



Escola Politècnica Superior  
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**ECONOMIA DE L'EMPRESA**  
Curs 2008 / 2009 - Q2

# ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

Jasmina Berbegal Mirabent  
Departament d'Organització d'Empreses  
[jasmina.berbegal@upc.edu](mailto:jasmina.berbegal@upc.edu)



Reconeixement - No Comercial -  
Sense Obra Derivada de  
Creative Commons



Escola Politècnica Superior  
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## MÒDUL 1 GESTIÓ DE PROJECTES

## Gestió de projectes

3

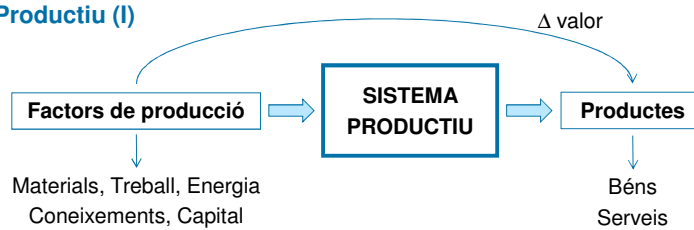
- 1 Introducció
- 2 Gestió de projectes
- 3 Sistemes de gestió de projectes

## 1. Introducció

Sistema Productiu   Sistema Logístic   Sistemes de gestió

4

### Sistema Productiu (I)



### Exemples de sistemes productius

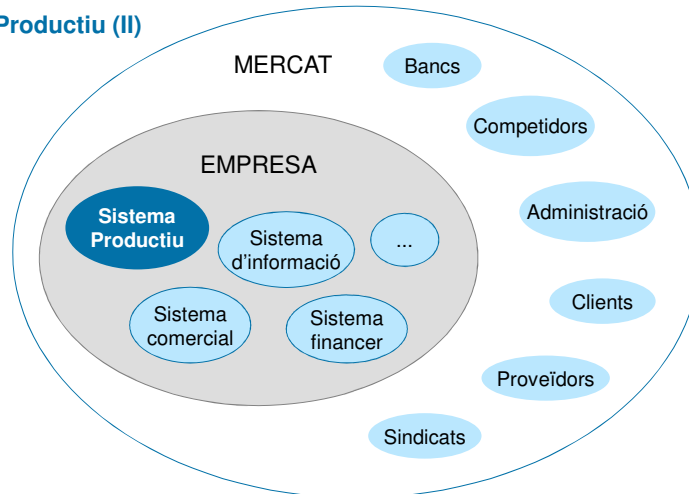
- *Fàbrica d'automòbils*: Matèries primeres / Fabricació i ensamblatge → Automòbil
- *Refineria*: Petroli cru / Processos químics → Gasolina, olis, plàstics
- *Hospital*: Pacients / Salut → Pacients sans
- *Supermercat*: Productes en venda / Venda, distribució → Compradors amb productes
- *Línia aèria*: Avions, pilots / Viatge → Passatgers a les seves destinacions

## 1. Introducció

Sistema Productiu   Sistema Logístic   Sistemes de gestió

5

### Sistema Productiu (II)



## 1. Introducció

Sistema Productiu   Sistema Logístic   Sistemes de gestió

6

### Sistema Logístic

**Producció:** Conjunt d'activitats que tenen la finalitat de transformar les entrades (*inputs*) en sortides (*outputs*), de manera que el resultat obtingut sigui un producte útil per clients o usuaris.

**Logística:** Consisteix en la gestió global, integrada, eficaç i eficient de les activitats que es requereixen per crear, mantenir i controlar fluxes de materials, des del proveïdor fins al punt de consum o utilització.

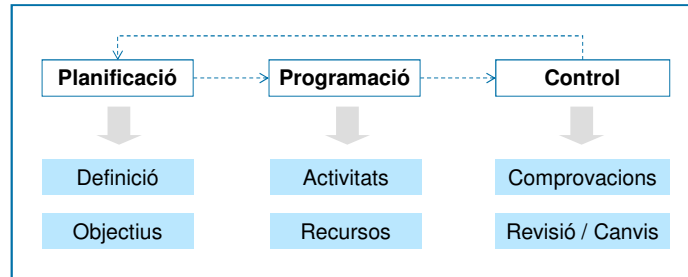


## 1. Introducció

Sistema Productiu   Sistema Logístic   **Sistemes de gestió**

7

### Gestió de projectes



## 2. Gestió de projectes

**Projectes**   Lligadures

8

**Objectiu:** Estudi i control de la realització d'un projecte.

**Projecte:** Activitats per les quals es necessita establir una organització i uns procediments especials per donar resposta a les necessitats que l'originen.

**Exemples:**

- Construcció d'una central tèrmica
- Desenvolupament d'un nou producte
- Automatització d'una línia de producció
- Construcció d'una planta o magatzem
- Trasllat o modificació d'un departament

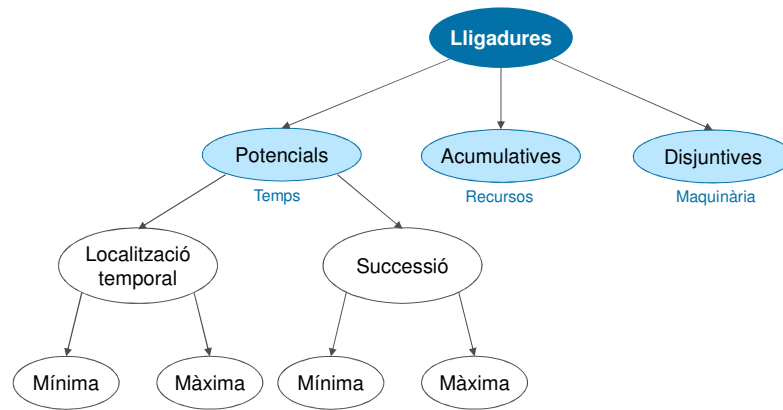
**Activitats:** Un projecte es pot descomposar en activitats.

**Lligadures:** Restriccions que condicionen l'execució de les activitats.

## 2. Gestió de projectes

Projectes **Lligadures**

9



## 2. Gestió de projectes

Projectes **Lligadures**

10

### Nomenclatura (Lligadures potencials)

$t_i$  = data (instant) d'inici de l'activitat i

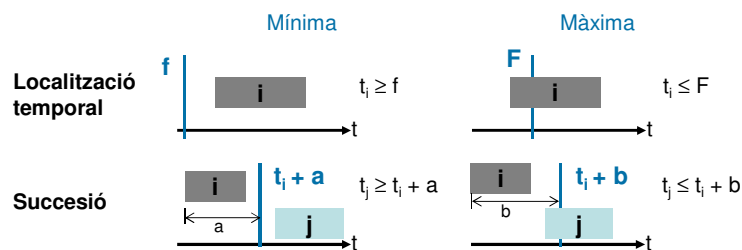
$t_j$  = data (instant) d'inici de l'activitat j

$f_i$  = data a partir de la qual pot començar l'activitat i

$F_i$  = data abans de la qual ha de començar l'activitat i

$a$  = termini mínim que ha de transcórrer entre l'inici de l'activitat i i l'inici de j

$b$  = termini màxim que pot transcórrer entre l'inici de l'activitat i i l'inici de j



## 2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

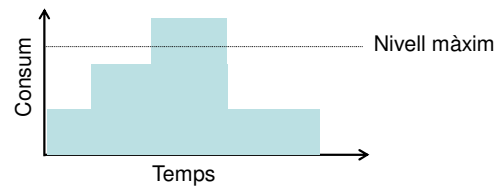
11

**Nomenclatura** (Lligadures **acumulatives**)

$G_k(\theta)$  = quantitat disponible del recurs **k** a l'instat  $\theta$

$g_{ik}(\theta)$  = quantitat utilitzada del recurs **k** per l'activitat **i** a l'instat  $\theta$

**Formalització:**  $\sum_i g_{ik}(\theta) \leq G_k(\theta)$



## 2. Gestió de projectes

Projectes Lligadures

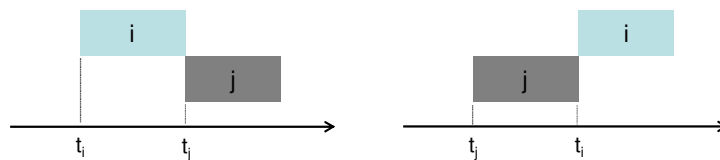
12

**Nomenclatura** (Lligadures **disjuntives**)

$d_i$  = durada de l'activitat **i**

$d_j$  = durada de l'activitat **j**

**Formalització:**  $t_j \geq t_i + d_i$     o     $t_i \geq t_j + d_j$



### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

13

#### Eines de gestió de projectes

**MRP** (*Manufacturing Resource Planning*): Sistema que integra les activitats de producció i compres, programant les adquisicions a proveïdors en funció de la producció programada. És un sistema de planificació de la producció i de gestió d'estocs.

- Respon a les preguntes: Què? Quan? Quant?
- Disminueix el temps d'espera entre producció i entrega
- Incrementa l'eficiència

**MRP II**: Planifica la capacitat de recursos de l'empresa i control d'altres departaments. Es basa en la demanda i els estudis de mercat.

**PERT**: Representació gràfica d'un conjunt de tasques que, col·locades en cadena, condueixen a l'assoliment de l'objectiu d'un projecte. S'utilitza com a eina per dirigir la programació de projectes.

### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

14

**GANTT**: Eina gràfica que permet mostrar el temps de dedicació previst per les diferents activitats que constitueixen un projecte al llarg del temps.

**CPM** (*Critical Path Method*): Seqüència dels elements que constitueixen el camí crític d'un projecte. Inclou aquelles activitats que per la seva duració i consum de recursos determinen el temps del projecte.

**ROY**: Mètode de programació i control de projectes similar al GANTT i al CPM.

**JIT** (*Just in Time*): Sistema d'organització de la producció d'origen japonès. L'objectiu principal és el de reduir els costos de la gestió en base a:

- Minimitzar l'estoc (eliminar estocs innecessaris)
- Minimitzar els temps d'entrega
- Zero errors, parades tècniques
- Reduir el temps entre el canvi d'operacions/eines

### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines **Diagrama de GANTT** Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

15

**Exemple 1:** Planificació d'un projecte

Nº	Activitat	Durada	Precedències	Recursos
1	A	1	-	2
2	B	1	A	2
3	C	2	B	1
4	D	3	B	1
5	E	5	C, D	1
6	F	2	E	1
7	G	3	C	1
8	H	2	D	1
9	I	2	H	1
10	J	1	G, F	1

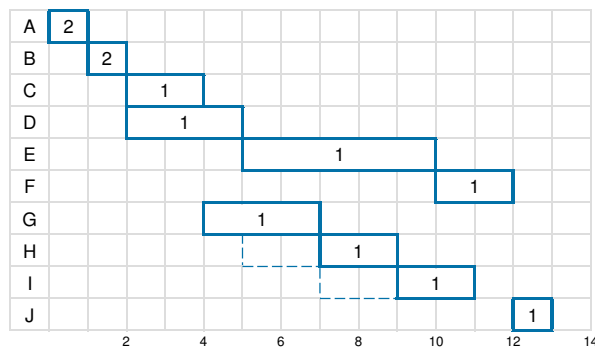
Observació: A la fàbrica només es disposa de dues màquines, de manera que el nombre de recursos utilitzats en un mateix moment no pot superar els 2.

### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines **Diagrama de GANTT** Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

16

**Exemple 1:** Resolució → Diagrama de GANTT



Durada total = 13 dies

Compleix les restriccions:

- ✓ Recursos (màxim 2)
- ✓ Precedències

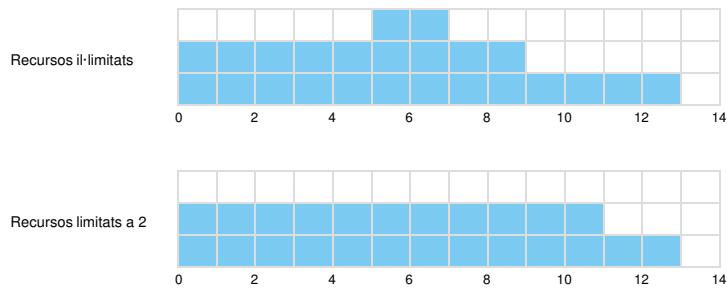


### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

17

#### Exemple 1: Resolució → Diagrama de càrrega



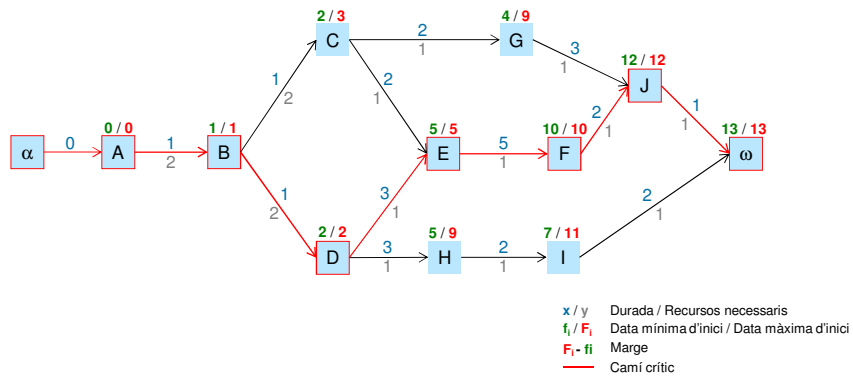
### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

18

#### Exemple 1: Resolució → Diagrama de ROY

a) Primer pas: Sense tenir en compte la restricció dels recursos



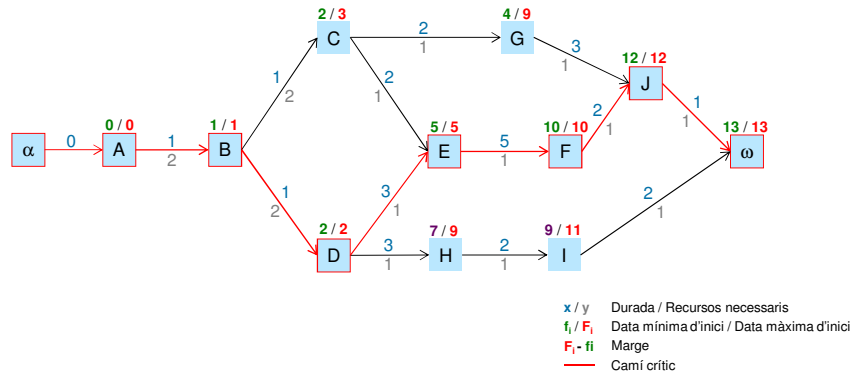
### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

19

#### Exemple 1: Resolució → Diagrama de ROY

b) Segon pas: Tenint en compte la restricció dels recursos



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

20

#### Exemple 2: Suposem el mateix projecte que en l'exemple 1, però tenint en compte que ...

- ✓ Les activitats E i H no es poden realitzar simultàniament.
- ✓ Els recursos disponibles són il·limitats.

Nº	Activitat	Durada	Precedències	Recursos
1	A	1	-	2
2	B	1	A	2
3	C	2	B	1
4	D	3	B	1
5	E	5	C, D	1
6	F	2	E	1
7	G	3	C	1
8	H	2	D	1
9	I	2	H	1
10	J	1	G, F	1

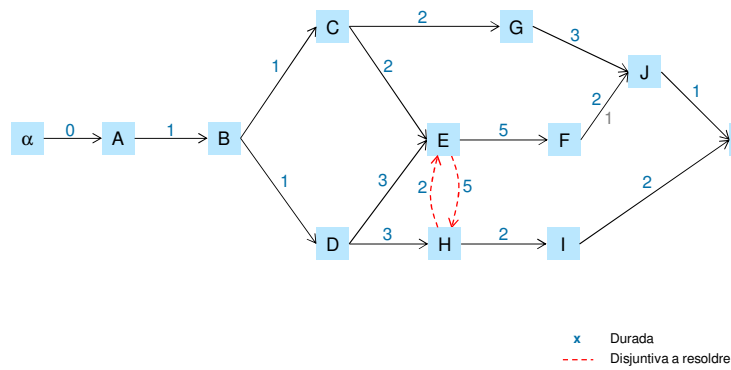
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

21

Exemple 2: Resolució → Diagrama de ROY



### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

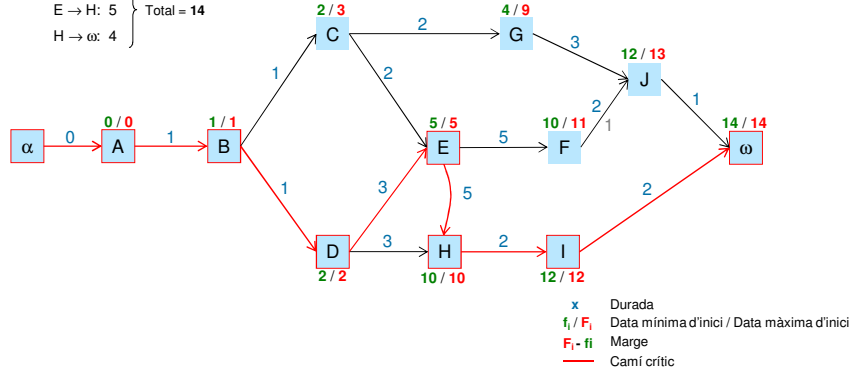
22

Exemple 2: Resolució → Diagrama de ROY

a) Seleccionant EH

$\alpha \rightarrow E: 5$   
 $E \rightarrow H: 5$   
 $H \rightarrow \omega: 4$

Total = 14



### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

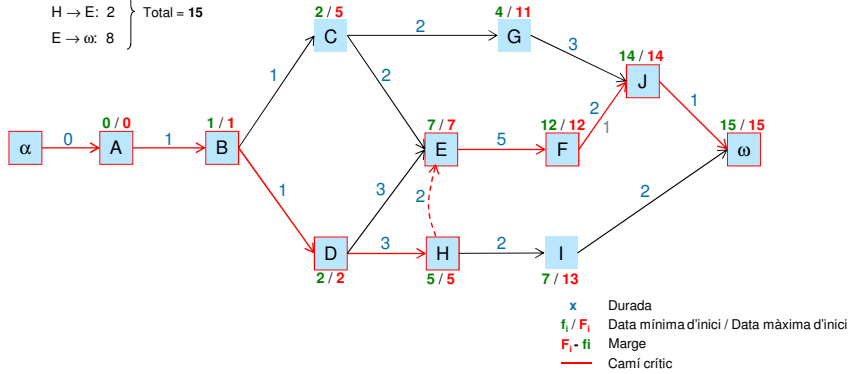
23

Exemple 2: Resolució → Diagrama de ROY

b) Selecció HE

$\alpha \rightarrow H: 5$   
 $H \rightarrow E: 2$   
 $E \rightarrow \omega: 8$

Total = 15



ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

### 3. Sistemes de gestió de projectes

Eines Diagrama de GANTT Diagrama de càrrega Diagrama de ROY

24

Observació: Procediment a seguir en cas de tenir dues o més parelles de lligadures.

Lligadura 1 (M-N)

a) Selecció MN

$\alpha \rightarrow M: 10$   
 $M \rightarrow N: 2$   
 $N \rightarrow \omega: 8$

Total = 20

b) Selecció NM

$\alpha \rightarrow N: 3$   
 $N \rightarrow M: 2$   
 $M \rightarrow \omega: 8$

Total = 13

Calculem les noves durades de la lligadura 1 i fixem el sentit de menor durada.

Lligadura 2 (P-Q)

a) Selecció PQ

$\alpha \rightarrow P: 16$   
 $P \rightarrow Q: 7$   
 $Q \rightarrow \omega: 3$

Total = 26

b) Selecció QP


$\alpha \rightarrow Q: 3$   
 $Q \rightarrow P: 4$   
 $P \rightarrow \omega: 9$

Total = 16


Situació més desfavorable

Fixem en primer lloc la lligadura 2, en sentit QP.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

 Escola Politècnica Superior  
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**MÒDUL 2**  
**GESTIÓ D'ESTOCS**

 Escola Politècnica Superior  
d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**Gestió d'estocs**

26

- 1 Concepte d'estocs
- 2 Model de Harris-Wilson
- 3 Casos particulars

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 1. Concepte d'estocs

Definició   Elements influents   Sistemes de gestió   Costos de gestió

27

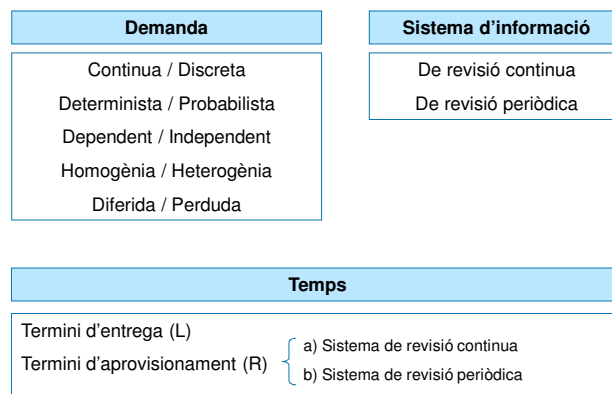
**Estoc:** Reserva no utilitzada en un instant de temps concret i que té un valor econòmic associat. Per determinar la gestió d'estocs caldrà tenir en compte la **frequència** de les demandes i la **quantitat** de cada demanda.



## 1. Concepte d'estocs

Definició   Elements influents   Sistemes de gestió   Costos de gestió

28

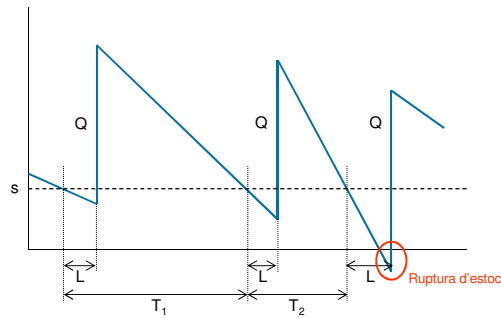


## 1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

29

### Gestió per punt de comanda



Q: Tamany de lot (constant)  
T: Temps entre comandes  
L: Termini de reaprovisionament  
s: Punt de comanda

#### Exemple

Consum setmanal d'1kg d'arròs.  
Comanda inicial = 3kg  
Quan ens quedi 1kg en comprarem 2kg.  
**Utilitzat en productes crítics.**

#### Avantatges

Poc termini on podem tenir ruptura.  
Tamany de lot controlable.

#### Inconvenients

Necessita una observació constant les 24h.  
Despeses en infraestructures.

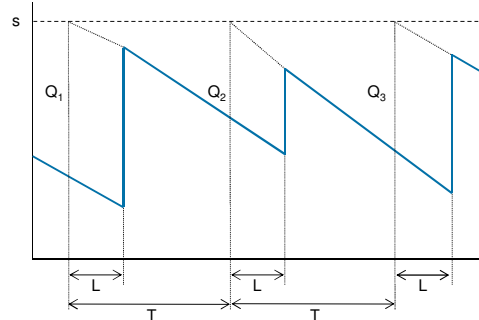
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 1. Concepte d'estocs

Definició Elements influents Sistemes de gestió Costos de gestió

30

### Gestió per aprovisionament periòdic



Q: Tamany de lot  
T: Temps entre comandes (constant)  
L: Termini de reaprovisionament  
s: Punt de comanda

#### Exemple

Consum setmanal d'1kg d'arròs.  
Inicialment disposem de 3kg.  
Cada 2 setmanes mirem l'arròs consumit.  
**Utilitzat en productes NO crítics.**

#### Avantatges

No cal un control diari.  
És preferible una gestió per períodes.

#### Inconvenients

Es pot produir ruptura en qualsevol punt.

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 1. Concepte d'estocs

Definició    Elements influents    Sistemes de gestió    **Costos de gestió**

31

**Cost d'adquisició** →  $KA = CL + \text{unitats} \cdot CA$  [um/any]

Cost de llançament, independent de les unitats adquirides (CL) [um/comanda]

Cost variable unitari (CA) [um/unitat]

**Cost de possessió** →  $CS = i \cdot CA$  [um/unitat·temps]

Creació i manteniment de la capacitat d'emmagatzematge.

Entrada i sortida dels articles en estoc.

Variació del valor dels béns (obsolescència, caducitat, robatoris, etc.)

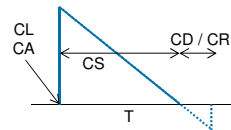
Cost de seguretat.

Càrregues financeres del capital immobilitzat

**Cost de ruptura** →  $CR$  o  $CD$  [um/any]

Cost de ruptura (CR): Demanda perduda

Cost de diferir (CD): Demanda diferida



### Altres costos

Costos d'informació i control

Costos associats a la variació de la capacitat

## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis    Fórmules

32

### Hipòtesis del model

- ✓ Horitzó il·limitat (el procés es prolonga indefinidament).
- ✓ Demanda constant, coneguda i homogènia en el temps: **D** [unitats/any]
- ✓ El termini d'entrega és constant i conegut: **L**
- ✓ No s'accepten ruptures d'estoc.
- ✓ El cost d'adquisició és constant i no depèn del tamany de lot: **CA** [um/unitat]
- ✓ L'entrada del lot és puntual, instantània i en bloc.
- ✓ El cost de llançament és conegut i constant: **CL** [um/comanda]
- ✓ El cost de possessió per unitat és conegut i constant: **CS** [um/unitats·any]

### Observacions:

Per aquest model no tindrem estoc de seguretat.

Com que és un model lineal, només tindrem en compte els casos deterministes (no aleatoris).

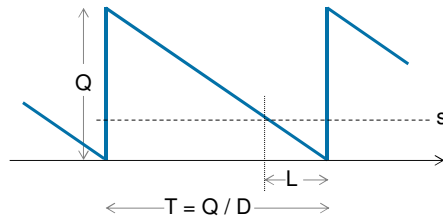


## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

33

### Formulació del model (I)



Freqüència d'aprovisionament:  
 $N = D / Q$  [comandes/any]

Temps de cycle d'aprovisionament:  
 $T = 1 / N = Q / D$  [anys/comandes]

Punt de comanda:  
 $s = D \cdot L$  [unitats]

Estoc mitjà (al magatzem):  
 $S_m = Q / 2$  [unitats]

Cost mig anual = Cost llançament + Cost adquisició + Cost possessió

$$K(Q) = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2}$$

Tots els lots tenen el mateix tamany.

## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

34

### Formulació del model (II)

Gestió d'aprovisionament òptima

Tamany de lot  $\rightarrow Q^* = \sqrt{2 \cdot D \cdot \frac{CL}{CS}}$

Cost mitjà anual  $\rightarrow K^* = K(Q^*) = CA \cdot D + \sqrt{2 \cdot D \cdot CL \cdot CS}$

Freqüència d'aprovisionament  $\rightarrow N^* = \sqrt{\frac{D \cdot CS}{2 \cdot CL}}$

Temps de cycle d'aprovisionament  $\rightarrow T^* = \frac{1}{N^*} = \sqrt{\frac{2 \cdot CL}{D \cdot CS}}$

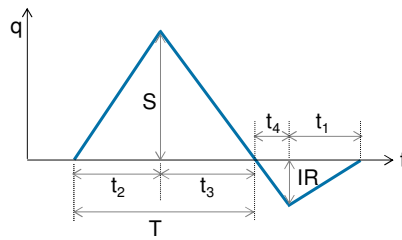
## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

35

### Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (I)

- ✓ L'entrada del lot d'estoc és progressiva a una taxa de P unitats/any (tal que  $P > D$ )
- ✓ Es pot diferir l'entrega i la penalitzarem amb CD um/unitat·any



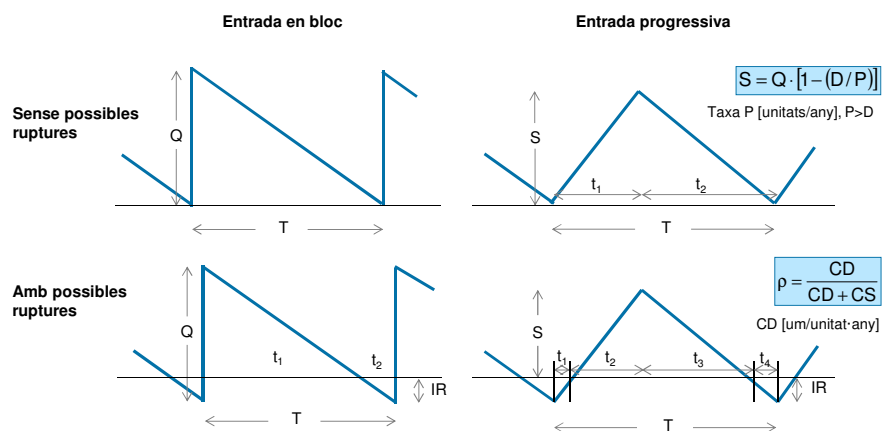
S: estoc màxim  
IR: nivell màxim de material diferit

## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

36

### Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (II)



## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

37

### Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (III)

Sense possibles ruptures

**Entrada en bloc**  

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2} \Rightarrow Q^* = \sqrt{2 \cdot D \cdot \frac{CL}{CS}}$$

**Entrada progressiva**  

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right) \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$$

Amb possibles ruptures

**Entrada en bloc**  

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{(Q - IR)^2}{2 \cdot Q} + CD \cdot \frac{IR^2}{2 \cdot Q} \Rightarrow Q^* = \sqrt{2 \cdot D \cdot \frac{CL}{CS} \cdot \left(\frac{CS + CD}{CD}\right)}$$

**Entrada progressiva**  

$$[\text{Min}]K = CL \cdot \frac{D}{Q} + CA \cdot D + CS \cdot \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{T}\right) + CD \cdot \frac{IR}{2} \cdot \left(\frac{t_3 + t_4}{T}\right) \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \cdot \left(\frac{CS + CD}{CD}\right)}$$

## 2. Model de Harris-Wilson

Hipòtesis Fórmules

38

### Fórmula generalitzada: relaxació de les hipòtesis (IV)

En general

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CS} \cdot p \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}$$

$$IR^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot CL}{CD} \cdot (1 - p) \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}$$

$$K^* = CA \cdot D + \sqrt{2 \cdot D \cdot CL \cdot CS \cdot p \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}$$

El model es redueix a l'anterior si:

$$\begin{cases} p = \frac{CD}{CD + CS} = 1 \\ P \rightarrow \infty \end{cases}$$

### 3. Casos particulars

Múltiples articles subjectes a una restricció **Fabricació de vàries peces en una única màquina**

39

#### Múltiples articles subjectes a una restricció

$$[\text{Min}]K = \sum_{j=1}^n K_j(Q_j) = \sum_{j=1}^n \left[ CL_j \cdot \frac{D_j}{Q_j} + CA_j \cdot D_j + CS_j \cdot \frac{Q_j}{2} \right]$$

$$g(Q_1, \dots, Q_j, \dots, Q_n) \leq R$$

**Pas 1:** Determinar les diferents  $Q_j \Rightarrow Q_j^0 = \sqrt{\frac{2 \cdot D_j \cdot CL_j}{CS_j}} \quad (1 \leq j \leq n)$

**Pas 2:** Determinar si es compleix la restricció  $g(Q_1^0, \dots, Q_j^0, \dots, Q_n^0) \leq V$

a) Si  $V \leq R \Rightarrow Q_j^* \leq Q_j^0 \Rightarrow \text{FI}$

b) Si  $V > R \Rightarrow \text{LAGRANGE} \Rightarrow [\text{Min}]L(Q) = \sum_{j=1}^n K_j(Q) = \lambda \cdot [g(Q_1^0, \dots, Q_j^0, \dots, Q_n^0) - R]$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial Q_j} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{array} \right\} \text{Resoldre el sistema de } n+1 \text{ equacions} \Rightarrow \begin{array}{l} Q_j = f(\lambda) \\ g(Q_1, \dots, Q_j, \dots, Q_n) = R \end{array}$$

### 3. Casos particulars

Múltiples articles subjectes a una restricció **Fabricació de vàries peces en una única màquina**

40

#### Fabricació de diferents tipus de peces en una única màquina (I)

Disposen d'un conjunt de peces

- $j$ : índex de cada lot de peces (1,...n)
- $D_j$ : Taxa de consum [anual]
- $P_j$ : Taxa de producció [anual]
- $CL_j$ : Cost de llançament
- $CA_j$ : Cost d'adquisició
- $TP_j$ : Temps de preparació (màquina) pel lot  $j$ .

Hipòtesi

- No hi ha ruptures
- Mateix número de llançament per tots els lots

Problema

$$[\text{Min}]K(N) = \sum_{j=1}^n \left[ CL_j \cdot N + CA_j \cdot D_j + CS_j \cdot \frac{1}{2} \frac{D_j}{N} \left( 1 - \frac{D_j}{P_j} \right) \right]$$

$$\sum_{j=1}^n TP_j + \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j} \cdot T \leq T; \quad T = \frac{1}{N}$$

### 3. Casos particulars

Múltiples articles subjectes a una restricció

Fabricació de vàries peces en una única màquina

41

#### Fabricació de diferents tipus de peces en una única màquina (II)

Solució del problema

$$N^0 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n CS_j \cdot D_j \cdot \left(1 - \frac{D_j}{P_j}\right)}{2 \sum_{j=1}^n CL_j}}$$

$$N^{\max} = \frac{1 - \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j}}{\sum_{j=1}^n TP_j}$$

$$N^* = \min\{N^0; N^{\max}\}$$

### MÒDUL 3

## MÈTODES I TEMPS DE TREBALL

## Mètodes i temps de treball

43

- 1 Registre d'activitats
- 2 Diagrames de registre d'activitats
- 3 Estudi dels temps de treball

## 1. Registre d'activitats

44

Procediment Gràfics de registre Símbols de l'ASME

1. **Seleccionar** → Treball o procés utilitzant criteris tècnics, econòmics o humans. Tasques repetitives amb elevats costos-hora; que es realitzen durant molt de temps; amb gran quantitat de mà d'obra; colls d'ampolla; ...
2. **Registrar** → Observació directa en el lloc de treball. Comptar amb autorització. Convé demanar col·laboració i punts de vista. Evitar que l'operari es senti coaccionat.
3. **Examinar** → Amb esperit crític, accions, ús de material i màquines i temps utilitzats. Per què és necessari? Quin és l'objectiu? On es realitza? Quan s'ha de dur a terme? Qui pot fer-ho? Quina és la millor manera d'executar-ho?
4. **Idear** → El mètode més econòmic considerant totes les circumstàncies i evitant tot allò que sigui inútil. Simplificar l'operativa del treball. Recollir suggerències.
5. **Mesurar** → La quantitat de treball que exigeix el mètode escollit i calcular el temps tipus que suposa la realització del procés ideat.
6. **Definir** → Nou mètode i temps corresponent per poder-lo identificar en tot moment.
7. **Implantar** → En el moment oportú i amb la participació de tots els individus implicats.
8. **Mantenir** → El mètode durant el temps suficient mentre compleixi amb el seu propòsit. Cal sotmetre'l a controls continus.

## 1. Registre d'activitats

Procediment Gràfics de registre Símbols de l'ASME

45






Segons l'Organització Internacional del Treball (OIT) es classifiquen en:

- ✓ Gràfics que indiquen una seqüència de fets sense escala temporal
  - Diagrama d'operacions de procés
  - Diagrama d'anàlisi del procés
  - Diagrama bimanual
- ✓ Gràfics referits a una seqüència de fets reproduïts a escala temporal
  - Gràfic d'activitats múltiples
  - Simograma
- ✓ Gràfics que especifiquen el moviment dels materials i/o operaris
  - Gràfics de trajectòria
  - Diagrama de recorregut o de circuit
  - Ciclograma i cronociclograma

## 1. Registre d'activitats

Procediment Gràfics de registre Símbols de l'ASME

46

	<b>OPERACIÓ</b>	Indica les principals fases del procés, mètode o procediment. Generalment, la peça, matèria o producte del cas es modifica durant l'operació.
	<b>INSPECCIÓ</b>	Indica que es verifica la qualitat, la quantitat o ambdues
	<b>TRANSPORT</b>	Indica el moviment dels treballadors, materials i equip d'un lloc a un altre.
	<b>ESPERA O DIPÒSIT PROVISIONAL</b>	Indica demora en el desenvolupament dels fets. Aquesta demora es pot donar quan les circumstàncies no permetin la immediata execució de la següent operació o bé pugui ser inherent al procés.
	<b>EMMAGATZEMATGE</b>	Indica el dipòsit d'un objecte sota vigilància en un magatzem.

## 2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític    Diagrama d'activitats múltiples

47

### Tipus de cursogrames

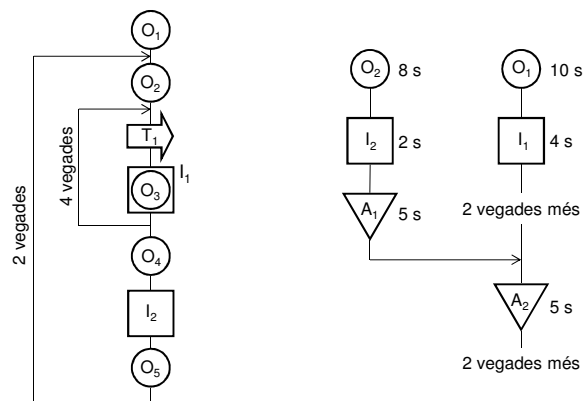
- ✓ Diagrames d'operacions del procés o cursogrames
  - { Són una primera aproximació al mètode de treball.
  - { Reflexen el treball i la seva inspecció seguint l'ordre amb que aniran tenint lloc els esdeveniments.
  - { Tipus: persona / material
- ✓ Diagrames d'activitats múltiples
  - { Diagrames d'anàlisi de procés o cursograma analític de procés.
  - { Ampliació de l'anterior, on es detallen totes les activitats que es desenvoluparan, la seqüència, les distàncies recorregudes i els temps emprats.

## 2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític    Diagrama d'activitats múltiples

48

**Exercici 1:** Enumerar i indicar les activitats que es realitzen i quantes vegades s'executen.





## 2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític Diagrama d'activitats múltiples

49

### Diagrames d'activitats múltiples

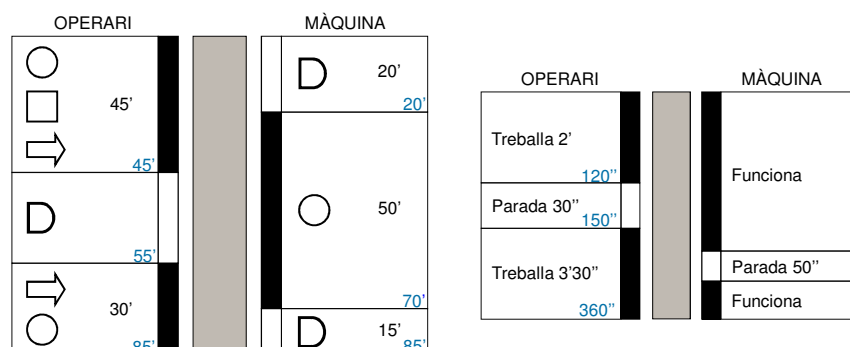
- ✓ Gràfics que registren de forma simultània i en el moment en que tenen lloc les activitats de les màquines i dels operaris que les manipulen.
- ✓ Permeten un anàlisi comparatiu del mètode actual i del proposat, considerant:
  - Temps manual amb màquina parada ( $\tau'$ )
  - Temps manual amb màquina en funcionament ( $\tau''$ )
  - Temps total manual ( $\tau = \tau' + \tau''$ )
  - Temps de màquina ( $t$ )
  - Temps total del cicle ( $T = \tau' + t$ )
- ✓ Càlcul d'índexs:
  - Percentatge d'ocupació de l'operari:  $Co = (\tau / T) \times 100$
  - Percentatge d'ocupació de la màquina:  $Cm = (t / T) \times 100$

## 2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític Diagrama d'activitats múltiples

50

**Exercici 2:** Calcular el percentatge d'utilització de l'operari i de la màquina que es correspon al següent diagrama d'activitats múltiples.



## 2. Diagrames de registre d'activitats

Cursograma analític Diagrama d'activitats múltiples

51

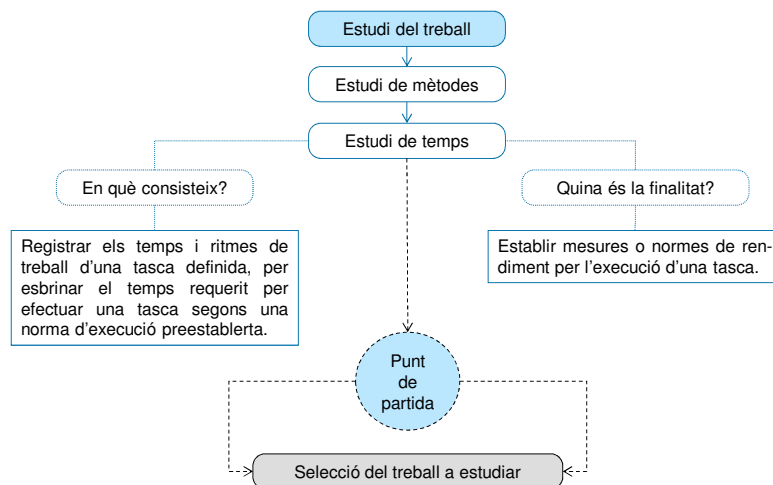
**Exercici 3:** Després d'elaborar un diagrama d'activitats múltiples s'han obtingut les dades de temps (tant del mètode actual com del proposat) que es mostren a la taula. Com varia el percentatge d'utilització de l'operari amb el mètode proposat respecte l'actual?

Paràmetre	Mètode actual	Mètode proposat
$\tau'$	2'	0,20'
$\tau''$	1'	3'
t	5'	4'

## 3. Estudi dels temps de treball

Procediment d'anàlisi Càlcul del temps bàsic Càlcul del temps típic Temps de màquines

52

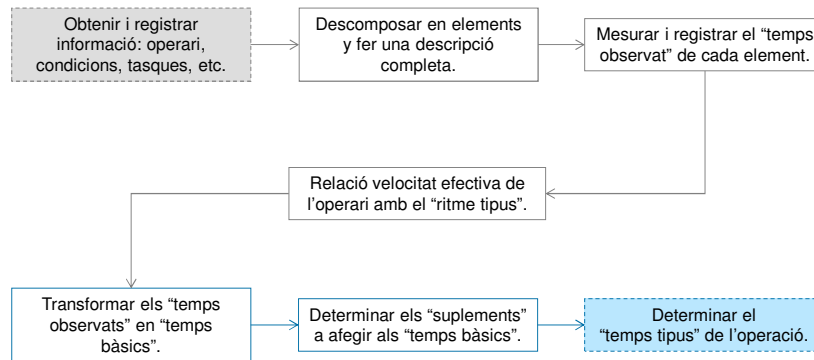


### 3. Estudi dels temps de treball

Procurement d'anàlisi    Càlcul del temps bàsic    Càlcul del temps tipus    Temps de màquines

53

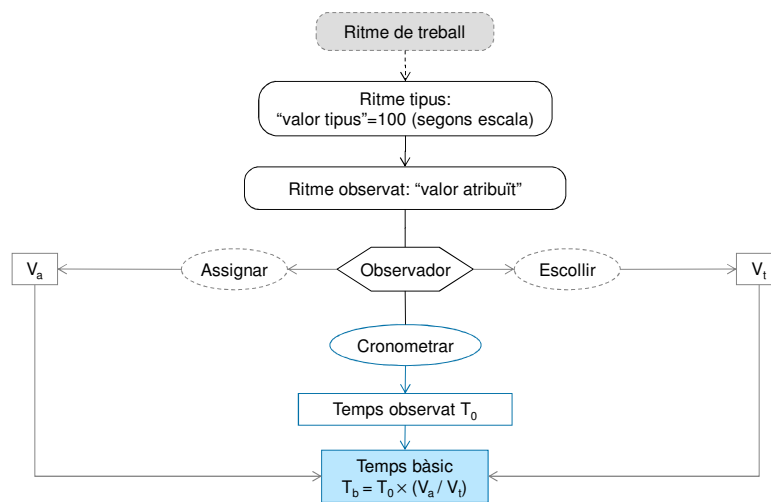
#### Fases de l'estudi dels temps de treball



### 3. Estudi dels temps de treball

Procurement d'anàlisi    Càlcul del temps bàsic    Càlcul del temps tipus    Temps de màquines

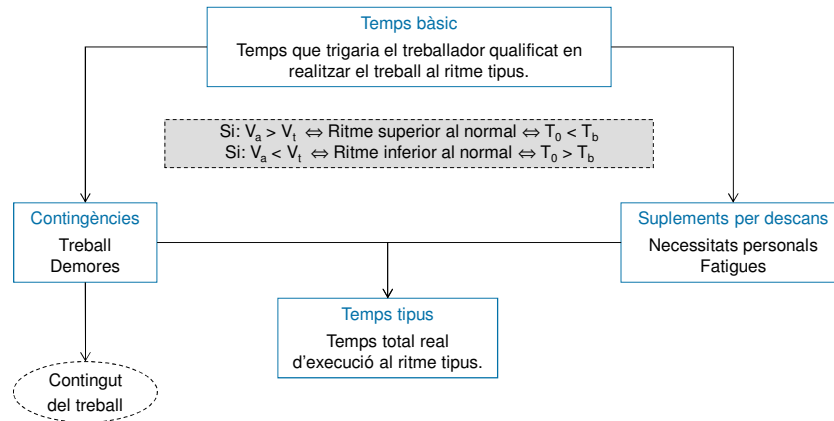
54



### 3. Estudi dels temps de treball

Procurement d'anàlisi    Càlcul del temps bàsic    Càlcul del temps tipus    Temps de màquines

55



### 3. Estudi dels temps de treball

Procurement d'anàlisi    Càlcul del temps bàsic    Càlcul del temps tipus    Temps de màquines

56

#### Temps i índexs de màquines

- **Temps màxim de màquina:** Màxim teòric durant el qual podria funcionar la màquina en un període de temps donat.
- **Temps utilitzable:** Temps de la jornada durant la qual la màquina té a un operari que l'atén.
- **Temps inactiu:** Temps en que la màquina podria utilitzar-se per produir, però no s'aprofita per falta de treball, materials o operaris.
- **Temps accessoris:** Temps en el qual la màquina deixa momentàniament de produir mentre es revisa, s'adapta, etc.
- **Temps mort:** Temps durant el qual la màquina no pot funcionar per avaries o operacions de manteniment.
- **Temps en funcionament:** És aquell durant el qual la màquina funciona efectivament (temps utilitzable menys temps morts, inactius i accessoris).
- **Temps en funcionament normal:** És el que hauria de trigar la màquina en produir certa quantitat d'outputs funcionant en condicions normals.
- **Índex d'utilització efectiva:** Temps en funcionament normal / Temps utilitzable.
- **Índex d'utilització de la màquina:** Temps en funcionament / Temps utilitzable.
- **Índex d'eficiència de la màquina:** Temps en funcionament normal / Temps en funcionament.

### 3. Estudi dels temps de treball

Procediment d'anàlisi    Càlcul del temps bàsic    Càlcul del temps tipus    Temps de màquines

57

**Exercici 4:** Determinar la suma dels suplementes per unitat de producte tenint en compte les dades adjuntes en la següent taula.

Operació 1: Agafar un contenidor buit i portar-lo a la cadena d'ompliment.

$T_0$	3'	2,5'	4'	4,5'	2,5'	4,5'
$V_0$	105	120	90	90	110	100

Operació 2: El contenidor s'omple automàticament d'aigua amb un temps tipus d'1 minut.

Operació 3: Tirar tinta de color al contenidor amb un temps bàsic de 4,5 minuts.

Operació 4: Barrejar la mescla del contenidor amb un temps bàsic de 2,2 minuts.

Cada cert període de temps cal omplir el bidó de tinta, operació que dura 15' i que té lloc cada 500 contenidors.

En algunes ocasions, els contenidors plens es poden trencar. Es van realitzar cinc inspeccions i es va observar que de 100 contenidors, 5 es van trencar, destinant 10 minuts a cada inspecció.

Totes les operacions tenen un suplement del 4% per necessitats personals, i la quarta té un suplement del 6% per haver-se de realitzar de peu.

## MÒDUL 4 LOCALITZACIÓ

## Localització

59

- 1 Conceptes de localització
- 2 Càlcul de distàncies
- 3 Assignació de productes a parcel·les
- 4 Problemes de cobriment

## 1. Conceptes de localització

Definicions Nomenclatura

60

**Definició:** La localització és una decisió clau en el disseny del sistema productiu. Significa respondre a la pregunta: quina és la millor ubicació del sistema?

**Característiques:** Decisió multicriteri i/o jerarquizada que admet múltiples classificacions:

- Manufactura - serveis
- Segons el tipus d'instal·lació
- Espai continu - discret
- Una instal·lació - múltiples instal·lacions (amb o sense interacció)
- Segons l'estructura de la xarxa de comunicacions (distància rectangular, euclídea, etc.)

## 1. Conceptes de localització

Definicions Nomenclatura

61

### Consideracions sobre el problema

- ✓ És una decisió estratègica i a llarg termini.
- ✓ Acostumen a intervenir diversos factors o criteris que condicionen la decisió.
- ✓ Porta associades altres tipus de decisions.
- ✓ Implica costos elevats en inversions i en la modificació del procés productiu.
- ✓ La localització pot ser d'una o varies instal·lacions.
- ✓ Pot afectar a la demanda, al servei, al client i al posicionament competitiu.
- ✓ La decisió es pren a partir d'informació incompleta i d'estimacions.

## 1. Conceptes de localització

Definicions Nomenclatura

62

### Models de localització

- ✓ **Models de localització en el pla:** Les instal·lacions i la demanda es distribueixen en qualsevol punt d'un pla. El transport s'associa al concepte de distància.
- ✓ **Models de localització en xarxes:** Les instal·lacions, la demanda i el transport es restringeixen a una estructura en xarxa.
- ✓ **Models de localització discrets:** Existeix un conjunt finit de localitzacions potencials i una matriu de distàncies entre aquestes i els clients.

### Model d'optimització de costos

En una porció de l'espai hi ha  $n$  punts ( $P_1, \dots, P_n$ ), amb  $n$  instal·lacions. L'objectiu és el de determinar la posició d'una nova instal·lació en base al cost de transport.

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_i \text{ [um/u.distància]: pes associat a la instal·lació } i \text{ (punt } P_i) \rightarrow \text{Cost} \cdot N^\circ \text{ moviments} \\ \text{Cost per unitat de distància i unitat de moviment} \\ N^\circ \text{ de moviments entre } X \text{ (nova instal·lació) i } P_i \\ d [X, P_i] \text{ [unitat distància]: distància entre } X \text{ i } P_i \end{array} \right. \quad [\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot d(X, P_i)$$

## 2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals Problemes bidimensionals Corbes isocost

63

### Distància rectangular

$a_i$  = coordenada de la instal·lació  $i$   
 $x$  = coordenada de la nova instal·lació  
 $\omega_i$  = pes associat a la instal·lació  $i$

$$d_r(x, P_i) = |x - a_i|$$

$$[\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot |x - a_i|$$

- ✓ És una funció no continua (no és derivable).
- ✓ L'òptim és un punt que no té a la dreta ni a l'esquerra més de la meitat del pes total.

## 2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals Problemes bidimensionals Corbes isocost

64

### Distància euclídea

En una dimensió, és exactament el mateix que la distància rectangular.

$$d_e(x, a_i) = \sqrt{(x - a_i)^2} = |x - a_i| \rightarrow d_e(x, a_i) = d_r(x, a_i) \rightarrow [\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot |x - a_i|$$

### Distància quadràtica

$$d_q(x, a_i) = (x - a_i)^2 \rightarrow [\text{MIN}] f(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot (x - a_i)^2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f(x)}{\partial x} = 0 &\rightarrow \frac{\partial f(x)}{\partial x} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot (x - a_i) = 0 \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} > 0 &\rightarrow \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i = 2 \cdot W > 0 \end{aligned} \right\} x = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot a_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot a_i}{W}$$

- ✓ És una funció continua (és derivable).
- ✓ El punt  $x$  buscat equival al centre de masses o centre de gravetat.
- ✓ Aquesta distància penalitza la llunyania (s'eleva una distància a un exponent).



## 2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals Problemes bidimensionals Corbes isocost

65

### Distància euclídea (I)

$$[\text{MIN}] f(x, y) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2}$$

Resolució per un procediment iteratiu:

$$x^{[k+1]} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \cdot g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}{\sum_{i=1}^n g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}$$

$$y^{[k+1]} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i \cdot g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}{\sum_{i=1}^n g_i[x^{(k)}, y^{(k)}]}$$

$$g_i[x^{(k)}, y^{(k)}] = \frac{\omega_i}{\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2 + \varepsilon}}$$

$\varepsilon \ll \infty$  Valor molt petit per evitar  
 $\varepsilon \rightarrow 0$  una divisió entre zero.

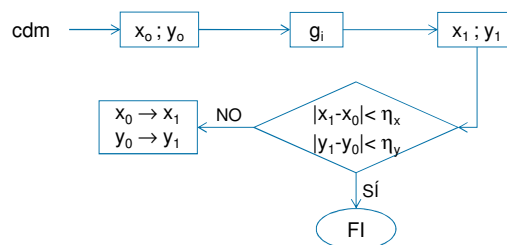
## 2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals Problemes bidimensionals Corbes isocost

66

### Distància euclídea (II)

Procediment iteratiu, a partir del cdm:



Exemple pel cas anterior

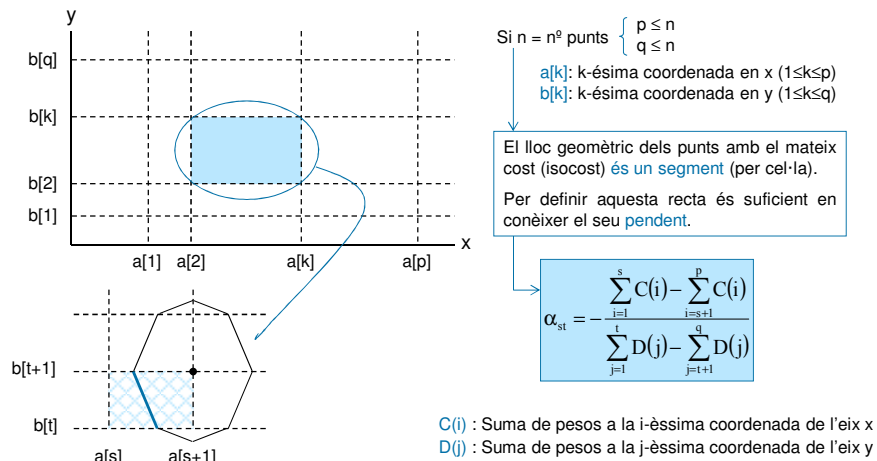
$$\left. \begin{array}{l} \text{cdm } (x^0, y^0) = (7,53 ; 4,23) \\ \varepsilon = 10^{-10}; \eta = 0,01 \end{array} \right\} \rightarrow 7 \text{ iteracions} \rightarrow \begin{array}{l} x^* = 7,9959 \\ y^* = 3,9999 \end{array}$$

## 2. Càlcul de distàncies

Problemes unidimensionals Problemes bidimensionals **Corbes isocost**

67

### Càlcul de les línies isocost pel cas de distàncies rectangulars



## 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte **Varis productes**

68

### Nomenclatura habitual

$m$  articles o productes diferents ( $i = 1, 2, \dots, m$ )

$n$  parcel·les de magatzem ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$p$  molls de càrrega o descàrrega ( $k = 1, 2, \dots, p$ )

$A_i$  : número de parcel·les necessàries per l'article  $i$

$c_{ij}$  : cost d'ubicar una unitat del producte  $i$  a la parcel·la  $j$

$d_{kj}$  : distància entre el moll  $k$  i la parcel·la  $j$

$\delta_{ij}$  : distància ponderada recorreguda si s'ubica el producte  $i$  a la parcel·la  $j$

$w_k$  : proporció de moviments de l'article pel moll  $k$

$$\delta_j = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^p w_k \cdot d_{kj}$$

### Procediment per resoldre els problemes

1. Ordenar les parcel·les en sentit no decreixent de les distàncies ponderades  $\delta_j$ .
2. Assignar les  $A$  parcel·les amb els valors  $\delta_j$  menors.

### 3. Assignació de productes a parcel·les

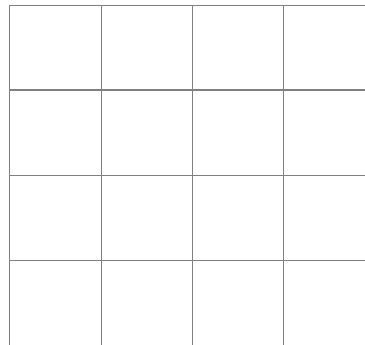
Nomenclatura **1 producte** Varis productes

69

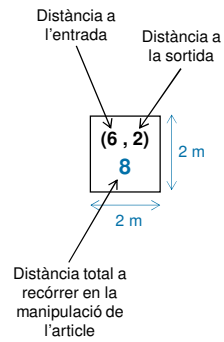
#### Exemple 1: Assignació d'un producte

$A = 13$

Moll de sortida ←



Moll d'entrada ↑



### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura **1 producte** Varis productes

70

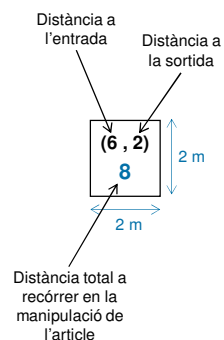
#### Exemple 1: Assignació d'un producte

$A = 13$

Moll de sortida ←

(10,4) 14	(8,6) 14	(8,8) 16	(10,10) 20
(8,2) 10	(6,4) 10	(6,6) 12	(8,8) 16
(6,2) 8	(4,4) 8	(4,6) 10	(6,8) 14
(4,4) 8	(2,6) 8	(2,8) 10	(4,10) 14

Moll d'entrada ↑



### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte **Varis productes**

71

#### Nomenclatura habitual

$u_i$  : els moviments totals de l'article  $i$

$v_k$  : proporció d'articles que passen pel moll  $k$   
(per cada moll, la proporció és la mateixa per tots els articles)

$u_i'$  : volum per parcel·la de l'article  $i$  (rotació)  $\rightarrow u_i' = \frac{u_i}{A_i}$

$f_j$  : distància ponderada a la parcel·la  $j \rightarrow f_j = \sum_{k=1}^p v_k \cdot d_{kj}$

$$C_{ij} = u_i' \cdot f_j$$

Distància total recorreguda per unitat de temps assignant l'article  $i$  a la parcel·la  $j$

### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte **Varis productes**

72

#### Exemple 2: Assignació multi-producte

Moll d'entrada

Moll de sortida

Prod	$A_i$	$u_i$	$u_i'$	Ordre
Q	10	50		
R	7	25		
S	5	75		

		↓		↑		

### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura 1 producte **Varis productes**

73

#### Exemple 2: Assignació multi-producte

Prod	$A_i$	$u_i$	$u_i'$	Ordre
Q	10	50	5	2
R	7	25	3,6	3
S	5	75	15	1

	Moll d'entrada	Moll de sortida	
(4,8) 12			(8,4) 12
(6,10) 16	(4,8) 12	(8,4) 12	(10,6) 16
(8,12) 20	(6,10) 16	(10,6) 16	(12,8) 20
(10,14) 24	(8,12) 20	(12,8) 20	(14,10) 24
(12,16) 28	(10,14) 24	(14,10) 24	(16,12) 28
(14,18) 32	(12,16) 28	(16,12) 28	(18,14) 32

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

### 4. Problemes de cobriment

Nomenclatura **Exemple**

74

**Objectiu:** Determinar la quantitat d'instal·lacions i la seva localització dins d'un espai delimitat, de manera que aquestes instal·lacions donin servei a un conjunt de clients. Cada instal·lació donarà servei només a aquells clients que es trobin situats a una distància no superior a una determinada distància preestablerta.

**Variants del problema:** Existeixen dues versions.

- V.1: Determinar el nombre mínim de centres i la seva localització de manera que es doni servei a tots els clients.
- V.2: A partir d'un nombre fix d'instal·lacions es desitja donar servei al major nombre de clients possibles.

#### Mètodes de resolució

Són procediments heurístics que no garanteixen que la solució trobada sigui òptima.

#### Dominàncies

- ✓ **Fila màxima:** El lloc on ubiquem el centre ha de cobrir el màxim de poblacions.
- ✓ **Columna mínima:** Per tal d'optimitzar, buscarem que cada població estigui coberta (a ser possible) per només un centre.

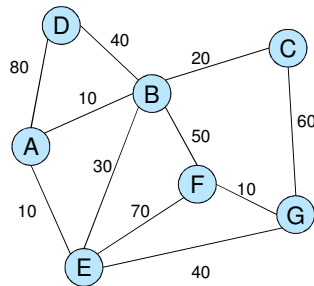
ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura Exemple

75

#### Exemple 1: Sense restricció de distàncies (només pobles veïns)



Clients a cobrir

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	10		80	10		
B	10	0	20	40	30	20	
C		20	0				60
D	80	40		0			
E	10	30			0	70	40
F		20			70	0	10
G			60	40	10	0	0

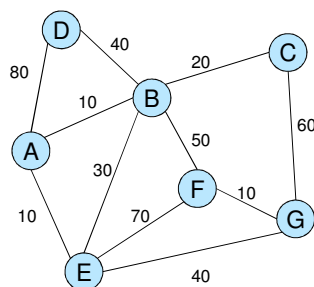
Poblacions on ubicar-hi els centres

### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura Exemple

76

#### Exemple 2: Amb restriccions de distàncies tal que $D \leq 40$ (pobles veïns i no veïns)



Clients a cobrir

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	10	30		10		
B	10	0	20	40	30		
C	30	20	0				
D		40		0			
E	10	30					40
F						0	10
G					40	10	0

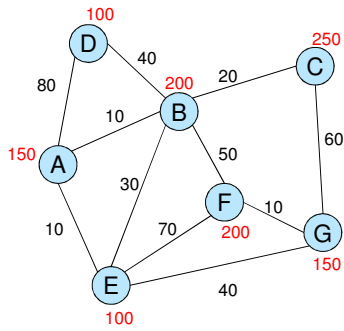
Poblacions on ubicar-hi els centres

### 3. Assignació de productes a parcel·les

Nomenclatura Exemple

77

#### Exemple 3: Cobertura màxima de clients (només pobles veïns)



Poblacions on ubicar-hi els centres

	Clients a cobrir						
	A	B	C	D	E	F	G
A	150	200		100	100		
B	150	200	250	100	100	200	
C		200	250				150
D	150	200		100			
E	150	200			100	200	150
F		200			100	200	150
G			250		100	200	150

#### MÒDUL 5

## FIABILITAT DE SISTEMES

## Fiabilitat de sistemes

79

1 Conceptes de fiabilitat

2 Fiabilitat de sistemes

## 1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

80

**Definició:** Característica d'un dispositiu expressada per la probabilitat de complir una determinada funció sota una sèrie de condicions i una durada específica.

### Característiques:

- Els resultats només serveixen per processos repetitius.
- El compliment d'una funció implica definir l'error.
- Les condicions de funcionament de l'element o sistema estan definides per l'entorn físic i l'entorn humà.
- La durada és una magnitud genèrica associada a un canvi d'estat.



## 1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

81

### Llei de supervivència (I)

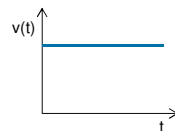
$v(t)$ : Probabilitat de que en l'instant  $t$  no s'hagi produït cap avaria. L'equip funciona.

$$v(t) = \text{prob}(T > t)$$

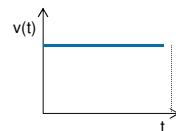
on:  $t$  = instant actual (magnitud d'evolució d'estat)  
 $T$  = instant en que té lloc l'avaría

✓ És una funció monòtona decreixent que compleix:

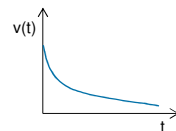
$v(0) = 1$  Producte nou  
 $v(t) = 0$ , si  $t \rightarrow \infty$  Producte infinit



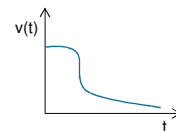
Equip etern



Equip homogeni



Equip sotmès a fatiga



Equip sotmès a desgast

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

82

### Llei de supervivència (II)

$F(t)$ : Funció de distribució d'avaries (probabilitat acumulada)  $F(t) = \text{prob}(T \leq t) = 1 - v(t)$

$f(t)$ : Funció de densitat d'avaría (probabilitat simple)  $f(t) = \frac{\partial F(t)}{\partial t} = F'(t) = -v'(t)$

$\lambda(t)$ : Taxa d'avaries (probabilitat condicional)

✓ Cas continu:  $\lambda(t) = \frac{f(t)}{v(t)} = -\frac{v'(t)}{v(t)}$

✓ Cas discret:  $\lambda(t) = \frac{f(t)}{v(t)} \approx \frac{N(t) - N(t+1)}{N(t)}$

on:  $N$ : Conjunt d'elements

$N_t$ : Elements que funcionen a l'instant  $t$

$N_{t+1}$ : Elements que funcionen a l'instant  $t+1$ ; tal que  $N_t \geq N_{t+1}$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 1. Conceptes de fiabilitat

Definicions Nomenclatura

83

### Llei Exponencial [ $\lambda(t) = \text{ctnt}$ ]

Densitat d'avaría i funció de distribució d'errors:

$$v(t) = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - v(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt = \int_0^t \lambda \cdot e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(t) = \frac{\partial F(t)}{\partial t} = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

Vida mitjana:

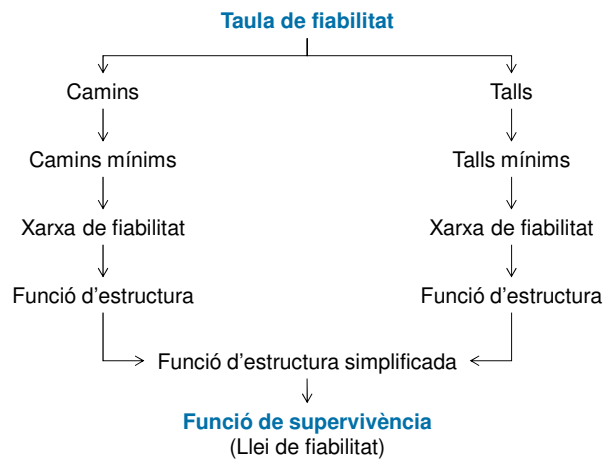
✓ Sense reposició:  $\bar{t} = \int_0^t v(t) \cdot dt = \int_0^t e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda}$

✓ Amb reposició (a  $t_0$ ):  $\bar{t}(t_0) = \int_0^{t_0} v(t) \cdot dt = \int_0^{t_0} e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda} \cdot [1 - v(t_0)] = \frac{F(t_0)}{\lambda}$

## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment Funció d'estructura Funció de fiabilitat

84



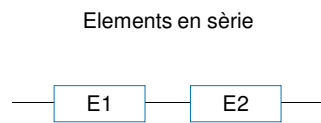
## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment    **Funció d'estructura**    Funció de fiabilitat

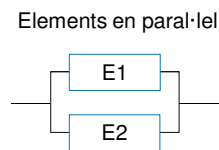
85

### Funció d'estructura

- ✓ Sistema de N elements:  $f(x_1, \dots, x_N)$
- ✓ Les variables  $x_i$  són binàries, prenent per valors 0 (no funciona) o 1 (funciona).
- ✓ Elements en **sèrie** i en **paral·lel**:



$$f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$



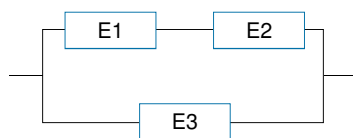
$$f(x_1, x_2) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) = x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$$

## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment    **Funció d'estructura**    Funció de fiabilitat

86

### Funció d'estructura: Exemple (I)



$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot (x_2 + x_3 - x_2 \cdot x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	f
0	0	0	0 (E1,E2,E3)
0	0	1	1 (E3)
0	1	0	0 (E1,E3)
0	1	1	1 (E2,E3)
1	0	0	0 (E2,E3)
1	0	1	1 (E1,E3)
1	1	0	1 (E1,E2)
1	1	1	1 (E1,E2,E3)

**Camins:** (E3); (E2,E3); (E1,E3); (E1,E2); (E1,E2,E3) → (E3); (E1,E2)

**Talls:** (E1,E2,E3); (E1,E3); (E2,E3) → (E1,E3); (E2,E3)

## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment    Funció d'estructura    Funció de fiabilitat

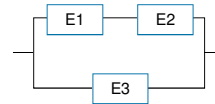
87

### Funció d'estructura: Exemple (II)

Camins:  $(E3)$ ;  $(E1, E2)$

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 - (1 - x_1 \cdot x_2) \cdot (1 - x_3) = 1 - [1 - x_3 - 1 - x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3]$$

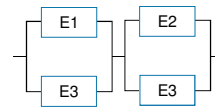
$$f(x_1, x_2, x_3) = x_3 + x_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$



Talls:  $(E1, E3)$ ;  $(E2, E3)$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= \{1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_3)\} \cdot \{1 - (1 - x_2) \cdot (1 - x_3)\} = \\ &= [1 - (1 - x_1 - x_3 + x_1 \cdot x_3)] \cdot [1 - (1 - x_2 - x_3 + x_2 \cdot x_3)] = (x_1 - x_3 + x_1 \cdot x_3) \cdot (x_2 - x_3 + x_2 \cdot x_3) = \\ &= x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 + x_3^2 - x_2 \cdot x_3^2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_3^2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2 = \\ &= x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 + x_3 - x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_3 + x_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$



$$x_1^k = x_1$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment    Funció d'estructura    Funció de fiabilitat

88

### Funció de probabilitat

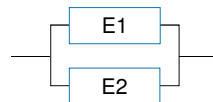
- ✓  $h(p_1, \dots, p_N)$ : Funció que representa la probabilitat de funcionament d'un sistema en funció de les probabilitats de funcionament  $(p_1, \dots, p_N)$  dels seus components.
- ✓  $p_i$ : Probabilitat de funcionament de l'element  $E_i$ .

Elements en sèrie



$$h(p_1, p_2) = p_1 \cdot p_2$$

Elements en paral·lel



$$h(p_1, p_2) = 1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) = p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2$$

ORGANITZACIÓ DE LA PRODUCCIÓ

## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment    Funció d'estructura    Funció de fiabilitat

89

**Exemple:** Donat el següent sistema format per tres elements (E1, E2 i E3) amb probabilitats 0,7; 0,8 i 0,9 respectivament, quina és la probabilitat de que funcioni correctament en un determinat instant de temps?



Camins mínims: (E1,E3); (E2,E3)

Talls mínims: (E1,E2); (E3)

$x_1$	$x_2$	$x_3$	f
0	0	0	0 (E1,E2,E3)
0	0	1	0 (E1,E2)
0	1	0	0 (E1,E3)
0	1	1	1 (E2,E3)
1	0	0	0 (E2,E3)
1	0	1	1 (E1,E3)
1	1	0	0 (E3)
1	1	1	1 (E1,E2,E3)

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1 - (1 - x_1 \cdot x_3) \cdot (1 - x_2 \cdot x_3) = x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$h(p_1, p_2, p_3) = p_1 \cdot p_3 + p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,7 \cdot 0,9 + 0,8 \cdot 0,9 - 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,846 \rightarrow 84,6\%$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = [1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2)] \cdot x_3 = (x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2) \cdot x_3$$

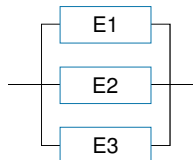
$$h(p_1, p_2, p_3) = (p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2) \cdot p_3 = (0,7 + 0,8 - 0,7 \cdot 0,8) \cdot 0,9 = 0,846 \rightarrow 84,6\%$$

## 2. Fiabilitat de sistemes

Procediment    Funció d'estructura    Funció de fiabilitat

90

**Exercici 1:** Donat el següent sistema format per tres elements (E1, E2 i E3) amb probabilitats 0,7; 0,75 i 0,8 respectivament, quina és la probabilitat de que funcioni correctament en un determinat instant de temps?



**Exercici 2:** Pels elements de l'exemple 1, els temps que transcorren des del moment en que s'inicia la producció fins que s'avarien segueixen distribucions exponencials de mitjanes iguals 150, 500 i 300 hores (respectivament). Quin és el temps mitjà de producció ininterrompuda?

**Exercici 3:** Un sistema de seguretat té una probabilitat d'avaría  $F(t=5000h)=0,3$ . Si el seu temps de vida ve descrit per una llei exponencial, determinar:

- Quina és la taxa d'avaries?
- Quina és la probabilitat de que continuï funcionant al cap de 400h?
- Quina és la vida mitjana amb reposició al cap de 4000h?