Cátedra Nissan

-PROTHIUS-

Métodos Cuantitativos de Organización Industrial: Simulación

Joaquín Bautista Valhondo, Rocío Alfaro Pozo y Alberto Cano Pérez

D-06/2011
(Rec IO-JBV)

Departamento de Organización de Empresas

Universidad Politécnica de Cataluña

Publica:

Universitat Politècnica de Catalunya
www.upc.edu

Edita:

Cátedra Nissan
www.nissanchair.com
director@nissanchair.com

Métodos cuantitativos. Simulación

Departament
d'Organització
d'Empreses

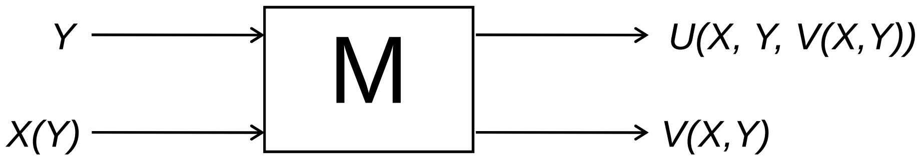
Contenido

- Introducción.
- Gestión de reloj. Simulación discreta.
- Bases para la generación de muestras de variables aleatorias.
- Generación de muestras de variables aleatorias.
  - Método de la transformada inversa.
  - Método de composición.
  - Método recursivo.
  - Método de la transformación equivalente.
  - Obtención de muestras de la ley normal.
- Análisis de resultados.
- Reducción de la varianza.
- Introducción a los lenguajes de simulación.

Introducción (I)

Concepto de Modelo matemático:

- Formalización:



$$X \in E(Y); \quad V = g(X,Y); \quad U = f(X,Y,V)$$

Y	Conjunto de parámetros o variables. No se puede actuar sobre su valor, pero influyen en el sistema
X	Conjunto de variables de acción. Pueden gobernarse dentro de ciertos límites (dependen de los parámetros). $X \in E(Y)$
V	Conjunto de variables cuyo valor resulta de los adoptados por *Y* y *X*, a través de la relación *g*
U	Conjunto de variables de evaluación del comportamiento del sistema, depende de *Y*, *X* y *V*, a través de *f*

- Modelo de Optimización: [*OPT*] $U(X, Y, V(X,Y))$ $X(Y)$, $X \in E(Y)$
- Modelo de Simulación: hallar $V(X,Y)$ para varios escenarios.

Introducción (II)

Concepto de Simulación:

Técnica que permite estudiar la evolución y el comportamiento de un sistema a lo largo del tiempo, utilizando un modelo matemático y para unos valores de $X(Y)$ e Y prefijados.

Clasificaciones de Simulación:

Sistema/Modelo	*Determinista*	*Aleatorio*
Determinista	1	2
Aleatorio	3	4

1. Establecer modelo y organizar cálculos.
2. Determinación de integrales mediante números aleatorios/genéticos, evolución diferencial.
3. Aplicar el modelo determinista para varios supuestos del valor Y.
4. Simulación típica.

Tipos de Simulación según la modificación del estado del sistema: Continua y Discreta.

Introducción (III)

Aplicaciones generales de la simulación:

- Predecir el comportamiento de un sistema.
- Evaluar el rendimiento en unas condiciones concretas.
- Analizar de sensibilidad de un sistema.
- Establecer relaciones entre las variables del sistema.
- Comparar políticas de gestión.

Introducción (IV)

Aplicaciones concretas de la simulación:

- Suprimir y/o añadir máquinas.
- Variar disponibilidad de RRHH.
- Modificar ciclos de fabricación.
- Modificar procesos de fabricación.
- Explorar valores de setup.
- Forzar incidencias (averías, rotura de stock, etc.)
- Variar capacidades productivas.
- Suprimir y/o añadir productos.
- Explorar distintas rutas.

Introducción (V)

Síntesis conceptual:

- Permite responder directamente a: ¿qué ocurrirá si se hace esto o aquello?
- NO permite responder, salvo indirectamente, a: ¿qué se debe hacer para obtener esto o aquello?
- Para obtener una buena solución, es necesario explorar diversos escenarios para seleccionar la mejor solución.
- En definitiva:
    - Es una técnica inductiva: estudia casos particulares para llegar a conclusiones generales.
    - NO es una técnica deductiva: no deriva enunciados a partir de otros dados.

Gestión de reloj. Simulación discreta (I)

Tipos de gestión:

- Intervalo fijo: SÍNCRONA.
  - Determinar la magnitud del intervalo.
  - Si el intervalo es pequeño habrá cálculos innecesarios.
  - Si el intervalo es grande se perderá detalle sobre la evolución del sistema.
- Intervalo variable: ASÍNCRONA.
  - Se debe detectar los cambios de estado en el Sistema.
  - Se debe detectar el acontecimiento más inmediato.
  - Se debe establecer y gestionar una cola de acontecimientos.

La gestión de reloj síncrona o asíncrona es válida para la simulación determinista y aleatoria.

EJEMPLO - 1: Modalidades de financiación de un proyecto.

El capital inicial para un nuevo proyecto es de 500 *um* y los saldos de cobros y pagos son, para cada uno de los próximos diez años:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Saldo (um)	-300	-200	-200	-100	0	100	200	400	400	400

Comparar las siguientes dos políticas de financiación:

I. Con préstamos a devolver el año siguiente con un interés del 20%.

II. Con préstamos a devolver en los tres años siguientes, pagando 0.5*um* por cada *um* prestada y año.

Gestión de reloj. Simulación discreta (III)

EJEMPLO - 1:

		Política I			Política II				
t	Saldo inicial	Pagos prest. *t*-1	Saldo antes final	Prest. Solicit.	Pagos prest. *t*-1	Pagos prest. *t*-2	Pagos prest. *t*-3	Saldo antes finan.	Prest. a pedir
0	500								
1	-300								
2	-200								
3	-200								
4	-100								
5	0								
6	100								
7	200								
8	400								
9	400								
10	400								

EJEMPLO - 2: Estudio de pedidos y ventas de una empresa.

Una empresa vende un artículo y su proveedor tarda 2 semanas en servirle los pedidos.

El volumen de dichos pedidos se calcula sumando la demanda prevista para la semana *t*+3 (suponiendo que se lanzan al final de la semana *t*) con las diferencias entre la demanda de *t* y las previsiones actuales para *t*+1 y *t*+2, por una parte, y las demandas previstas al final de *t*-1 para t, *t*+1 y *t*+2, respectivamente, por la otra.

El modelo de previsión es el siguiente: $\delta_{t+1} = \delta_{t+2} = \delta_{t+3} = \dfrac{\delta_{t-3} + 2\delta_{t-2} + 3\delta_{t-1} + 4\delta_t}{10}$

Comparar qué sucedería si el plazo de entrega fuera de 1 semana o si el procedimiento de previsión fuera otro, como el alisado exponencial.

Gestión de reloj. Simulación discreta (V)

EJEMPLO - 2: Estudio de pedidos y ventas de una empresa.

t	St. fin *t*-1	Pedido	St. ini *t*	D.	St. fin *t*	Δ *t*-3	Δ *t*-2	Δ *t*-1	Δ *t*	Δ *t*+*i*	Pre *t*+1	Pre *t*+2	Pre *t*+3	Corregir	Tot
1	40	100		100											
2		100		100											
3		100		100											
4				110											
5				110											
6				110											
7				110											
8				110											
9				110											
10				110											
11				110											
12				110											

Gestión de reloj. Simulación discreta (VI)

EJEMPLO - 3: Simulación de una cola (versión síncrona)

A una máquina que realiza cierto tratamiento llegan piezas a intervalos regulares de 4 minutos. Dichas piezas son de dos tipos, *A* y *B*, y los tiempos de servicio para cada unidad son de 2 y 8 minutos, respectivamente.

Se desea simular el comportamiento del sistema, en el supuesto de que, inicialmente está vacío, admite sólo a las 8 primeras piezas (*B*-*B*-*B*-*B*-*B*-*A*-*B*-*A*) y hasta que dichas piezas han sido servidas.

Gestión de reloj. Simulación discreta (VII)

EJEMPLO - 3: Simulación de una cola (versión síncrona)

Tiempo	Llegada	Cola	Servicio	Salida
0				
2				
4				
6				
8				
10				
12				
14				
16				
18				
20				
22				
24				
…	…	…	…	…

Gestión de reloj. Simulación discreta (VIII)

Simulación discreta asíncrona:

- Definición:
  - Simulación en la que el reloj avanza hasta que se produce algún acontecimiento: *el sistema cambia de estado*.
- Puntos a considerar:
  - Definir los estados del sistema.
  - Determinar los acontecimientos.
  - Organizar las colas de acontecimientos.
- Características:
  - Tratamiento más laborioso que en la simulación síncrona.
  - Información más compacta que en la simulación síncrona.
  - Detalle de la evolución del sistema más completo que en la simulación síncrona.

Gestión de reloj. Simulación discreta (IX)

EJEMPLO - 3: Simulación de una cola (versión asíncrona)

A una máquina que realiza cierto tratamiento llegan piezas a intervalos regulares de 4 minutos. Dichas piezas son de dos tipos, *A* y *B*, y los tiempos de servicio para cada unidad son de 2 y 8 minutos, respectivamente.

Se desea simular el comportamiento del sistema, en el supuesto de que, inicialmente está vacío, admite sólo a las 8 primeras piezas (*B*-*B*-*B*-*B*-*B*-*A*-*B*-*A*) y hasta que dichas piezas han sido servidas.

Gestión de reloj. Simulación discreta (X)

EJEMPLO - 3: Simulación de una cola (versión asíncrona)

Tiempo próxima llegada	Tiempo próxima Llegada
0	
4	
8	
12	
16	
20	
24	
28	

Tiempo	Llegada	Cola	Servicio	Salida

Gestión de reloj. Simulación discreta (XI)

Simulación discreta aleatoria:

- Problemas específicos:

I. Las llegadas y/o servicios son variables aleatorias:

- ¿cómo obtener muestras de variables aleatorias?
- ¿cómo generar números aleatorios (pseudoaleatorios)?

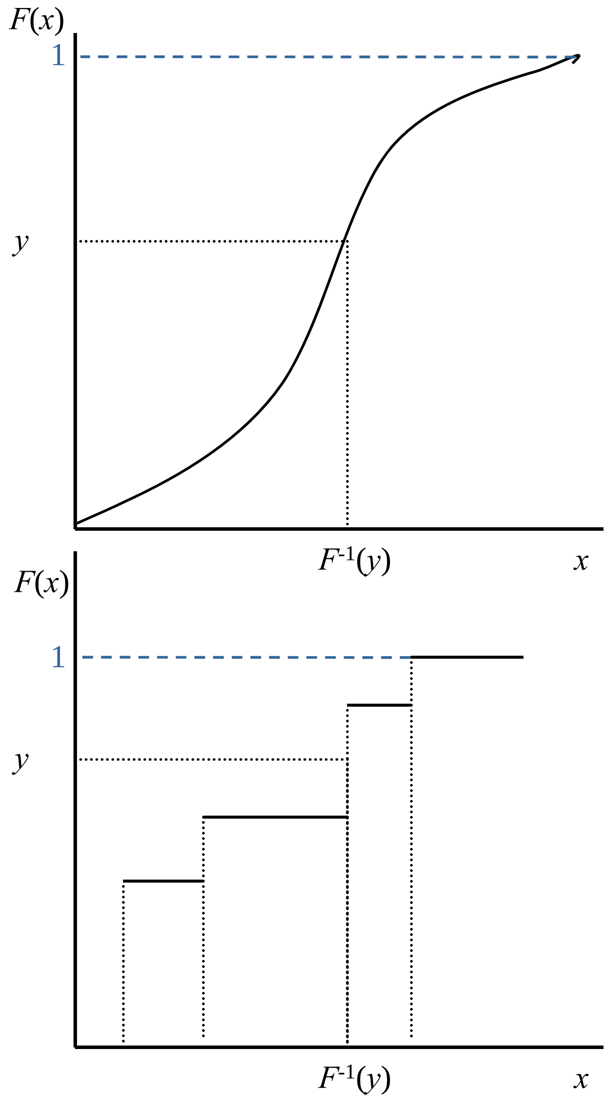
II. Las salidas son variables aleatorias:

- ¿cómo calcular las estimaciones y los intervalos de confianza?
- ¿cómo conseguir que los intervalos de confianza sean menores, para un tamaño de muestra dado?

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (I)

Procedimiento general

- Supuestos
  - Se dispone de una fuente de dígitos con idéntica probabilidad y con extracciones independientes, x.
  - Se conoce la función de distribución de la variable de la que se desea una muestra, $F(x)$.
- Procedimiento
  - Generar un número distribuido uniformemente en $[0, 1] \to y$.
  - Determinar la anti-imagen de $y \to x = F^{-1}(y)$.
- Caso continuo y caso discreto.



Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (II)

Fuentes de dígitos aleatorios

- Se trata de obtener una fuente de dígitos aleatorios: equiprobables U[0, 1].
- Dispositivos: físicos o tablas
- Una solución: números pseudoaleatorios.

Obtención de números pseudoaleatorios

- Idea de von Neumann $\rightarrow$ números pseudoaleatorios:
- Procedimiento de los cuadrados (parte central) de von Neumann:

P0. Partir de un número cualquiera, S_0, de "m" dígitos.

P1. Elevar S_k al cuadrado y obtener S'_{k+1}.

P2. Tomar los "m" dígitos centrales de S'_{k+1} con lo que se obtiene S_{k+1}, e ir a P1.

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (III)

EJEMPLO - 4: Obtención de números pseudoaleatorios. Procedimiento de los cuadrados (parte central)

$S_0 = 3456;\quad S_0^2 = 11\|9439\|36;\quad S_1 = 9439$					
3456	5954	0275	8333	7492	8100
9439	4501	0756	4388	1300	6100
0947	2590	5715	2545	6900	2100
8968	7081	6612	4770	6100	4100
4250	1405	7185	7529	2100	8100
0625	9740	6242	6858	4100	6100
3906	8676	9265	0321	8100	2100
2568	2729	6406	1030	6100	4100
5946	4474	0368	0609	2100	8100
3549	0166	1354	3708	4100	6100

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (IV)

Método congruencial mixto

Tomar un valor inicial o semilla, S_0, y calcular la sucesión de valores:

$$S_{i+1} = (a + b \cdot S_i) \bmod L$$

S_i es entero, $r_i = S_i / L \in [0, (L-1)/L]$.

L: constante modular;

a: coeficiente aditivo, y

b: coeficiente multiplicativo.

Sucesión determinista: mismo $S_0 \rightarrow$ misma sucesión.

Ejemplo: $S_{i+1} = 7+5 \cdot S_i$ mod 8 *y* $S_0 = 4$

S_i	$S_{i+1} = 7+5 \cdot S_i$	Mod 8
4	27	3
3	22	6
6	37	5
5	32	0 – 8
0	7	7
7	42	2
2	17	1
1	12	4

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (V)

Pruebas:

- Equiprobabilidad
  - frecuencia de aparición de los dígitos 0-9 es de 1/10
  - condición necesaria pero no suficiente,
  - hacer la prueba χ^2 o Kolmogorov-Smirnov
- Aleatoriedad de las apariciones ≡ prueba de Ráfagas
  - Ráfaga: conjunto de números consecutivos dentro de una secuencia, tal que todos sus elementos tienen un valor superior (o inferior) al de la mediana.
  - Procedimiento

P0. Hallar la mediana de una sucesión de N valores,

P2. Sea n el número de valores que están por encima o por debajo de la mediana; se hace la hipótesis que $R \sim N(\mu, \sigma)$, con $\mu = n+1$, $\sigma^2 = n \cdot (n-1)/(2n-1)$,

P3. Comprobar para un riesgo determinado α si se cumple la hipótesis nula

EJEMPLO - 5: Simulación de un almacén

La demanda diaria de un artículo se produce según las siguientes probabilidades:

i (número de unidades)	1	2	3	4
P_i *(probabilidad)*	0.1	0.2	0.3	0.4

Cada día llegan, de forma regular, 3 unidades que el proveedor sirve al inicio de la jornada.

Cuando al final del día t el stock es nulo, se pide una unidad complementaria, que el proveedor sirve al inicio del día $t + j$, donde j sigue una ley uniforme entre 2 y 5.

La demanda no servida por falta de stock se pierde, y los costes de rotura y posesión se estiman en 1000*um*/*u* y 1*um*/*u*·*día,* respectivamente.

Se trata de estimar los costes en 2 semanas de 5 días, partiendo de un stock inicial de 3 unidades, considerando que ya se tiene en cuenta el pedido que llega el primer día y que no hay ningún pedido especial.

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (VII)

EJEMPLO - 5: Simulación de un almacén

i	1	2	3	4
P_i	0.1	0.2	0.3	0.4

$j \sim$ Ley Uniforme (2, 5)

Demanda	y_i
1	0
2	1,2
3	3,4,5
4	6,7,8,9

Días servicio	y_j
2	00-24
3	25-49
4	50-74
5	75-99

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (VIII)

EJEMPLO - 5: Simulación de un almacén

				Demanda				Días serv.	
t	Stock fin *t*-1	Lleg.	Stock ini. *t*	y_i	$Demanda_i$	Stock fin *t*	Rupt.	y_j	$Días_j$
1	-	-	3						
2		3							
3		3							
4		3							
5		3							
6		3							
7		3							
8		3							
9		3							
10		3							

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (IX)

EJEMPLO - 6: Simulación de una entidad financiera

A la oficina de una entidad financiera llegan clientes de tal manera que la probabilidad del tiempo entre llegadas sucesivas es la siguiente:

Tiempo (minutos)	1	2	3	4	5
P_i *(probabilidad)*	0.2	0.2	0.3	0.2	0.1

Un 20% de los clientes hace consultas diversas y el resto realizan operaciones que se tienen que procesar a través de un terminal.

Se atiende a los clientes con 2 empleados, *A* y *B*, que tardan en atenderlos un tiempo que sigue una distribución uniforme entre 1 y 4 minutos para los clientes que hacen operaciones y una distribución uniforme entre 2 y 7 minutos para los que hacen consultas. Los primeros, una vez atendidos, pasan al terminal, cuyo tiempo de procesamiento tiene la siguiente probabilidad.

Tiempo (minutos)	1	2	3	4	5
P_i *(probabilidad)*	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1

Se trata de simular el funcionamiento de la entidad para los 5 primeros clientes del día.

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (X)

EJEMPLO - 6: Simulación de una entidad financiera

Llegadas	
t	*Y*
1	0-1
2	2-3
3	4-6
4	7-8
5	9

Tipo	
C/O	*Y*
C	0-1
O	2-9

T. Operac.	
t	*y*
1	00-24
2	25-49
3	50-74
4	75-99

T. Consultas	
t	*Y*
2	000-165
3	166-331
4	332-497
5	498-663
6	664-829
7	830-995

T. Term.	
t	*T*
1	0-2
2	3-5
3	6-7
4	8
5	9

Bases para la generación de muestras de variables aleatorias (XI)

EJEMPLO - 6: Simulación de una entidad financiera

Llegadas		
y	t	T

y=5,7,4,8,4

Tipo	
y	C/O

y=4,6,3,0,7

Tiempo servicio				
i	C/O	y	t	T

y=97,12,48,461,93

Terminal		
Y	t	T

y=1,0,7,8

T	Llegada	Cola AB	A	B	Cola Terminal	Terminal	Salida

Generación de muestras de variables aleatorias (I)

Método de la transformación inversa

Sea y un valor pseudoaleatorio $\in$ [0, 1].

1. Ley EXPONENCIAL (de parámetro λ) ($E(\lambda)$): $F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \ : x = -\frac{1}{\lambda} Ln(1-y)$
2. Ley UNIFORME (entre a y b) ($U[a, b]$): $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$: $x = a + (b-a)y$

Método de composición

3. Ley BINOMIAL ($B(n, p)$): $P(x,n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

   $X = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n; \ x_i \ U[0,1]$

   Datos: n : p

   X=0

   Desde i=1 **hasta** n

       Si RND(i)<=p **entonces Hacer**: X=X+1

   Fin Desde

   Rdo = X

Generación de muestras de variables aleatorias (II)

Método recursivo

4. Ley POISSON: $P(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$: $P(x+1) = \frac{\lambda}{x+1} P(x)$

Datos: λ ; $X = 0$: $F = P = \exp(-\lambda)$

Generar y

Mientras $F<y$,

Hacer: $P = \lambda/(X+1)\cdot P$: $F = F+P$: $X = X+1$

Fin Mientras

Rdo = X

Método de la transformación equivalente

5. Ley de POISSON: Si t sigue una ley exponencial, $x = 1/t$ sigue una ley de POISSON

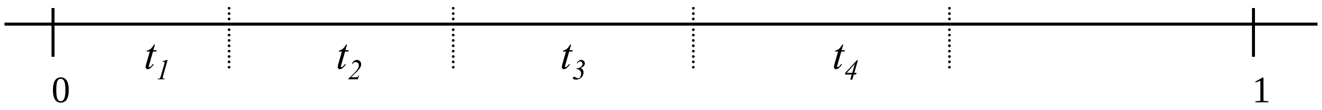
Datos: $t = 0$: $X = 0$

Mientras $t<1$,

Hacer: $X=X+1$: $t=t-(1/\lambda)$ Ln (RND)

Fin Mientras

Rdo = X



Generación de muestras de variables aleatorias (III)

Método de composición

6. Ley ERLANG-*k* (de parámetro μ) ($E_k(\mu)$):

$$X = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n;\ x_i\ sigue\ EXPONENCIAL;\ X\ sigue\ ERLANG - n$$

x sigue una Erlang-k, si se puede expresar como la suma de k variables $x = x_1 + x_2 + ... + x_k$, donde x_i sigue una ley exponencial de media $1/\lambda$ y son independientes entre sí. Si $k = 1 \Rightarrow$ ley exponencial, Si $k \rightarrow \infty \Rightarrow$ se tiende a la ley normal.

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\prod_{i=1}^{k} y_i\right) = -\frac{\mu}{k}\ln\left(\prod_{i=1}^{k} y_i\right)$$

Obtención de muestras de la ley normal (I)

7. Ley NORMAL ($N(\mu, \sigma)$):

Las muestras de cualquier variable z que sigue una $N(\mu, \sigma)$, se obtienen a partir de una variable t que sigue una $N(0, 1)$: $z = \mu + t \cdot \sigma$

Para obtener muestras de t que siguen una $N(0, 1)$:

Tablas de la función de distribución de la ley normal centrada y reducida:

Generación de muestras de variables aleatorias (IV)

Obtención de muestras de la ley normal (II)

- Aproximaciones a la ley normal de $x = F^{-1}(y)$.
- Aplicación del Teorema central del límite: "*la suma de variables aleatorias independientes tiende a seguir una ley N(μ, σ) (con $\mu = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$ y $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2$ de las variables) cuando el número de sumandos tiende a ∞*".

$$Si\ n = 12 \Rightarrow t = \sum_{i=1}^{12} y_i - 6$$

- Fórmulas de Box-Müller: $t' = (-2 \cdot \ln y')^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(2\pi \cdot y'')$

$$t'' = (-2 \cdot \ln y')^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sen}(2\pi \cdot y'')$$

EJEMPLO - 7: Simulación de un telar

Un tejedor se encarga de 4 telares idénticos (A, B, C y D) en los que se producen esporádicamente roturas de hilos. El tiempo desde que un telar se enciende hasta que se avería sigue una ley exponencial de media 20 minutos. El 25% de las roturas son de urdido y el resto de trama y el tiempo necesario para la reparación de cada una de ellas sigue una $N(2, 0.3)$ y una $E_2(0.5)$ minutos, respectivamente.

Las distancias entre telares (expresada en minutos que tarda el tejedor para desplazarse) son:

	B	C	D
A	0.1	0.16	0.28
B		0.18	0.20
C			0.24

Cuando repara un telar, el tejedor se desplaza al averiado más próximo, sin considerar la posibilidad de cambio de itinerario porque se produzca una nueva avería mientras se desplaza.

Se trata de determinar el tiempo que están activos los telares y el tejedor durante un turno de 8 horas.

Generación de muestras de variables aleatorias (VI)

EJEMPLO - 7: Simulación de un telar

Averías
x=-20·ln(y)

Tipo	y
Or.	00-24
Tr.	25-99

Repara Or.
x=2+0.3·t

Reparar Tr.
x=-0.25·ln(y_1+y_2)

y	x_A	T

y = .10, .52, .32, .93, .55,.71,...

y	x_B	T

y = .37, .85, .71, .11, .9, .54, ...

y	x_C	T

y= .08, .8, .14, .24, ...

y	x_D	T

y= .12, .54, .12, .04, ...

Generación de muestras de variables aleatorias (VII)

EJEMPLO - 7: Simulación de un telar

Tiempo despla.	***y* *O/T***	***O/T***	***y* *R.O***	***t* *R.O.***	**Tiempo *R.O.***	**y_1 *R.T.***	**y_2 *R.T.***	**Tiempo *R.T.***	***T***

Tiempo	***A***	***B***	***C***	***D***	**Tejedor**

Análisis de resultados (I)

Distinguir claramente si se desea estudiar el sistema en:

- Régimen permanente
- Régimen transitorio

Estudio de régimen transitorio

Una simulación da una idea muy vaga $\rightarrow$ se hacen diversas simulaciones y se hallan valores promedio.

Para estimar la media de una variable que caracterice el funcionamiento de un sistema, se deben realizar un cierto número, n, de simulaciones independientes.

La independencia de las simulaciones permite calcular el intervalo de confianza de la estimación.

Análisis de resultados (II)

Intervalo de confianza de la estimación (I)

- Si las observaciones proceden de una población distribuida normalmente, el intervalo de confianza es:

$$\overline{x}_i \pm t_{|\mathrm{O}(i)|-1,\alpha} \frac{\sqrt{|\mathrm{O}(i)| \sum_{k_i \in \mathrm{O}(i)} x_{i_k}^2 - \left(\sum_{k_i \in \mathrm{O}(i)} x_{i_k} \right)^2}}{\sqrt{N_i |\mathrm{O}(i)| \left(|\mathrm{O}(i)| - 1 \right)}} \quad \forall i \in I;$$

donde:

I	es el conjunto de acontecimientos.
$t_{v,\alpha}$	es la ley Student-Fisher para v grados de libertad y riesgo bilateral α.
$\lvert\mathrm{O}(i)\rvert$	es el número de observaciones de la muestra asociada al acontecimiento i.
x_{i_k}	es el valor de la magnitud (tiempo entre llegadas, tiempo entre salidas, stocks) de la *k-ésima* observación asociada al acontecimiento i.
N_i	es el tamaño de la población asociada al acontecimiento i.
$\overline{x}_i$	es el valor medio de la magnitud del conjunto de observaciones del acontecimiento i.

Análisis de resultados (III)

Intervalo de confianza de la estimación (II)

- Si no se cumple el supuesto de distribución normal → transformar los datos hasta obtener valores distribuidos normalmente y utilizar el Teorema central del límite.

- Dada una muestra de n observaciones, la proporción de elementos que poseen una propiedad es ω'_{j}, , y el intervalo de confianza es:

$$\hat{\omega}_j \pm t_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\omega'_j\left(1-\omega'_j\right)}{N}} \qquad \forall j \in J, \text{donde } J \text{ es el conjunto de propiedades}$$

donde:

J es el conjunto de propiedades (número de llegadas, número de salidas).

ω'_j es la proporción de elementos que poseen la propiedad j dentro de una muestra de n elementos.

t_α es la ley normal para riesgo bilateral α.

N es el número de elementos de la población.

Análisis de resultados (IV)

Estudio de régimen permanente

- Estudiar el permanente es muy difícil debido a la necesidad de valores independientes.
- ¿Es realmente necesario estudiar el permanente?
- ¿Cómo obtener observaciones independientes?
  - Método regenerativo
  - Repetición de simulaciones
  - Formación de lotes en periodos consecutivos

Reducción de la varianza

- Cuanto mayor es la varianza de los resultados, mayor es el tamaño de la muestra necesaria para una precisión dada.
- Técnicas de reducción de la varianza:
  - Aumentar el tamaño de la muestra.
  - Reducir las causas de variación.

Observación

La simulación es una técnica cara, hay que hacer el modelo, simular, calcular medias, analizar resultados y hacer pruebas. No obstante, su empleo puede dar solución a muchos problemas complejos.

Introducción a los lenguajes de simulación

- Los PC's resultan imprescindibles en la simulación debido al gran número de operaciones a realizar.
- Para realizar una aplicación se puede hacer de 2 formas:
  - Utilizar un lenguaje de programación normal.
  - Utilizar un lenguaje de programación especializado.
- Diversos lenguajes de simulación:
  - ARENA
  - WITNESS