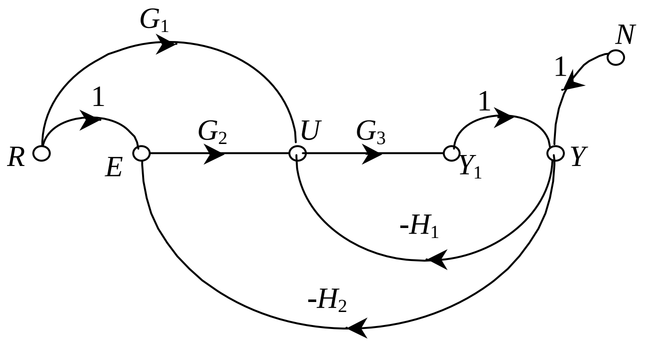
Sistemas Electrónicos de Control - 0910a

Tema 1: Ejercicios adicionales (completos)

Para recuperar entregas o para subir nota
Escoger sólo 1 ejercicio de cada apartado
Fecha límite de entrega: Día del Examen Final

Semana 1. Representación de sistemas

Ejercicio 1. 1 Flujograma de señal. Regla de Mason. Considerar el flujograma de señal de la figura.



1) Obtener las transmitancias $\left.\dfrac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N=0}$, $\left.\dfrac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R=0}$, $\left.\dfrac{E(s)}{R(s)}\right|_{N=0}$, $\left.\dfrac{E(s)}{N(s)}\right|_{R=0}$, con ayuda de la fórmula de Mason. Indicar claramente cuáles son los lazos y los caminos directos.

2) Representar el diagrama de bloques equivalente. Escoger una de las cuatro transmitancias anteriores y, con ayuda del álgebra de bloques, calcularla de nuevo.

Ejercicio 1. 2 Sistemas lineales. Formulación y transformación.

Considerar el sistema lineal continuo descrito por la ecuación diferencial

$$\dddot{y} + 4\ddot{y} + 6\dot{y} + 4y = \dot{u} + 2u$$

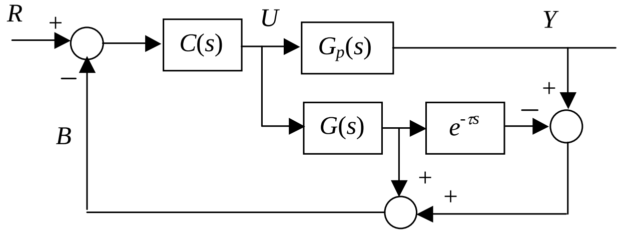
y el sistema lineal discreto descrito por la ecuación en diferencias

$$y(n-2) - 0.3y(n-1) - 0.1y(n) = 2u(n-1) - 0.6u(n)$$

Para cada uno de ellos, se pide:

1) Hallar la función de transferencia (condiciones iniciales nulas).
2) Hallar la descomposición en producto de polos y ceros. ¿Son sistemas estables?
3) Hallar la descomposición en suma de fracciones simples.
4) Representar el flujograma de estado
5) Hallar las ecuaciones de estado.

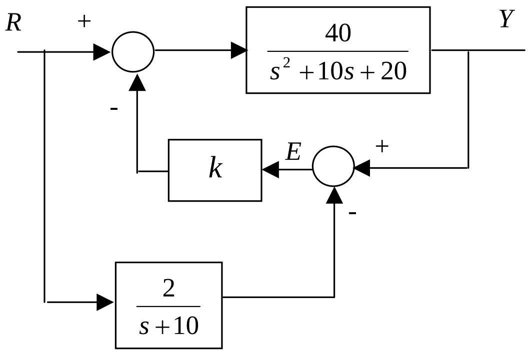
Ejercicio 1. 3 La Figura muestra un predictor de Smith, configuración que permite eliminar el efecto del retardo puro de la planta $G_p(s) = G(s)e^{-\tau s}$ y diseñar el controlador $C(s)$ como si la planta fuera de fase mínima.



Se pide:

1) Obtener, vía la regla de Mason, la transmitancia $Y(s)/R(s)$.
2) Obtener, por álgebra de bloques, la relación $B(s)/Y(s)$.
3) A la vista de este último resultado, justificar el nombre de la configuración.

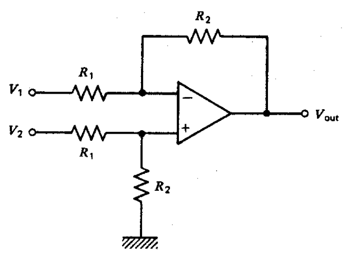
Ejercicio 1. 4 La Figura muestra el esquema de bloques de un control adaptativo por modelo de referencia (MRAC). Se pide:



1) Representar el flujograma de señal.
2) Aplicar la fórmula de Mason para obtener $M(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)}$ y $\dfrac{E(s)}{R(s)}$.
3) Particularizar $M(s)$ para k=0 y para k>>. A la vista de los resultados, explicar el funcionamiento de este tipo de control y justificar su nombre.

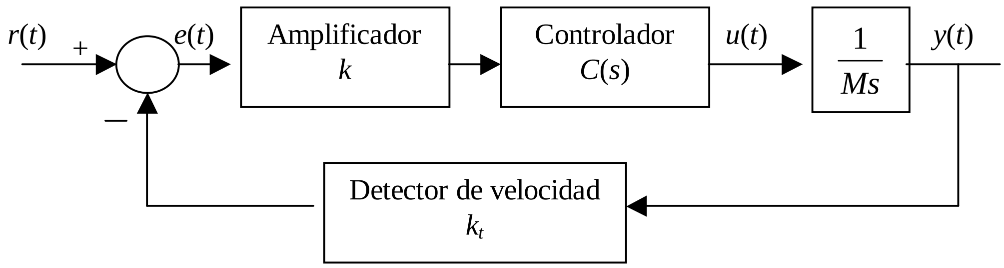
Ejercicio 1. 5 Dado el amplificador diferencial de la Figura, se pide:

1) Calcular eléctricamente $V_0 = f(V_1, V_2)$ en el supuesto de que se trata de un AO ideal.
2) Con la sola modificación de suponer la amplificación $A(s)$ finita, calcular de nuevo dicha relación aplicando la regla de Mason. Particularizar el resultado para $A(s) \rightarrow \infty$ y compararlo con el obtenido en **1)**.



Ejercicio 1. 6 Esquemas de bloques. Álgebra de bloques. La figura muestra el diagrama de bloques del control de un tren eléctrico. Los parámetros del sistema y sus variables son:

$r(t)$ [V]: tensión que representa la velocidad de tren deseada
$y(t)$ [pie/s]: velocidad del tren
M [lb/s^2]: masa del tren
k: ganancia del amplificador
k_t = 0.15 V/pie/s: ganancia del indicador de velocidad



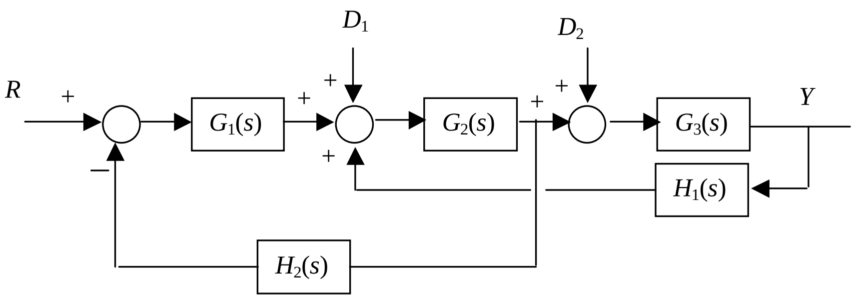
Para determinar la transmitancia del controlador $C(s)$, se aplica a su entrada una tensión en escalón de amplitud 1V. La salida el controlador se mide y describe mediante la ecuación:

$$u(t) = 100\left(1 - 0.3e^{-6t} - 0.7e^{-10t}\right) \quad , \quad t \geq 0$$

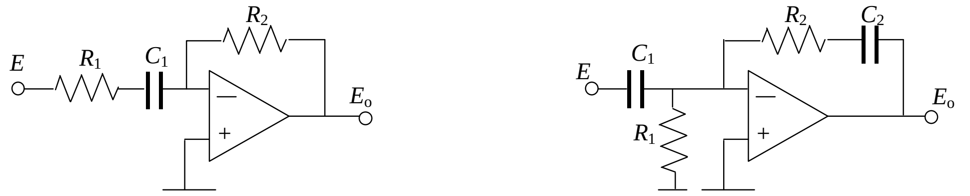
Se pide:

1) Obtener la función de transferencia del controlador, $C(s)$.
2) Obtener la función de transferencia (en lazo abierto) de la trayectoria directa, $Y(s)/E(s)$.
3) Obtener la función de transferencia en lazo cerrado, $Y(s)/R(s)$.
4) Suponiendo que el valor de k es tal que el servo es estable (¿qué comportamiento tendría el tren si el sistema fuera inestable?), obtener la velocidad en régimen permanente cuando la consigna es $r(t)$ = escalón unitario.

Ejercicio 1. 7 Dado el esquema de bloques de la Figura, obtener Y/D_1.



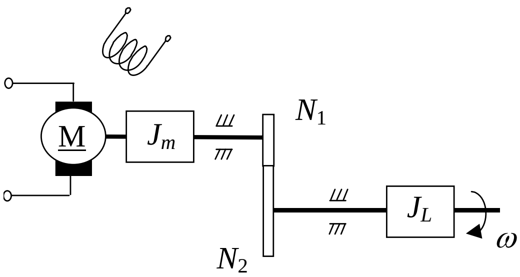
Ejercicio 1. 8 Sistemas eléctricos. Obtener la función de transferencia $E_o(s)/E(s)$ de los siguientes circuitos activos:



(a) **(b)**

Ejercicio 1. 9 **Sistema electromecánico.** Dado el sistema de la figura del que se conocen los siguientes datos (del catálogo)

Coil resistance: 15 Ω
Coil inductance: 85 μH
Back EMF constant: 0.9 mV/rad s^{-1}
Torque constant: 0.86×10^{-3} Nm/A
Rotor inertia: 26×10^{-10} kg m^2
Friction coefficient: 1.5×10^{-3} Nm/rad s^{-1}
N_1 = 20 dientes, N_2 = 100 dientes
Load inertia: 6×10^{-8} kg m^2



Nota: Se supone que el rozamiento de los cojinetes es despreciable y que sus ejes son rígidos.

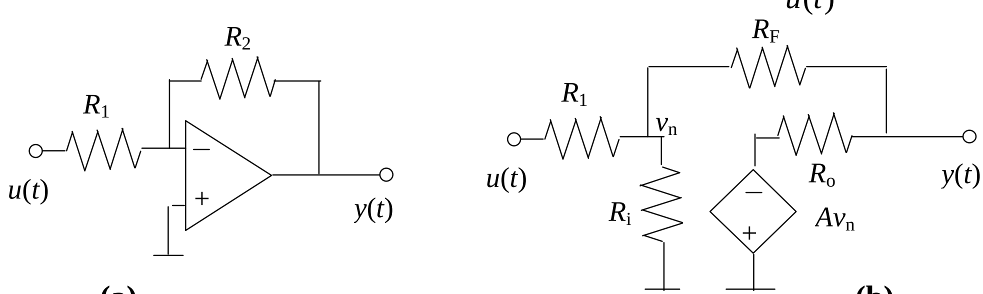
Se pide:

1) Explicar el funcionamiento del motor de continua. Explicar la diferencia entre excitación por rotor y excitación por estator.
2) Dibujar el esquema de bloques con sus correspondientes transmitancias.
3) Calcular la función de transferencia $\dfrac{\Omega(s)}{U(s)}$.
4) Calcular la ω_n y el ζ del sistema.

Ejercicio 1. 10 **Sistemas. Descripciones: Ecuaciones y esquemas.**

Se trata de establecer modelos matemáticos, descritos analítica o gráficamente, que relacionen la causa $u(t)$ ($U(s)$)con el efecto $y(t)$ ($Y(s)$) de los sistemas físicos representados por los siguientes esquemas:

1) Esquema electrónico (Figura (a)): Hallar la amplificación $\dfrac{y(t)}{u(t)}$.

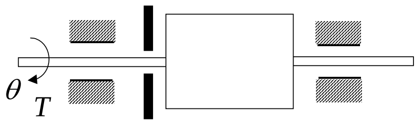


(a) **(b)**

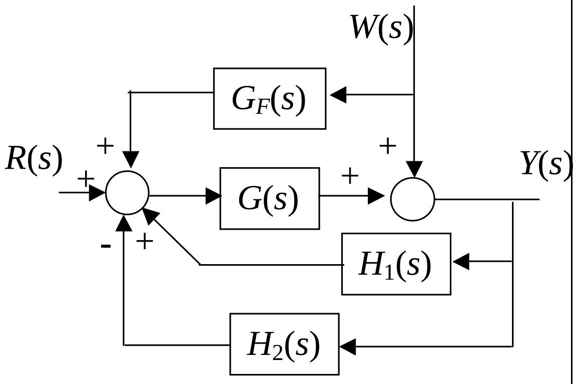
2) Circuito equivalente (Figura (b)): Calcular la amplificación.

3) Esquema mecánico: Dibujar el diagrama de bloques del esquema de la Figura (c), hallar $\frac{\Theta(s)}{T(s)}$, formular la EDO y dibujar un circuito eléctrico que sea analógo a él.

4) Diagrama de bloques (Figura (d)).: Hallar $M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ aplicando las reglas de reducción del álgebra de bloques.



(c)

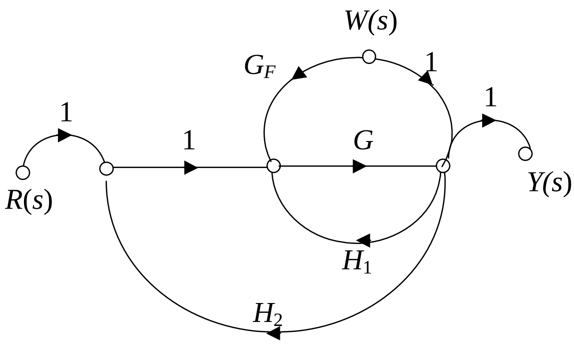


(d)

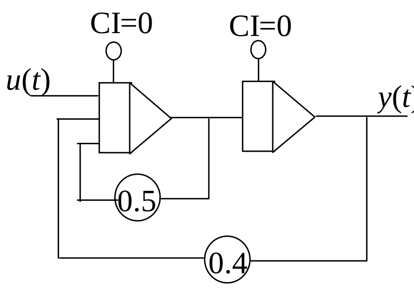
5) Flujograma de señal: Calcular $\frac{Y(s)}{R(s)}$ (por Mason) del flujograma de la Figura (e).

6) Simulación analógica. Dada la EDO $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = \sin(t)$, con $y(0) = \dot{y}(0) = 0$, dibujar el correspondiente esquema de simulación analógica y formular las correspondientes ecuaciones de estado (de fase). (Nota: Suponer que los integradores no cambian el signo).

7) Esquema de programación analógica. Formular la EDO que simula (implementa) el esquema de la Figura (f).



(e)



(f)

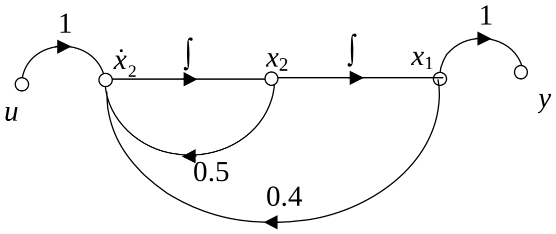
8) Flujograma de estados (caso analógico). Formular las ecuaciones de estado (de fase) del flujograma de la Figura (g).

9) Ecuaciones de estado. Representar el flujograma de estado correspondiente a las ecuaciones de estado:

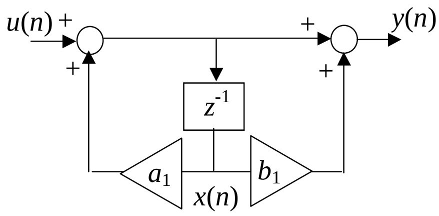
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} u$$

$$y = (1 \quad 1)\mathbf{x}$$

10) Flujograma de estados (caso digital). Formular la ecuación de estado del diagrama de la Figura (h). Calcular por Mason $\frac{Y(z)}{U(z)}$ y escribir la ecuación en diferencias entre $y(n)$ y $u(n)$.

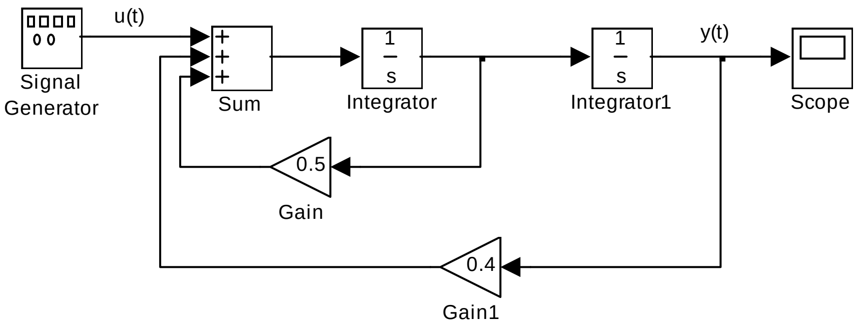


(g)



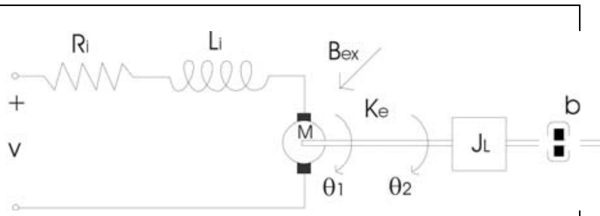
(h)

11) Esquema Simulink: Formular las ecuaciones de estado (de fase) del esquema de la Figura (j).



(j)

Ejercicio 1. 11 Motor.
Dado el sistema de la figura.



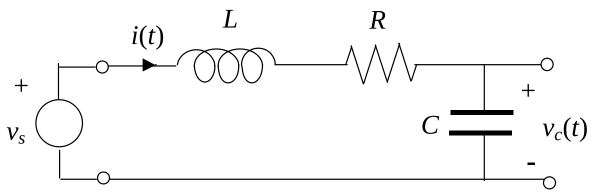
Datos: Motor J_m, excitación B_{ex} =cte.
Árbol : elástico (K_e)

Se pide:

1) Dibujar directamente el esquema de bloques.

2) Calcular θ_2/V, θ_1/V vía Mason.

Ejercicio 1. 12 **Circuito resonante.**
Dado el circuito de la figura,



Se pide:

1) Definir y calcular su frecuencia de resonancia.

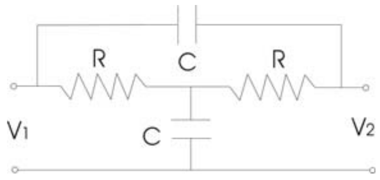
2) Calcular $H(s)=\dfrac{V_c(s)}{V(s)}$, representar su diagrama de polos y ceros y estimar gráficamente si ω_r es igual a $\omega_n (\neq \sqrt{LC})$.

3) Calcular $Z(s)=\dfrac{V_s(S)}{I(s)}$, representar su diagrama de polos y ceros y estimar gráficamente si ω_r es $\leq$ $\omega_n (= \sqrt{LC})$.

4) Si definimos el factor de calidad $Q=\dfrac{\omega L}{R}$ y el polinomio característico del circuito es $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n$, hallar la relación entre ζ y Q.

5) Dibujar el LGR del polinomio característico, suponiendo L, C fijas y R variable.

Ejercicio 1. 13 **FGS y Mason**
Dado el circuito de la figura.



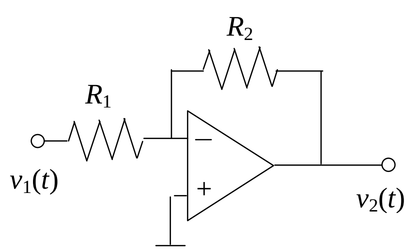
Se pide:

1) Dibujar <u>directamente</u> el FGS.

2) Calcular V_2/V_1 vía <u>Mason</u>.

□

Ejercicio 1. 14 **Amplificador operacional.**
Regla de Mason. Dado el esquema eléctrico de la Figura, se pide:



1) Dibujar el circuito equivalente (con Z_i finita,

2) Z_o no nula y amplificación A_o finita)

3) Dibujar el correspondiente FGS. Escoger

4) como nodos topológicos (del FGS) básicos la

5) tensión de nodos eléctricos (del circuito).

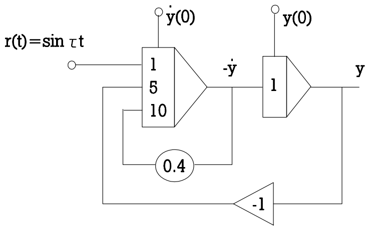
6) Calcular por Mason $\dfrac{V_2(s)}{V_1(s)}$.

7) Comprobar que con $Z_i = \infty$, $Z_o = 0$ y $A_o = \infty$, el resultado del apartado anterior se reduce a la expresión conocida $\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$.

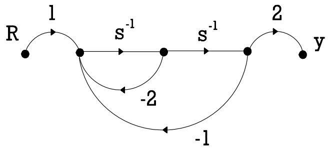
Ejercicio 1. 15 **Esquemas funcionales. (I) Sistemas continuos.**

1) Para los esquemas de las Figuras a y b formular la ecuación diferencial que liga $y(t)$ con $r(t)$.

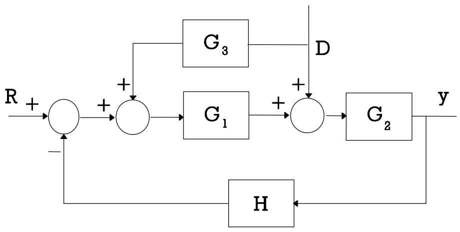
2) Para las Figuras c y d calcular las relaciones $\frac{Y(s)}{R(s)}$ y $\frac{Y(s)}{D(s)}$, usando en ambos casos la regla de Mason.



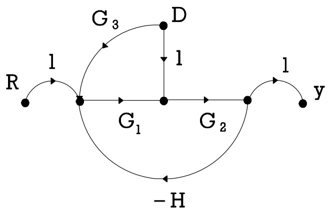
a) Esquema ("*programa*") de simulación analógica



b) Flujograma de simulación



c) Esquema de bloques.

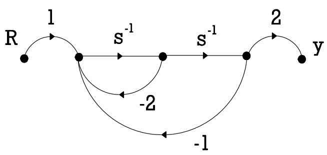


d) Flujograma de señales.

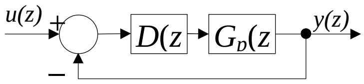
□

Ejercicio 1. 16 **Esquemas funcionales (II) Sistemas discretos.**

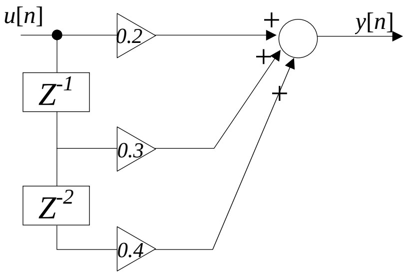
En cada uno de los esquemas funcionales siguientes formular la ecuación en diferencias que liga la entrada **u[n]** con la salida **y[n]**



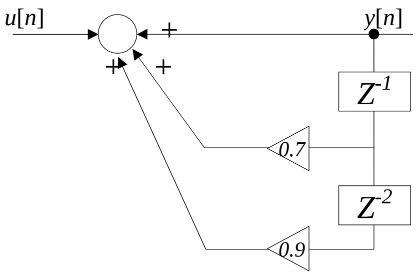
a) Simulación



b) Control digital



C) Filtro FIR no recursivo

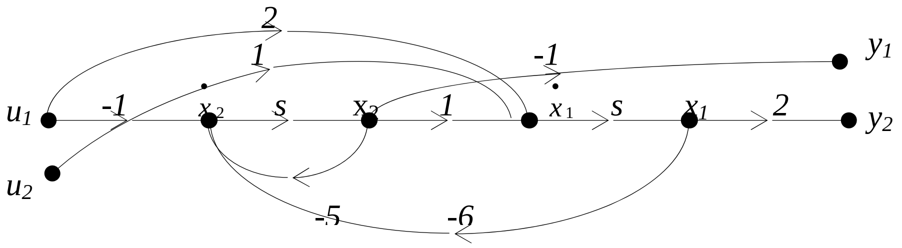


d) Filtro IIR recursivo

□

Ejercicio 1. 17 **Sistema MIMO**

1) Dado el FGS de la figura hallar la matriz de transferencia $\underset{\sim}{H}(s)$ entre $\underset{\sim}{u} \rightarrow \underset{\sim}{y}$ calculando cada uno de sus cuatro elementos por Mason.



□

Ejercicio 1. 18 **Esquemas de simulación (programación y síntesis).**

Dada la ED

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = 4 + \operatorname{sen} t\,,$$

se pide:

1) Dibujar un sistema eléctrico que tenga dicha ED y otro mecánico que sea análogo a él en el sentido estricto de tener la misma ED.

2) Dibujar el esquema de simulación analógica de la ED: $\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = 4 + \operatorname{sen} t$.

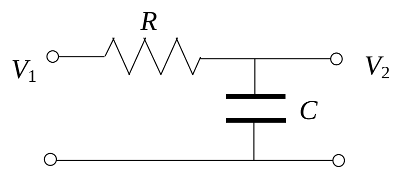
3) Dibujar los flujogramas de síntesis activa de un filtro con $H(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{s+5}{s^3 + 2s^2 + 5s + 4}$, correspondientes a las realizaciones directa (forma I), cascada y en paralelo. Formular las correspondientes ecuaciones de estado.

4) Programar el filtro digital $H(z) = \dfrac{z+1}{z^2 + z + 2}$. Usar las realizaciones directa (forma I), cascada y paralelo. □

Ejercicio 1. 19 **Análisis de circuitos.**

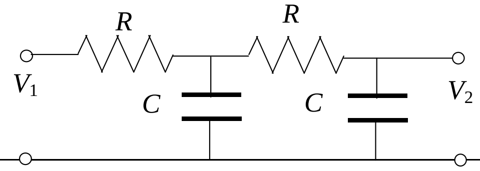
Pasivos:

1) Dada la red de la Figura se trata de hallar $H(s) = \dfrac{V_2(s)}{V_1(s)}$ por los siguientes métodos:



- Conexión de bipuertos.
- Esquemas de bloques y reducción algebraica.

2) Dada la red en escalera de la Figura, se trata de hallar $H(s) = \dfrac{V_2(s)}{V_1(s)}$ por los siguientes métodos:

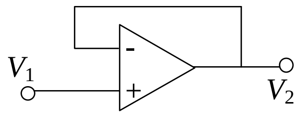


- Conexión de bipuertos.
- Mallas.
- Nodos.

- Esquema de bloques y reducción algebraica.
- Flujogramas de señal y regla de Mason.

Activos

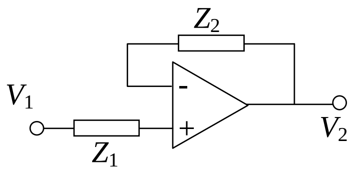
3) Dado el circuito de la Figura, se pide:



- Dibujar el circuito equivalente.
- Dibujar el flujograma.
- Hallar $A_c = \dfrac{V_2}{V_1}$ (Mason).
- Hallar el valor límite de $|A_c(s)|$ si $|A_0(s)| \to \infty$.
- Estimar la banda pasante ω_b de $A_0(j\omega)$ y de $A_c(j\omega)$.

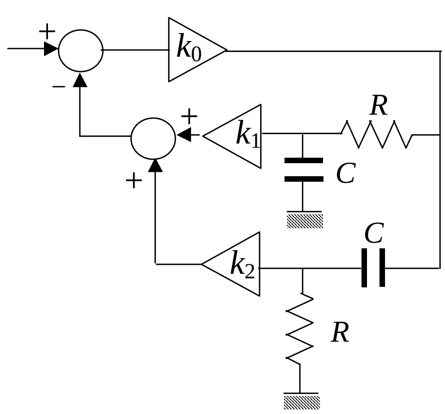
Datos: AO con $A_0(s)$ finita, $Z_i = \infty$ y $Z_o = 0$.

4) Repetir lo anterior con el circuito de la Figura (excepto la banda pasante).



Filtros retroactivos con ceros inestables (*feedback* positivo)

5) Dado el filtro de la Figura, se pide:



- Comprobar que $H(s) = \dfrac{s+z}{s+p}\left(\dfrac{p}{z}\right)$

  siendo $p = RC$ y $z = \dfrac{1}{k_2 RC}$.
- Dibujar el LGR para k_0 variable pero positiva siendo $k_1 = 1$ (positivo), $k_2 = 2$, $R = C = 1$.
- Ídem si $k_2 = -2$ (aparece un cero inestable).
- Repetir para $k_1 = 1$, $k_2 = -2$, $R = C = 1$ y $k_L<0$. Hallar el valor de k_L para obtener un polo en el origen (cambio de regla: 180° a 0°).

□

Ejercicio 1. 20 **Esquemas de simulación (programación y síntesis).**

Dada la ED

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = 4 + \operatorname{sen} t\,,$$

se pide:

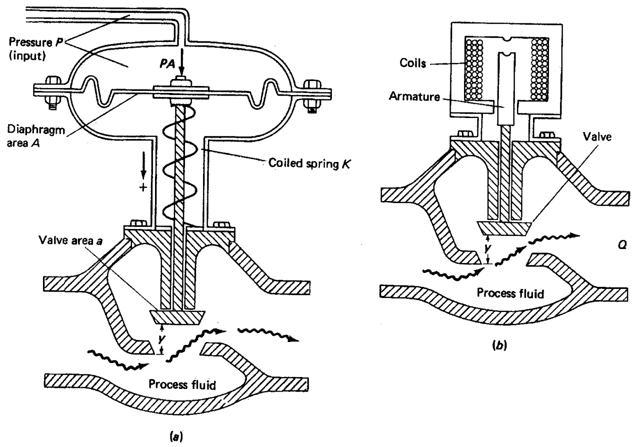
5) Dibujar un sistema eléctrico que tenga dicha ED y otro mecánico que sea análogo a él en el sentido estricto de tener la misma ED.

6) Dibujar el esquema de simulación analógica de la ED: $\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = 4 + \operatorname{sen} t$.

7) Dibujar los flujogramas de síntesis activa de un filtro con $H(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{s+5}{s^3 + 2s^2 + 5s + 4}$, correspondientes a las realizaciones directa (forma I), cascada y en paralelo. Formular las correspondientes ecuaciones de estado.

8) <u>Programar</u> el filtro digital $H(z) = \dfrac{z+1}{z^2+z+2}$. Usar las realizaciones directa (forma I), cascada y paralelo.
□

Ejercicio 1. 21 Modelación de actuadores y sensores: Válvulas.
Dadas las siguientes válvulas dibujar los correspondientes esquemas funcionales que relacionan la señal de control (presión en la figura **(a)** y tensión en la **(b)**) con el caudal (variación del caudal) que dejan pasar.



Valve actuators. (a) Pneumatically operated. (b) Solenoid operated.

□

Ejercicio 1. 22 Linealización de sistemas térmicos

1) Calcular la aportación de energía necesaria para calentar hasta los 1000°C el interior de un horno de dimensiones 3m×5m×4m cuya temperatura inicial es de 20°C. (<u>Nota</u>: El <u>espesor</u> de las paredes es de 0.5m y se supone, hipótesis simplificativa, que el material es perfectamente aislante y con nula capacidad térmica).

2) Calcular la aportación energética adicional necesaria para mantener los 1000°C en el caso de no hacer la simplificación de $R_{TH} = \infty$ y $C_{TH} = 0$. (<u>Nota</u>: Supóngase que las paredes están hechas con <u>ladrillos</u> corrientes).

3) Formular las analogías electrotérmicas indicando las correspondencias entre variables *through* (T) y *across* (A), elementos y ecuaciones.

Semana 2. Respuesta temporal

Ejercicio 2. 1 Transformada de Laplace inversa. Residuos. Dada la función

$$Y(s) = 4\frac{(s+5)}{s(s+3)(s^2+2s+2)},$$

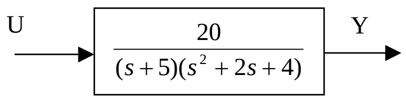
se pide:

1) Hallar los polos y los ceros y representarlos, a escala, en el plano complejo.
2) Determinar los residuos de los polos.
3) Hallar la transformada de Laplace inversa $y(t)$ a partir de la descomposición en suma de fracciones simples de $Y(s)$.
4) Representar a mano $y(t)$.
5) Comprobar los resultados con ayuda delo matlab.

Ejercicio 2. 2 Teoremas del valor final (TVF) y del valor inicial (TVI).

1) Dada $Y(s) = \dfrac{2s^2 + 7s + 4}{s(s+2)(s+1)}$, calcular $y(0)$, $y(\infty)$ sin obtener la expresión de $y(t)$.
2) Comprobar el resultado del apartado **1)** obteniendo a mano la expresión de $y(t)$ y representándola a escala.

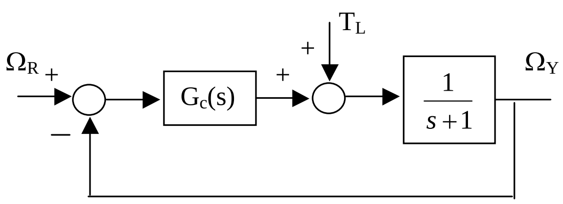
Ejercicio 2. 3 Calcular la expresión matemática de la respuesta indicial (a escalón unitario) del sistema. Representarla gráficamente.



Ejercicio 2. 4 Residuos y polos dominantes
Un sistema $H(s)$ tiene una amplificación en continua $H(0) = 1$, no tiene ceros y sus polos son –4 y –1, se pide:

1) Determinar gráficamente los residuos de dichos polos (-1) y (-4) en la respuesta indicial del sistema.
2) Dibujar por separado y a escala los tres componentes (funcionales) de dicha respuesta indicial.
3) ¿Es alguno de dichos polos dominante? Razonar la respuesta.

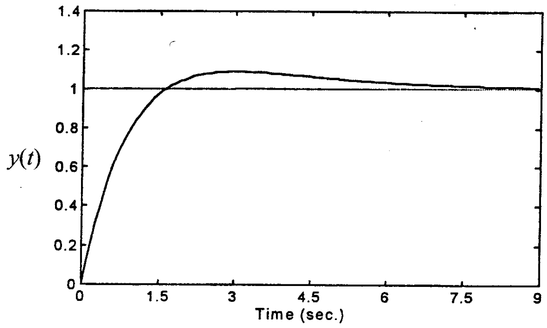
Ejercicio 2. 5 Dado el servomecanismo de velocidad de la Figura,

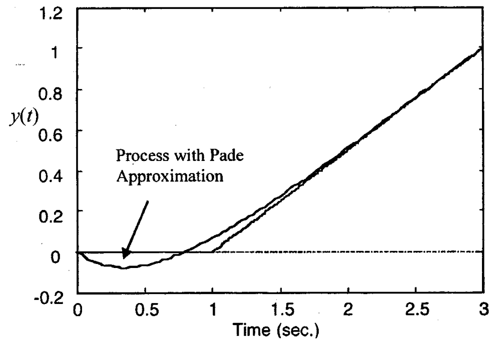


1) Con $G_C = 1$ dibujar la forma de la respuesta a un escalón y a una rampa de $\omega_R(t)$ y a un escalón (negativo) de T_L.

2) Repetir para $G_C = 1/s$.

Ejercicio 2. 6 (a) Estimar las transformadas Laplace de las señales descritas en las Figuras





(b) Calcular la transformada de Laplace de las siguientes funciones, por los métodos que se indican:

1) $\sin(\omega t)$, vía integración.

2) $\cos(\omega t)$, a partir de la del $\sin(\omega t)$.

Ejercicio 2. 7 Solución de ecuaciones diferenciales

Dado el sistema $H(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{2}{s+2}$, se pide:

1) Recuperar la EDO que relaciona $u(t)$ con $y(t)$.

2) Calcular, por Laplace, la respuesta $y(t)$ si $u(t)$ = escalón unitario y $y(0^+) = 1$.

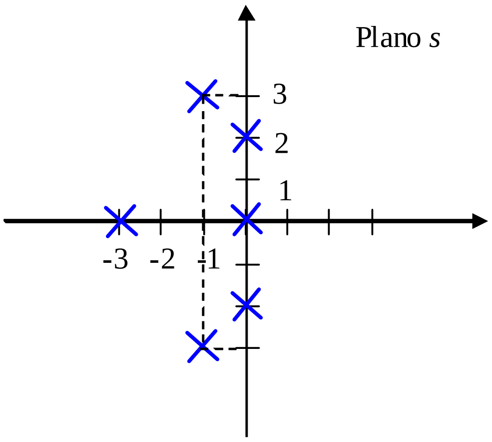
3) Dibujar a escala el resultado.

Ejercicio 2. 8 Polos y modos naturales (I). Sistemas continuos en el tiempo

Dado el diagrama de polos y ceros en el plano s,

1) Expresar matemáticamente la forma de los <u>modos naturales</u> asociados a los polos indicados.

2) Representarlos <u>gráficamente</u> (trazado manual), a escala y rotulando adecuadamente los ejes.



Ejercicio 2. 9 Respuesta temporal (I). General

Dado el sistema con $H(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{s+1}{(s^2+3s+3.25)(s+4)}$, se pide:

1) Hallar el residuo del polo $-1.5+j$.

2) Hallar la respuesta forzada permanente para $u(t)=\mathrm{sen}(3t)$.

3) Hallar el término de la respuesta impulsional correspondiente a los polos $-1.5\pm j$.

Ejercicio 2. 10 Respuesta impulsional. Sistemas de primer y segundo orden

1) Obtener y representar a escala la respuesta impulsional $h(t)$ del sistema $H(s)=\dfrac{2}{1+s}$.

Indicar claramente los valores inicial y final, la pendiente (o porcentaje de caída) y la constante de tiempo. Rotular adecuadamente los ejes de la representación.

2) Ídem con $H(s)=\dfrac{1}{s^2+0.6s+1}$. Obtener en primer lugar la expresión $h(t)$ en función de ω_n y ζ y, a continuación, sustituir valores. Representar tanto $h(t)$ como las exponenciales envolventes. Nótese la diferencia entre la envolvente y la exponencial que pasa por los máximos (mínimos).

Ejercicio 2. 11 Respuesta indicial (III). Respuesta propia y forzada de un segundo orden

Dado el sistema $H(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{50}{s^2+5s+25}$, se pide:

1) Calcular y representar los polos.

2) Calcular por Laplace la respuesta indicial ($u(t)$ = escalón unitario) con $y(0^+)=\dot{y}(0^+)=0$.

3) Dibujar manualmente, a escala, dos ciclos de dicha respuesta como superposición de la respuesta forzada (permanente) y la propia (transitoria).

Ejercicio 2. 12 Respuesta indicial (IV). Sistemas de primer y segundo orden

1) Obtener y representar a escala la respuesta indicial $y(t)$ del sistema $H(s)=\dfrac{10}{1+2s}$. Indicar claramente los valores inicial y final, y la constante de tiempo. Rotular adecuadamente los ejes de la representación.

2) Ídem con $H(s)=\dfrac{9}{s^2+3s+9}$. Nótese la diferencia entre la envolvente y la exponencial que pasa por los máximos (mínimos).

Ejercicio 2. 13 Efecto de polos y ceros adicionales en un sistemas de segundo orden (I)

Dado el sistema $G_2(s)=\dfrac{25}{s^2+5s+25}$, se trata de estudiar el efecto que, sobre su respuesta indicial, tiene el añadirle en cascada el bloque $G_1(s)$ con diversas estructuras matemáticas:

1) Constante: $G_1(s)=1$. Trazar la respuesta indicial del sistema original.

2) Cero adicional: $G_1(s)=\dfrac{s+3}{3}$. Estimar el efecto en R_{pt} y t_p. Calcular la derivada en el origen $g_2(0^+)$ y comprobar si, a pesar del segundo orden, no es nula. Comentar el resultado.

3) Polos alejados: $G_1(s) = \dfrac{20}{s+20}$. Calcular la aportación de este nuevo modo (con su residuo) y compararlo a escala con la respuesta obtenida en **1)**.

Ejercicio 2. 14 Efecto de polos y ceros adicionales en un sistemas de segundo orden (II)

Dado el sistema $G_2(s) = \dfrac{25}{s^2+5s+25}$, se trata de estudiar el efecto que, sobre su respuesta indicial, tiene el añadirle en cascada el bloque $G_1(s)$ con diversas estructuras matemáticas:

1) Constante: $G_1(s) = 1$. Trazar la respuesta indicial del sistema original.

2) Polo adicional: $G_1(s) = \dfrac{4}{s+4}$. Estimar el efecto en R_{pt} y t_p.

3) Dipolo: $G_1(s) = \dfrac{s+0.4}{s+0.5}$. Repetir el apartado **2)**.

Ejercicio 2. 15 Polos dominantes

Dado el sistema $H(s) = \dfrac{y}{x} = \dfrac{90}{(s^2+2s+9)(s+10)}$, se pide:

1) Calcular la respuesta indicial y(t) y representarla a escala.

2) Analícese si presenta polos dominantes. En caso afirmativo hallar la H(s) aproximada y trazar directamente a escala su respuesta indicial.

3) Comparar ambas representaciones (curvas)

Ejercicio 2. 16 Sistemas de orden n. Polos dominantes (I)

Se trata de comprobar que los sistemas de orden *n* pueden, a veces, ser aproximados por otros de primer y/o segundo orden:

Sistema $G_1(s) = \dfrac{500}{(s+10)(s+1)(s^2+7s+25)}$ y su aproximación $G_{1a}(s) = \dfrac{2}{s+1}$.

1) Hallar y representar a escala (aproximadamente) la respuesta indicial de $G_1(s)$.

2) Repetir para el sistema $G_{1a}(s)$ (formado por el polo dominante de $G_1(s)$ y ajustando adecuadamente la ganancia) y comparar ambas curvas para valorar la bondad de la aproximación.

Ejercicio 2. 17 Sistemas de orden n. Polos dominantes (II)

Se trata de comprobar que los sistemas de orden *n* pueden, a veces, ser aproximados por otros de primer y/o segundo orden:

Sistema $G_2(s) = \dfrac{50}{(s+5)(s+10)(s^2+s+1)}$ y su aproximación $G_{2a}(s) = \dfrac{1}{s^2+s+1}$.

1) Hallar y representar a escala (aproximadamente) la respuesta indicial de $G_2(s)$.

2) Repetir para el sistema $G_{2a}(s)$ (formado por el polo dominante de $G_2(s)$ y ajustando adecuadamente la ganancia) y comparar ambas curvas para valorar la bondad de la aproximación.

Ejercicio 2. 18 Sistemas de orden n. Polos dominantes (III)

Dada $Y(s)=\dfrac{2800(s+4)}{s(s+3.8)(s+6)(s^2+2s+17)(s^2+10s+29)}$, se pide:

1) Calcular $y(t)$ y representarla.
2) Aproximar $y(t)$ eligiendo en la expresión anterior sólo los términos más importantes (dominantes). Representarla.
3) Aproximar $Y(s)$ por otra $Y_1(s)$ que retenga los polos dominantes y la amplificación de continua. Calcular $L^{-1}[Y_1(s)]$. Representarla y compararla con la del apartado **2)**.

Ejercicio 2. 19 Respuesta indicial de segundo orden.

Dado el sistema $H(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$, se trata de representar su respuesta <u>indicial</u> (a escalón unitario) $y(t)=1+\dfrac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\,sen(\omega_d t-\varphi)$. Para ello se pide:

1) Dibujar la respuesta a escala para $\omega_n=1$, $\zeta=0.3$.
2) Dibujar la exponencial envolvente y la que pasa por los mínimos.

Ejercicio 2. 20. Respuesta indicial de sistemas de fase no mínima (I)

Calcular y dibujar a escala las respuestas indiciales de los sistemas

1) $H_1(s)=\dfrac{1-s}{1+s}$

2) $H_2(s)=\dfrac{e^{-s}}{1+s}$

Ejercicio 2. 21. Transformada de Laplace (unilátera y bilátera).

Dadas las señales:

1) $u(t)=\delta(t)$.
2) $u(t)=1$.
3) $u(t)=t$.
4) $u(t)=t^2$.
5) $u(t)=e^{at}$.
6) $u(t)=A\,\mathrm{sen}(\omega t)$.
7) $u(t)=A\cos(\omega t)$.
8) $u(t)=Ae^{\sigma t}\cos(\omega t)$.

Se pide:

a) Dibujar a escala su forma de onda (para $t>0$ y para $-\infty<t<\infty$).
b) Calcular sus transformadas de Laplace (L_I y L_{II}).

Ejercicio 2. 22. Transformación de Laplace inversa de un bloque cuadrático

Dado $H(s)=\dfrac{A}{s-p}+\dfrac{A^*}{s-p^*}$,

1) Si el denominador de $H(s)$ es $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$, hallar el valor de los polos en forma <u>binómica</u>.

2) A partir de lo anterior demostrar que $L^{-1}\left[H(s)\right] = 2\left|A\right|e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t + \angle A)$

Ejercicio 2. 23. **Respuesta temporal (II). Indicial.**

Dibujar a <u>escala</u> la respuesta <u>indicial</u> (a escalón) del sistema $H(s) = \dfrac{24}{s^2 + 4s + 16}$.

Dibujar la respuesta a un pulso rectangular de los siguientes formatos de PID:

1) Ideal: $G_c(s) = k_c\left(1 + \dfrac{1}{T_i s} + T_d s\right)$.

Ejercicio 2. 24. **Polos dominantes.**

Un sistema $H(s)$ tiene una amplificación en continua $H(0) = 1$ y no tiene ceros y sus polos son –4 y –1, se pide:

1) Determinar gráficamente los residuos de dichos polos (-1) y (-4) en la respuesta indicial del sistema.

2) Dibujar por separado y a escala los tres componentes (funcionales) de dicha respuesta indicial.

3) ¿Es alguno de dichos polos dominante? Razonar.

Ejercicio 2. 25. **Respuesta indicial de primer orden.**

Se trata de estudiar la respuesta indicial del sistema $H(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{k}{1+2s}$. Se pide:

1) Demostrar que la respuesta es $y(t) = k(1 - e^{-t/\tau})$.

2) Demostrar a partir de $Y(s)$ (vía el Teorema del valor final) que $y(\infty) = k$.

3) Demostrar a partir de $Y(s)$ (vía el Teorema del valor inicial) que $\dot{y}(0) = k/\tau$.

4) Dibujar <u>a escala</u> (papel cuadriculado) la respuesta $y(t)$ si $k = 2$, $\tau = 1$. □

Ejercicio 2. 26. **Forma y caracterización de la respuesta indicial de un sistema de segundo orden (prototipo).**

Se trata de estudiar con detalle la respuesta indicial (a un escalón unitario) del sistema:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

1) Demostrar que la respuesta es $y(t) = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t}\,\mathrm{sen}(\omega_d t - \varphi)$ (ver Apéndices).

2) A partir de $Y(s)$ hallar $y(\infty)$ vía el Teorema del valor final. Comprobar el resultado calculando directamente $y(\infty)$.

3) Demostrar vía el Teorema del valor inicial que $\dot{y}(0) = 0$. Comprobar el resultado directamente a partir de $\dot{y}(t)$.

4) Demostrar vía el Teorema del valor inicial que $\ddot{y}(0) \neq 0$. Comprobar el resultado directamente a partir de $\ddot{y}(t)$.

5) Dibujar la respuesta a escala (usar papel cuadriculado) para $\omega_n = 1$, $\zeta = 0.3$.

6) Dibujar las exponenciales envolventes $(1 \pm \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t})$ y la que pasa por los mínimos $(1 - e^{-\zeta\omega_n t})$.

1) Suponiendo $\omega_n = 1$, dibujar y representar en una misma gráfica la respuesta indicial para ζ = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.2.

2) A partir de dichas curvas confeccionar una tabla que muestre, en función de z, los siguientes tiempos: t_D (tiempo de retardo) es el tiempo que transcurre hasta que la respuesta alcanza el 50% de su valor de régimen; t_r (tiempo de subida) es el tiempo empleado en pasar del 0% al 100% de su valor de régimen; t_r' ídem en pasar del 10% al 90%; t_r''= 1/(pendiente en t_D); t_s (tiempo de establecimiento) es el tiempo que transcurre hasta que las oscilaciones alrededor del valor de régimen no superan el 2%; t_s' ídem pero la variación considerada es del 5%.

3) Representar dichos valores en función de ζ y aproximar (ajustar) su relación mediante:

3.1) Una recta.

3.2) Un polinomio de segundo orden (**Nota**: En el caso de t_s y t_s', utilizar dos tramos: uno hasta $\zeta \leq 0.69$ y el otro para $\zeta \geq 0.69$).

Ejercicio 2. 27. **Análisis de la dinámica de SLI. Respuesta temporal a diversas excitaciones.**

Sea un sistema descrito por la función de transferencia $H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{9}{s^2 + 3s + 9}$, se pide:

1) Hallar y representar la respuesta de $H(s)$ a un escalón unitario. (Función **`step`**)

2) Representar la respuesta de $H(s)$ a una rampa de pendiente 2. (Función **`lsim`**)

3) Representar la respuesta de $H(s)$ a una sinusoide de frecuencia f = 1. (Función **`lsim`**) □

Ejercicio 2. 28. Dutton 233. Dados los siguientes diagramas de polos y ceros, con la ganancia k indicada. Para cada uno de ellos se pide:

1. Hallar la función de transferencia G(s).
2. Obtener la transformada de Laplace inversa.
3. Bosquejar la forma general de la respuesta transitoria usando análisis de polos dominantes.
4. Comprobar la respuesta obtenida en el apartado anterior usando el matlab (función impulse)

Ejercicio 2. 29. Dutton 233. Evaluar la siguiente función G(s) en las siguientes localizaciones del plano s, $G(s) = \frac{6(s+1)}{(s+2)(s+3)}$

Semana 3. Respuesta frecuencial

📖**Ejercicio 3. 1 Diagrama de fase (Bode).**

Dibujar la curva de fase del sistema $H(s)=\dfrac{10(s+2)}{(s+1)(s^2+3s+25)}$ del siguiente modo:

1) Dibujar las asíntotas.

2) Hallar tres puntos de la curva, en las frecuencias ω = 1, 2 y 5, partiendo de una primera aproximación (punto medio) y hallando las correcciones/modificaciones que imponen cada uno de los restantes polos y ceros. Esta corrección se hará con ayuda de las curvas normalizadas y se explicitará en cada caso.

3) Verificar el resultado con ayuda del matlab.

📖**Ejercicio 3. 2 Representaciones de la respuesta frecuencial.**

Sea un sistema descrito por la función de transferencia $H(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{100}{s(s+5)(s+10)}$,

se pide:

1) Representar $H(j\omega)$ en coordenadas cartesianas (lineales): $A(\omega)$ y $\Phi(\omega)$.

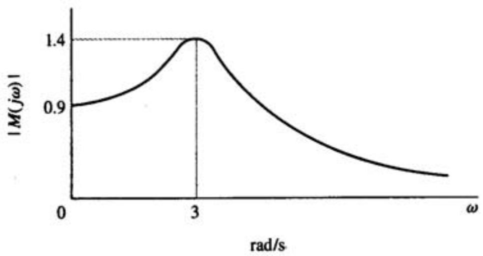
2) Representar $H(j\omega)$ en un diagrama polar (Nyquist).

3) Representar $H(j\omega)$ en un diagrama de Bode.

4) Representar $H(j\omega)$ en un diagrama fase-ganancia (Nichols).

5) Comprobar los resultados con ayuda del matlab.

📖**Ejercicio 3. 3** Dada la respuesta en frecuencia (coordenadas lineales) de la Figura, correspondiente a un prototipo de segundo orden, bosquejar la respuesta indicial indicando los valores de R_{pt}, t_p y e_{ss}.



📖**Ejercicio 3. 4 Respuesta frecuencial.** Dibujar el diagrama de Bode (ganancia y fase) del sistema $H_1(s)=\dfrac{s^2+0.4s+4}{s^2+4s+4}$.

Ejercicio 3. 5 Relación entre la respuesta indicial y frecuencial de un sistema de segundo orden.

Dado el filtro $H(s)=\dfrac{25}{s^2+4s+25}$, se pide:

1) Hallar y representar el diagrama de polos y ceros y hallar ω_d y φ.
2) Dibujar a escala la respuesta indicial y hallar en ella t_r, t_p y t_s (5%).
3) Dibujar el Bode de ganancia. Hallar ω_b(-3dB), ω_r y el valor de resonancia A_r y comprobar que $\omega_r < \omega_n$ y que $\omega_b \approx 1.2\omega_n$.
4) Comprobar que $t_r \approx \dfrac{\varphi}{\omega_d}$, $A_r \approx \dfrac{1}{2\zeta}$, $1 + R_{pt} \approx A_r$ y que $\omega_b t_r \approx 3.5$.

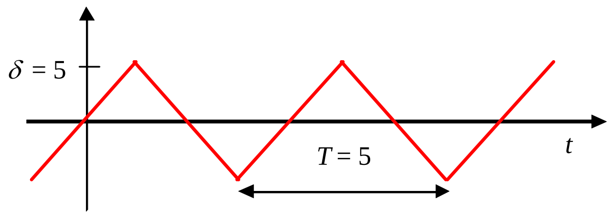
Ejercicio 3. 6 Respuesta en frecuencia. Conceptos básicos.

1) Amplificación y ganancia. Logaritmos. A partir de $\log 10 = 1$, de $\log 2 \approx 0.3$ y de log3=4.7 estimar aproximadamente el valor de los logaritmos de los siguientes números: 1.4, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

2) Se excita un SLI con una senoide $u(t) = 2\,\text{sen}(5t)$ y el resultado, una vez establecido el régimen permanente, es $y(t) = 16\cos(5t - 40°)$. Se pide:

2.1) La amplificación de la amplitud de la señal.
2.2) La ganancia en potencia, expresada en *bels* y en *dB*.

3) Espectro. Con objeto de aplicar métodos frecuenciales, se trata de descomponer la señal periódica



en sinusoides calculando y representando la correspondiente serie de Fourier (espectro de amplitud y fase).

4) Dado un sistema con $H(s) = 2\dfrac{s-1}{s+2}$, hallar gráficamente y a escala (diagrama de polos y ceros) la amplificación y el desfase que experimentará una señal sinusoidal ω = 1 al pasar por el mismo. Repetir para ω = 0, ω = 2. ¿Es este sistema de fase mínima? Razonar la respuesta.

Ejercicio 3. 7 Respuesta frecuencial.

1) Definir el concepto de respuesta frecuencial.
2) Explicar la diferencia entre amplificación (factor) y ganancia (dB).
3) Explicar la relación entre la amplificación A(ω) y el desfase φ(ω) de un SLI y su función de transferencia H(s).
4) Dibujar los diagramas de Bode (ganancia y fase) de $H(s) = \dfrac{s+2}{s+4}$ y razonar si es un filtro de avance (*lead*) o de retardo.
5) Ídem para $H(s) = \dfrac{s+15}{s+3}$.

6) Calcular la banda del ruido $B_n = \int_0^\infty \left|G(j\omega)\right|^2 d\omega$ resultante de pasar ruido blanco de intensidad $\Phi_n(\omega^2) = N$ W/Hz (bilátero) por el filtro $G(s) = \dfrac{1}{s+1}$. (Nota: al definirse en términos de espectro unilátero el nivel en dicha banda se supone de intensidad 2N, doble del de Φ_n que se supone bilátero).

Ejercicio 3. 8 Diagramas de Bode.
Dado el sistema

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{4\times 10^8 s^2}{(s^2+60s+10^4)(s+10^3)^2}$$, se pide:

1) ¿Es un sistema de fase mínima? Razonar la respuesta.
2) Dibujar manualmente, y a escala, las curvas de ganancia y de fase.
3) Determinar gráficamente (diagrama de polos y ceros) la amplificación y el desfase para $\omega = 100$ y $\omega = 1000$ y comparar los resultados con el Bode.
4) A partir de dichas curvas hallar $y(t)$ en régimen permanente, si $u(t)$ = 3sen(200t).
5) Comprobar, vía Matlab, los resultados anteriores.

Ejercicio 3. 9 Diagrama de Bode. Respuesta en frecuencia.

Parte I. Dado el sistema $H(s) = \dfrac{10}{s+1}$, se trata de estudiar su comportamiento frecuencial tanto en amplitud como en potencia. Para ello se pide dibujar las siguientes curvas:
1) Amplificación de amplitud (A_a) en **a)** escalas lineales, y **b)** escalas logarítmicas.
2) Amplificación de potencia (A_p) en **a)** escalas lineales, **b)** escalas logarítmicas y **c)** diagrama de Bode.

Parte II. Dado el sistema $G(s) = \dfrac{100}{s(s+5)(s+10)(s^2+0.2s+1)}$, se pide:

1) Trazar sus diagramas de Bode (ganancia y fase) con las adecuadas correcciones facilitadas por las curvas normalizadas del Apéndice (**Nota**: No debe usarse la calculadora).
2) A partir de dichas curvas determinar la respuesta permanente del sistema a una entrada $u_1(t) = 4\,\mathrm{sen}(0.6t)$ y a una entrada $u_2(t) = 10\,\mathrm{sen}(5t)$.
3) Dibujar los diagramas de Bode de los sistemas:
3.1) $G_1(s) = G(s)\dfrac{s-2}{s+2}$.
3.2) $G_2(s) = G(s)e^{-0.1s}$. □

Ejercicio 3. 10 Diagrama de Bode. Respuesta en frecuencia.
Dado el sistema

$$G(s) = \frac{100}{s(s+5)(s+10)(s^2+0.2s+1)}$$

se pide:

4) Trazar su diagrama de Bode con las adecuadas correcciones facilitadas por las curvas normalizadas (**Nota**: No debe usarse la calculadora).

5) A partir de dichas curvas determinar la respuesta permanente del sistema a una entrada $u_1(t) = 4\,\text{sen}(0.6t)$ y a una entrada $u_2(t) = 10\,\text{sen}(5t)$. ☐

Ejercicio 3. 11 Respuesta frecuencial.

Dada la función de transferencia $H(s) = \dfrac{s+4}{s(s+1)(s^2+6s+25)}$, se pide:

1) Representar el diagrama de polos y ceros.

2) Determinar el residuo del polo –3+*j*4.

3) Determinar el módulo y la fase de su respuesta frecuencial para $\omega = 2$.

Ejercicio 3. 12 Fase no mínima.

Dibujar el diagrama de Bode de fase del sistema $H(s) = \dfrac{s-1}{s+2}e^{-0.2s}$.

Ejercicio 3. 13 Determinación gráfica de residuos y respuesta en frecuencia.

Dada $H(s) = \dfrac{s+3}{(s+2)(s^2+2s+10)}$, se pide:

1) Determinar gráficamente el residuo del polo $p = -2$.

2) Determinar gráficamente la amplificación y desfase de la respuesta en frecuencia para $\omega = 1$ ($H(j)$).

Ejercicio 3. 14 Respuesta frecuencial (II). Elementos de fase no mínima.

Dibujar los diagramas de Bode (ganancia y fase) de los sistemas:

1) $G_1(s) = 4e^{-0.1s}$.

2) $G_2(s) = \dfrac{s-1}{s+1}$

Ejercicio 3. 15 Compensadores de fase.

Dado un filtro/compensador $G_c(s) = \dfrac{s+z}{s+p} = \dfrac{s+2}{s+8}$, se pide:

1) Dibujar el Bode de ganancia y fase.

2) Indicar si es de avance (*lead*) o retraso (*lag*).

3) Sobre el gráfico hallar φ_m (desfase máximo).

4) Comprobar que $\text{sen}\,\varphi_m = \dfrac{n-1}{n+1}$, siendo $n = \dfrac{p}{z} = \dfrac{8}{2}$.

Ejercicio 3. 16 Fase no mínima.

Dado $G_1(s) = \dfrac{s-2}{s+2}$ se pide:

Determinar gráficamente 3 puntos de la respuesta frecuencial para $\omega = 0, 2, \infty$.
Dibujar el diagrama de Bode de ganancia y de fase.

Dibujar el Bode (ganancia y fase) de $G_1(s) = e^{-s}$, y $G_2(s) = \dfrac{s-1}{s+1}e^{-0.01s}$. Para este último caso, sobre la gráfica, determinar $\varphi(\omega = 10)$ y $\varphi(\omega = 100)$.

Semana 4. Sistemas discretos

📖**Ejercicio 4. 1. Teoremas del valor final (TVF) y del valor inicial (TVI).**

1) Dada $Y(z)=\dfrac{z(z+0.9)}{(z+0.5)(z-0.7)}$, calcular $y(1)$, $y(\infty)$ sin obtener la expresión de $y(n)$.

2) Comprobar el resultado del apartado **1)** obteniendo la expresión de $y(n)$ y representándola a escala.

📖**Ejercicio 4. 2. Transformada Z inversa. Bloque cuadrático**

Dado el bloque de segundo orden $H(z)=\dfrac{\cdots}{z^2-(2r\cos\theta)z+r^2}=z\dfrac{A}{z-p}+z\dfrac{A^*}{z-p^*}$, se pide:

1) Hallar el valor de los polos p, p^* en forma <u>módulo-argumental</u> (en función de r y θ).

2) Demostrar que $Z^{-1}[H(z)]=2|A|(r)^n\cos(n\theta+\angle A)$.

Solución:

1) Obtención de los polos en forma de módulo y argumento.

$$p,p^*=\frac{2r\cos\theta\pm\sqrt{4r^2\cos^2\theta-4r^2}}{2}=\frac{2r\cos\theta\pm 2rj\sqrt{1-\cos^2\theta}}{2}=r\cos\theta\pm jr\sin\theta=re^{\pm j\theta}$$

$$\boxed{p,p^*=re^{\pm j\theta}}$$

2) Obtención de la transformada Z inversa de $H(z)$.

La descomposición en suma de fracciones simples es

$$H(z)=\frac{\cdots}{z^2-(2r\cos\theta)z+r^2}=z\frac{A}{z-p}+z\frac{A^*}{z-p^*}=z\frac{A}{z-re^{j\theta}}+z\frac{A^*}{z-re^{-j\theta}}$$

Sabiendo que $Z[a^n]=\dfrac{z}{z-a}$, la transformada inversa de $H(z)$ queda como

$$Z^{-1}[H(z)]=Ar^ne^{j\theta n}+A^*r^ne^{-j\theta n}$$

Puesto que el residuo A es complejo, también puede expresarse en forma módulo-argumental,

$$Z^{-1}[H(z)]=|A|e^{j\angle A}r^ne^{j\theta n}+|A|e^{-j\angle A}r^ne^{-j\theta n}$$

Agrupando términos,

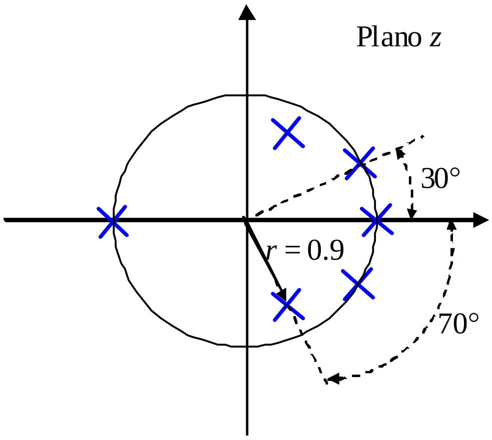
$$\boxed{Z^{-1}[H(z)]=2|A|r^n\cos(\theta n+\angle A)\qquad \text{c.q.d.}}$$

Ejercicio 4. 3. Polos y modos naturales (sistema discreto).

Dado el diagrama de polos y ceros en el plano *z*,

1) Expresar matemáticamente la forma de los modos naturales asociados a los polos indicados.

2) Representarlos gráficamente (trazado manual)



Ejercicio 4. 4. Respuesta en frecuencia.

1) Si $H(s)=\dfrac{s-2}{s^2+s+1}$, determinar gráficamente 4 puntos de $H(j\omega)$. Si $H(z)=\dfrac{z-2}{(z-0.8)(z-0.6)}$, determinar gráficamente 4 puntos de $H(e^{j\theta})$.

2) Dado el sistema discreto $H(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}==\dfrac{z-2}{(z-0.8)(z-0.6)}$ hallar la respuesta sinusoidal permanente a la señal $u(n)=10\cos(0.5n+\dfrac{\pi}{8})$. Determinar gráficamente la amplificación y el desfase.

3) Aproximación racional de la exponencial. Aproximar la $H(s)=e^{-2s}$,

3.1) Por una serie de Taylor (parar en el término lineal).

3.2) Desarrollando por Taylor el numerador y el denominador de

$H(s)=e^{-2s}=\dfrac{e^{-s}}{e^{+s}}$ (determinar los residuos en los términos lineales).

3.3) Dibujar el diagrama de Bode de $H(s)$ y de sus aproximaciones y comparar ¿Son sistemas de fase mínima?

3.4) Dada la relación $z=e^{Ts}=\dfrac{e^{sT/2}}{e^{-sT/2}}$, desarrollar el numerador y el denominador por series de Taylor, deteniendo el desarrollo en el término lineal (aproximación de Padé). De dicha relación despejar $s = f(z)$ y comprobar que resulta la transformación bilineal normalizada ($s=\dfrac{2}{T}\dfrac{z-1}{z+1}$) de Tustin.

4) *Prewarping*. El *prewarping* (predistorsión) está destinado a modificar la frecuencia crítica de un filtro analógico que, al ser discretizado mediante la transformación bilineal $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$, experimenta una distorsión (*warping*) debido a que ésta sólo aproxima la verdadera relación $s = \frac{1}{T}\ln z$. Si $\omega = 3$ y $T = 2$, calcular la frecuencia analógica predistorsionada $\omega_p = \frac{T}{2}\,\mathrm{tg}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$.

Ejercicio 4. 5. Transformada Z_I (unilátera).

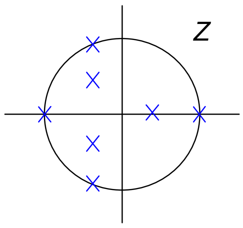
Para el caso $n>0$, calcular

1) $Z[\cos(\theta \cdot n)]$

2) $Z[a^n]$

3) $Z^{-1}\left[\frac{z}{z^2} - 1.2z + 0.64\right]$

4) $Z^{-1}\left[\frac{2z^2 - 4z}{z^2 - 3z + 2}\right]$



5) Formular los modos asociados a los polos de la figura (círculo unidad en el plano Z).

□

Ejercicio 4. 6. Transformada Z_{II} (bilátera).

Para el caso $-\infty<n<\infty$, calcular

1) $Z[\cos(\theta \cdot n)]$

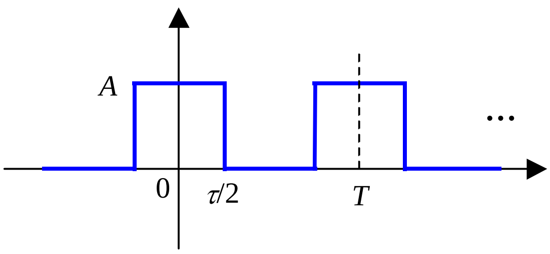
2) $Z[a^n]$

3) $Z^{-1}\left[\frac{z}{z^2} - 1.2z + 0.64\right]$

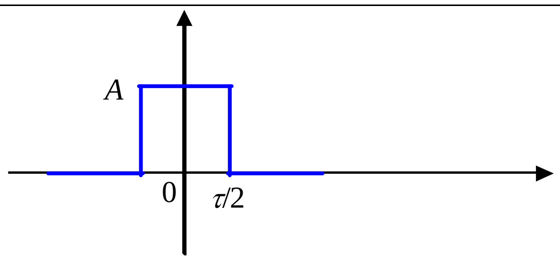
4) $Z^{-1}\left[\frac{2z^2 - 4z}{z^2 - 3z + 2}\right]$

Ejercicio 4. 7. Función *sinc* y DFT.

1) Calcular y representar la serie de Fourier del tren (periódico) de pulsos. Espectro discreto.



2) Calcular y representar la transformada de Fourier del pulso (señal aperiódica). Espectro continuo (densidad espectral).



3) Dado el conjunto (finito) de muestras {1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0}, se pide:

3.1) Formular la DFT.

3.2) Calcular <u>manualmente</u> un punto.

3.3) **Simulación:** Hallar y representar la FFT y verificar el resultado del apartado **3.2)**. ☐

Ejercicio 4. 8. Espectro de rayas de una secuencia finita. (DFT)

1) Dada la secuencia x[n]={1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0}.

a) Hallar X(z).

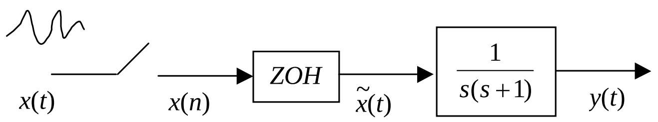
b) Calcular gráficamente el espectro $X[m]=\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi n\frac{m}{N}}$, 0<m<N-1.

(**Nota:** obsérvese que el argumento es disconínuo y, por tanto, el espectro también lo será)

c) Representar el espectro de amplitud.☐

Ejercicio 4. 9. Sistemas muestreados.

Dado el sistema de la Figura, se pide:



<u>Datos</u>: $x(t)$ = sen($2t$), $T_s = \pi/2$.

1) Dibujar la forma de onda de las señales $x(t)$ y $\tilde{x}(t)$.

2) Hallar los tres primeros armónicos de $y(t)$.

3) Sintetizar $y(t)$ a partir de dichos armónicos

Ejercicio 4. 10. Sistemas discretos (numéricos).

1) <u>Integración numérica</u>: Resolver por el método de Euler la EDO $\dot{y}(t)+y(t)=x(t)$, con $y(0)=0$ y $x(t)$ escalón unitario.

2) <u>Formulación</u>: Formular una ecuación en diferencias tipo ARMA y hallar su correspondiente $H(z)$.

3) <u>Discretización</u> de $H(s)$: Dada $H(s)=4\dfrac{s+1}{s+2}$, hallar la $H(z)$, T = 0.1 equivalente utilizando los siguientes métodos:

- Diferencias regresivas
- Transformación bilineal (Tustin)

- Transformación de polos y ceros

4) Descomposición. Métodos. Dada $H(z) = \dfrac{(z+2)}{(z-0.5)(z+0.8)(z^2-0.6z+0.25)}$, hallar los flujogramas de señal de las descomposiciones: Directa (forma I), serie (cascada) y paralelo.

5) Filtro digital. Dado el filtro $H(s) = \dfrac{10}{s+5}$, se pide:

- Discretizarlo
- Determinar gráficamente 2 puntos de su respuesta frecuencial
- Comprobar el efecto de *aliasing*

Ejercicio 4. 11. Identificación (III). Determinación de *H*(*z*) a partir de muestras (sin error) de la respuesta impulsional.

Se han obtenido las siguientes muestras $\left\{ \underset{\uparrow}{0} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \right\}$ de la respuesta impulsional de un sistema. Bajo la hipótesis de que puede ser aproximado por un modelo de parámetros concentrados y lineal con estructura $H(z) = \dfrac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$, se trata de calcular los coeficientes a_1, a_2, b_0, b_1 a partir de dichas muestras. (Nota: Obsérvese que el ajuste exacto sólo es posible con este número de muestras, igual al de coeficientes. En caso de disponer de más muestras habría que recurrir ala estimación (LSE) por ejemplo).