabilitat):

Ku: {1:NUMERICAL:=3} Tu: {1:NUMERICAL:=4.44:0.05}

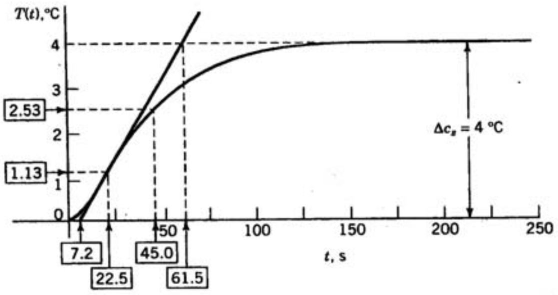
b) Aplicar les taules de sintonització de Ziegler-Nichols per calcular els valors del compensador PI:

Kc: {1:NUMERICAL:=1.36:0.05} Ti: {1:NUMERICAL:=3.70:0.05}

c) Obtenir el LGA de la planta compensada amb el controlador PI calculat, traçar la recta de z constant que passa pels pols obtinguts i determinar el valor del coeficient d'esmorteïment dels pols dominants {1:NUMERICAL:=0.05:0.02}, rebasament temporal (overshoot) en % {1:NUMERICAL:=85:10} i marge de fase aproximat {1:NUMERICAL:=5:2}.

Ziegler-Nichols 2. Corba de reacció

Considerar la corba de reacció (sigmoide) obtinguda a l'excitar amb un graó unitari un procés de dinàmica desconeguda



Es demana

a) Estimar un model senzill, $k\dfrac{e^{-s\tau_0}}{\tau s+1}$ de l'esmentar procés

guany k: {1:NUMERICAL:=4} retard pur t0: {1:NUMERICAL:=7.2} constant de temps t: {1:NUMERICAL:=37.8}

b) A partir dels tres paràmetres anteriors, calcular els paràmetres del PID amb l'ajut de les taules de sintonització:

kc: {1:NUMERICAL:=1.18:0.05} Ti: {1:NUMERICAL:=3.33:0.2} Td: {1:NUMERICAL:=23.9:0.5}

2. Análisis de estabilidad

📖**Ejercicio 2. 1. Nyquist.** Dada la función de transferencia $G(s)=\dfrac{10}{s^2(s+1)}$, se pide:

1) Representar el diagrama polar de su respuesta frecuencial a partir del diagrama de polos y ceros.
2) Enunciar el criterio de estabilidad de Nyquist.
3) Aplicar el criterio de Nyquist a la función de transferencia *G(s)*.

📖 📖**Ejercicio 2. 2. Nyquist.** Representar aproximadamente el diagrama polar del lazo de $L(s)=k\dfrac{(s+z_1)(s+z_2)}{s^3}$ siendo k, z_1, z_2 tales que $L(10j)=2.2\angle{-180°}$. Enunciar el criterio de Nyquist y aplicarlo al lazo del apartado anterior.

📖 **Ejercicio 2. 3. Estabilidad por varios métodos.** Donat el servo amb retroacció unitària i llaç $L(s)=k\dfrac{s+1}{s^2(s+2)}$, k positiu, es demana

1) Estudiar la seva estabilitat, en funció de k, pels següents mètodes (explicar, en tots els casos, els passos seguits):
a) Criteri de Nyquist
b) Routh-Hurwitz
c) Lloc Geomètric de les Arrels d'Evans
d) Representant el diagrama de Bode per $k=2$ i calculant els marges d'estabilitat.
2) Calcular les constants d'error k_p, k_v, k_a i explicar com serà l'error estàtic permanent quan l'entrada del servo sigui un graó, una rampa o una paràbola. Relacionar-ho amb el concepte de tipus de sistema.

Ejercicio 2. 4. Nyquist. Enunciar el criterio de Nyquist y aplicarlo al servo con $L(s)=\dfrac{k}{s-1}$.

Considerar los casos $k=0.5$ y $k=2$.

Ejercicio 2. 5. *Criterio de estabilidad de Nyquist (I).*
Dado el servo con retroacción unitaria $H(s)=1$, controlador $G_c(s)=1$ y planta $G(s)=\dfrac{4}{s(s+1)(s+2)}$, se pide:

1) Trazar a <u>mano</u> y a <u>escala</u> (con ayuda del diagrama de polos y ceros) la representación <u>polar</u> de la respuesta frecuencial del lazo $L(j\omega)$ para frecuencias positivas. Mejorar la representación anterior indicando el valor de ω para el cual la fase es -180°, el valor de la frecuencia de *crossover* ω_{co} y el valor de la asíntota en el eje real.
2) A partir de dicho gráfico determinar MF y MG.
3) Aplicar el criterio de Nyquist para determinar si el <u>servo</u> será estable.

Ejercicio 2. 6. Instrumentos del análisis de sistemas retroactivos.
1) Criterio de <u>Routh-Hurwitz</u>. Breve descripción de su utilidad (3 líneas).

2) Ábaco de Hall. Breve descripción de su utilidad (3 líneas).
3) Ábaco de Nichols (Black). Breve descripción de su utilidad (3 líneas).
4) Lugar Geométrico de las Raíces (Evans). Breve descripción de su utilidad (3 líneas). Ventajas con relación al criterio de Routh-Hurwitz.
5) Función de sensibilidad de Bode. Breve descripción de su utilidad (3 líneas).
6) Criterio de Nyquist. Breve descripción de su utilidad (3 líneas).
7) Ilustrar la utilidad de los instrumentos indicados aplicándolos a un servo con lazo

$$L(s) = \frac{240}{(s^2 + 2s + 4)(s + 10)} \quad \text{y} \quad H(s) = 1.$$ □

Ejercicio 2. 7. Criterio de Rouh-Hurwitz.
Estudiar la ubicación en el plano complejo de las raíces de los siguientes polinomios:
1) $P_1(s) = s^3 - 4s^2 + s + 6$
2) $P_2(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 3$
3) $P_3(s) = s^5 + 4s^4 + 8s^3 + 8s^2 + 7s + 1$

Ejercicio 2. 8. Criterio de Nyquist. Del lazo abierto L(jω) al lazo cerrado M(jω) (II).
Dado un amplificador con $A_o(s) = \dfrac{1000}{s+1}$, se trata de estudiar su comportamiento en lazo cerrado con H = 1, usando las siguientes herramientas:
1) Diagramas de Bode
1.1) Dibujar la ganancia (Bode) de $A_o(s)$. Estimar MG y MF.
1.2) Estimar la banda pasante (ω_b) de $A_o(s)$ y de $A_c(s)$.
1.3) ¿Hay peligro de resonancia o de inestabilidad al cerrar el lazo?
1.4) Si los efectos parásitos de alta frecuencia pueden ser modelados por un polo doble en $p = -600$, es decir, por el factor $\dfrac{1}{\left(\dfrac{s}{600}+1\right)^2}$, estudiar de nuevo la estabilidad y, en su caso, hallar MG y MF.
1.5) Si los efectos parásitos de alta frecuencia pueden ser modelados por el retardo $e^{-0.013s}$, estudiar de nuevo la estabilidad y, en su caso, hallar MF y MG.
2) Diagramas polares
2.1) Dibujar $A_o(j\omega)$ en polares.
2.2) Hallar MG, MF.
2.3) Ídem para el caso de considerar los dos polos adicionales.
2.4) Ídem para el caso de considerar el retardo puro adicional.
2.5) Estimar gráficamente $|S(j\omega)|_{max}$.
2.6) Comprobar las relaciones entre MF, MG y $|S(j\omega)|_{max.}$
3) Diagrama fase-ganancia (Nichols)
3.1) Representar $A_o(j\omega)$ en coordenadas de ganancia-fase (Nichols). (Nota: partir de las gráficas de **1.1)**).
3.2) Hallar MG, MF, M_r, ω_b, ω_r.
3.3) Ídem para el caso de considerar los dos polos adicionales.
3.4) Ídem para el caso de considerar el retardo puro adicional.
3.5) Dibujar $G^{-1}(j\omega)$ y con ayuda del ábaco de Nichols, hallar $|S(j\omega)|_{máx}$.

Routh-Hurwitz 1

Considerar la funció de transferència en llaç tancat d'un sistema de control de pressió

$$M(s)=\frac{K\times 0.6\times 1513}{(0.035s+1)(s^2+55s+1513)+K\times 0.6\times 1513}$$

amb K positiu. Es demana construir la taula de Routh-Hurwitz corresponent al polinomi característic de l'esmentat sistema de control,

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & a_3 & a_1 \\ s^2 & a_2 & a_0 \\ \hline s^1 & A_1 & A_2 \\ s^0 & B_1 & B_2 \end{array} \qquad \text{(soluc: } \begin{array}{c|cc} s^3 & 0.035 & 107.955 \\ s^2 & 2.925 & 1513+907.8K \\ \hline s^1 & 89.85-10.86K & 0 \\ s^0 & 1513+907.8K & 0 \end{array}\text{)}$$

t contestar les següents qüestions:

Quan val el coeficient a1? {1:NUMERICAL:=107.955:0.05}
Quan val el coeficient A2? {1:NUMERICAL:=0}
Quan ha de valer K per què el sistema en llaç tancat tingui dos pols a l'eix imaginari? {1:NUMERICAL:=8.27:0.05}
A partir de quin valor de K el sistema esdevé inestable? {1:NUMERICAL:=8.27:0.05}

Routh-Hurwitz 2
Un sistema de control amb retroacció unitària té una funció de llaç

$$L(s)=\frac{K}{s(s+1)(s^2+s+1)}$$

amb K positiu. Es demana construir la taula de Routh-Hurwitz corresponent al polinomi característic del sistema en llaç tancat,

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & a_4 & a_2 & a_0 \\ s^3 & a_3 & a_1 & \\ \hline s^2 & A_1 & A_2 & \\ s^1 & B_1 & B_2 & \\ s^0 & C_1 & C_2 & \end{array} \qquad \text{(soluc: } \begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 2 & K \\ s^3 & 2 & 1 & \\ \hline s^2 & 1.5 & K & \\ s^1 & 1-4K/3 & 0 & \\ s^0 & K & 0 & \end{array}\text{)}$$

i contestar les següents qüestions:

Quan val el coeficient a2? {1:NUMERICAL:=2}
Quan val el coeficient B2? {1:NUMERICAL:=0}
Per quin valor de K la fila s^1 serà una fila de zeros? {1:NUMERICAL:=0.75}
Quan ha de valer K per què el sistema en llaç tancat tingui dos pols a l'eix imaginari? {1:NUMERICAL:=0.75}

Especificacions
Considerar un sistema de segon ordre

$$M(s)=\frac{k_1\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}=\frac{k_2}{(s+p)(s+p^*)}$$

Es tracta de determinar els rangs de valors dels diferents paràmetres (o, equivalentment, regions del pla complex on han d'estar els pols) per tal que la resposta indicial (a graó unitari) presenti les següents característiques:

Error en règim permanent: $e(\infty)=0$,
Rebasament (overshoot): $R_{pt}<10\%$,
Temps d'establiment: $t_s<0.5s$,
Freqüència d'oscil·lació: $\omega_d>1rad/s$

Seleccionar les opcions correctes:

Cal que K1=1	si 20%
Cal que K2=1	no -20
Re(p)<-10 garanteix el temps d'establiment	si 20%
Re(p)<-8 garanteix el rebasament	no -20
|Im(p)|>1.5 garanteix la freqüència d'oscil·lació	no -20
Wn>1.25 garanteix el rebasament	no -20
El guany k2=500 junt amb els pols -10+-j20 satisfan totes les especificacions	no -20
El guany k2=500 junt amb els pols -20+-j10 satisfan totes les especificacions	sí 20%
El guany k2=200 junt amb els pols -10+-j10 satisfan totes les especificacions	sí 20%
El guany k2=800 junt amb els pols -20+-j20 satisfan totes les especificacions	sí 20%

3. Análisis de comportamiento

Exercicis sobre constants d'error: Kuo, p457-458

📖 📖Ejercicio 3. 1 Exactitud.

Definir los conceptos de: tipo del sistema, coeficientes de error (k_p, k_v), IMP (internal model principle), |S(jω)|.

Si H = 1, $G_p(s) = \dfrac{2500}{(s+5)(s+50)}$ y los controladores alternativos: $K_{c1} = 4$, $K_{c2} = 4\dfrac{s+1}{s}$, $K_{c3} = \dfrac{4}{s^2+1}$, se pide:

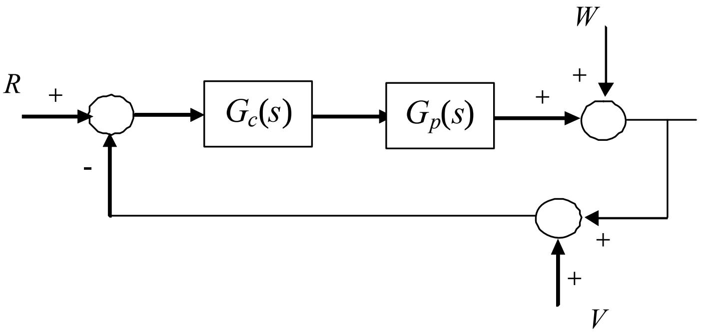
1) Hallar los valores de dichos conceptos.

2) ¿Para qué sirve K_{c3}? Comprobarlo excitando adecuadamente al sistema.

3) ¿Cuál es la utilidad de |S(jω)| en este contexto?

📖 Ejercicio 3. 2 Transmisión/*tracking* (I): Errores transitorios, asintóticos y globales.

Dado el sistema de control con $G_p(s) = \dfrac{1}{s}$ y G_c = 10, se pide:



1) Definir el concepto de tipo de sistema y explicar el Principio del Modelo Interno (IMP).

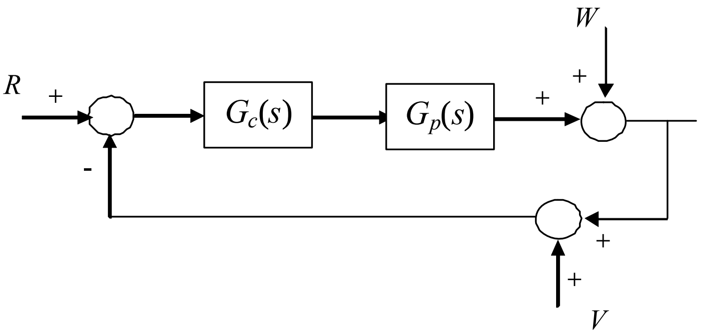
2) Calcular $e(\infty)$ a entrada $r(t)$ en escalón. Dibujar la respuesta.

3) Ídem para $r(t)$ rampa. ¿Qué controlador se requiere para que $e(\infty)$=0?

4) Ídem para $r(t)$ sinusoidal. ¿Qué controlador se requiere para que $e(\infty)$=0?

📖 📖Ejercicio 3. 3 Transmisión/*tracking* (II): Errores transitorios, asintóticos y globales.

Dado el sistema de control con $G_c(s) = \dfrac{2}{s}$, $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$. Se pide:



1) Definir los conceptos de ISE, ISEU, ITAE, $\overline{e^2}$ y transmitancia del error $M_e = \dfrac{E}{R}$.

2) Dibujar |S(jω)| y determinar |E(jω)| para una entrada $r(t)$ = 2 sin t.

3) Calcular el valor del criterio $I_1 = \int_0^{\infty}(2e^2 + 10u^2)dt$. ¿Cómo se eligen los coeficientes 2 y 10?

4) Opcional: Calcular $I_2 = \overline{e^2} + \overline{u^2}$ para $\Phi_r(\omega)$ = 1W/Hz.

Ejercicio 3. 4 Especificaciones. Dada la planta $G(s) = \dfrac{2}{s+1}$, se desea controlarla de manera que presente una respuesta caracterizada por R_{pt}=5% y t_s<4s. Se pide:

1) Construir una $M(s)$ que presente las características mencionadas.

2) Calcular el controlador serie $C(s)$ que satisface las especificaciones ¿Es realizable? Razonar la respuesta.

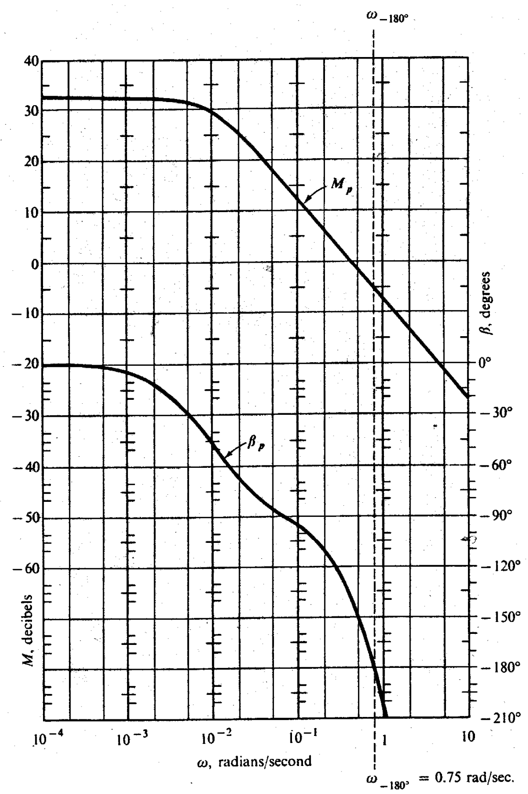
Ejercicio 3. 5 Dados los diagramas de Bode (módulo y fase) de la Figura, se pide:

1) Identificar la planta a la que pertenecen.

2) El objetivo del diseño es conseguir las siguientes especificaciones: *offset* nulo a entradas en escalón, MG = 2 y MF ≈ 45°. Para ello se utiliza un compensador serie del tipo PIPD,

$$G_c(s) = k_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\left(\frac{1+T_d s}{1+(T_d/10)s}\right)$$, con k_c = 1, T_i = 25 y T_d = 16. Representar los diagramas de Bode (módulo y fase) del lazo resultante.

3) Si el MG no es suficiente, variar k_c para conseguirlo.



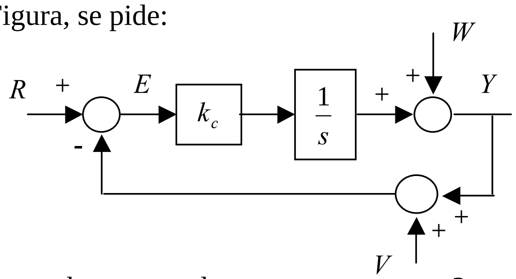
Ejercicio 3. 6 Velocidad de respuesta.
Definir los conceptos de t_r, t_s, ωb. Relacionarlos con segundo orden.
Estimar su valor para el Ejercicio anterior.

Ejercicio 3. 7 Transmisión (II): Transitorios y velocidad de respuesta.

Dado el servo con k = 4, $G(s) = \dfrac{k}{(s+1)(s+2)}$ y H = 1, se pide:

1) Trazar el LGR (k>0) y estimar, para k = 4, ω_d, ω_n, $\zeta\omega_n$.
2) Estimar t_r, R_{pt}, ω_b, M_r y $M_{p\omega}$ de la respuesta del servo a partir de **1)**.
3) Dibujar la respuesta indicial y comprobar las estimaciones de **2)**.
4) Representar el diagrama de Bode de ganancia de $L(j\omega)$ y determinar ω_{co} ($|L(j\omega_{co})|=1$) y MF.
5) Estimar ω_r, ω_n, ζ, M_r a partir de **4)**. (Nota: $\omega_{co} \approx \omega_r$).
6) Dibujar $|M(j\omega)|$ de **5)** y comprobar las estimaciones.

Ejercicio 3. 8 Regulación: Rechazo/atenuación de perturbaciones y ruidos.
Dado el sistema de la Figura, se pide:



1) Hallar el valor de k_c para hacer que el servo tenga una τ = 2.
2) Calcular el error permanente e_{ss} a $r(t)$ escalón usando el TVF.
3) Calcular $e(0^+)$ a una perturbación $w(t)$ escalón usando el TVI.
4) Hallar el ISE para $r(t)$ = escalón unitario.
5) Calcular el valor de k_c que minimiza el criterio ISEU $= \int_0^\infty (e^2(t) + u^2(t))dt$.
6) Calcular la varianza del error $J = \overline{e^2}$ para una perturbación $w(t)$ con $\Phi_w = \dfrac{8}{\omega^2 + 4}$.
7) Calcular la B_n (banda equivalente del ruido) de la transmisión de $r(t)$ a $y(t)$.
8) Calcular S/N a la entrada y a la salida si $r(t) = 2\sin(t) + n(t)$, con $n(t)$ ruido blanco de intensidad unitaria.
9) Calcular $J = \overline{e^2}$ debido al ruido de medida $v(t)$ supuesto blanco y de intensidad unitaria.

Constants d'error (Orestes)

Els discs durs d'ordinador requereixen un motor per posicionar el capçal de lectura/escriptura damunt de les pistes de dades. El conjunt motor+capçal pot representar-se mitjançant

$$G(s) = {10 \over {s(\tau s +1)}}$$,

on τ=0.001 seg. El controlador agafa la diferència entre les posicions real i desitjada i genera un senyal d'error. Aquest error es multiplica per un amplificador K. Es demana:

a) Quin és l'error de posició en règim permanent a una entrada de tipus graó en la posició desitjada?

{1:NUMERICAL:=0:0}

b) Calculeu l'amplificació K requerida per tal d'obtenir un error en règim permanent de 1mm per una entrada en rampa de 10 cm/seg. (notar que la rampa no és unitària)

{1:NUMERICAL:=10:0}

Constants d'error 1 2 3 (tres preguntes aleatòries)

Considerar un sistema de control de pressió. La sortida és la pressió a un cilindre i l'entrada és una tensió proporcional a la pressió desitjada que s'aplica a una servovàlvula. La planta es modela com:

$$G(s) = \frac{0.6}{(0.035s+1)}\frac{1513}{(s^2+55s+1513)}$$

Considerar que la pressió de sortida es mesura per mitjà d'un transductor de dinàmica menyspreable i que aquesta mesura s'usa per tancar el llaç i intentar així reduir l'error en règim permanent a entrades graó unitari (*offset*). Agafar com a controlador sèrie un guany *K*.

Es demana obtenir l'expressió de la funció de transferència en llaç tancat i contestar les següents qüestions:

$$\text{(Soluc: } M(s) = \frac{K \times 0.6 \times 1513}{(0.035s+1)(s^2+55s+1513)+K \times 0.6 \times 1513}\text{)}$$

Estudiant 1.

- Quin és *l'offset* de la <u>planta</u> a una entrada en graó unitari? 1-0.6=0.4
- En llaç tancat, és possible tenir *offset* zero amb K finita? No
- Quan val l'error en règim permanent per K=2? 1-0.6K/(1+0.6K)

Estudiant 2.

- Quin és el guany en continua de la <u>planta</u>? 0.6
- En llaç tancat, quan val l'error en règim permanent per K=2.5? 1-0.6K/(1+0.6K)
- Està definit per K=9?

Estudiant 3.

- Si s'excita la planta amb un graó un itari, quin és el valor en règim permanent de la sortida de la planta? 0.6
- En llaç tancat, és possible tenir offset zero amb K finita? No
- Quan val l'error en règim permanent per K=2.5? 1-0.6K/(1+0.6K)

4. Análisis de sensibilidad y robustez

Ejercicio 4. 1 Sensibilidad por Nichols. Considerar el servo con

$$G(s) = \frac{3}{s(s^2+s+4)}$$ y retroacción unitaria. Se pide:

1) Obtener el valor de la resonancia del servo M_r y la frecuencia a que tiene lugar ω_r con ayuda del ábaco de Nichols.

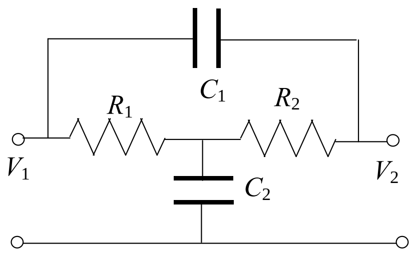
2) Representar el módulo de la función de sensibilidad $|S(j\omega)|$.

3) Determinar su máximo $S_r = |S(j\omega)|_{max}$ y la gama de frecuencias en la que la desensibilización implica $|S(j\omega)|<0.1$.

Ejercicio 4. 2 Sensibilidad (relativa o normalizada) en filtros pasivos

Se trata de estudiar los efectos de las variaciones de los parámetros de los componentes sobre ciertas propiedades del filtro con una topología en *T* puenteada (<u>*notch*</u>) de la Figura cuya

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{s^2 + 2\zeta_1\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_2\omega_n s + \omega_n^2}$$



siendo $\omega_n^2 = \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}$, $\zeta_1^2 = \dfrac{(R_1+R_2)^2 C_1}{4C_2R_1R_2}$.

Se pide:

1) Calcular $S_{C_1}^{\omega_n} \equiv \dfrac{\partial(\log\omega_n)}{\partial(\log C_1)}$. (Resultado: -1/2)

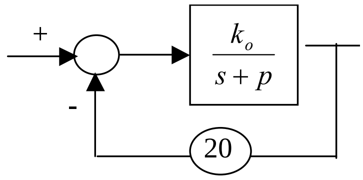
2) Calcular $S_{C_1}^{\zeta_1} = \dfrac{C_1}{\zeta_1}\dfrac{\partial\zeta_1}{\partial C_1}$. (Resultado 1/2)

3) Calcular $S_{R_1}^{\zeta_1} = \dfrac{R_1}{\zeta_1}\dfrac{\partial\zeta_1}{\partial R_1}$. Sacar conclusiones. (Resultado: $S_{R_1}^{\zeta_1} = \dfrac{R_1 - R_2}{2(R_1+R_2)}$)

Ejercicio 4. 3 Desensibilización (I): Variación de parámetros

Dado el amplificador retroactivo de la Figura, se pide:

<u>Datos nominales</u>: $k_0 = 40$, $p_0 = 1$



1) Calcular $A_0(0)$ y $A_c(0)$ para el valor nominal $k_a = 40$ y para el perturbado $\hat{k}_a = 20$.

2) Dibujar el Bode de ganancia de $A_0(\omega)$ y $A_c(\omega)$ con los valores $k_a = 40$ y $\hat{k}_a = 20$.

3) Calcular la función de sensibilidad diferencial o de Bode $S(j\omega)$.

4) Representar el Bode de ganancia de $S(j\omega)$.

5) Estimar, con ayuda de $S(j\omega)$, la <u>variación</u> de $A_c(0)$ cuando k pasa de 40 a 20.

6) Ídem cuando p pasa de 1 a 2.
7) Determinar, con ayuda de la curva del apartado 4), la gama de frecuencias en que el factor de desensibilización paramétrica $|S(j\omega)|$ es igual o inferior a 0.1.
8) Calcular y representar S_H^M.
9) Estimar, con ayuda de S_H^M, la variación de $A_c(\omega)$ cuando H(s) pasa de 20 a 10

Ejercicio 4. 4 Sensibilidad de un sensor.

El dibujo representa el esquema de un sensor de velocidad (generador tacométrico).

Se pide:
1) Explicar el significado de los distintos símbolos.
2) ¿Qué condiciones se requieren para que su acoplo al sistema primario (motor) no signifique una carga para el mismo (es decir, que el puerto mecánico no absorba potencia o, lo que es lo mismo, que el par necesario para su funcionamiento sea nulo)?
3) En el supuesto de que no carga, hallar la relación $V_T = f(\omega)$ y de ella determinar la sensibilidad (estática) del mismo.
4) Si tenemos en cuenta b, J_T, R_a, L_a y Z_0, hallar la relación matricial entre las variables del puerto de entrada (T,ω) y la de las del de la salida (v_2, i_2).

Ejercicio 4. 5 Sensibilidad de un sensor un sistema retroactivo. Función de Bode
1) Calcular S_G^M aplicada al circuito seguidor.
2) Representar $|S(j\omega)|$ en coordenadas logarítmicas (Bode).
3) A partir de dicho diagrama, hallar la banda de frecuencias en que las variaciones de k (numerador de A_0) se reflejan en A_c reducidas por un factor de 10.

Ejercicio 4. 6 Sensibilidad del modelo con relación a un polo

Dado $G(s) = \dfrac{p^2}{s^2 + p^2}$, calcular $S_p^{|G|}$. (Resultado: $\dfrac{\omega^2}{\omega^2 + p^2}$)

Ejercicio 4. 7 Sensibilidad de las raíces (Evans) (falta)

Ejercicio 4. 8 Sensibilidad de la respuesta de un filtro a la variación (tolerancia) de los coeficientes del numerador y denominador. Modelo de sensibilidad.
Origen del problema:
1) Simulación/realización analógica de sistemas dinámicos/filtros.
2) Las tolerancias/errores en los componentes se reflejan en los coeficientes.
3) Calcular de $\sigma_a^{y(t)}$ y $\sigma_b^{y(t)}$. Interpretación de resultados. Dibujar los modelos de sensibilidad.
4) Calcular $\hat{S}_k^r$, $\hat{S}_z^r$ y $\hat{S}_p^r$.
5) Relacionar S_k^M con S_k^r y residuos.
Aplicaciones:

1) Coeficientes de los polinomios $\hat{S}_k^r = \left.\frac{D}{D'_M}\right|_{s=r}$.

2) Estimar las variaciones de las raíces.

Ejercicio 4. 9 Análisis de error en la simulación digital de filtros analógicos. Errores de cuantización

Dada la expresión $\Delta\lambda_k$ (falta)

Se pide:

1) Cómo reducir la sensibilidad (numerador).

2) Cómo reducir la sensibilidad (denominador). □

Ejercicio 4. 10 Función de sensibilidad de Bode.

Para el servo con $G(s) = \frac{2500}{s(s+5)(s+50)}$, H = 1, se pide:

1) Calcular S(s).

2) Representar su ganancia en el diagrama de Bode ¿Qué problema encuentra?¿Cómo puede representarse fácilmente sin recurrir a medios "mecánicos"?

3) Con ayuda del ábaco de Nichols, determinar ω_{rs}, $|S(j\omega)|_{max}$ y ω_{bs} (-3dB). Interpretar los resultados.

4) ¿Por qué razón se llama también relativa, local y de salida?

(Nota: ver Fig. 9.76 y 9.78 del Kuo).

Ejercicio 4. 11 Desensibilización (II): Incertidumbre sobre el modelo. Márgenes de seguridad.

Dado el servo con $G(s) = \frac{200}{(s+1)(s+5)(s+10)}$, H = 1, se pide:

1) Representar G(jω) en Bode, Nichols y polares.

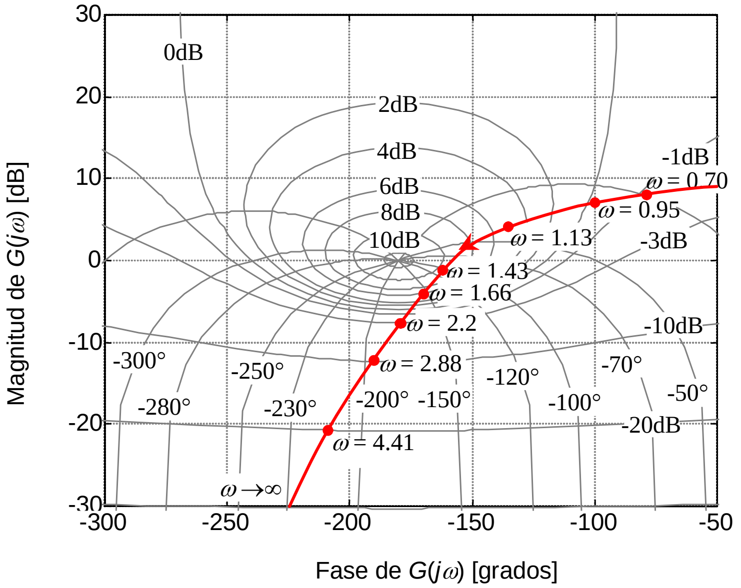
2) Estimar, en cada una de dichas representaciones, MG y MF.

3) Estimar $|S(j\omega)|_{\max} = \|S\|_\infty$ a partir de MG y MF.

4) Obtener $|S|_{max}$ representando $G(j\omega)^{-1}$ y con ayuda del ábaco de Nichols.

5) Representar $\ln|S(j\omega)|$ en escala lineal de ω (punto a punto) y comprobar gráficamente que $\int_0^\infty \ln|S(j\omega)|d\omega = 0$.

Ejercicio 4. 12 Sensibilidad por Nichols. Dada la respuesta frecuencial del lazo de un servo con H=1,



se pide:

1) Dibujar aproximadamente $|M(j\omega)|$ en un diagrama de Bode.

2) Hallar, con ayuda del ábaco de Nichols, los valores de M_r y ω_r del servo y estimar ω_b.

3) Dibujar $|G^{-1}(j\omega)|$ sobre el mismo diagrama fase-ganancia.

4) Estimar el valor de S_r (máximo de $|S(j\omega)|$) y a qué frecuencia tiene lugar.

Ábaco de Nichols