



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

**CÁLCULO DE LA TENSIÓN DE PARED EN
PROBLEMAS CARDIOVASCULARES UTILIZANDO
FLUIDOS NO NEWTONIANOS**



Memoria y Anexos

Autor: Sergio Calvo Silveria
Director: Eduardo Soudah Prieto
Co-Director: Rubén Zorrilla Martínez
Convocatoria: Enero 2020

Resumen

Cuando se realiza un estudio del flujo sanguíneo en el sistema cardiovascular, la mayoría de autores, tratan la sangre como si fuese un caso ideal en estado estacionario y el fluido como newtoniano, si bien esta aproximación permite obtener buenos resultados, en la realidad el flujo sanguíneo se comporta de esta manera, ya que este es pulsátil debido al impulso del corazón. Los efectos de dicho impulso tienen mayor importancia en los vasos sanguíneos grandes y cercanos al corazón (arterias), disminuyendo así hasta llegar a los vasos más alejados y pequeños (capilares), donde el efecto de la onda de presión es prácticamente imperceptible. Otra discrepancia entre autores es la diferencia entre tratar el fluido como newtoniano o no newtoniano, pues es sabido que la sangre para bajas tasas de cizalladura presenta comportamiento no newtoniano, sin embargo, a partir de 100 s^{-1} la viscosidad se vuelve constante.

En este documento vamos a comparar los resultados obtenidos del Wall Shear Stress (WSS) o esfuerzo cortante, obtenidos modelando la sangre como fluido newtoniano contra los obtenidos si se modeliza como no newtoniano con el fin de poder observar la diferencia existente dependiendo del modelo que escojamos.

Los resultados serán valorados en 4 geometrías diferentes de arterias coronarias con estenosis, con el fin de poder observar de manera gráfica la distribución de WSS, el perfil de velocidad en ciertas secciones, así como el gradiente de presión existente. Con los datos analizados, se puede observar que el modelo Newtoniano obtiene valores de mayor magnitud.

Resum

Quan s'estudia el flux de la sang en el sistema cardiovascular, gran part dels autors, la modelitzen com a fluid ideal en estat estacionari i el fluid com newtonià, cosa que permet aconseguir uns bons resultats. A la realitat el flux de la sang no pot ser considerat en la seva totalitat d'aquesta manera, doncs el flux es pulsatiu degut a que es moguda pel cor. Els efectes de l'impuls tenen major importància en els vasos sanguinis grans i propers al cor (arteries), disminuint aquests fins arribar als vasos mes allunyats i petits (capil·lars) on l'efecte de la ona de pressió es negligible. Una altre diferencia entre els autors es, si el fluid deu ser tractat com a fluid newtonià o no newtonià, doncs es sap que la sang per a baixos esforços tallants te un comportament no newtonià, pero a partir de 100 s^{-1} la viscositat es torna constant.

En aquest document es fara una comparació dels resultats obtinguts al càlcul del Wall Shear Stress (WSS) modelitzant la sang com a fluid newtonià contra els obtinguts sí es modelitza com a fluid no newtoniano per tal de veure la diferencia existent depenent del model que s'agafi.

Es farà una valoració dels resultats en 4 geometries diferents d'arteries coronaries amb estenosi, per poder comprovar de manera gràfica la distribució del WSS, el perfil de velocitat a les seccions seleccionades, així com el gradient de pressió. Amb l'anàlisi de les dades, es possible comprovar que en el model newtonià s'obtenen valors de major magnitud.

Abstract

Several researches about the blood flow in cardiovascular system have been done. Most of those researches were made with an ideal blood model, i.e. giving a Newtonian behaviour to the fluid studying a steady state which enables us to get good results. Indeed, blood cannot be taken in this way as a whole since the blood flow is pulsatile due to the heart acting as a pump. This effect has more relevance in blood vessels with bigger radius and close to the heart (arteries), decreasing it until the littler vessels and furthest (capillaries) where it is practically negligible. Another disagreement among authors is, the difference in the Newtonian and non-Newtonian behaviour of blood. Although, it is known that blood behaves as a non-Newtonian fluid with low shear rates (under 100 s^{-1}), with higher shear rates has a Newtonian behaviour and its viscosity turns constant.

The aim of this work is to do a comparison between the WSS (wall shear stress) values obtained using a Newtonian model for the blood and the ones obtained with a non-Newtonian constitutive model.

Results will be analysed on 4 different geometries of coronary arteries with stenosis in order to compare in a graphic way the WSS distribution, the velocity profile in specified sections and the pressure gradient. Once the data analysis is done, it is possible to check that Newtonian model obtain higher values.

Agradecimientos

Agradecer a Eduardo y Rubén, director y co-director de este proyecto, el apoyo y paciencia mostrados durante la realización, así como los consejos y ayuda ofrecidos para tratar ciertos aspectos de manera satisfactoria.



Glosario

CFD - Dinámica computacional de fluidos

CAD - Diseño asistido por ordenador

CIMNE - Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería

WSS - Esfuerzo tangencial de cizalladura en la pared

Re – Número de Reynolds [-]

Re – Número de Reynolds generalizado [-]

Re,B – Número de Reynolds de Bingham [-]

He – Número de Hedstrom [-]

α – Número Womersley [-]

ω – velocidad angular [rad/s]

T – período [s]

Hct – Hematocritos [%]

ρ – Densidad del fluido [kg/m³]

μ - Viscosidad dinámica del fluido [Pa·s]

n – índice de potencia del fluido [-]

m – índice de consistencia del fluido [Pa·sⁿ]

f – factor de fricción de Fanning [-]

τ, τ_w – Esfuerzo tangencial de cizalladura [Pa]

τ_0 – Esfuerzo cortante inicial [Pa]

\bar{v} ; v_{med} ; u_{avg} ; c ; V_m – velocidad media del fluido [m/s]

A; A_m – Área de la sección [m²]

D – Diámetro [m]

R, r – Radio [m]

Q, q – caudal volumétrico [m³/s]

WSR, $\dot{\gamma}$ – Tasa de cizalladura [s⁻¹]

ΔP – Diferencia de presión [Pa]



Índice de ilustraciones

Ilustración 3-1. Representación del sistema cardiovascular [26].	21
Ilustración 3-2. Representación del corazón [27].	22
Ilustración 4-1. Representación esquemática de los esfuerzos [11]	26
Ilustración 4-2. Representación esquemática del esfuerzo tangencial en una sección [11]	26
Ilustración 4-3. Representación esquemática de esfuerzo tangencial en una sección cilíndrica [12].	27
Ilustración 5-1. Tipos de flujos	30
Ilustración 5-2. Desglose de las ecuaciones de Navier-Stokes [12].	30
Ilustración 5-3. Representación esquemática del flujo de Poiseuille.	32
Ilustración 5-4. Perfil de velocidad para diferentes α [9].	33
Ilustración 5-5. Perfil de velocidad para diferentes números de Womersley e instantes de tiempo [5]	36
Ilustración 5-6. Tipos de fluidos según el esfuerzo [24].	38
Ilustración 7-1. Geometría del modelo para validación de Poiseuille.	47
Ilustración 7-2. Representación de la geometría mallada (Malla 3)	48
Ilustración 7-3. Ejemplo de distribución de la presión obtenida en la simulación (Poiseuille)	50
Ilustración 7-4. Gráfica del gradiente de presión numérico vs analítico en la malla 1 (Poiseuille)	50
Ilustración 7-5. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (Poiseuille)	51
Ilustración 7-6. Gráfica de convergencia temporal de presión corregida (Poiseuille)	51
Ilustración 7-7. Representación de las secciones seleccionadas para la evaluación del perfil de velocidad (Poiseuille)	52
Ilustración 7-8. Perfil de velocidad numérica vs. analítica en la malla 1 (Poiseuille)	53
Ilustración 7-9. Gráfica del gradiente de presión numérico vs analítico en la malla 2 (Poiseuille)	53
Ilustración 7-10. Gráfica de convergencia de presión en la malla 2 (Poiseuille)	54
Ilustración 7-11. Perfil de velocidad obtenido analíticamente vs numérico en la malla 2 (Poiseuille)	54
Ilustración 7-12. Gráfica del gradiente de presión numérico vs analítico en la malla 3 (Poiseuille).	55
Ilustración 7-13. Gráfica de convergencia de la presión en la malla 3 (Poiseuille).	55
Ilustración 7-14. Perfil de velocidad obtenido numéricamente vs analítico (Poiseuille).	56
Ilustración 7-15. Representación de la geometría mallada (Womersley).	57

Il·lustració 7-16. Velocidad de entrada en función del tiempo. _____	58
Il·lustració 7-17. Representación del caudal en función del tiempo. _____	59
Il·lustració 7-18. Representación de la sección seleccionada para la evaluación del perfil de velocidad (Womersley). _____	60
Il·lustració 7-19. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 1 (Womersley). _____	61
Il·lustració 7-20. Perfil de velocidad para $t=0,03s$ en la malla 1 (Womersley). _____	61
Il·lustració 7-21. Perfil de velocidad para $t=0,08s$ en la malla 1 (Womersley). _____	62
Il·lustració 7-22. Perfil de velocidad para $t=0.13s$ en la malla 1 (Womersley). _____	62
Il·lustració 7-23. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en la malla 1 (Womersley). _____	63
Il·lustració 7-24. Error cometido en el cálculo de la velocidad en la malla 1 (Womersley). _____	63
Il·lustració 7-25. Capa límite 1 en la malla. _____	65
Il·lustració 7-26. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 2 (Womersley). _____	66
Il·lustració 7-27. Error cometido en la velocidad en la malla 2 (Womersley). _____	66
Il·lustració 7-28. Perfil de velocidad para $t=0.03s$ en malla 2 (Womersley). _____	67
Il·lustració 7-29. Perfil de velocidad para $t=0.08s$ en malla 2 (Womersley). _____	67
Il·lustració 7-30. Perfil de velocidad para $t=0.13s$ en malla 2 (Womersley). _____	68
Il·lustració 7-31. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en malla 2 (Womersley). _____	68
Il·lustració 7-32. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 3 (Womersley). _____	70
Il·lustració 7-33. Error cometido en la velocidad en la malla 3 (Womersley). _____	70
Il·lustració 7-34. Perfil de velocidad para $t=0.03s$ en malla 3 (Womersley). _____	71
Il·lustració 7-35. Perfil de velocidad para $t=0.08s$ en malla 3 (Womersley). _____	71
Il·lustració 7-36. Perfil de velocidad para $t=0.13s$ en malla 3 (Womersley). _____	72
Il·lustració 7-37. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en malla 3 (Womersley). _____	72
Il·lustració 7-38. Capa límite 2 en la malla. _____	74
Il·lustració 7-39. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 4 (Womersley). _____	75
Il·lustració 7-40. Error cometido en la velocidad en la malla 4 (Womersley). _____	75
Il·lustració 7-41. Perfil de velocidad para $t=0.025s$ en malla 4 (Womersley). _____	76
Il·lustració 7-42. Perfil de velocidad para $t=0.075s$ en malla 4 (Womersley). _____	76
Il·lustració 7-43. Perfil de velocidad para $t=0.13s$ en malla 4 (Womersley). _____	77
Il·lustració 7-44. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en malla 4 (Womersley). _____	77

Ilustración 7-45. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (Womersley).	78
Ilustración 7-46. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 5 (Womersley).	79
Ilustración 7-47. Error cometido en la velocidad en la malla 5 (Womersley).	79
Ilustración 7-48. Perfil de velocidad para $t=0.025s$ en malla 5 (Womersley).	80
Ilustración 7-49. Perfil de velocidad para $t=0.075s$ en malla 5 (Womersley).	80
Ilustración 7-50. Perfil de velocidad para $t=0.125s$ en malla 5 (Womersley).	81
Ilustración 7-51. Perfil de velocidad para $t=0.175s$ en malla 5 (Womersley).	81
Ilustración 7-52. Modelo de la geometría (Power Law).	82
Ilustración 7-53. Representación de la geometría mallada con malla no estructurada (Power Law).	83
Ilustración 7-54. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (Power Law).	84
Ilustración 7-55. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 1 (Power Law).	85
Ilustración 7-56. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (Power Law).	85
Ilustración 7-57. Perfil de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 1 (Power Law).	86
Ilustración 7-58. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 2 (Power Law).	87
Ilustración 7-59. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 2 (Power Law).	87
Ilustración 7-60. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 2 (Power Law).	88
Ilustración 7-61. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 3 (Power Law).	89
Ilustración 7-62. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 3 (Power Law).	89
Ilustración 7-63. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 3 (Power Law).	90
Ilustración 7-64. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 4 (Power Law).	91
Ilustración 7-65. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 4 (Power Law).	91

Ilustración 7-66. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 4 (Power Law).	92
Ilustración 7-67. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 5 (Power Law).	93
Ilustración 7-68. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 5 (Power Law).	93
Ilustración 7-69. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 5 (Power Law).	94
Ilustración 7-70. Representación de la geometría mallada con malla no estructurada (H-B).	95
Ilustración 7-71. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (H-B).	96
Ilustración 7-72. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 1 (H-B).	97
Ilustración 7-73. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (H-B).	98
Ilustración 7-74. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 1 (H-B).	98
Ilustración 7-75. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 2 (H-B).	99
Ilustración 7-76. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 2 (H-B).	100
Ilustración 7-77. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 2 (H-B).	100
Ilustración 7-78. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 3 (H-B).	101
Ilustración 7-79. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 3 (H-B).	102
Ilustración 7-80. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 3 (H-B).	102
Ilustración 7-81. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 4 (H-B).	103
Ilustración 7-82. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 4 (H-B).	104
Ilustración 7-83. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 4 (H-B).	104
Ilustración 7-84. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 5 (H-B).	105
Ilustración 7-85. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 5 (H-B).	105
Ilustración 7-86. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 5 (H-B).	106

Ilustración 7-87. Representación de la geometría mallada con malla no estructurada (Bingham).	108
Ilustración 7-88. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (H-B).	108
Ilustración 7-89. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 1 (Bingham).	109
Ilustración 7-90. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (Bingham).	110
Ilustración 7-91. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 1 (Bingham).	110
Ilustración 7-92. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 2 (Bingham).	111
Ilustración 7-93. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 2 (Bingham).	112
Ilustración 7-94. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 2 (Bingham).	112
Ilustración 7-95. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 3 (Bingham).	113
Ilustración 7-96. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 3 (Bingham).	113
Ilustración 7-97. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 3 (Bingham).	114
Ilustración 7-98. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 4 (Bingham).	115
Ilustración 7-99. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 4 (Bingham).	115
Ilustración 7-100. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 4 (Bingham).	116
Ilustración 7-101. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 5 (Bingham).	117
Ilustración 7-102. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 5 (Bingham).	117
Ilustración 7-103. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 5 (Bingham).	118
Ilustración 7-104. WSS obtenido para modelo newtoniano.	120
Ilustración 7-105. WSS obtenido para el modelo Power Law.	120
Ilustración 7-106. WSS obtenido para el modelo Herschel-Bulkley.	121

Ilustración 7-107. WSS obtenido para el modelo Bingham. _____	122
Ilustración 8-1 Geometría de la arteria coronaria utilizada en el caso 1. _____	124
Ilustración 8-2. Gráfica de convergencia de presión (Caso 1. Newtoniano vs no newtoniano). _____	125
Ilustración 8-3. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 1. Newtoniano vs no newtoniano). _____	125
Ilustración 8-4. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 1. Modelo newtoniano). _____	126
Ilustración 8-5. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 1. Modelo no newtoniano). _____	127
Ilustración 8-6. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (caso 1) ____	127
Ilustración 8-7. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (caso 1). _	128
Ilustración 8-8. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 1). ____	128
Ilustración 8-9. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 1). _	128
Ilustración 8-10. Geometría de la arteria coronaria utilizada en el caso 2. _____	129
Ilustración 8-11. Secciones seleccionadas para su estudio en el caso 2. _____	130
Ilustración 8-12. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 2. Newtoniano vs no newtoniano). _____	130
Ilustración 8-13. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 2. Modelo newtoniano). _____	131
Ilustración 8-14. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 2. Modelo no newtoniano). _____	131
Ilustración 8-15. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 2). __	132
Ilustración 8-16. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 2)	132
Ilustración 8-17. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 2). ____	133
Ilustración 8-18. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 2).	133
Ilustración 8-19. Geometría de la arteria coronaria utilizada en el caso 3. _____	134
Ilustración 8-20. Gráfica de convergencia de presión (Caso 3. Newtoniano vs no newtoniano). _____	135
Ilustración 8-21. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 3. Newtoniano vs no newtoniano). _____	135
Ilustración 8-22. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 3. Modelo newtoniano). _____	136
Ilustración 8-23. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 3. Modelo no newtoniano). _____	136
Ilustración 8-24. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 3). __	137

Ilustración 8-25. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 3).	137
Ilustración 8-26. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 3).	138
Ilustración 8-27. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 3).	138
Ilustración 8-28. Geometría y secciones seleccionadas en la arteria coronaria utilizada en el caso 4.	139
Ilustración 8-29. Gráfica de convergencia temporal de presión (Caso 4. Newtoniano vs no newtoniano).	139
Ilustración 8-30. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 4. Newtoniano vs no newtoniano).	140
Ilustración 8-31. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 4. Modelo newtoniano).	141
Ilustración 8-32. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 4. Modelo no newtoniano).	141
Ilustración 8-33. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 4).	142
Ilustración 8-34. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 4).	142
Ilustración 8-35. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 4).	143
Ilustración 8-36. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 4).	143

Índice de tablas

Tabla 1. Densidad de la sangre en función del % de Hematocritos [1]	37
Tabla 2. Características de las mallas utilizadas (Poiseuille)	48
Tabla 3. Resumen de los resultados obtenidos (Poiseuille)	49
Tabla 4. Características de la malla 1 (Womersley).	57
Tabla 5. Características de la malla 2 (Womersley).	64
Tabla 6. Características de la capa límite 1.	64
Tabla 7. Características de la malla 3 (Womersley).	69
Tabla 8. Características de la malla 4 (Womersley).	73
Tabla 9. Características capa límite 2.	73
Tabla 10. Características de la malla 5 (Womersley).	78
Tabla 11. Datos del fluido utilizado (Power law) [1].	83
Tabla 12. Características de las mallas no estructuradas utilizadas (Power Law).	83
Tabla 13. Características de las mallas estructuradas utilizadas (Power Law).	84
Tabla 14. Resumen de los resultados obtenidos (Power Law).	84
Tabla 15. Datos del fluido utilizado (H-B) [1].	95
Tabla 16. Características de las mallas no estructuradas utilizadas (H-B).	95
Tabla 17. Características de las mallas estructuradas utilizadas (H-B).	96
Tabla 18. Factor de fanning y otros parámetros adimensionales (H-B).	96
Tabla 19. Resumen de los resultados obtenidos (H-B).	97
Tabla 20. Datos del fluido utilizado (Bingham).	107
Tabla 21. Características de las mallas no estructuradas utilizadas (Bingham).	107
Tabla 22. Características de las mallas estructuradas utilizadas (Bingham).	108
Tabla 23. Resumen de los resultados obtenidos (Bingham).	109
Tabla 24. Velocidad, WSR y WSS para el fluido newtoniano.	119
Tabla 25. Resumen de resultados (WSS)	122
Tabla 26. Datos del fluido Newtoniano y del modelo No Newtoniano.	123
Tabla 27. Reynolds en la sección inlet para cada caso.	123
Tabla 28. Características de la malla (caso 1).	124
Tabla 29. Características de la malla (caso 2).	129
Tabla 30. Características de la malla (caso 3).	134
Tabla 31. Características de la malla (caso 4).	138

Contenido

RESUMEN	I
RESUM	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMIENTOS	V
GLOSARIO	VII
1 PREFACIO	19
1.1 Motivación.....	19
1.2 Requisitos previos.....	19
2 INTRODUCCIÓN	20
2.1 Objetivos del trabajo.....	20
2.2 Alcance del trabajo	20
3 SISTEMA CARDIOVASCULAR	21
3.1 Tipos de circulación.....	21
3.2 Componentes del sistema cardiovascular	22
4 HEMODINÁMICA	25
4.1 Indicadores hemodinámicos	25
5 MODELOS MATEMÁTICOS	29
5.1 Ecuaciones de Navier-Stokes	30
5.2 Ley de Poiseuille	31
5.3 Flujo oscilatorio o pulsátil	32
5.4 Tipos de fluidos	36
5.5 Flujo para fluidos newtonianos.....	38
5.6 Flujo para fluidos no newtonianos.....	39
5.6.1 Power law o Ley de la Potencia.....	39
5.6.2 Herschel-Bulkley	40
5.6.3 Bingham	42
6 SOFTWARE UTILIZADO	44
6.1 GiD	44
6.2 Kratos.....	45
6.3 Matlab R2019a	45



7	VALIDACIÓN DE LOS MODELOS EN KRATOS	46
7.1	Poiseuille.....	46
7.1.1	Modelización del problema.....	46
7.1.2	Malla 1.....	49
7.1.3	Malla 2.....	53
7.1.4	Malla 3.....	55
7.2	Womersley.....	56
7.2.1	Modelización del problema.....	57
7.2.2	Malla 1.....	60
7.2.3	Malla 2.....	64
7.2.4	Malla 3.....	69
7.2.5	Malla 4.....	73
7.2.6	Malla 5.....	78
7.3	Fluidos no newtonianos.....	82
7.3.1	Power law.....	82
7.3.2	Herschel Bulkley.....	94
7.3.3	Bingham.....	106
7.4	Wall Shear Stress.....	118
7.4.1	Newtoniano.....	118
7.4.2	Power law.....	120
7.4.3	Herschel-Bulkley.....	121
7.4.4	Bingham.....	121
8	WSS EN ARTERIAS CORONARIAS	123
8.1	Caso 1.....	124
8.2	Caso 2.....	129
8.3	Caso 3.....	134
8.4	Caso 4.....	138
9	ANÁLISIS DEL IMPACTO AMBIENTAL	144
10	CONCLUSIONES	145
11	ANÁLISIS ECONÓMICO	146
ANEXOS		148
	Anexo 1 – Código de Womersley en Matlab.....	148
BIBLIOGRAFÍA		153

1 Prefacio

1.1 Motivación

La motivación por realizar un proyecto de este tipo surge por la idea de poder aplicar los conocimientos adquiridos en el grado de ingeniería en una aplicación que puede ser útil de cierta forma para la sociedad, pues tras el desarrollo se podrá entender mejor los efectos que produce tratar con un tipo concreto de fluido.

1.2 Requisitos previos

Para realizar este proyecto solo son necesarios los conocimientos adquiridos durante el grado de ingeniería mecánica, tanto matemáticos, físicos y especialmente en la mecánica de fluidos. Un cierto grado de conocimiento sobre el sistema cardiovascular ayuda a comprender mejor las simulaciones computacionales que se realizan y los fenómenos que se producen, así como, a comprender los resultados obtenidos.

2 Introducció

2.1 Objectivos del trabajo

Existen diversos estudios de esta índole, pero, en cada uno de ellos se trata un tipo de fluido o flujo por separado, es decir, hay estudios que desarrollan modelos para calcular la velocidad en diferentes secciones de diversas geometrías, pero lo hacen tratando o bien fluido newtoniano o no newtoniano de forma independiente.

El objetivo de este proyecto consiste en realizar una comparativa de los valores obtenidos en un parámetro como es el WSS, de manera que podamos comparar los resultados obtenidos dependiendo de si trabajamos con un modelo de fluido newtoniano o no newtoniano.

2.2 Alcance del trabajo

En el desarrollo de este proyecto se van a realizar una serie de simulaciones CFD para diversas geometrías de arterias coronarias con problemas (estenosis). Para ello nos ayudaremos de Kratos, software para la resolución de problemas en ingeniería, entre ellos CFD. La robustez del software Kratos ha sido validada en diversas tesis doctorales y artículos científicos [12],[13],[14],[15],[16] y [17].

Antes de comenzar con el estudio de las geometrías de las arterias se realizará un estudio de sensibilidad y convergencia. Para ello utilizaremos una geometría, la cual será una arteria modelizada como un cilindro recto de diámetro constante en el cual se comparará la solución analítica de 3 tipos de flujo contra la solución obtenida en la simulación.

Posteriormente a estas validaciones, se realiza el estudio de las 4 geometrías reales con el fin de comparar la solución obtenida entre 2 tipos de fluidos como son el newtoniano y el no newtoniano.

3 Sistema cardiovascular

El sistema cardiovascular está compuesto por el aparato circulatorio y el corazón. Este actúa como una bomba impulsando la sangre hacia los órganos, tejidos y células. La sangre es transportada por el organismo mediante una compleja red de arterias, arteriolas y capilares y, por medio de las venas y vénulas realiza su retorno al corazón. Cuando la sangre es transportada hacia los órganos y tejidos lo hace con el objetivo de suministrar oxígeno y nutrientes a las células, mientras que el retorno lo realiza con el dióxido de carbono y sustancias de deshecho producidas por las células.

3.1 Tipos de circulación

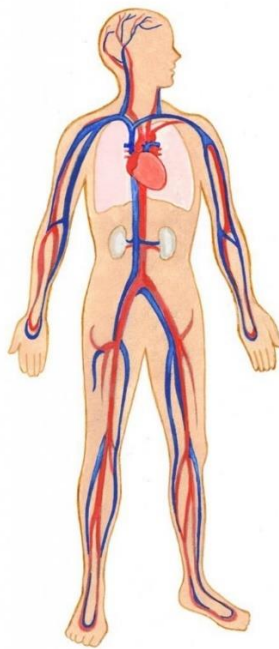


Ilustración 3-1. Representación del sistema cardiovascular [26].

La circulación sanguínea se divide en dos circuitos de circulación: *circulación mayor o corporal* y la *circulación menor o pulmonar*.

- Circulación mayor o corporal: su objetivo es irrigar todos los tejidos y órganos a través de las arterias con sangre rica en oxígeno y nutrientes que son transferidos a

los tejidos por medio de los capilares (respiración capilar); los deshechos producidos en este proceso son transferidos a la sangre para retorno al corazón a través de las venas.

- Circulación menor o pulmonar: tiene como objetivo llevar la sangre de retorno de la circulación mayor a los pulmones, donde tiene lugar la hematosis (intercambio gaseoso con el aire inspirado). Durante este proceso la sangre cede el CO_2 y toma el O_2 del aire. Una vez finalizado este proceso la sangre retorna al corazón por medio de las venas pulmonares.

En la figura 3.1, de color rojo podemos observar la circulación mayor, mientras que, de color azul, está representada la circulación menor.

3.2 Componentes del sistema cardiovascular

El sistema cardiovascular está compuesto por el corazón y los vasos sanguíneos. A continuación, describimos brevemente cada uno de ellos.

El corazón

El corazón es un músculo encargado de bombear la sangre para que esta llegue a través de los distintos vasos sanguíneos a todos los puntos de nuestro cuerpo. Es un músculo muy fuerte capaz de bombear unos 7.500 litros de sangre al día, con un promedio de 100.000 contracciones diarias. Este se encuentra situado en el lado izquierdo del pecho, más concretamente en una cavidad existente entre los pulmones.

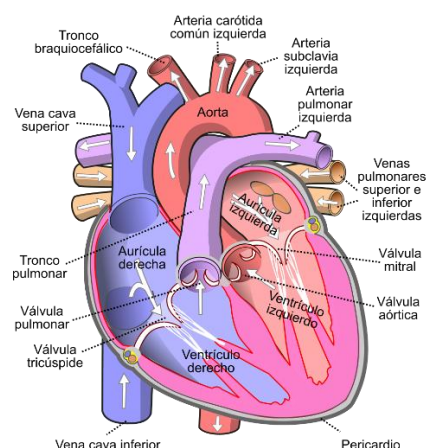


Ilustración 3-2. Representación del corazón [27].

Como se puede observar en la figura 3.2, el corazón está compuesto por 4 cámaras (aurícula derecha, ventrículo derecho, aurícula izquierda y ventrículo izquierdo) separadas cada una por su propia válvula. La función de estas válvulas es impedir que la sangre circule hacia atrás, haciendo de esta manera que el flujo sea unidireccional.

La secuencia de eventos que suceden cuando el corazón late se conoce como ciclo cardiaco. Este está compuesto por dos fases conocidas como sístole (contracción) y diástole (relajación).

- Sístole: durante este proceso ambos ventrículos se contraen impulsando la sangre hacia los vasos sanguíneos. Mientras que, el ventrículo derecho impulsa la sangre hacia los pulmones, el izquierdo lo hace hacia la arteria aorta. Durante esta fase se produce un aumento de la presión.
- Diástole: durante la fase diastólica los ventrículos se encuentran relajados, cosa que permite el llenado con la sangre de las aurículas. De esta manera se consigue un nuevo volumen de sangre listo para ser bombeado. En este proceso la presión es más baja debido a que no hay impulso de sangre a través de los vasos sanguíneos.

Cuando se han completado tanto sístole como diástole, se ha completado un ciclo cardiaco completo. El corazón de una persona normal puede realizar entre 60-70 ciclos por minuto en estado de reposo.

Vasos sanguíneos

Los vasos sanguíneos están repartidos alrededor de todos los órganos y tejidos del cuerpo humano. Estos son los encargados de repartir la sangre con el oxígeno y nutrientes necesarios para el correcto funcionamiento de estos.

Los vasos sanguíneos se pueden clasificar en 3 grupos:

- Arterias: son las encargadas de transportar la sangre rica en oxígeno desde el corazón a todas las partes del cuerpo. Las paredes son elásticas, lo que les permite expandirse y contraerse dependiendo de la fuerza con la que la sangre es impulsada. El diámetro de los vasos va disminuyendo según se alejan del corazón hasta convertirse en capilares (son los vasos sanguíneos de menor tamaño en el cuerpo humano).

- Capilares: son vasos sanguíneos muy pequeños encargados de permitir el intercambio de nutrientes y gases (O_2 y CO_2).
- Venas: su objetivo es transportar la sangre con poco oxígeno devuelta al corazón desde los tejidos y órganos. La presión en estos vasos es menor debido a la gran distancia a la que se encuentran del corazón.

4 Hemodinámica

La hemodinámica es una rama de la biofísica que se encarga de estudiar el comportamiento de la sangre en el interior de las cavidades por las que circula, como arterias, arteriolas, venas, vénulas y capilares. Del mismo modo, también se encarga del estudio de la mecánica del corazón. Esto se consigue gracias a una técnica conocida como cateterismo, la cual consiste en, la introducción de catéteres a través de arterias. El cateterismo nos permite saber el estado exacto en que se encuentran los vasos sanguíneos tanto, del cuerpo humano como del corazón.

En el campo de la hemodinámica existen varios indicadores que, tras décadas de experiencia y experimentos, ayudan a predecir cómo se comportaran determinadas partes de los vasos sanguíneos a un fluido que circula por ellos, así como ciertos parámetros a estudiar que facilitan la predicción de enfermedades que pudieran llegar a ocurrir, como por ejemplo la arterosclerosis. Esta enfermedad consiste en, la reducción de la sección de paso de un vaso sanguíneo en debido a la acumulación en la pared arterial de placas compuestas por calcio, colesterol y grasas entre otras sustancias.

4.1 Indicadores hemodinámicos

El indicador con mayor importancia es el Wall Shear Stress (WSS) [18] y [19], ya que todos los demás indicadores tienen relación con este parámetro.

El shear stress o tensión tangencial se puede definir como, la tensión que ejerce una columna de fluido sobre la superficie en dirección tangencial obteniendo como resultado una deformación de dicha superficie. Este es un parámetro clave cuando tratamos con flujos cardiovasculares debido a su relación directa en el desarrollo de enfermedades tales como la arterosclerosis.

El WSS es un concepto muy difundido y poco entendido, esta referenciado con la regulación de la función endotelial, puesto que el endotelio es algo más que la estructura de la cubierta interna de los vasos sanguíneos, estando considerado como una estructura reguladora que responde con cambios físicos y químicos a los cambios hemodinámicos. Este parámetro se

puede encontrar fácilmente en artículos que tratan sobre la función endotelial. Cualquier documento que trate sobre flujo cardiovascular, es muy probable que analice este parámetro y su variación en función de otros tales como, el radio del conducto o la velocidad media del fluido entre otros.

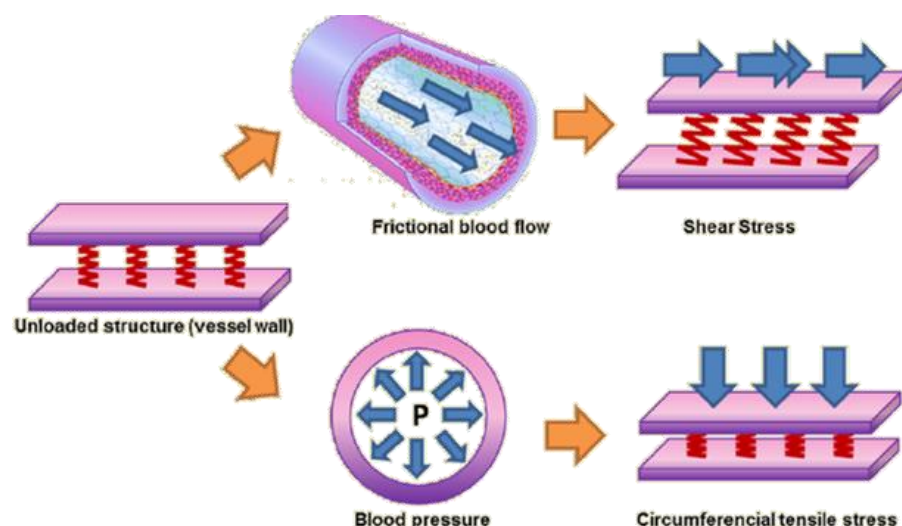


Ilustración 4-1. Representación esquemática de los esfuerzos [11]

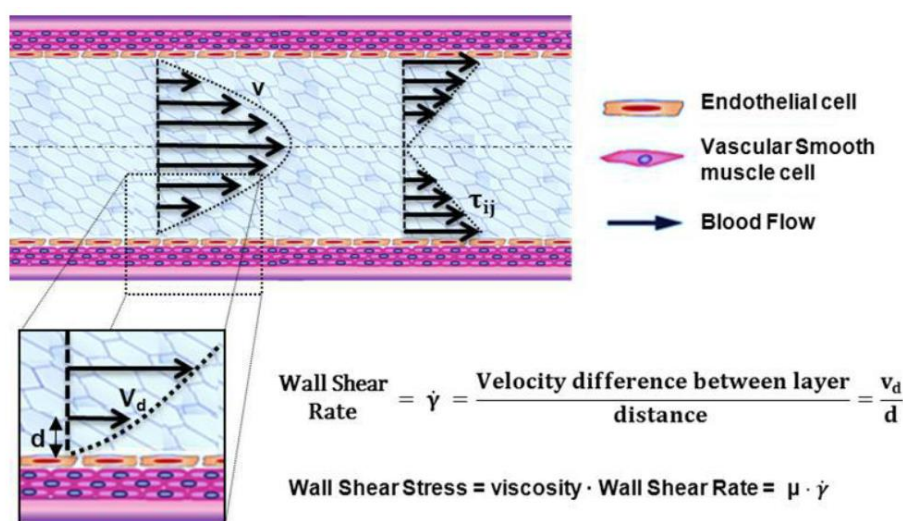


Ilustración 4-2. Representación esquemática del esfuerzo tangencial en una sección [11]

El WSS dependerá de la viscosidad dinámica del fluido y del shear rate o tasa de cizalladura. Para un arteria larga y recta (caso ideal), la distribución del WSS sería la mostrada en la siguiente figura.

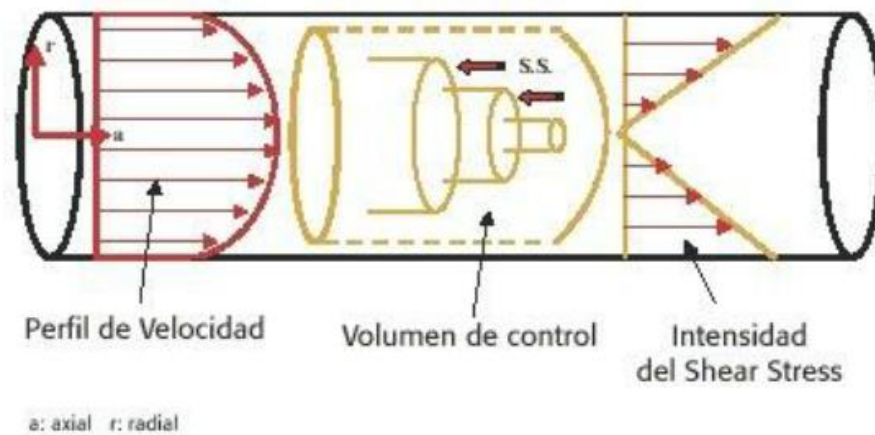


Ilustración 4-3. Representación esquemática de esfuerzo tangencial en una sección cilíndrica [12].

Un parámetro relacionado con el WSS es el TAWSS (Time Averaged WSS). Este parámetro es un indicador de la cantidad de carga de WSS en cualquier instante del ciclo cardíaco. Es útil para los análisis de flujos pulsátiles.

$$TAWSS = \frac{1}{T} \cdot \left| \int_0^T WSS \cdot dt \right| \quad [I]$$

Donde T es el período del ciclo y WSS el vector de la tensión de cizallamiento en cada instante.

Otro parámetro importante es el OSI (Oscillatory Shear Index). Es utilizado para identificar las regiones de la pared arterial sometidas a cambios de dirección del WSS durante el ciclo cardíaco.

$$OSI = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\left| \int_0^T WSS \cdot dt \right|}{\int_0^T |WSS \cdot dt|} \right) \quad [II]$$

El OSI tomará valores entre 0 (mínimo) y 0,5 (máximo). Cuando el valor es bajo indica que el flujo es unidireccional y por tanto las células endoteliales poseen una dirección clara (se alinean con la dirección del flujo). Por el contrario, cuando se producen perturbaciones del flujo (cambia de dirección durante el ciclo cardíaco), las células endoteliales no poseen una dirección clara, con lo cual tomara un valor alto, hasta un máximo de 0,5.

El RRT o Tiempo de Residencia Relativa (Residence Relative Time), define el tiempo que un elemento de la sangre está en contacto con la pared arterial. De este modo se comprueba el estancamiento o detención del flujo debido a irregularidades de la pared arterial. También relaciona la tensión tangencial con el carácter oscilatorio de la misma.

$$RRT = \frac{1}{(1 - 2 \cdot OSI) \cdot TAWSS} \quad [III]$$

ECAP o potencial de activación de las células endoteliales (Endothelial cell activation potential). Es un indicador de la cantidad de esfuerzo al que se encuentra sometida la pared arterial, identificando así las zonas de la pared que pudieran presentar problemas debido al alto WSS presente.

$$ECAP = \frac{OSI}{TAWSS} \quad [IV]$$

5 Modelos matemáticos

Cuando por el interior de un conducto cilíndrico existe el movimiento de un fluido, se dice que existe un flujo. Este flujo se puede clasificar en laminar o turbulento. El tipo de flujo está determinado por el número de Reynolds. Este es un parámetro importante en las ecuaciones que describen en qué condiciones nos encontraremos con un flujo laminar o turbulento. Para un $Re < 2200$ será flujo laminar, mientras que, para $Re > 4300$ es turbulento.

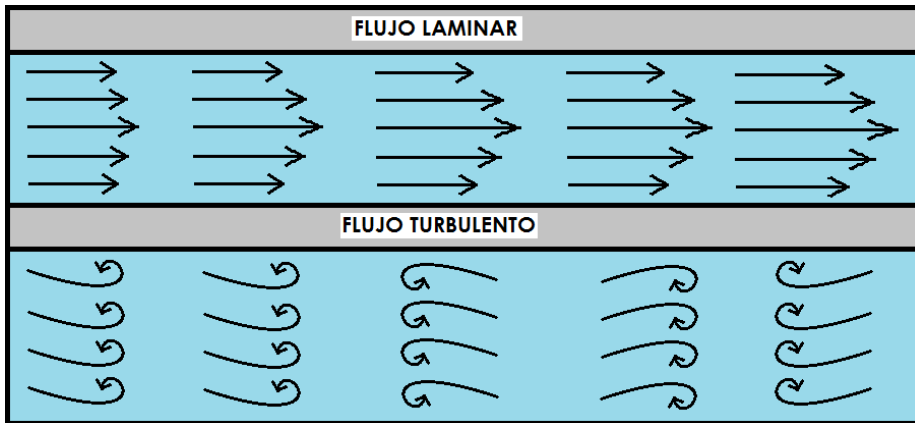
$$Re = \frac{\rho \cdot c \cdot D}{\mu} \quad [V]$$

Donde:

- ρ es la densidad del fluido [kg/m^3]
- c es la velocidad media [m/s]
- D es el diámetro de la tubería [m]
- μ es la viscosidad dinámica del fluido [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]

Las principales diferencias entre flujo laminar y turbulento son las siguientes:

- Flujo laminar: este tipo de flujo se caracteriza porque el movimiento del fluido es suave, ordenado y estratificado. Dicho de otra manera, el fluido se mueve en laminas paralelas sin mezclarse. Es típico de fluidos con altas densidades o bien con un movimiento a baja velocidad. Para un fluido en el interior de una tubería, el perfil de velocidad suele ser parabólico.
- Flujo turbulento: en este tipo de flujos el movimiento del fluido es desordenado. Suele darse en fluidos con bajas densidades o fluidos en movimientos con velocidades elevadas.



Il·lustració 5-1. Tipus de flujos

Una vez conocidos los tipos de flujo que pueden darse en el interior de una tubería, vamos a ver las ecuaciones necesarias para la resolución de nuestro problema.

5.1 Ecuaciones de Navier-Stokes

Para la resolución del problema sujeto a estudio en el presente documento nos apoyaremos en las ecuaciones de la dinámica de fluidos, pues en estudios de investigación, la presión y el caudal de las arterias son factores que se pueden hallar mediante la resolución de estas ecuaciones. Estas hacen referencia al balance de cantidad de movimiento y conservación de la masa. En su forma actual son conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos viscosos e incompresibles.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = \nabla P + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{V}$$

MASS
 Density of the fluid

ACCELERATION
 How velocity experienced by a particle changes with time

FORCE
 All the forces that are acting on the fluid

Change in velocity over time The speed and direction which the fluid is moving

Internal pressure gradient of the fluid (the change in pressure) External forces acting on the fluid (such as gravity) Internal stress forces acting on the fluid (taking into consideration viscous effects)

Navier–Stokes Equations
 Describe the flow of incompressible fluids.

Il·lustració 5-2. Desglose de las ecuaciones de Navier-Stokes [12].

$$\nabla V = 0 \text{ (Ecuación del balance de masa)}$$

Las soluciones analíticas a estas ecuaciones sólo son posible en casos concretos con geometrías y condiciones específicas. Existe un número reducido de casos en los que se pueden obtener estas soluciones, y la mayoría sólo se aplica a flujos estacionarios. Con todo esto, cabe indicar que no son usadas para determinar la precisión de un modelo en régimen oscilatorio (flujo sanguíneo), pero existe una solución canónica para el flujo pulsátil. Esta solución es conocida como la solución de Womersley.

Previo a la explicación de Womersley, se realizará una explicación sobre el flujo de Poiseuille para comprender mejor la de Womersley.

5.2 Ley de Poiseuille

Un fluido en el interior de una tubería es movido debido a la diferencia de presión existente entre la entrada y la salida, moviéndose de una zona de mayor presión a una de menor. El caudal existente es directamente proporcional al gradiente de presión e inversamente proporcional a la resistencia. Esta relación es similar a la ley de Ohm.

$$Q = \frac{\Delta p}{R} \quad [\text{VI}]$$

La resistencia que presenta el tubo depende de las dimensiones del tubo y del fluido. De igual modo que el caudal era proporcional al gradiente de presión, también lo es con la velocidad del fluido y al área transversal de la sección por la que circula. Realizando una combinación de todo esto obtenemos la siguiente ecuación:

$$Q = c \cdot A = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu L} \quad [\text{VII}]$$

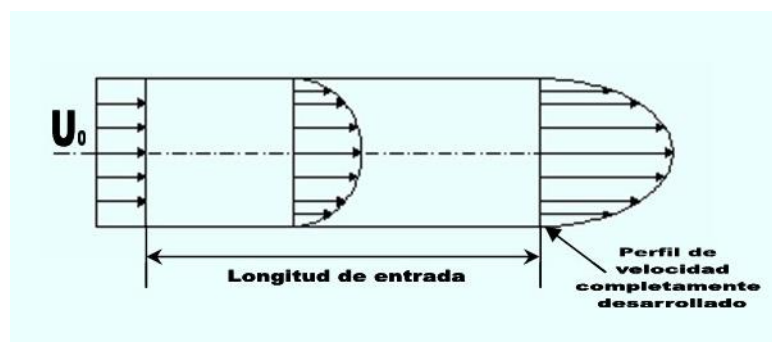


Ilustración 5-3. Representación esquemática del flujo de Poiseuille.

5.3 Flujo oscilatorio o pulsátil

Para este caso el gradiente de presiones no es continuo en el tiempo, sino que es de carácter oscilatorio, es decir, varía en el tiempo. De la misma forma que ocurre con el flujo de Poiseuille, el flujo y la presión de Womersley pueden ser obtenidas con la ayuda de las ecuaciones de Navier-Stokes, bajo la imposición de unas hipótesis. Estas son:

- Fluido newtoniano
- Vaso sanguíneo con paredes rígidas
- Fluido incompresible
- La velocidad sólo varía en función del radio

Para este tipo de flujo aparece un parámetro conocido como el número adimensional de Womersley. Este parámetro representa la relación existente entre la frecuencia del flujo y los esfuerzos viscosos. Aquí los efectos de la fricción tienen mayor relevancia.

$$\alpha = R \cdot \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}} \quad [\text{VIII}]$$

Donde:

- α es el número adimensional de Womersley
- R es el radio de la arteria
- ω es la frecuencia angular del pulso
- ρ es la densidad del fluido
- μ es la viscosidad dinámica del fluido

Este parámetro juega un papel importante en este tipo de flujos pues, determinara la forma del perfil de velocidades, ya que este dejara de ser parabólico. Para valores α bajos ($\alpha < 3$), el perfil de velocidades estará gobernado por la ley de Poiseuille y tomará una forma parabólica. Esto sucede con bajas frecuencias y vasos donde el diámetro es pequeño. En estos casos los esfuerzos viscosos son los dominantes. Para valores de α elevados ($\alpha > 10$), el perfil de velocidades se vuelve plano, debido a que los efectos inerciales dominan sobre los efectos viscosos. Si α toma un valor intermedio, se deberán tener en cuenta la inercia, pues estaremos ante un flujo oscilatorio [9].

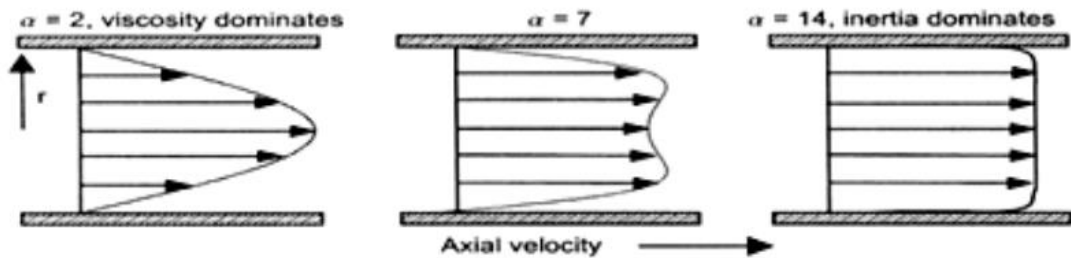


Ilustración 5-4. Perfil de velocidad para diferentes α [9].

Para poder obtener la solución analítica ante un problema de este tipo, se debe partir de las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cilíndricas. Sabiendo que el fluido sólo circula en una dirección, y como la geometría tiene simetría axial, podemos asumir que:

- Fluido unidireccional $(0,0,w) \rightarrow W = w(r,t)$
- Simetría axial $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$
- Condición de contorno $w(R,t) = 0$

Bajo estas hipótesis, las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cilíndricas pueden ser simplificadas de la siguiente manera:

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad [\text{IX}]$$

Donde:

- w es la velocidad radial
- r es el radio de la arteria
- ρ es la densidad del fluido
- $\frac{\partial p}{\partial z}$ es el gradiente de presión

Sí el gradiente de presión ($\frac{\partial p}{\partial z}$) es una onda senoidal con amplitud A y frecuencia angular ω , puede expresarse alternativamente de la siguiente forma:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = Ae^{i\omega t} \quad [X]$$

Donde i es la unidad imaginaria de valor $\sqrt{-1}$.

Considerando esta expresión del gradiente de presión la velocidad puede expresarse como:

$$w = u(r)e^{i\omega t} \quad [XI]$$

Sustituyendo estas dos ecuaciones en la primera:

$$r^2 \frac{d^2 u}{dr^2} + r \frac{du}{dr} - i \frac{w}{v} r^2 u = -\frac{1}{\mu} A \quad [XII]$$

de la cual resulta el siguiente perfil de velocidades:

$$w(r, t) = \text{real} \left[\left(\frac{A}{i\omega\rho} \right) \cdot \left\{ 1 - \frac{J_0(\alpha y^* i^{3/2})}{J_0(\alpha i^{3/2})} \right\} e^{i\omega t} \right] \quad [XIII]$$

Donde:

- J_0 es la función de Bessel de primera especie y orden 0.
- y^* es la posición radial relativa ($y^* = \frac{r}{R}$)
- real hace referencia a la parte real de la ecuación.

El flujo viene dado por:

$$Q(t) = \text{real} \left[\left(\frac{\pi r^2 A}{i \omega \rho} \right) \cdot \left\{ 1 - \frac{2J_1(\alpha i^{3/2})}{\alpha i^{3/2} J_0(\alpha i^{3/2})} \right\} e^{i \omega t} \right] \quad [\text{XIV}]$$

Donde:

- J_1 es la función de Bessel de primera especie de primer orden.

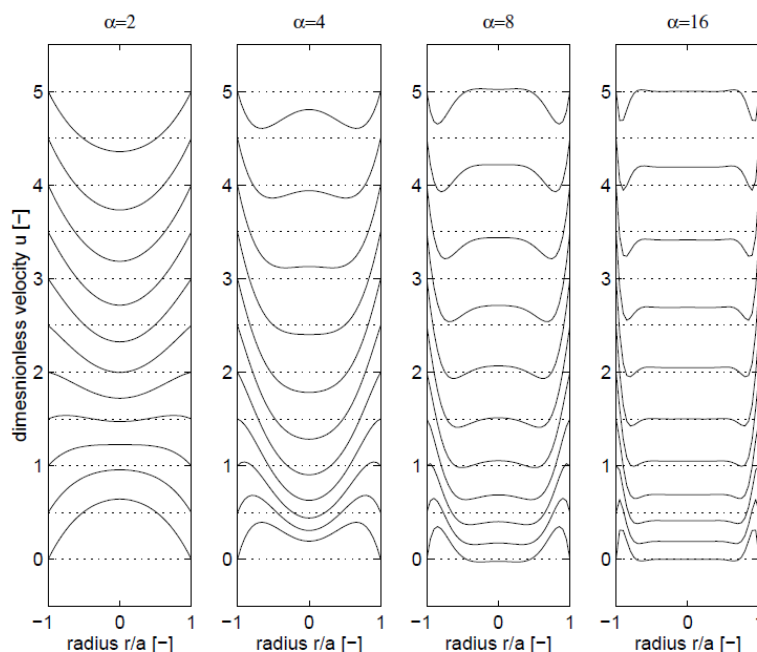
Una vez se obtiene el caudal lo podemos descomponer en una serie de Fourier hallando los coeficientes e integrarlos en la velocidad para obtener el perfil. Por lo tanto, una vez hallados los coeficientes de Fourier de $Q(t)$, el perfil de velocidad:

$$w(r, t) = \frac{2A_0}{\pi R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] + \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\pi R^2} \left(\frac{1 - \frac{J_0(\alpha y^* i^{3/2})}{J_0(\alpha i^{3/2})}}{1 - \frac{2J_1(\alpha i^{3/2})}{\alpha i^{3/2} J_0(\alpha i^{3/2})}} \right) \quad [\text{XV}]$$

Donde:

- A_0 es el primer término de la serie de Fourier referenciando al estado estacionario.
- A_n son los n términos de la serie de Fourier.
- R es el radio del conducto.
- J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primera especie de orden 0 y 1 respectivamente.
- α es el número adimensional de Womersley.
- i es la unidad imaginaria ($\sqrt{-1}$)

(Resolviendo esta ecuación se obtiene el perfil de velocidad para un t determinado.)



Il·lustració 5-5. Perfil de velocitat per diferents números de Womersley e instantes de temps [5]

En la imatge superior se pot observar la forma que pren el perfil de velocitat per diferents instantes de temps i diferents números de Womersley. Com es observa a mesura que el número de Womersley creix el perfil de velocitat es torna pla en la zona central, mentre que, per el contrari, quant més baix és aquest número més s'assembla a la llei de Poiseuille.

5.4 Tipus de fluids

La sang és un fluid complex, ja que el comportament reològic d'aquesta depèn de les propietats de les partícules que la componen tals com el plasma, % de hematòcrits, etc.

El valor de la densitat pot ser expressat per mitjà de la següent equació [1]:

$$\rho = 1026 + 67 \frac{Hct}{100} \quad [XVI]$$

On Hct fa referència al % de hematòcrits present en la sang. En concentracions normals pot variar de 35-45%.

Tabla 1. Densidad de la sangre en función del % de Hematocritos [1]

Hematocrito (%)	Densidad (kg/m³)
35	1049,5
40	1052,8
45	1056,2
50	1059,5

Como se puede observar en la tabla 1, la variación en la densidad es inferior al 1% [1], lo que apenas tiene efecto significativo en los resultados.

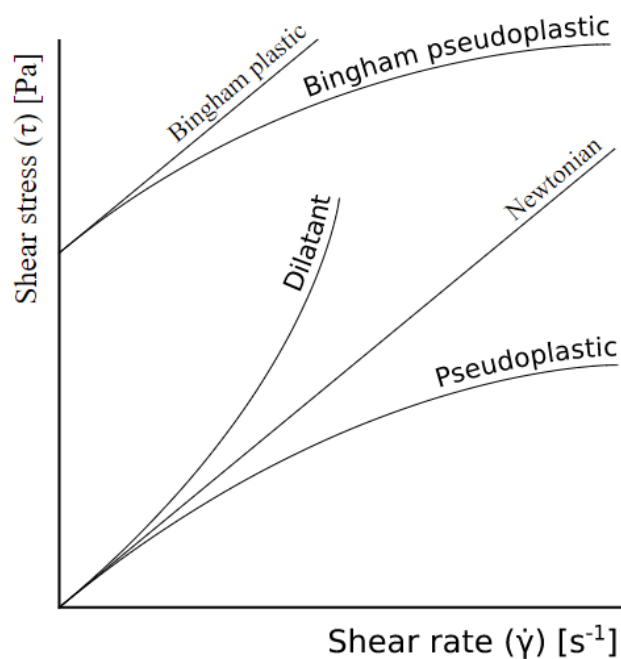
Por otro lado, la mecánica de fluidos define que, los fluidos son deformados por esfuerzos tangenciales producidos por los gradientes de velocidad. Por lo que, en función de cómo se calcule dicho esfuerzo estaremos tratándolo como fluido newtoniano o no.

Un fluido newtoniano es aquel en el cual el esfuerzo tangencial es proporcional a la velocidad de deformación por lo que su gráfica presentará un comportamiento lineal. La representación gráfica presenta una relación lineal, siendo la densidad la constante de proporcionalidad.

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} = \mu \dot{\gamma} \quad [\text{XVII}]$$

Donde μ es la viscosidad dinámica del fluido y $\dot{\gamma}$ la tasa de cizalladura.

Un fluido no newtoniano es aquel en el cual su viscosidad tiene dependencia con la tasa de cizalladura. Para describir un fluido no newtoniano existen diferentes modelos, los cuales tienen ligeras diferencias entre ellos. Cual se utilice dependerá del comportamiento que tenga el fluido con el que estemos trabajando.



Il·lustració 5-6. Tipus de fluids segons el esforço [24].

La sangre com a fluid a analitzar, presenta un comportament newtoniano per valors alts de shear rate ($>100 \text{ s}^{-1}$). Per sota d'aquests valors té un comportament pseudoplastic, també conegut com a *shear thinning*.

5.5 Flujo para fluidos newtonianos

Per a un fluid newtoniano o ideal, fluint a través d'un conducte cilíndric si es realitza un anàlisi de mecànica de fluids, tenim les següents equacions.

El caudal se calcula se calcula con [VII]. Per lo que la velocitat mitjana del fluid:

$$\bar{v} = \frac{\Delta P \cdot R^2}{8 \cdot L \cdot \mu} = \frac{4 \cdot \dot{q}}{\pi \cdot D^2} \quad [\text{XVIII}]$$

$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{D^2} \cdot \bar{v} \quad [\text{XIX}]$$

$$\dot{\gamma} = \frac{8 \cdot \bar{v}}{D} \quad [\text{XX}]$$

$$\tau_w = \frac{\Delta P \cdot R}{2 \cdot L} \quad [XXI]$$

5.6 Flujo para fluidos no newtonianos

En la práctica, la mayoría de los fluidos presentan un comportamiento newtoniano. Para el análisis de fluidos no newtonianos un concepto que se debe tener muy en cuenta es la resistencia al flujo. Dicho valor es calculado en función del modelo de fluido que se esté utilizando. En este documento se van a detallar los 3 modelos utilizados en este trabajo.

A continuación:

5.6.1 Power law o Ley de la Potencia

En este modelo de fluido no newtoniano no se tiene en cuenta el esfuerzo de cedencia inicial.

Para la caracterización del flujo contamos con un número de Reynolds generalizado que está definido por:

Número de Reynolds generalizado:

$$GR_E = \frac{D^n \cdot (\bar{v})^{(2-n)} \cdot \rho}{8^{(n-1)} \cdot m} \cdot \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad [XXII]$$

Donde:

- D = diámetro [m].
- ρ = densidad del fluido [kg/m³].
- n = índice de potencia del fluido [-].
- m = índice de consistencia del fluido [Pa·sⁿ].
- \bar{v} = velocidad media del fluido [m/s].

$$GR_E < \frac{6464 \cdot n \cdot (2+n)^{\frac{2+n}{1+n}}}{(1+3n)^2} \quad [XXIII]$$

Sí se cumple la desigualdad de [XXIII], el flujo es laminar.

En este caso el factor de fricción de Fanning viene dado por:

$$f = \frac{16}{GR_E} \quad [XXIV]$$

$$v(r) = \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \bar{v} \quad [XXV]$$

El perfil o relación de velocidad que sigue un fluido que cumple con la ley de la potencia se describe con la ecuación [XXV].

El valor máximo de esta velocidad se obtiene en $r = 0$, donde:

$$v(r) = \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \bar{v} \quad [XXVI]$$

Para un fluido newtoniano ($n=1$), la velocidad máxima es el doble de la velocidad media.

La presión se puede hallar mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta P = \frac{2 \cdot f \cdot L \cdot \rho \cdot (\bar{v})^2}{D} \quad [XXVII]$$

5.6.2 Herschel-Bulkley

Este modelo está caracterizado por tener en consideración un esfuerzo de cedencia inicial.

Las ecuaciones constitutivas que gobiernan este modelo son las siguientes:

Número de Reynolds generalizado:

El número de Reynolds se calcula con [XXII].

Si se cumple la siguiente condición, será flujo laminar. En caso contrario será turbulento.

$$GR_E < \frac{6464 \cdot n \cdot (2+n)^{\frac{2+n}{1+n}}}{(1+3n)^2} \quad [XXVIII]$$

Factor de fricción Fanning:

$$f = \frac{16}{\Psi \cdot GR_E} \quad [XXIX]$$

Donde Ψ es adimensional y se calcula de la siguiente manera:

$$\Psi = [(3n + 1)^n (1 - \xi)^{1+n}] \left[\frac{(1 - \xi)^2}{3n + 1} + \frac{2\xi(1 - \xi)}{2n + 1} + \frac{\xi^2}{n + 1} \right]^n \quad [XXX]$$

En esta ecuación ξ es adimensional y se obtiene como función del esfuerzo cortante de cedencia τ_0 .

$$\xi = \frac{\tau_0}{\left(\frac{D \cdot \Delta P}{4 \cdot L}\right)} = \frac{\tau_0}{\left(\frac{f \cdot \rho \cdot \bar{v}^2}{2}\right)} \quad [XXXI]$$

Por último, la presión, que se puede obtener mediante:

$$\Delta P = \frac{2 \cdot f \cdot L \cdot \rho \cdot (\bar{v})^2}{D} \quad [XXXII]$$

Las ecuaciones [XXIX], [XXX] y [XXXI] se deben resolver mediante un proceso iterativo.

El perfil de velocidad es función del radio y está dividido en 2 zonas; una en la cual sigue un perfil parabólico y la otra en la que es constante alcanzando su valor máximo.

Primero se halla la posición radial en la cual sucede este cambio:

$$R_p = \frac{2 \cdot L \cdot \tau}{\Delta P} \quad [XXXIII]$$

Una vez hallada la posición radial donde se produce el cambio, el perfil de velocidad está determinado por la siguiente función:

$$v(r) = \left[\frac{2L}{\Delta P m^{\frac{1}{n}}} \right] \left[\frac{\left(\left(\frac{\Delta P R}{2L} \right) - \tau_0 \right)^{\frac{1+n}{n}} - \left(\left(\frac{\Delta P r}{2L} \right) - \tau_0 \right)^{\frac{1+n}{n}}}{\frac{1+n}{n}} \right]; \quad r > R_p \quad [XXXIV]$$

$$v(r) = \left[\frac{2L}{\Delta P m^{\frac{1}{n}}} \right] \left[\frac{\Delta PR}{2L} - \tau_0 \right]^{\frac{1+n}{n}} \left[\frac{n}{1+n} \right]; \quad 0 \leq r \leq R_p \quad [XXXV]$$

5.6.3 Bingham

El modelo de Bingham, del mismo modo que el Herschel-Bulkley, también tiene en cuenta el esfuerzo de cedencia inicial. Las ecuaciones constitutivas de este modelo se muestran a continuación:

Número de Reynolds de Bingham:

$$R_{E,B} = \frac{D \cdot \bar{v} \cdot \rho}{\mu_{pl}}; \quad [XXXVI]$$

Número de Hedstrom:

$$H_E = \frac{D^2 \cdot \tau_0 \cdot \rho}{\mu_{pl}^2}; \quad [XXXVII]$$

Donde:

- D = diámetro [m].
- ρ = densidad del fluido [kg/m³].
- n = índice de potencia del fluido [-].
- τ_0 = tensión de cedencia del fluido [Pa].
- \bar{v} = velocidad media del fluido [m/s].
- μ_{pl} = viscosidad dinámica del fluido [Pa·s]

El flujo será laminar, sí:

$$R_{E,B} < \frac{H_E}{8C_C} \cdot \left(1 - \frac{4C_C}{3} + \frac{4C_C^4}{3} \right) = (R_{E,B})_{cr}; \quad [XXXVIII]$$

$$\frac{C_C}{(1 - C_C)^3} = \frac{H_E}{16800}; \quad [XXXIX]$$

Factor de fricción Fanning:

$$f = \frac{16(6R_{R,B} + H_E)}{6(R_{E,B})^2}; \quad [XL]$$

Presión:

$$\Delta P = \frac{2 \cdot f \cdot L \cdot \rho \cdot (\bar{v})^2}{D}; \quad [XLI]$$

$$R_p = \frac{2 \cdot L \cdot \tau_0}{\Delta P}, \quad [XLII]$$

Mediante [XLII] obtenemos la coordenada a partir de la cual la velocidad obtiene su valor máximo y el perfil se vuelve plano.

El perfil de velocidad sigue la siguiente distribución:

$$V(r) = \left[\frac{2L}{\Delta P \mu_{pl}} \right] \left[\frac{\left(\left(\frac{\Delta PR}{2L} \right) - \tau_0 \right)^2 - \left(\left(\frac{\Delta Pr}{2L} \right) - \tau_0 \right)^2}{2} \right]; \quad r > R_p \quad [XLIII]$$

La velocidad máxima se corresponde con la siguiente ecuación.

$$V(r) = \left[\frac{2L}{\Delta P \mu_{pl}} \right] \left[\frac{\Delta PR}{2L} - \tau_0 \right]^2; \quad 0 \leq r \leq R_p \quad [XLIV]$$

6 Software utilizado

El software utilizado para las simulaciones realizadas en este proyecto han sido GiD 14.1.7.d y Kratos para las simulaciones CFD, así como el programa Matlab R2019b, para el cálculo de la solución analítica.

6.1 GiD

GiD es un pre y post procesador para simulaciones numéricas. Este programa ha sido desarrollado por CIMNE (Centre International for Numerical Methods in Engineering), contando con su sede en Barcelona. Gracias a la experiencia con la que cuentan sus miembros, han conseguido que el programa tenga una amplia aplicabilidad.

Este programa es un pre y post procesador, gracias a esto podemos realizar todo el proceso de simulación, ya que entre sus características cuenta con:

- CAD: nos permite crear la geometría directamente en él o también disponemos de la opción de importar geometrías de otros CADs en algún tipo de fichero como podría ser .igs
- Mallado: podemos mallar el elemento sujeto a estudio eligiendo desde el tipo de elemento (triángulo, tetraedro, etc.), orden del elemento (normal, cuadrático o cuadrático 9), tipo de malla (estructurada o no), así como el tamaño de los elementos que la componen.
- Reconstrucción: con esta opción podemos reparar geometrías dentro del entorno o realizar las modificaciones que fueran necesarias.

Todo esto se consigue gracias a una interfaz básica e intuitiva, lo que permite su utilización a cualquier usuario, independientemente de si lo ha utilizado con anterioridad. Otra importante característica es la visualización de resultados sin necesidad de cambiar de programa, pues este dispone de una amplia gama de opciones a la hora de mostrar resultados.

6.2 Kratos

Las simulaciones realizadas en este documento han sido posible gracias a Kratos. Este se encuentra disponible para su descarga a través de GiD, software con el que comparte interfaz de usuario, tanto a nivel de pre-procesado como de post-procesado. El lenguaje de programación es C++ con interfaz Python y es Open Source (código abierto) lo que significa que cualquier programador puede acceder al código y modificarlo sin necesidad de ser el creador. Kratos es una potente herramienta utilizada en tesis y artículos [12], [13] y [14].

Este software es de gran utilidad a la hora de realizar simulaciones. Entre sus opciones de simulación permite realizar desde una simulación de elementos estructurales, a una simulación de fluidos, sin olvidarnos de la transferencia de calor. Todo esto es posible en 2 y 3D.

Kratos dispone de repositorio público en el que los usuarios pueden programar sus propios tipos de problema y una vez comprobado su funcionamiento, compartirlo con el resto de los usuarios, con lo que se consigue que se disponga de una gran base de datos diferentes y se sencillo para poder realizar cualquier simulación.

6.3 Matlab R2019a

Matlab es una herramienta de cálculo creada por MathWorks. Este programa tiene disponible una amplia gama de aplicaciones, cosa que es de gran ayuda. Pues usándola de la forma correcta podremos realizar complejas operaciones. Hay que destacar que este programa es muy utilizado en universidades y centros de investigación y desarrollo.

La interfaz de usuario no es tan intuitiva como cabría esperar y se debe conocer el lenguaje de programación, este es propio (lenguaje M), pero se dispone de un tutorial en la página web, así como de una útil base de datos para la ayuda integrada en el programa.

Este programa ha sido de gran ayuda a la hora de realizar la validación del modelo, pues gracias a su sistema de cálculo y a una serie de programas que se han realizado, se han podido programar soluciones analíticas con fórmulas complejas. De otra manera hubiese sido complicado poder obtenerlas.

7 Validación de los modelos en Kratos

7.1 Poiseuille

El experimento realizado pretende verificar que el modelo propuesto y la simulación computacional de Kratos, ofrecen valores que, se ajustan (con un cierto error) a la realidad.

Para la validación se ha modelizado una arteria como una tubería cilíndrica de paredes rígidas por el interior de la cual circula un fluido. El objeto de este caso es comparar los valores de presión y velocidades obtenidos mediante la simulación en Kratos contra los valores obtenidos analíticamente mediante un programa de cálculo. En este caso la solución analítica ha sido desarrollada en Matlab.

A continuación, se muestra el estudio del perfil de velocidades en diferentes secciones a lo largo de la arteria.

7.1.1 Modelización del problema

Geometría

La geometría del modelo ha sido desarrollada en 3D mediante GiD. La simulación del caso se ha realizado mediante Kratos.

La arteria, como se ha comentado anteriormente, ha sido modelizada como un conducto cilíndrico recto de paredes rígidas. En la figura 1, puede observarse dicha geometría.

El cilindro tiene un radio de 0.002 m y una longitud de 0.03 m. El origen del cilindro se encuentra en el punto (0,0,0).

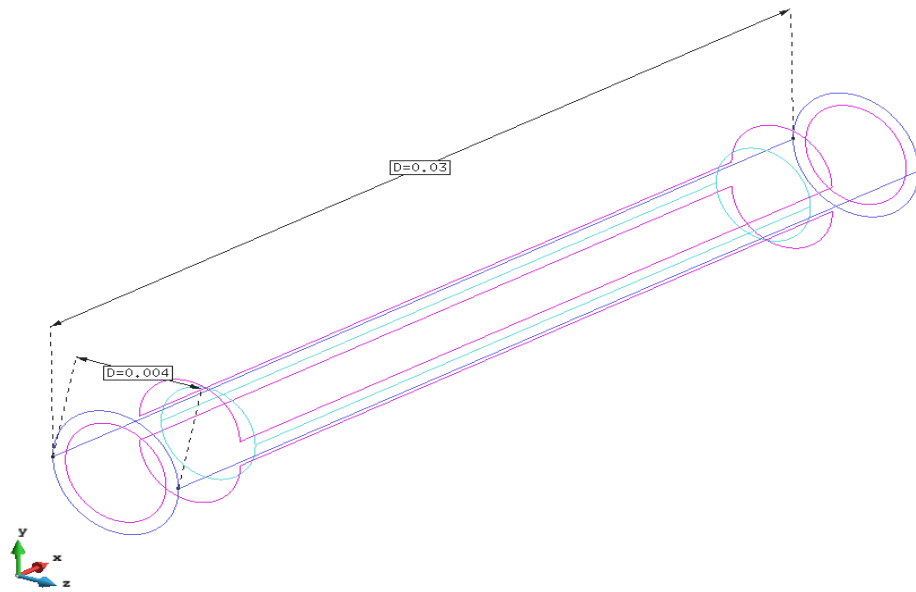


Ilustración 7-1. Geometría del modelo para validación de Poiseuille.

Datos del fluido

El volumen interior de la geometría mostrada en la fig.7.1 (color azul claro) representa el fluido. Las propiedades del mismo son las siguientes:

- Densidad (ρ): 1000 kg/m³.
- Viscosidad dinámica (μ): 0.004 Pa·s.

Mallado

Durante el experimento se han realizado 3 mallados con diferentes tamaños, con el fin de comparar los resultados y obtener los más ajustados posible. Las características de cada malla se pueden encontrar en la siguiente tabla.

Tabla 2. Características de las mallas utilizadas (Poiseuille)

Mallas

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos	Estructurada
1	0.0008	1788	8075	1862	No
2	0.0005	4520	31679	6564	No
3	0.0002	24492	430571	79472	No



Ilustración 7-2. Representación de la geometría mallada (Malla 3)

Resumen de resultados

La solución analítica del problema (Ley de Poiseuille) viene dada por las siguientes ecuaciones:

$$u_{max} = 2 \cdot u_{avg}$$

$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{D^2} \cdot u_{avg}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot D \cdot u_{avg}}{\mu}$$

Tabla 3. Resumen de los resultados obtenidos (Poiseuille)

	Analítica	KRATOS	KRATOS	KRATOS
	(usando valores teóricos)	(CFD)	(CFD)	(CFD)
		Malla 1	Malla 2	Malla 3
v_{med} (m/s)	0,134	0,1318	0,1347	0,1337
Caudal de entrada (m³/s)	1,6839x10 ⁻⁶	1,6559x10 ⁻⁶	1,6928x10 ⁻⁶	1,6801x10 ⁻⁶
Caudal de salida(m³/s)	1,6839x10 ⁻⁶	1,7156x10 ⁻⁶	1,6409x10 ⁻⁶	1,6742x10 ⁻⁶
Reynolds	134	131,77	134,7	133,7
ΔP (Pa)	32,16	33,61	32,98	32,118
Error ΔP (%)	-	4,5087	2,5497	0,1306

7.1.2 Malla 1

Para realizar el experimento, se impone una velocidad en la sección de entrada de 0.134 m/s, lo que corresponde a un Reynolds de 134 (flujo laminar). A la salida, se impone presión nula, debido a que el fluido es movido por el gradiente de presión existente en el conducto. En las paredes de este imponemos la condición de adherencia o no deslizamiento del fluido, esto es velocidad 0 m/s.

Con todos estos parámetros establecidos podemos proceder a la simulación.

Presión

En este apartado se muestra la evolución de la presión durante la circulación del flujo. Para ver cuando se estabiliza, se hace una gráfica de convergencia temporal para obtener el valor de presión. Pues este valor no será real hasta que no haya pasado un tiempo determinado y el flujo haya sido estabilizado. Del mismo modo, se desprecia una cierta longitud a la entrada conocida como longitud de transición en la cual el flujo no está desarrollado por completo.

La figura 5 muestra la presión en el cilindro una vez el flujo está estabilizado. Como se puede observar el valor máximo es de 34 Pa aproximadamente.

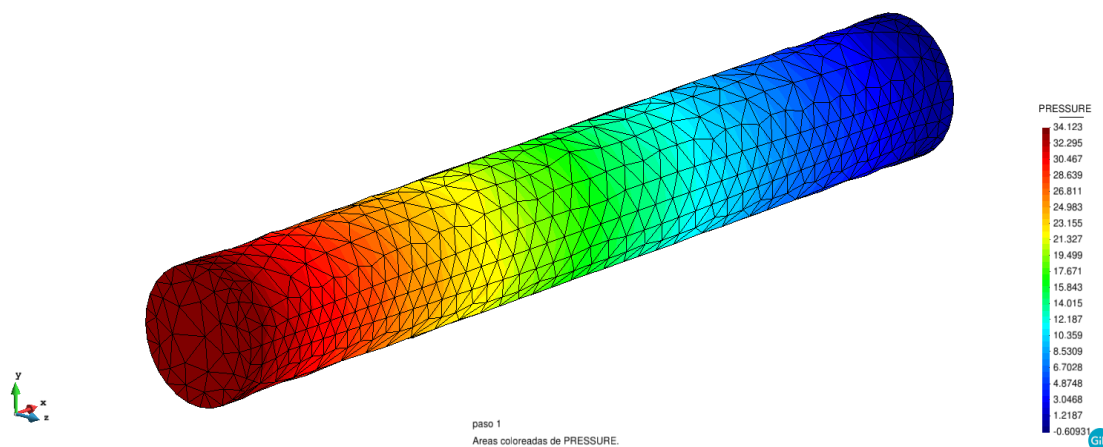


Ilustración 7-3. Ejemplo de distribución de la presión obtenida en la simulación (Poiseuille)

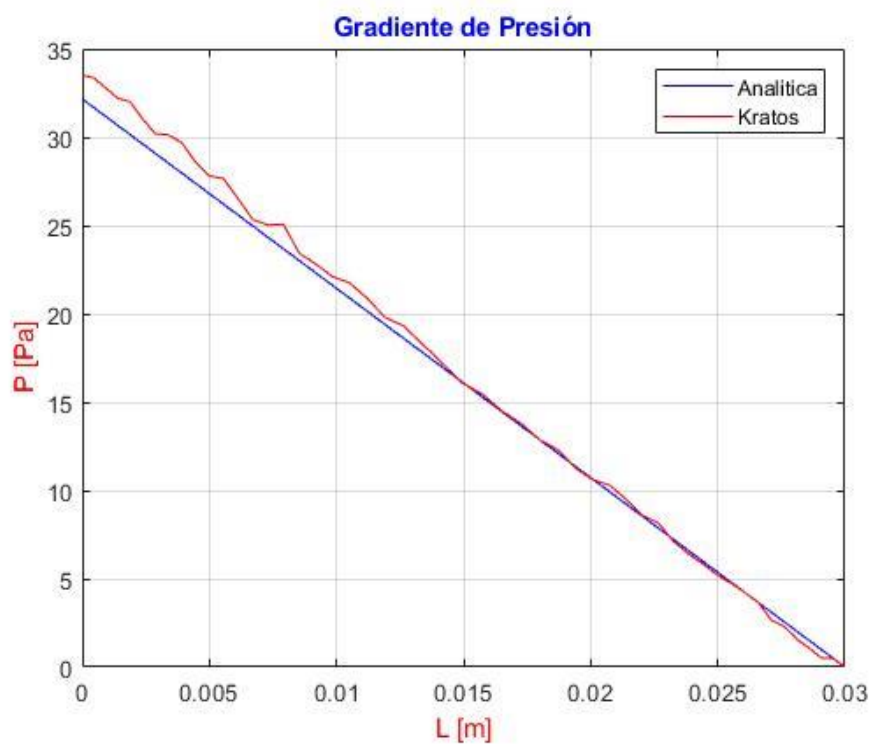


Ilustración 7-4. Gráfica del gradiente de presión numérico vs analítico en la malla 1 (Poiseuille)

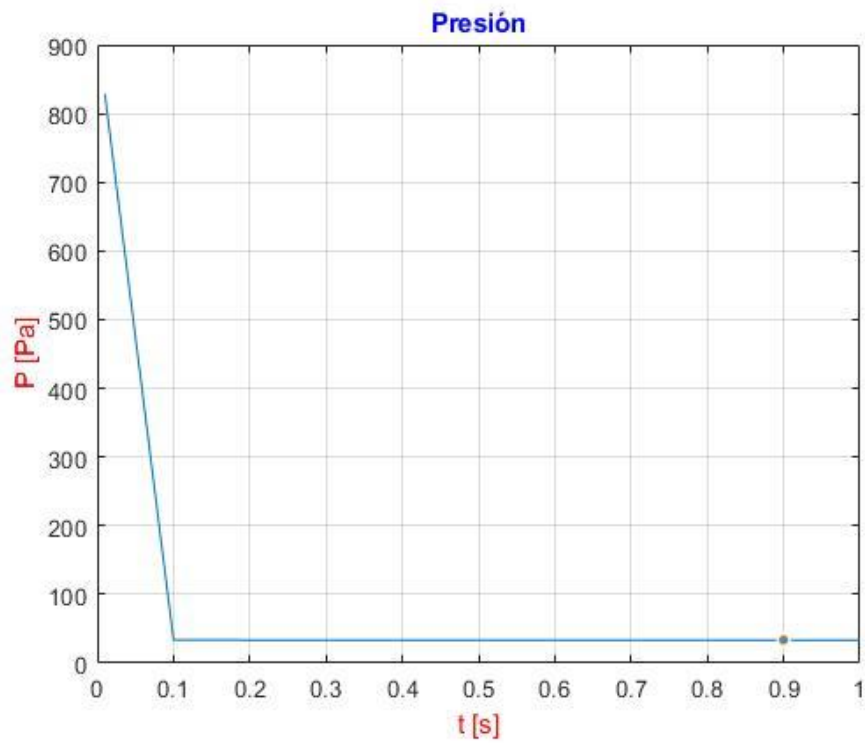


Ilustración 7-5. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (Poiseuille)

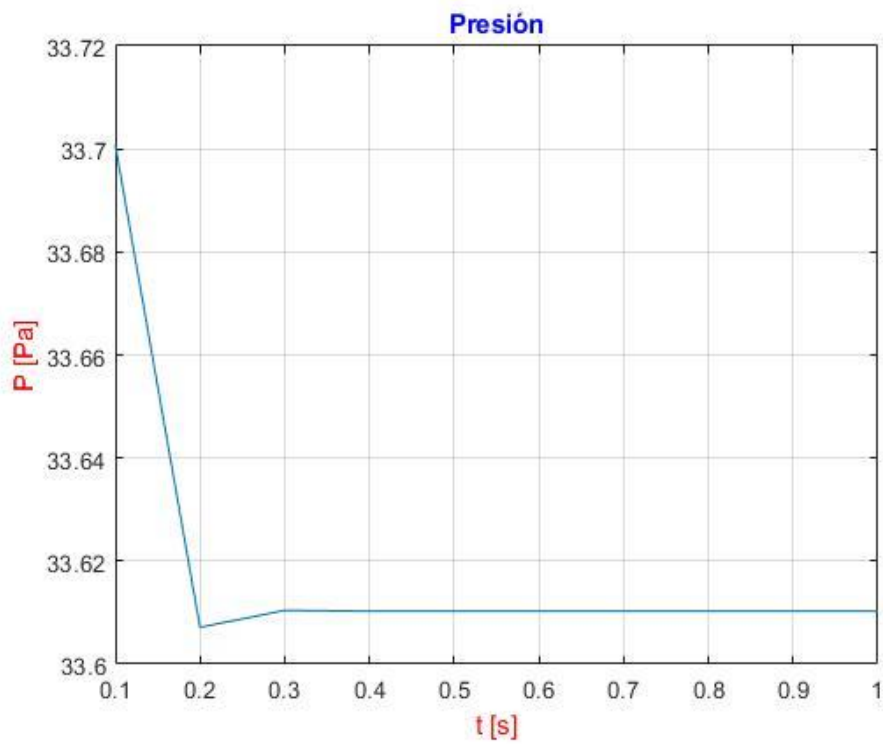


Ilustración 7-6. Gráfica de convergencia temporal de presión corregida (Poiseuille)

En la figura 7-5, se muestra la presión existente en un punto central de la sección de entrada. En la gráfica se puede ver como desde 0s a 0.1s existe una importante caída de presión. Este valor no puede tenerse en cuenta, pues es debido a la longitud de transición comentado con anterioridad, por lo que la gráfica que debemos observar es la mostrada en la figura 7-6. Dicha figura muestra la evolución temporal de la presión en la sección de entrada. Como se puede comprobar la presión se estabiliza en 33.61 Pa a partir de los 0.3s.

Perfil de velocidad

Para el estudio de la velocidad se comprobará el perfil en 5 secciones diferentes repartidas de manera equitativa en su longitud. La figura 7-7 muestra dichas secciones.

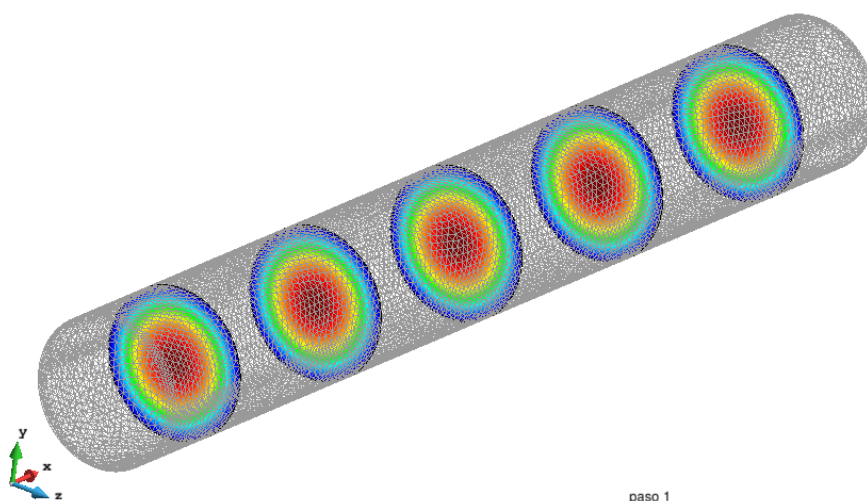


Ilustración 7-7. Representación de las secciones seleccionadas para la evaluación del perfil de velocidad (Poiseuille)

A continuación, se mostrarán los valores obtenidos para la velocidad en las diferentes secciones, las cuales están numeradas del 1 al 5 comenzando desde el origen y siguiendo el eje x.

Para asegurar que realmente tenemos un perfil parabólico, la velocidad de entrada en Kratos sigue la siguiente ecuación:

$$v = v_{max} \cdot \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{R^2}\right)$$

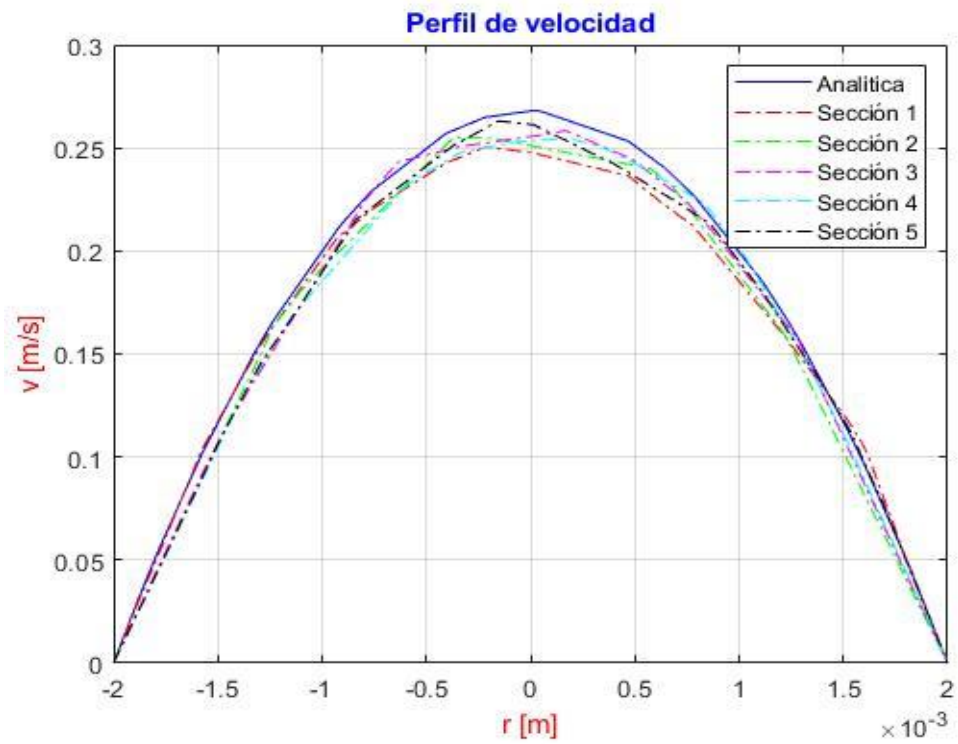


Ilustración 7-8. Perfil de velocidad numérica vs. analítica en la malla 1 (Poiseuille)

7.1.3 Malla 2

Resultados

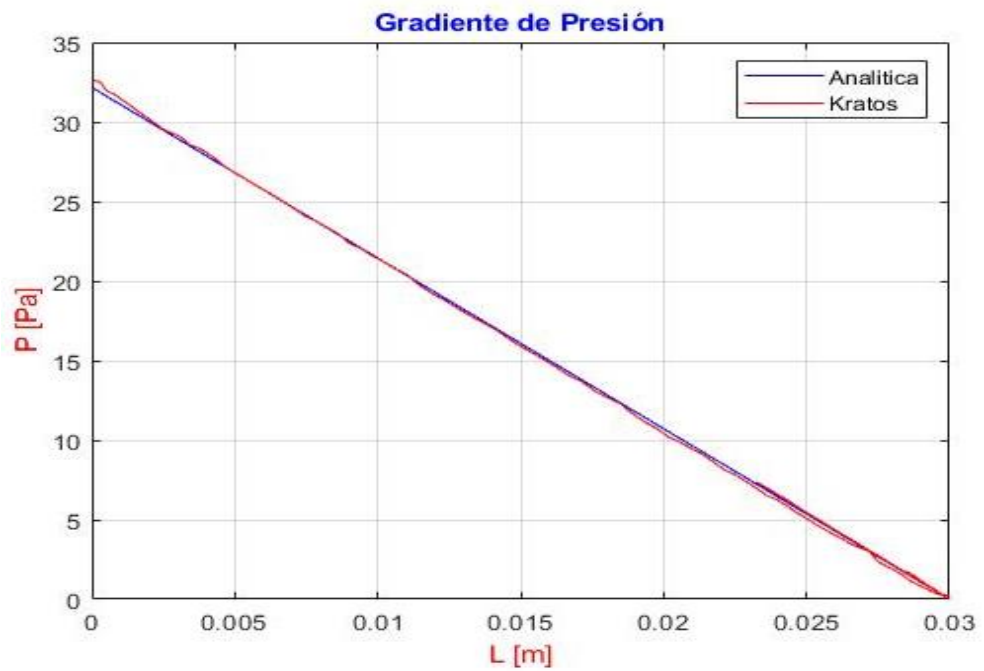
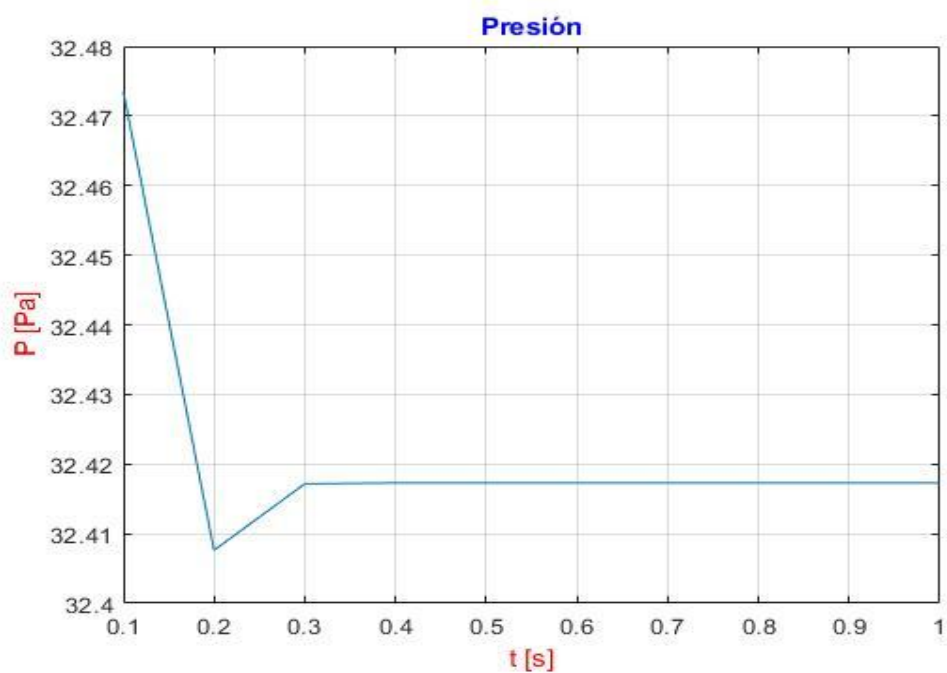
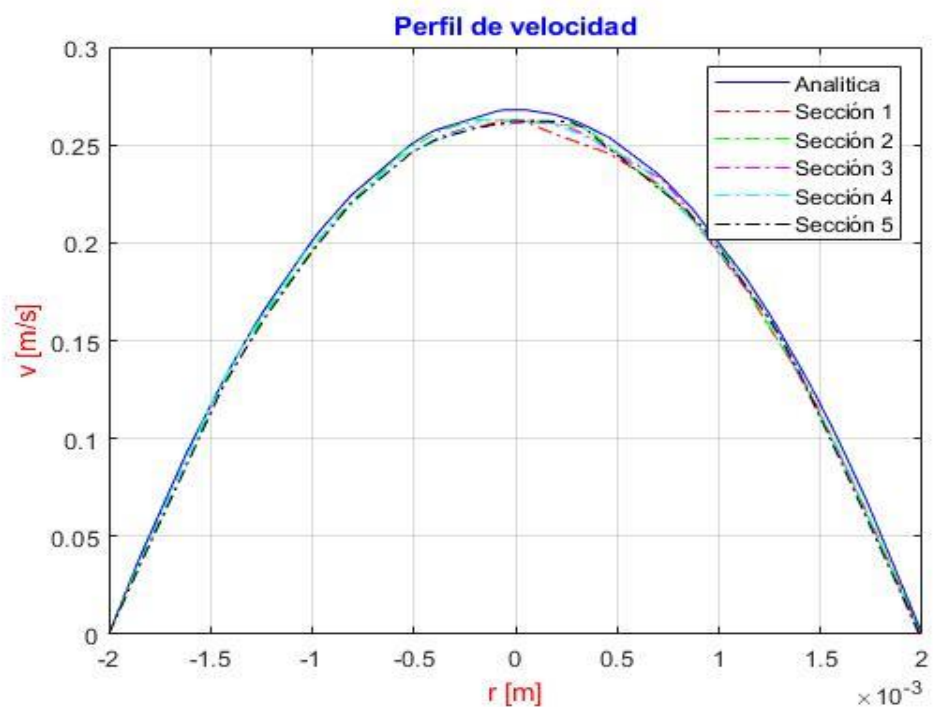


Ilustración 7-9. Gráfica del gradiente de presión numérico vs analítico en la malla 2 (Poiseuille)



Il·lustració 7-10. Gràfica de convergència de pressió en la malla 2 (Poiseuille)



Il·lustració 7-11. Perfil de velocitat obtingut analíticament vs numèric en la malla 2 (Poiseuille)

La figura 7-9, muestra el gradiente de presión presente en la geometría, su variación en la longitud del elemento y su diferencia con el obtenido analíticamente. Lo mismo sucede con los perfiles de velocidad, cosa que podemos comprobar en la figura 7-11.

7.1.4 Malla 3

Resultados

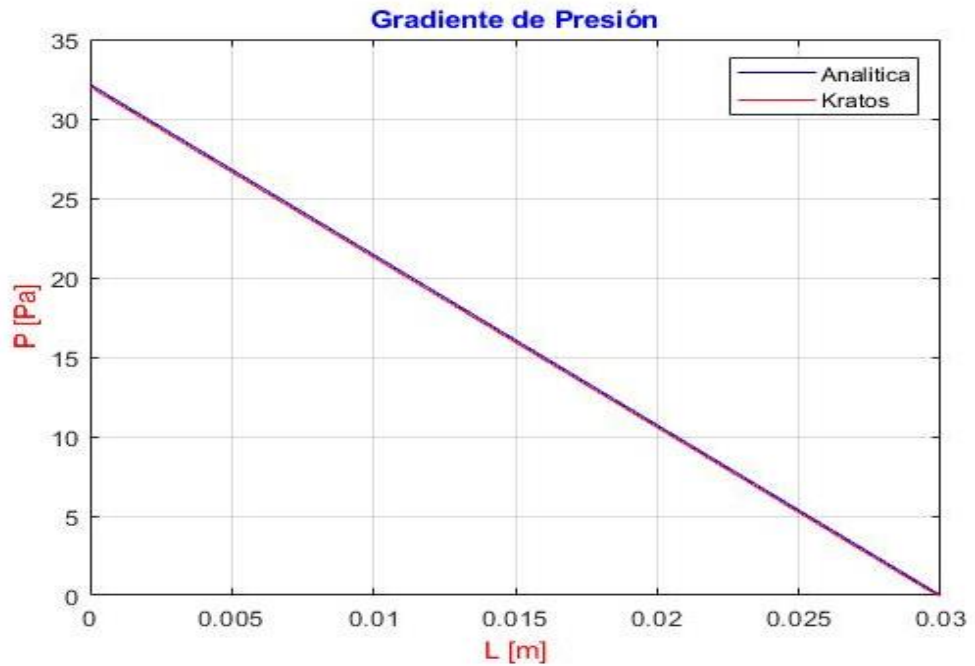


Ilustración 7-12. Gráfica del gradiente de presión numérico vs analítico en la malla 3 (Poiseuille).

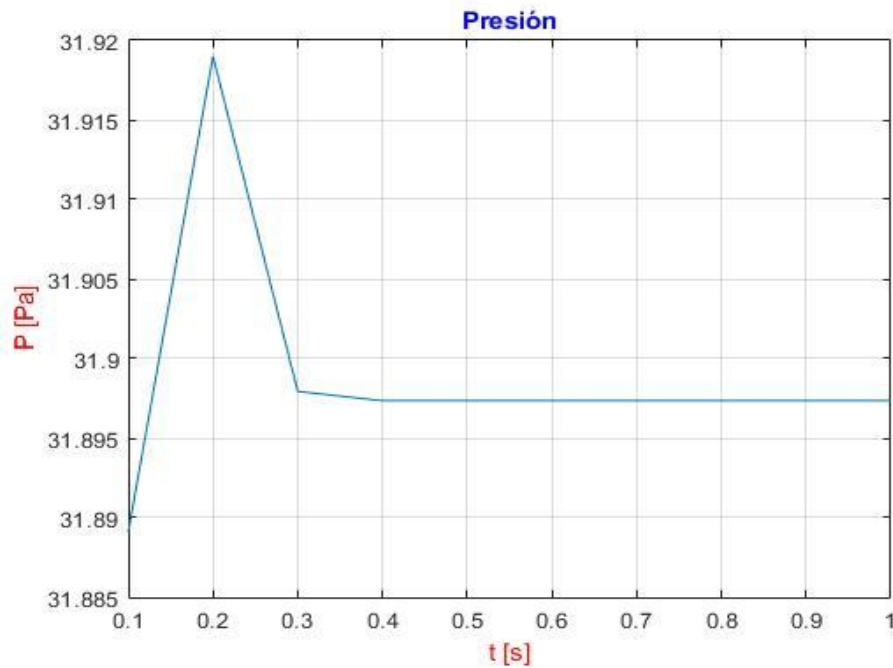


Ilustración 7-13. Gráfica de convergencia de la presión en la malla 3 (Poiseuille).

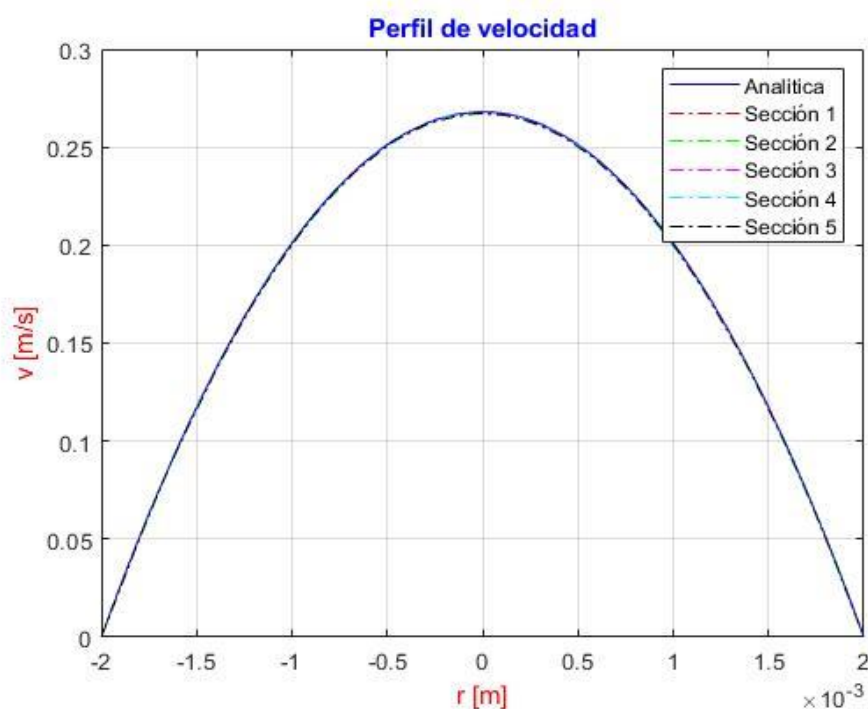


Ilustración 7-14. Perfil de velocidad obtenido numéricamente vs analítico (Poiseuille).

En este último caso, podemos comprobar como el nivel de refinamiento de la malla es suficiente para obtener buenos resultados. Sí observamos la figura 7-12, se observa que apenas hay diferencia entre el gradiente de presión analítico y el numérico, prácticamente coinciden en toda la longitud. Lo mismo ocurre con la velocidad, cosa que se puede comprobar mediante la figura 7-14.

7.2 Womersley

El experimento realizado en este apartado compara la solución teórica de Womersley (flujo oscilatorio o pulsátil) con los resultados obtenidos mediante la simulación llevada a cabo con Kratos. Para ello se va a recrear el experimento realizado por Taylor [10], utilizando los mismos parámetros.

En primer lugar, se ha programado un código en Matlab (mostrado en el anexo 1 de este documento) que obtiene la solución analítica del problema para después compararla con la solución experimental obtenida mediante Kratos.

7.2.1 Modelización del problema

Geometría

La geometría del modelo es idéntica a la utilizada en el caso anterior (7.1).

Mallado

El modelo fue mallado con GiD, con un tamaño de elementos de 0.0002, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la validación de Poiseuille.

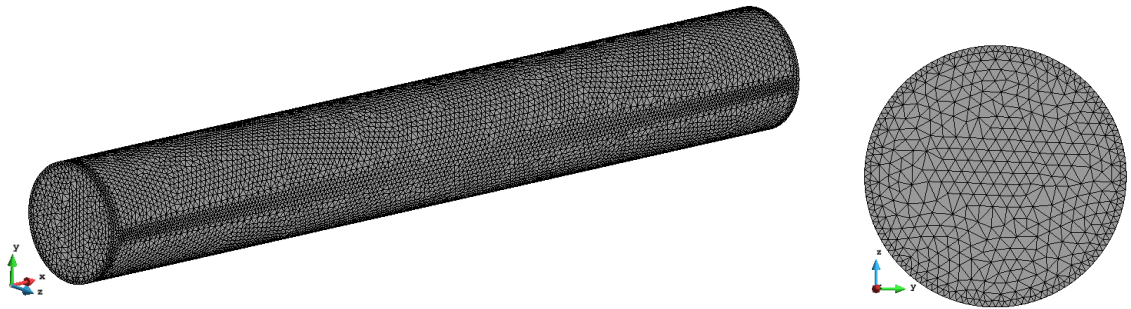


Ilustración 7-15. Representación de la geometría mallada (Womersley).

Tabla 4. Características de la malla 1 (Womersley).

Malla

Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos	Capa límite
0.0002	24492	430571	79472	No

Datos del problema

Cuando se trabaja con un flujo con naturaleza cíclica esto es, repetitivo en el tiempo con un período determinado, estamos ante un flujo de Womersley, por lo que en este caso la velocidad será función del tiempo. Para ello se impondrá como una función senoidal debido

al carácter pulsátil del flujo sanguíneo. Por lo tanto, la velocidad queda de la siguiente manera:

- $V(t) = V_m \cdot (1 + \sin(2\pi t/T))$ [m/s]

Donde V_m es la velocidad media y T es el periodo.

Sabiendo que el caudal es:

- $Q = V \cdot A$

Donde A es el área de la sección, el caudal como función del tiempo se puede expresar como sigue:

- $Q(t) = A_m \cdot V_m \cdot (1 + \sin(2\pi t/T))$ [m³/s]

Siendo A_m el área de la arteria.

Los valores escogidos son:

- $V_m = 0.134$ m/s
- $T = 0.2$ s
- $\alpha = 5.6$

Las siguientes figuras, muestran la velocidad y el caudal durante un ciclo completo.

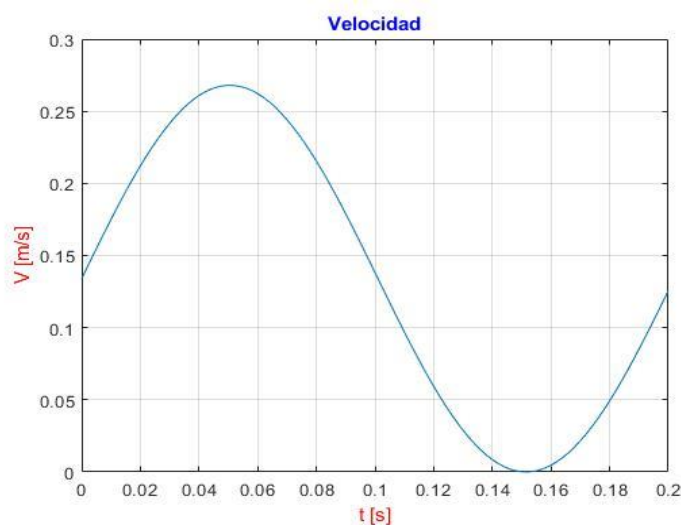


Ilustración 7-16. Velocidad de entrada en función del tiempo.

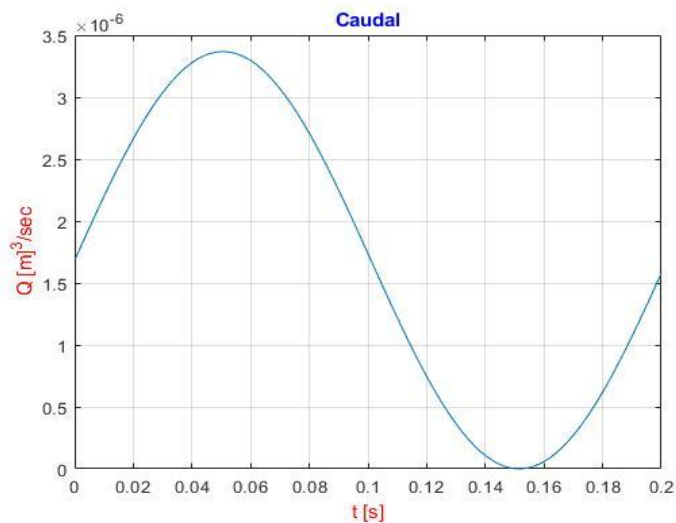


Ilustración 7-17. Representación del caudal en función del tiempo.

Datos del fluido

El fluido tiene las mismas propiedades que en el apartado de Poiseuille:

- Densidad (ρ): 1000 kg/m³.
- Viscosidad dinámica (μ): 0.004 Pa·s.

Resultados

Los resultados serán extraídos para cuatro instantes de tiempo durante un ciclo para observar cómo varía el perfil de velocidad en función del tiempo.

- 0.03s que corresponde a 0.150 t/T
- 0.08s que corresponde a 0.400 t/T
- 0.13s que corresponde a 0.650 t/T
- 0.18s que corresponde a 0.900 t/T

La toma de datos se realiza en una sección que se encuentra en $x=0.028$ m, de esta manera se asegura un flujo completamente desarrollado en esta sección de la arteria.

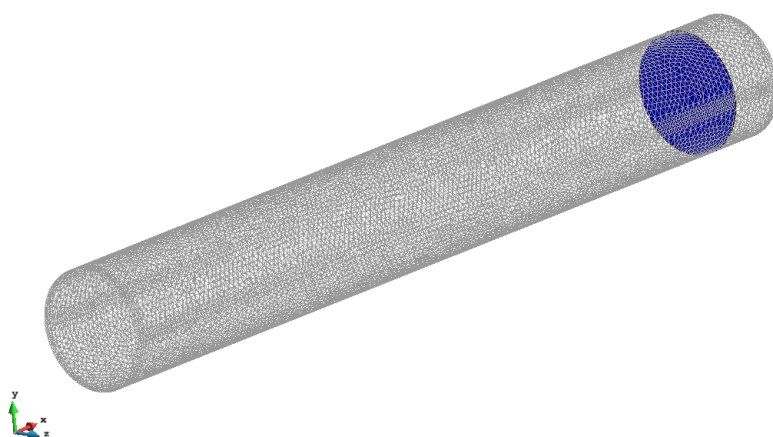


Ilustración 7-18. Representación de la sección seleccionada para la evaluación del perfil de velocidad (Womersley).

7.2.2 Malla 1

En este caso la malla utilizada es la representada en el apartado 7.2.1.

Resultados

En este apartado se mostrarán de manera gráfica los perfiles de velocidad obtenidos mediante simulación y de manera analítica en un mismo gráfico. Se comparará la forma del perfil obtenida para comprobar la concordancia entre cálculo y la simulación.

La figura 7-19, muestra el perfil de velocidad obtenido para los 4 instantes de tiempo mencionados anteriormente. En la misma, se puede observar que, la gráfica realizada con línea continua corresponde al valor de la solución analítica, haciendo referencia a solución exacta. Por otro lado, encontramos una gráfica realizada con línea discontinua, indicando que se trata del perfil obtenido en Kratos.

Para el cálculo del error se utiliza la siguiente formula:

$$error (\%) = \frac{|Valor_{numérico} - Valor_{analítico}|}{Valor_{numérico}} \cdot 100$$

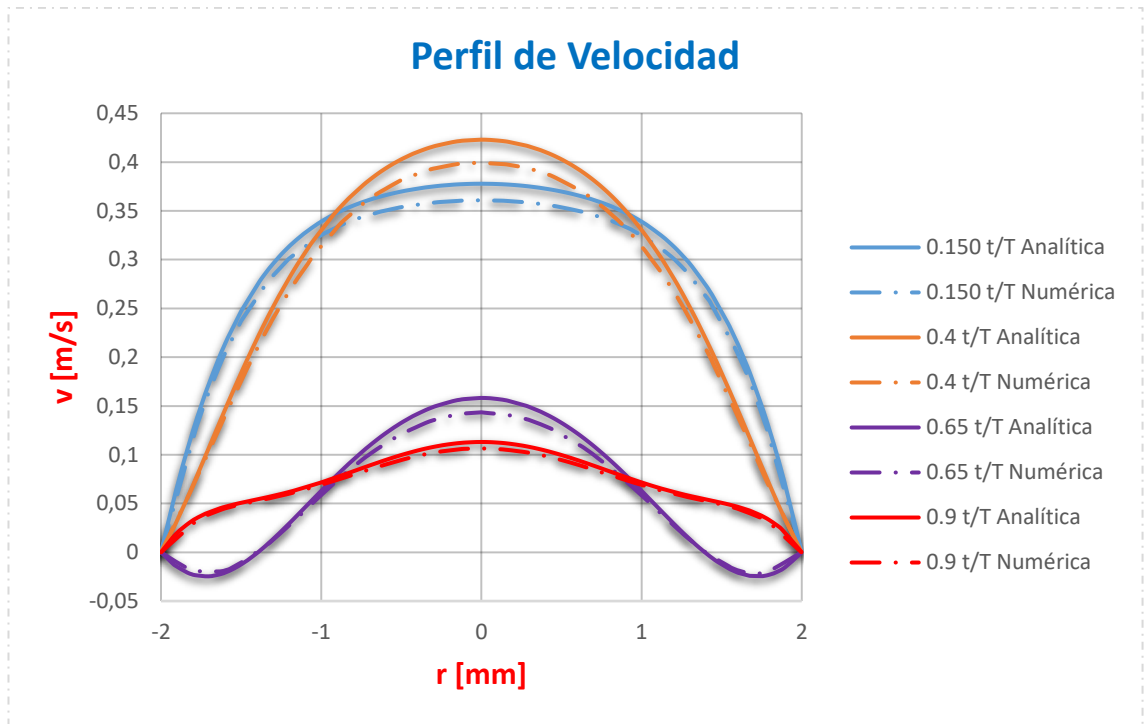


Ilustración 7-19. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 1 (Womersley).

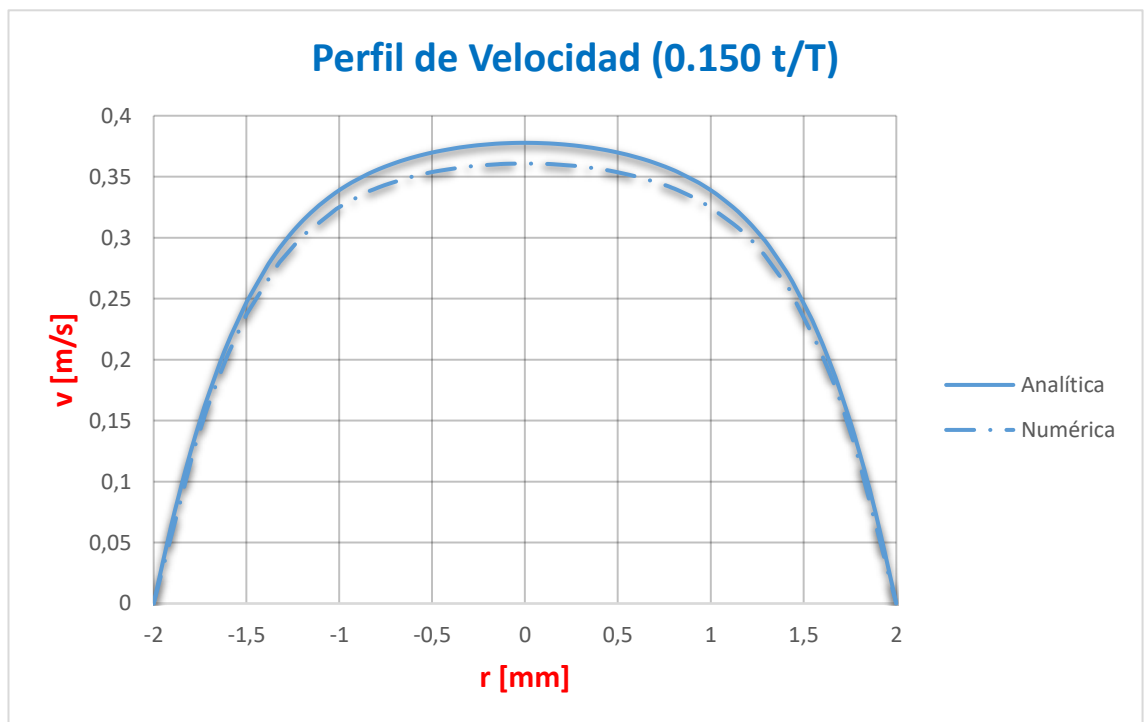
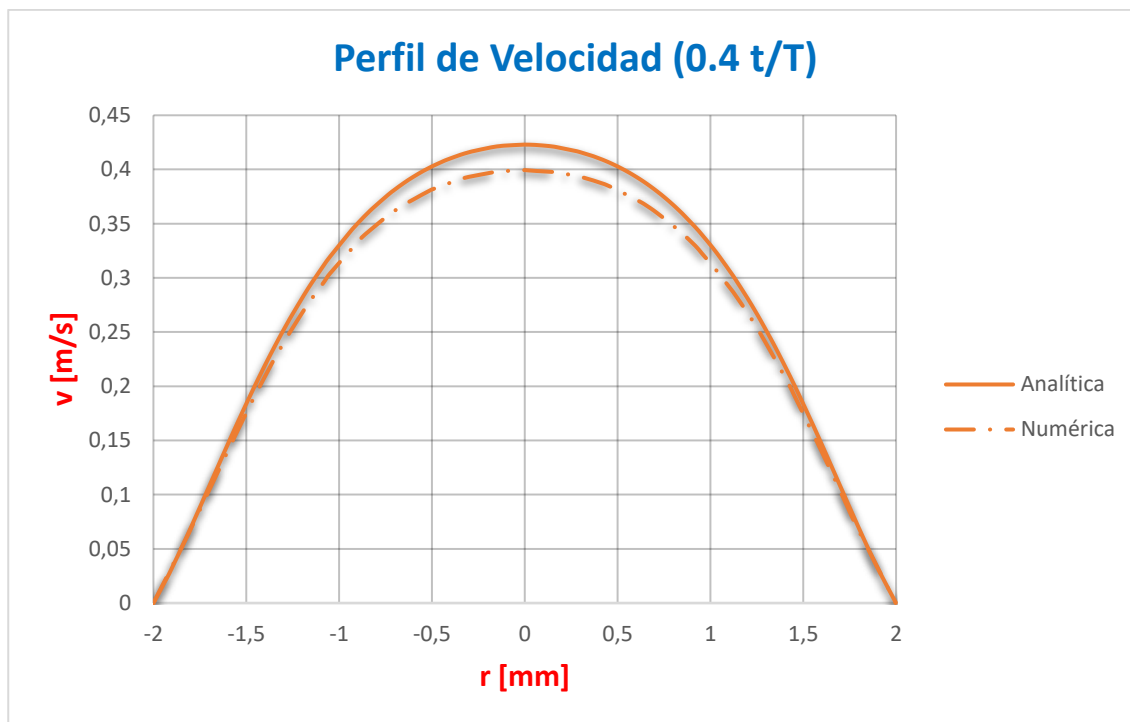
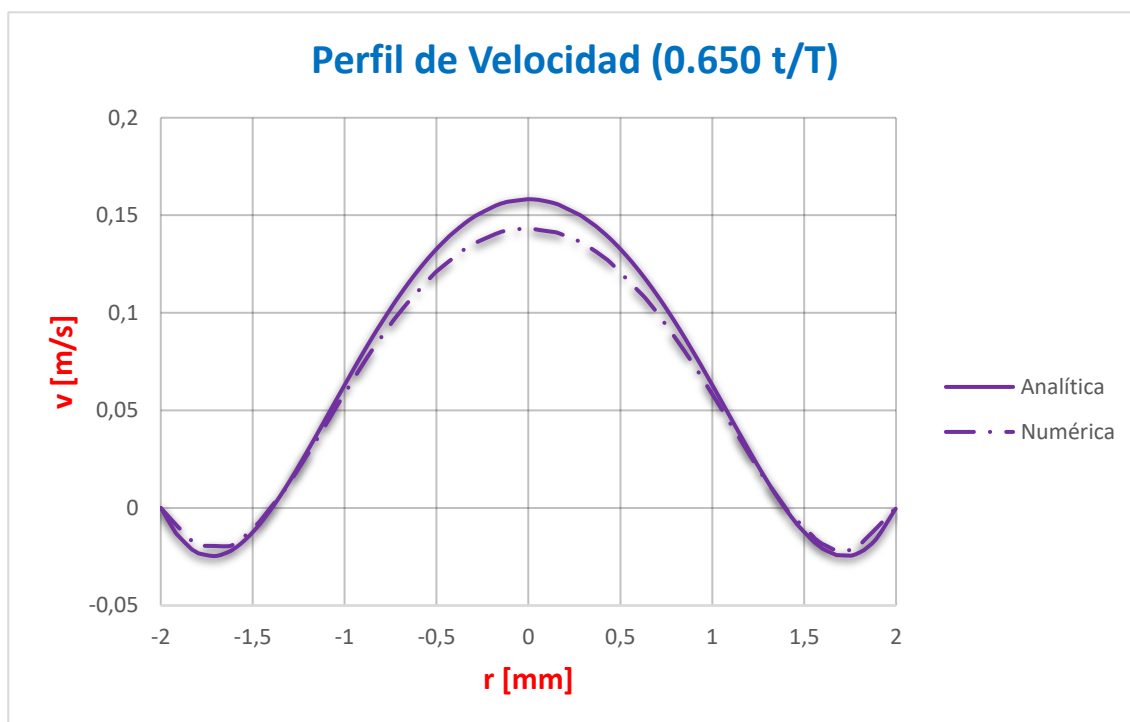


Ilustración 7-20. Perfil de velocidad para $t=0,03s$ en la malla 1 (Womersley).



Il·lustració 7-21. Perfil de velocitat para $t=0,08s$ en la malla 1 (Womersley).



Il·lustració 7-22. Perfil de velocitat para $t=0,13s$ en la malla 1 (Womersley).

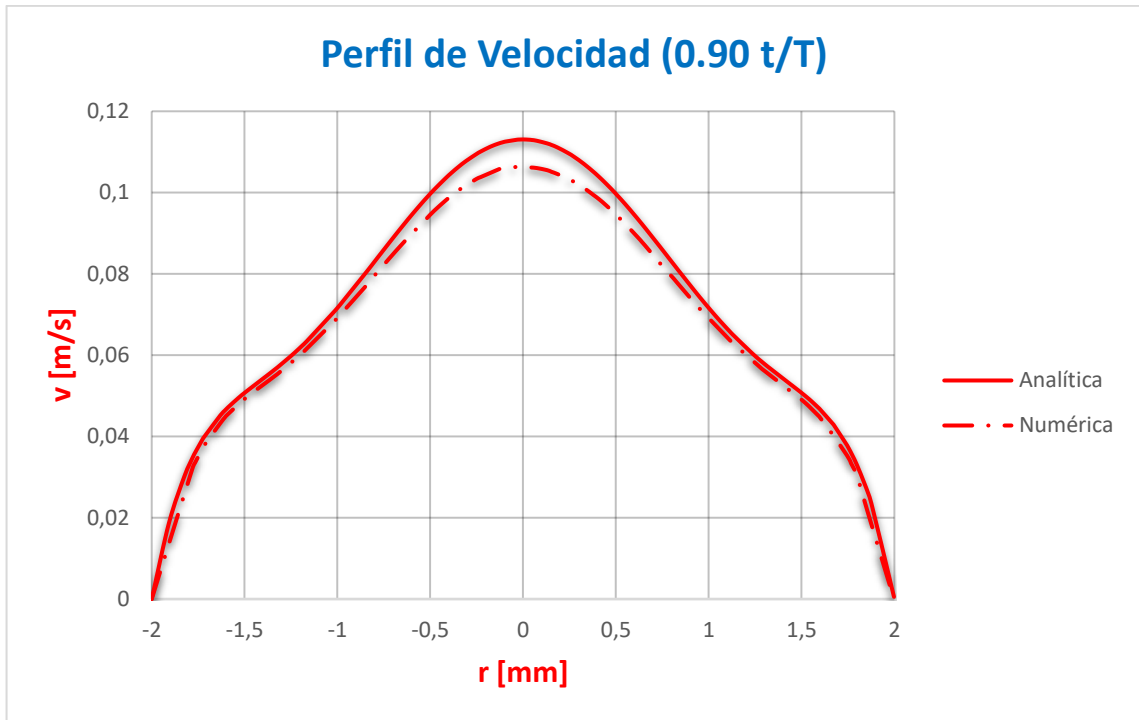


Ilustración 7-23. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en la malla 1 (Womersley).

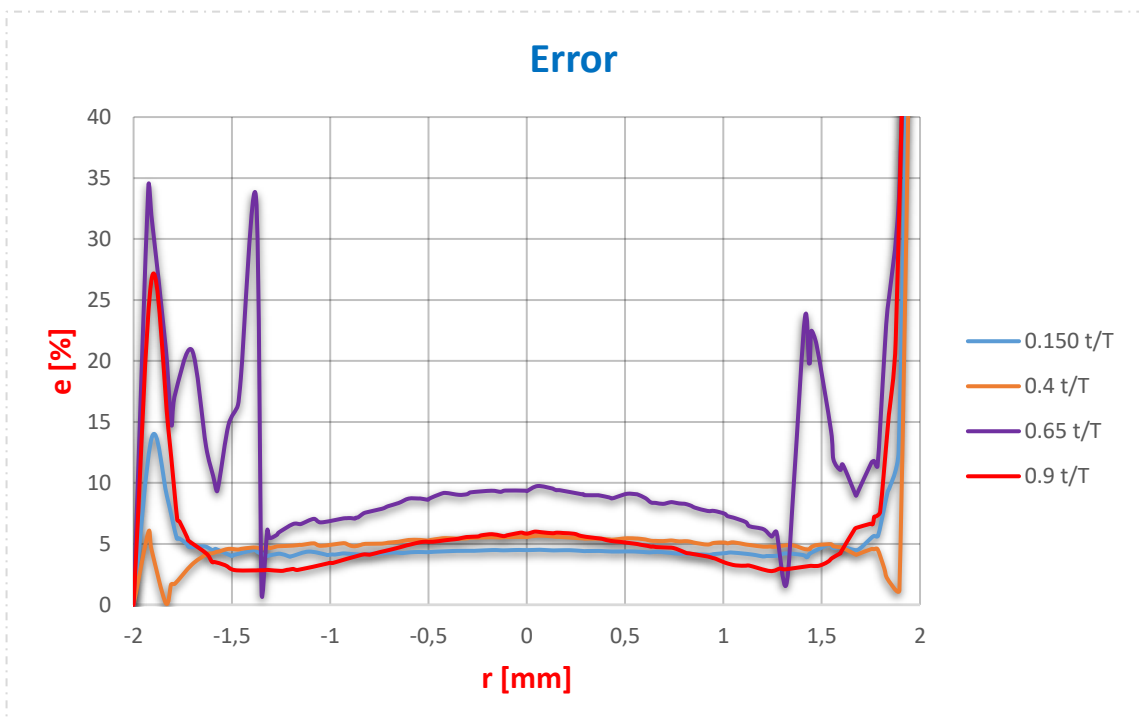


Ilustración 7-24. Error cometido en el cálculo de la velocidad en la malla 1 (Womersley).

La figura 7-24 muestra el error obtenido entre la solución analítica y la numérica para los 4 perfiles de velocidad. Si observamos con detenimiento la gráfica podemos observar que el error es algo elevado (entorno al 10%), siendo este mayor cuanto más cerca estamos del valor máximo del radio. Esto puede deberse a las dificultades de la simulación para reproducir el perfil de velocidad en las zonas cercanas a la pared, por este motivo para los siguientes casos se realizará una malla con capa límite.

7.2.3 Malla 2

En este nuevo caso, todos los parámetros de geometría se mantienen intactos sólo se modificará el mallado. En esta ocasión el tamaño de malla es el mismo que en el caso anterior, pero se añade una capa límite para intentar aproximar de manera más exacta el resultado.

Tabla 5. Características de la malla 2 (Womersley).

Malla

Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos	Capa límite
0.0002	27682	983219	167375	Sí

Para la creación de la capa límite se utiliza una aplicación online [29], que permite calcular el tamaño del primer elemento introduciendo una serie de valores del fluido objeto de estudio. En la siguiente tabla, se muestran las características de la capa límite.

Tabla 6. Características de la capa límite 1.

N	R	Tamaño del elemento [m]	Tamaño acumulado [m]
1		$1,00001 \times 10^{-6}$	$1,00001 \times 10^{-6}$
2	1.2	$1,200012 \times 10^{-6}$	$2,200022 \times 10^{-6}$
3	1.2	$1,440014 \times 10^{-6}$	$3,640036 \times 10^{-6}$
4	1.2	$1,728017 \times 10^{-6}$	$5,36805 \times 10^{-6}$
5	1.2	$2,073621 \times 10^{-6}$	$7,441671 \times 10^{-6}$

6	1.2	$2,488345 \times 10^{-6}$	$9,930016 \times 10^{-6}$
7	1.2	$2,986014 \times 10^{-6}$	$1,291603 \times 10^{-5}$
8	1.2	$3,583217 \times 10^{-6}$	$1,6499247 \times 10^{-5}$

En la tabla 6, se puede observar el tamaño de los elementos que componen la capa límite, así como el tamaño de la capa límite hasta ese elemento. En dicha tabla N indica la posición del elemento y R el factor de crecimiento, lo que indica que el tamaño del siguiente elemento es, el anterior por el factor. Como complemento a la tabla 6, disponemos de la figura 7-25, donde podemos observar la capa límite de manera gráfica.

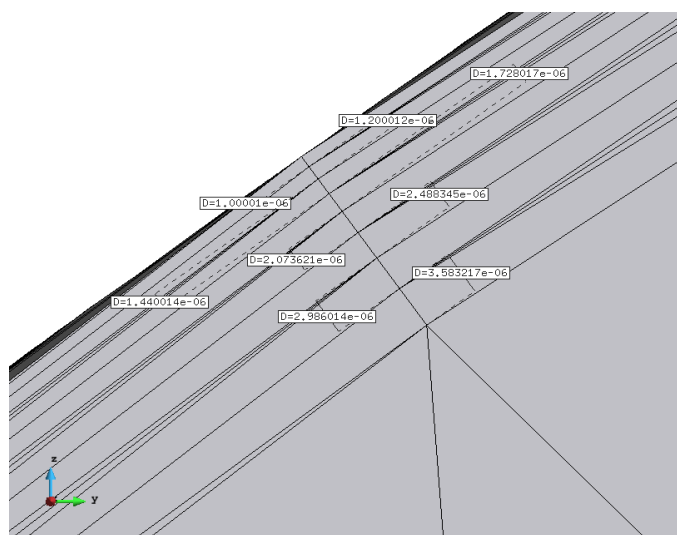
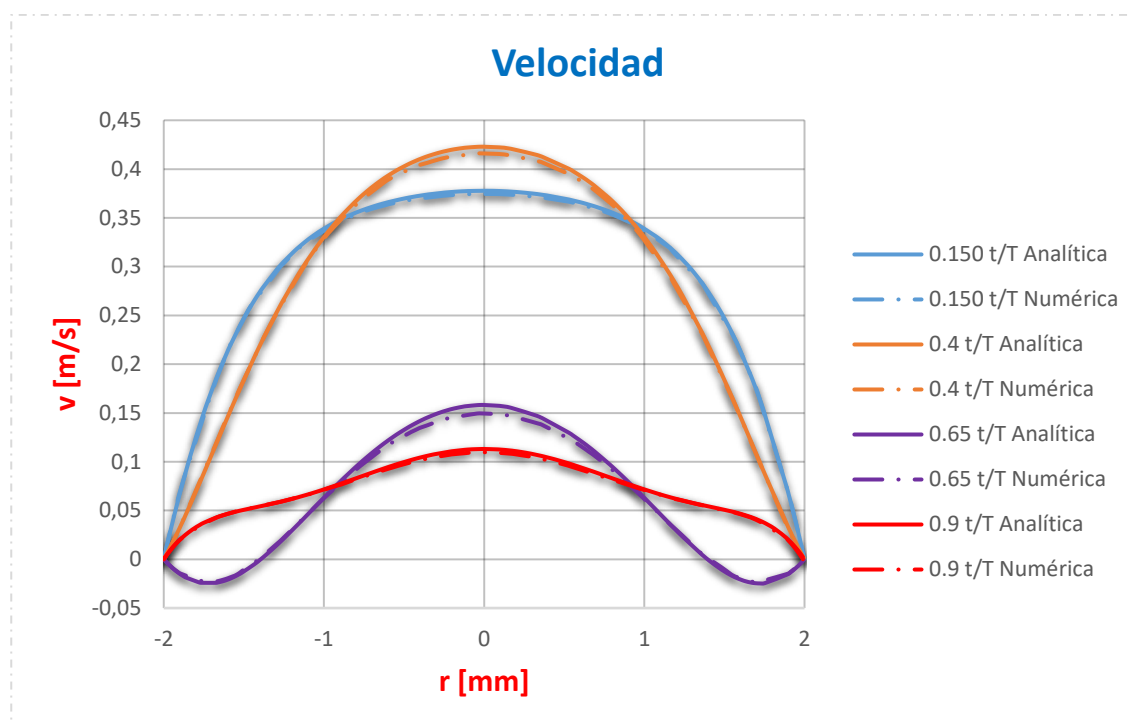


Ilustración 7-25. Capa límite 1 en la malla.

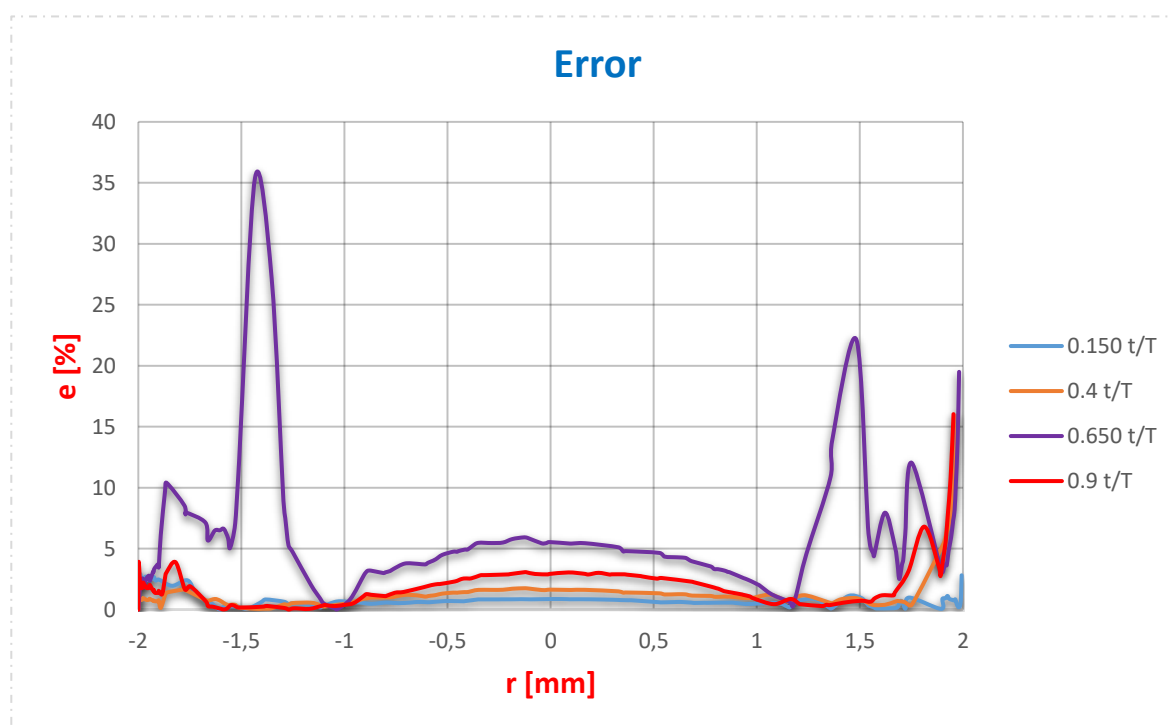
Resultados

Los resultados serán extraídos para cuatro instantes de tiempo durante un ciclo para observar cómo varía el perfil de velocidad en función del tiempo.

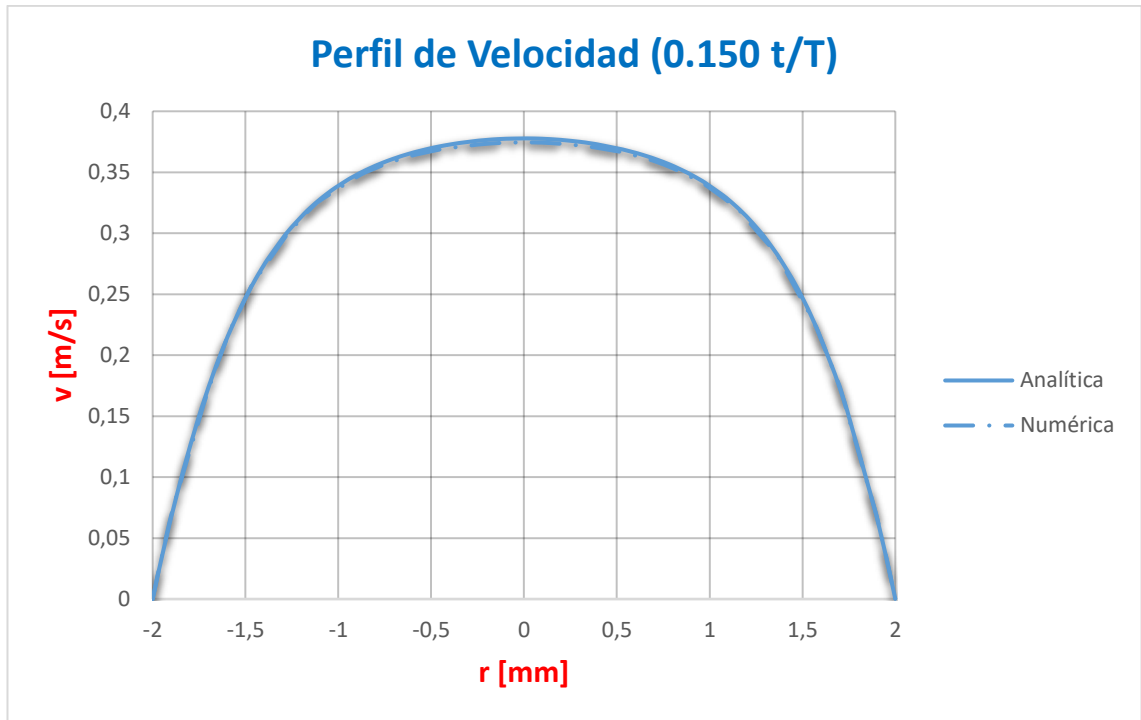
- 0.03s que corresponde a 0.150 t/T
- 0.08s que corresponde a 0.400 t/T
- 0.13s que corresponde a 0.650 t/T
- 0.18s que corresponde a 0.900 t/T



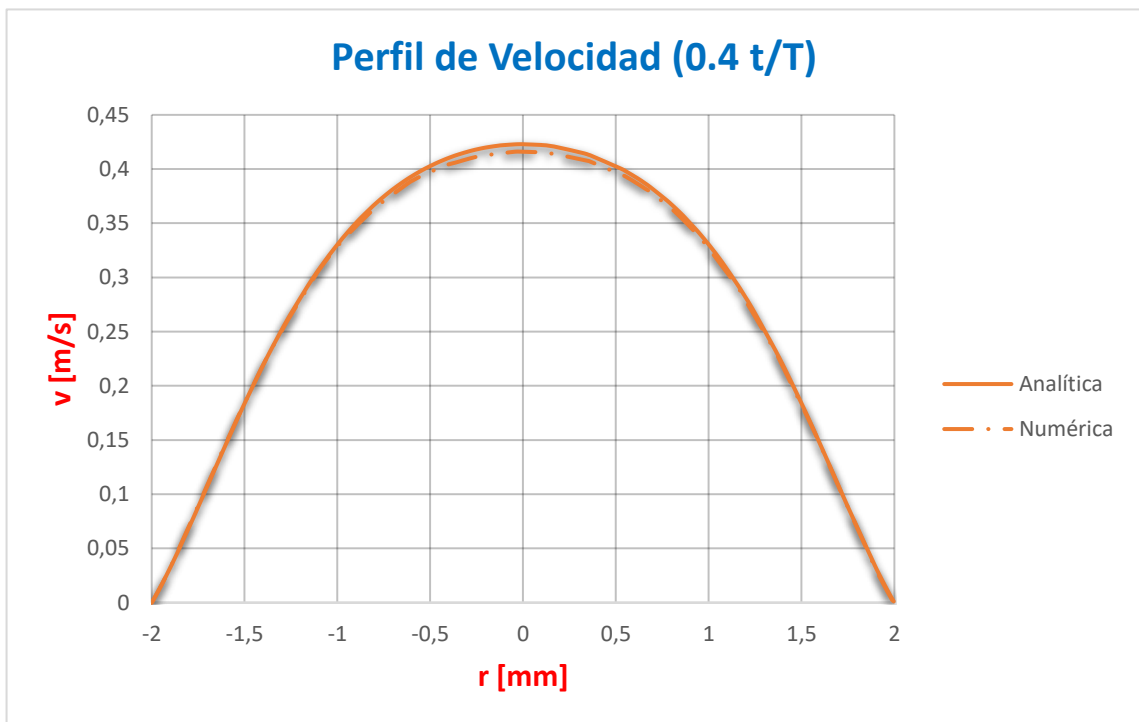
Il·lustració 7-26. Perfil de velocitat per als 4 instants de temps en la malla 2 (Womersley).



Il·lustració 7-27. Error comès en la velocitat en la malla 2 (Womersley).



Il·lustració 7-28. Perfil de velocitat para $t=0.03$ s en malla 2 (Womersley).



Il·lustració 7-29. Perfil de velocitat para $t=0.08$ s en malla 2 (Womersley).

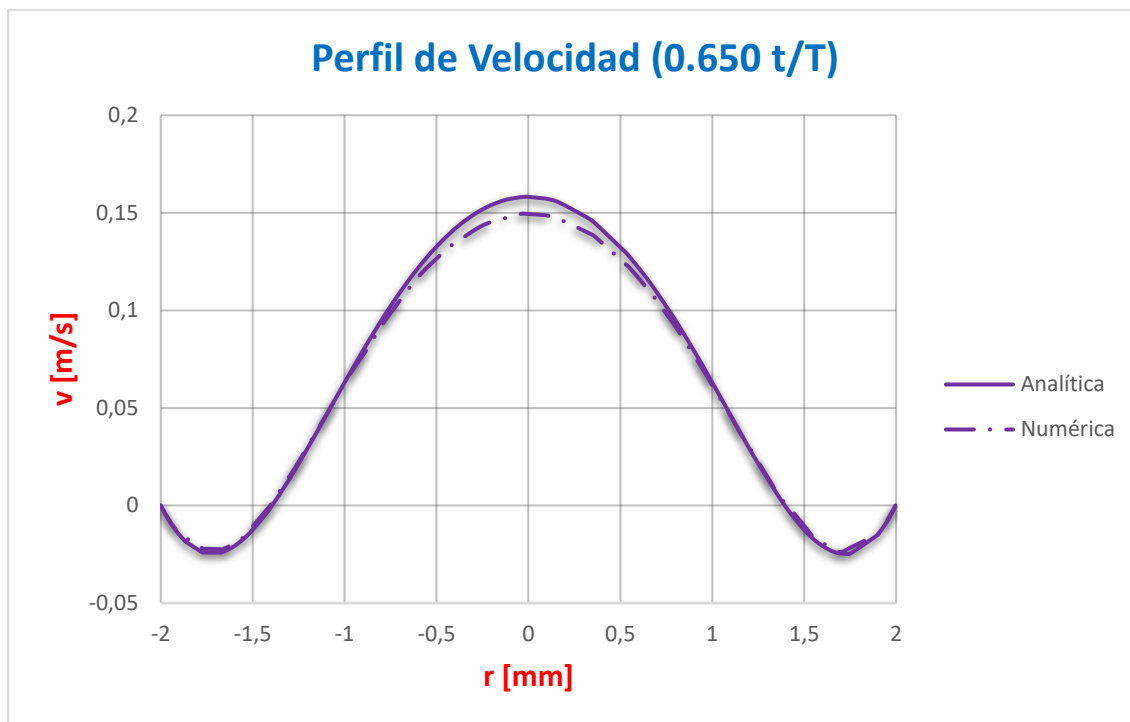


Ilustración 7-30. Perfil de velocidad para $t=0.13s$ en malla 2 (Womersley).

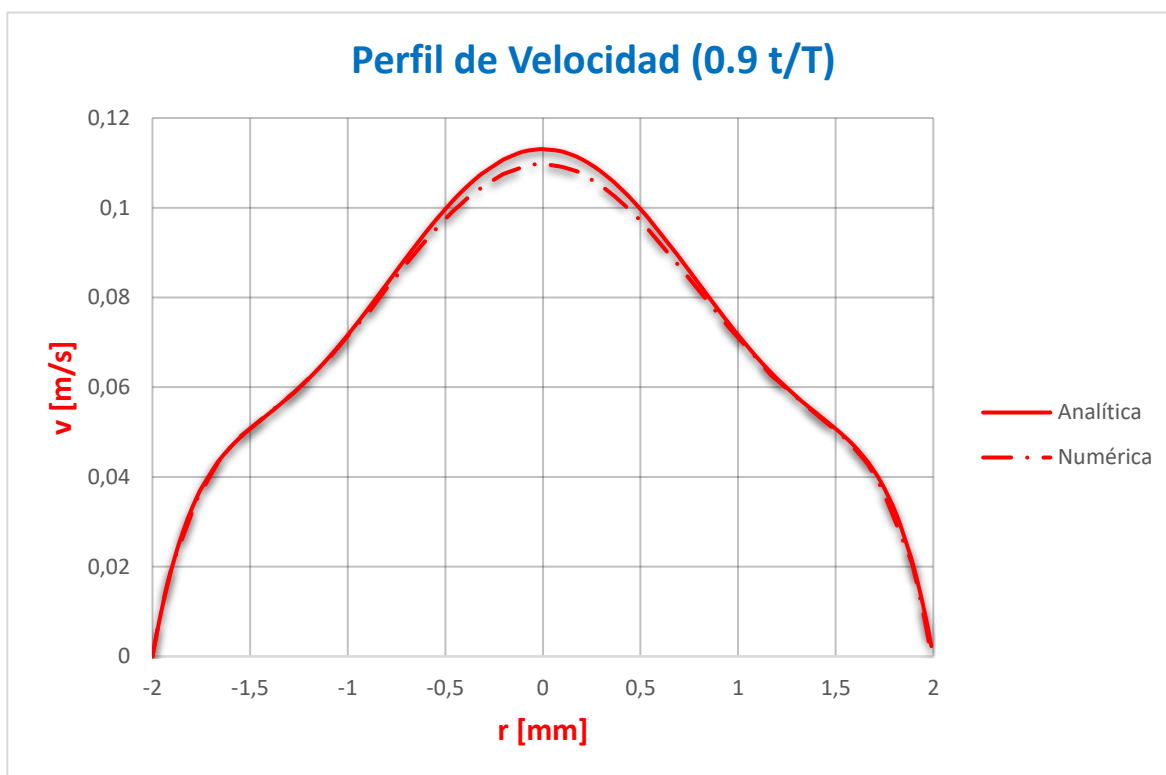


Ilustración 7-31. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en malla 2 (Womersley).

En la figura 7-27, se puede comprobar que para esta malla el error ha sido reducido con respecto al caso anterior. Para el error de 0,650 t/T salen dos picos que no deben tenerse en cuenta pues si se observa la figura 7-26, se puede apreciar que el error marcado no es real (puede estar asociado a diversos factores), pues la velocidad analítica y la numérica se ajustan bien en esa zona.

Las figuras 7-28, 7-29, 7-30 y 7-31 muestran los perfiles de velocidad para cada instante de tiempo por separado. En ellas podemos comprobar como en las dos primeras graficas los perfiles de velocidad son casi idénticos, mientras que, para los otros dos existe una diferencia en el centro del perfil

7.2.4 Malla 3

Para este nuevo caso, se decide utilizar una malla estructurada, con las características expuestas en la tabla 6.

Tabla 7. Características de la malla 3 (Womersley).

Malla

Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos	Capa límite
0.0003	14608	382582	67960	Sí

Las características de la capa límite se encuentran en la tabla 6 del apartado 7.2.3.

Resultados

Los resultados serán extraídos para cuatro instantes de tiempo durante un ciclo para observar cómo varía el perfil de velocidad en función del tiempo.

- 0.025s que corresponde a 0.125 t/T
- 0.075s que corresponde a 0.375 t/T
- 0.125s que corresponde a 0.625 t/T
- 0.175s que corresponde a 0.875 t/T

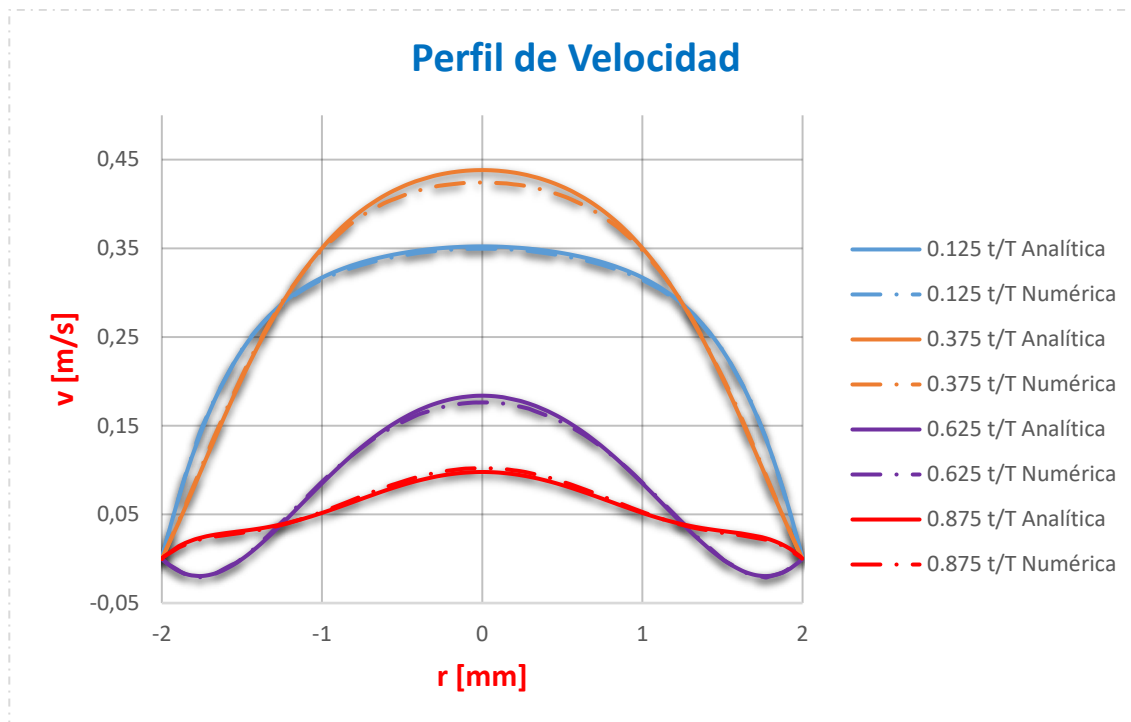


Ilustración 7-32. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 3 (Womersley).

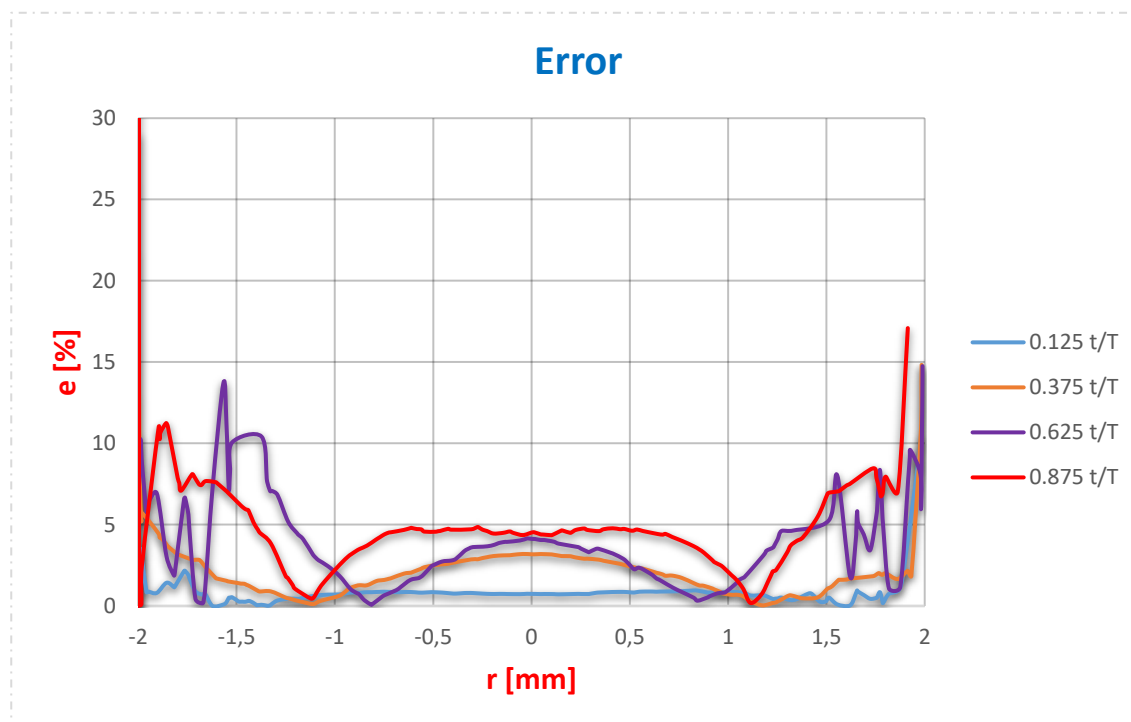
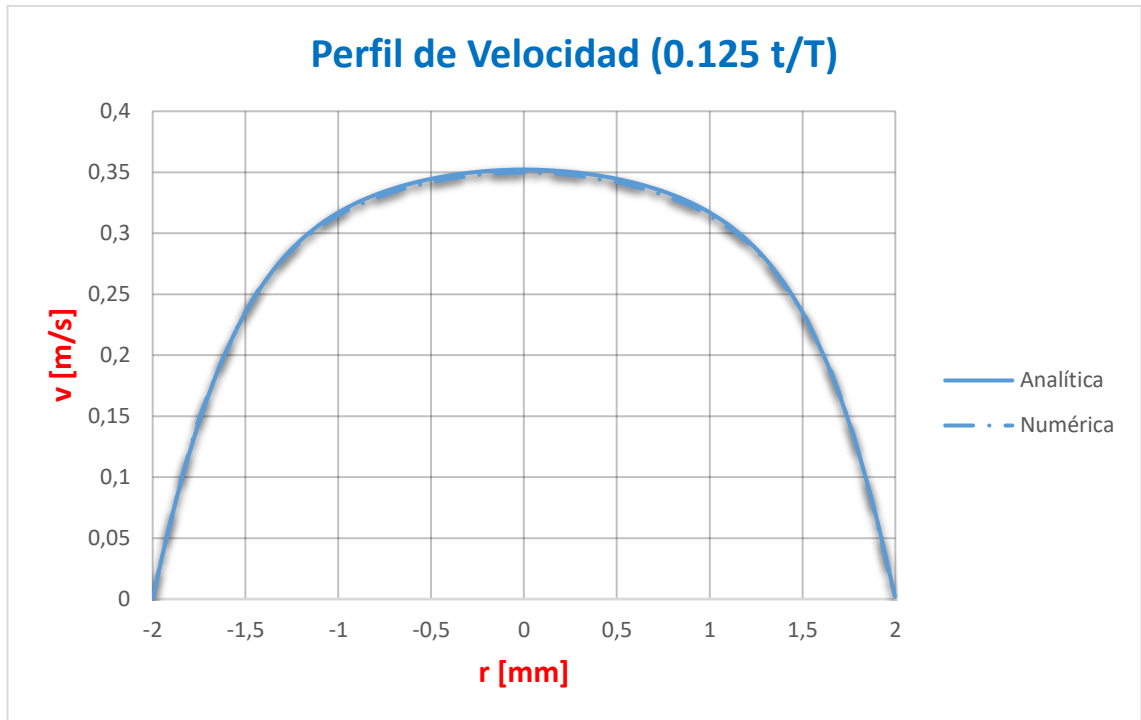
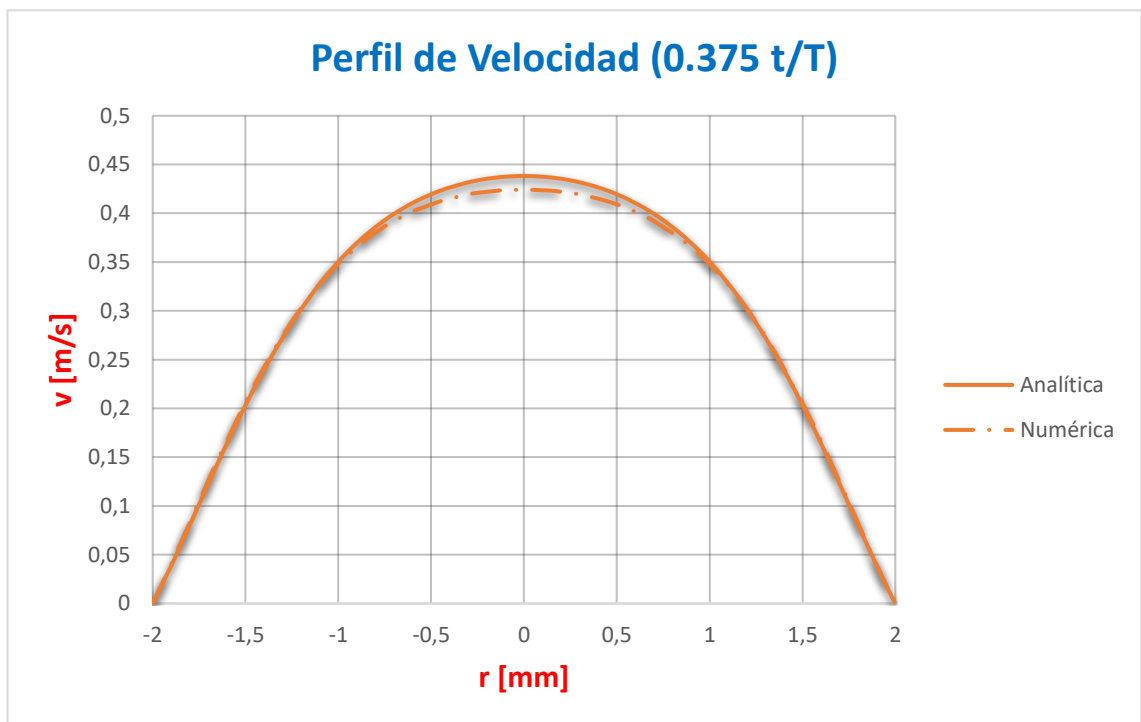


Ilustración 7-33. Error cometido en la velocidad en la malla 3 (Womersley).



Il·lustració 7-34. Perfil de velocitat para $t=0.03s$ en malla 3 (Womersley).



Il·lustració 7-35. Perfil de velocitat para $t=0.08s$ en malla 3 (Womersley).

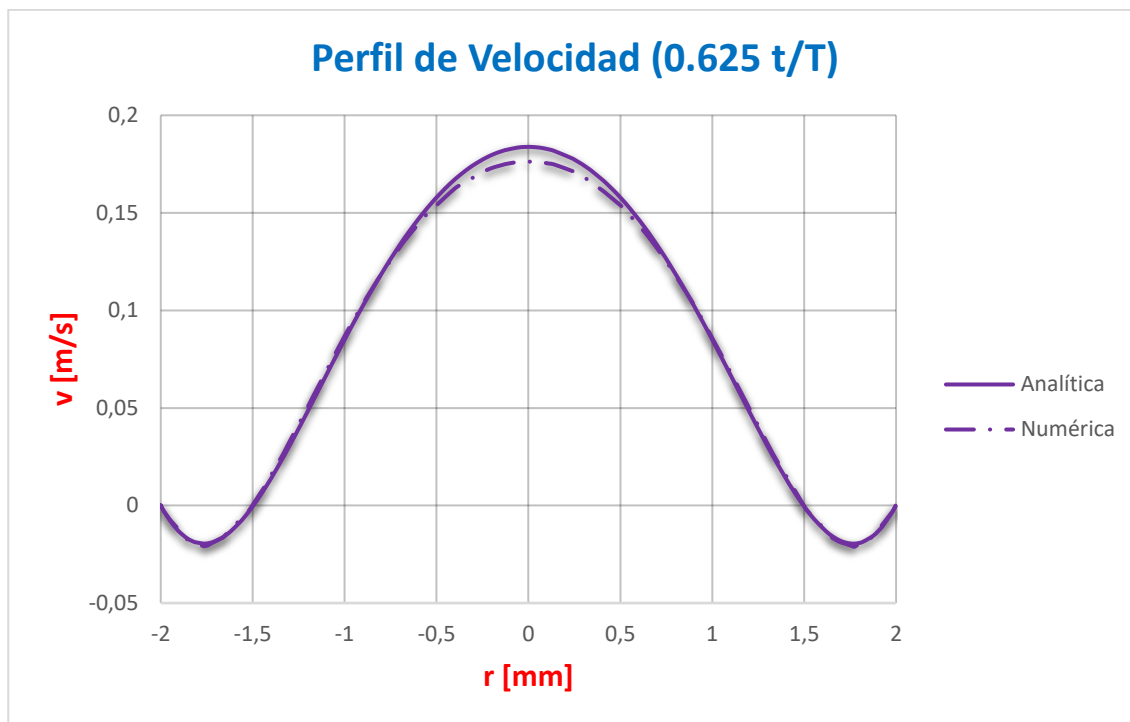


Ilustración 7-36. Perfil de velocidad para $t=0.13s$ en malla 3 (Womersley).

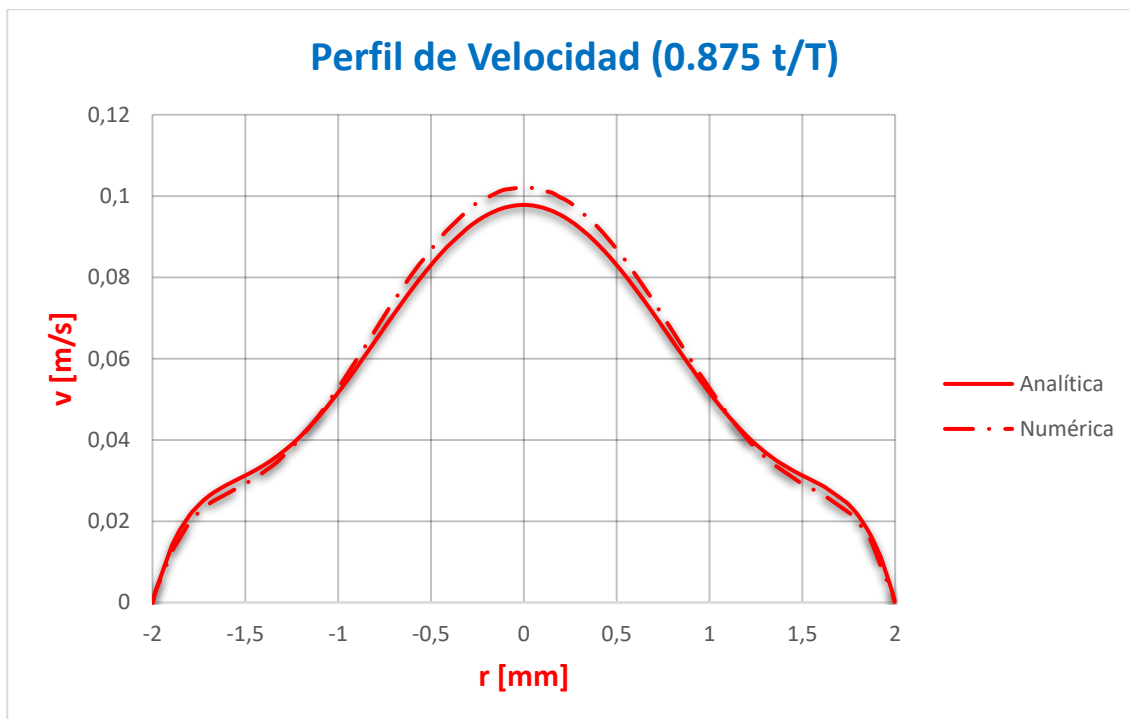


Ilustración 7-37. Perfil de velocidad para $t=0.18s$ en malla 3 (Womersley).

Para este tercer caso se decide hacer una malla estructurada con el objetivo de reducir aún más el error obtenido en los casos anteriores. Observando la gráfica de la figura 7-33, se puede comprobar que el error se ha reducido a un 5% en la zona central de los perfiles de velocidad, pero siendo este elevado según nos alejamos del centro del conducto, llegando a valores muy elevados, para algunos perfiles, en el extremo más alejados. Esto puede deberse al motivo explicado en la malla 1. Pues aun disponiendo de capa límite y habiendo reducido el error considerablemente, este todavía es algo elevado.

7.2.5 Malla 4

Tabla 8. Características de la malla 4 (Womersley).

Malla				
Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos	Capa límite
0.00015	46980	1905996	332889	Sí

A continuación, las características de la capa límite:

Tabla 9. Caracateristicas capa límite 2.

N	R	Tamaño del elemento [m]	Tamaño acumulado [m]
1		$1,00001 \times 10^{-6}$	$1,00001 \times 10^{-6}$
2	1.8	$1,800007 \times 10^{-6}$	$2,800017 \times 10^{-6}$
3	1.8	$3,240012 \times 10^{-6}$	$6,040029 \times 10^{-6}$
4	1.8	$5,832021 \times 10^{-6}$	$1,1872031 \times 10^{-5}$
5	1.8	$1,049764 \times 10^{-5}$	$2,2369661 \times 10^{-5}$
6	1.8	$1,889575 \times 10^{-5}$	$4,1265411 \times 10^{-5}$
7	1.8	$3,401235 \times 10^{-5}$	$7,527759 \times 10^{-5}$

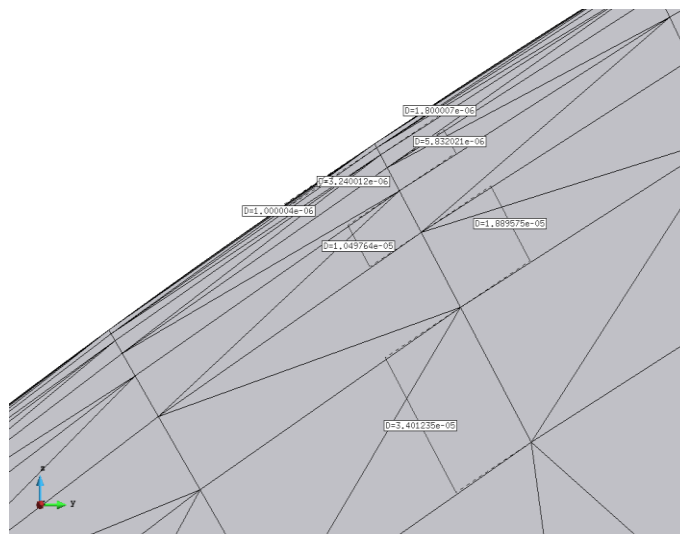


Ilustración 7-38. Capa límite 2 en la malla.

Resultados

Los instantes de tiempo seleccionados son:

- 0.025s que corresponde a 0.125 t/T
- 0.075s que corresponde a 0.375 t/T
- 0.125s que corresponde a 0.625 t/T
- 0.175s que corresponde a 0.875 t/T

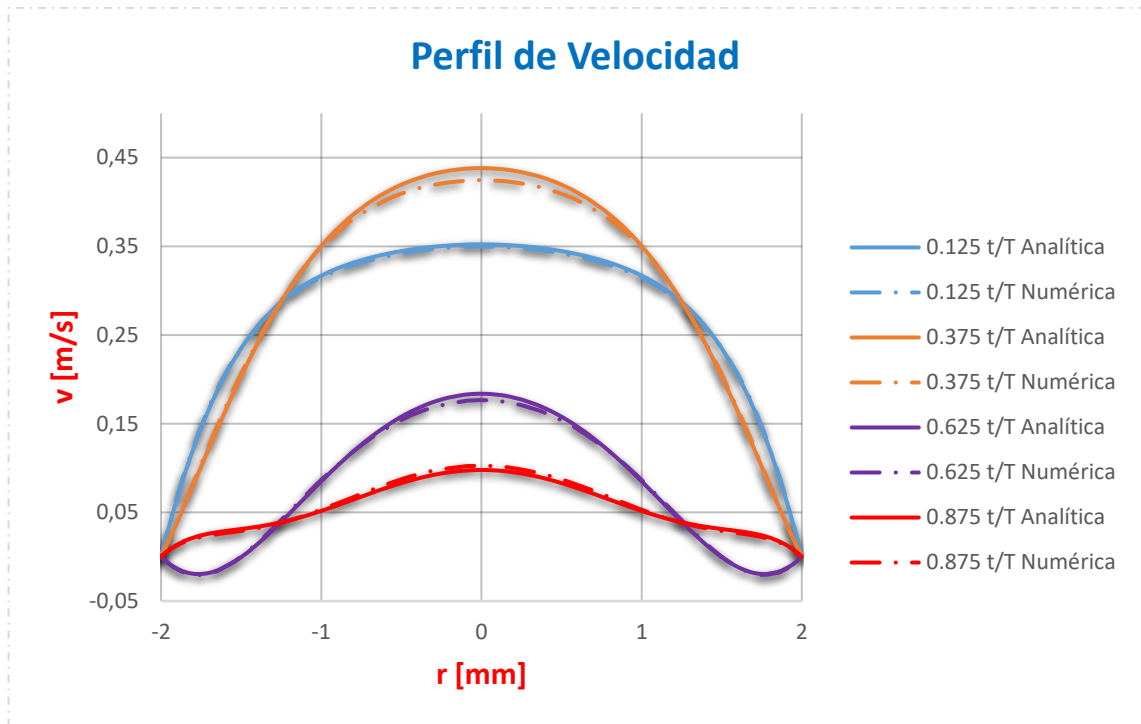


Ilustración 7-39. Perfil de velocidad para los 4 instantes de tiempo en la malla 4 (Womersley).

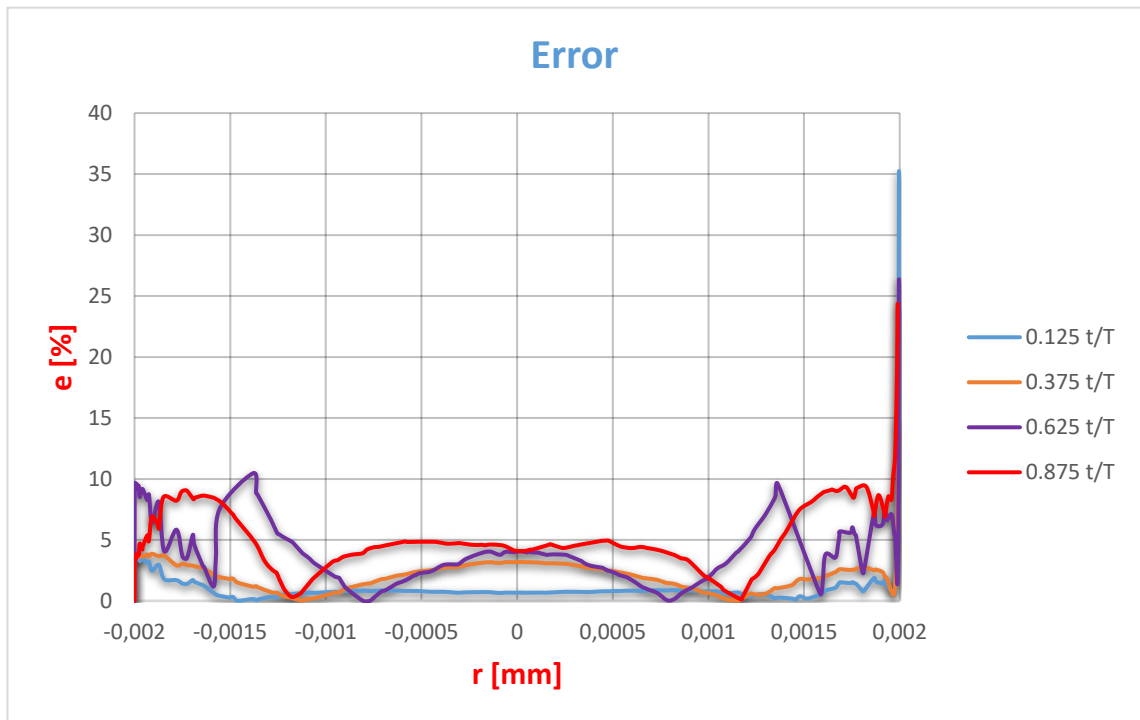


Ilustración 7-40. Error cometido en la velocidad en la malla 4 (Womersley).

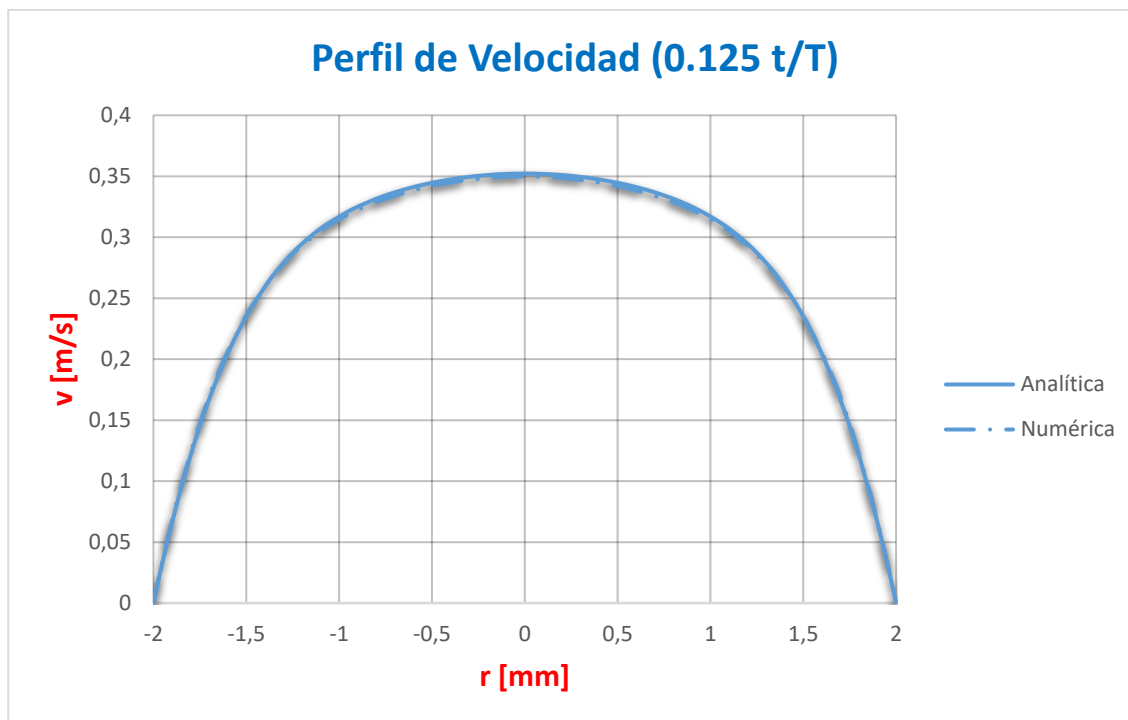


Ilustración 7-41. Perfil de velocidad para $t=0.025s$ en malla 4 (Womersley).

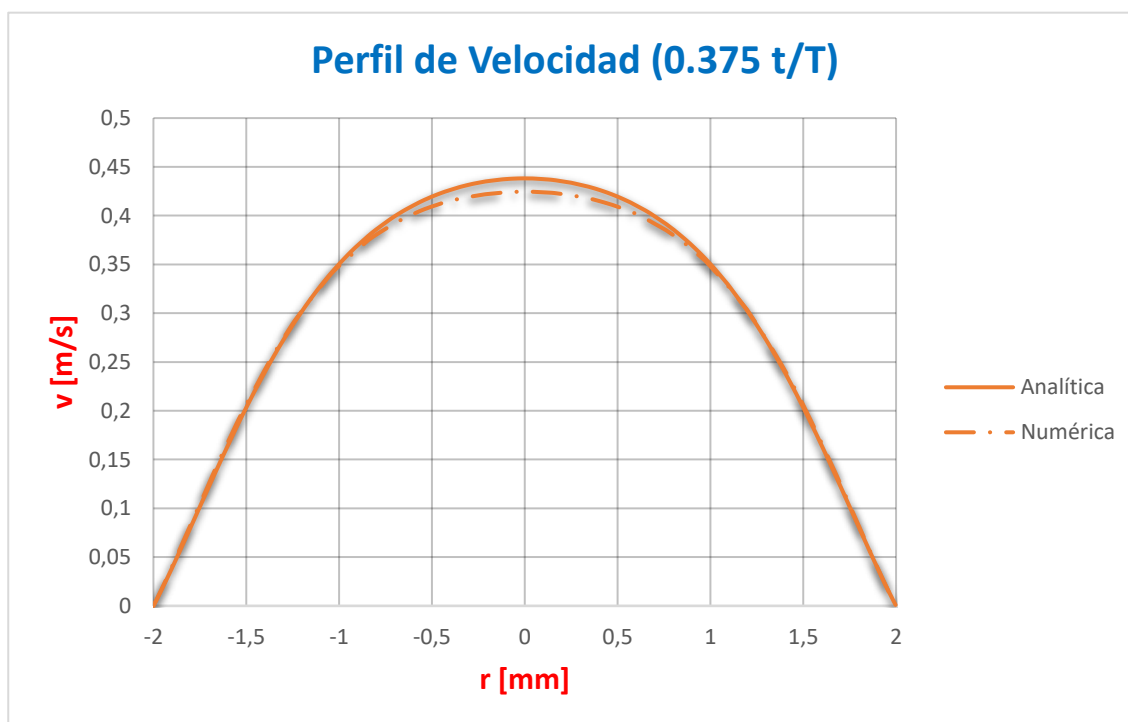
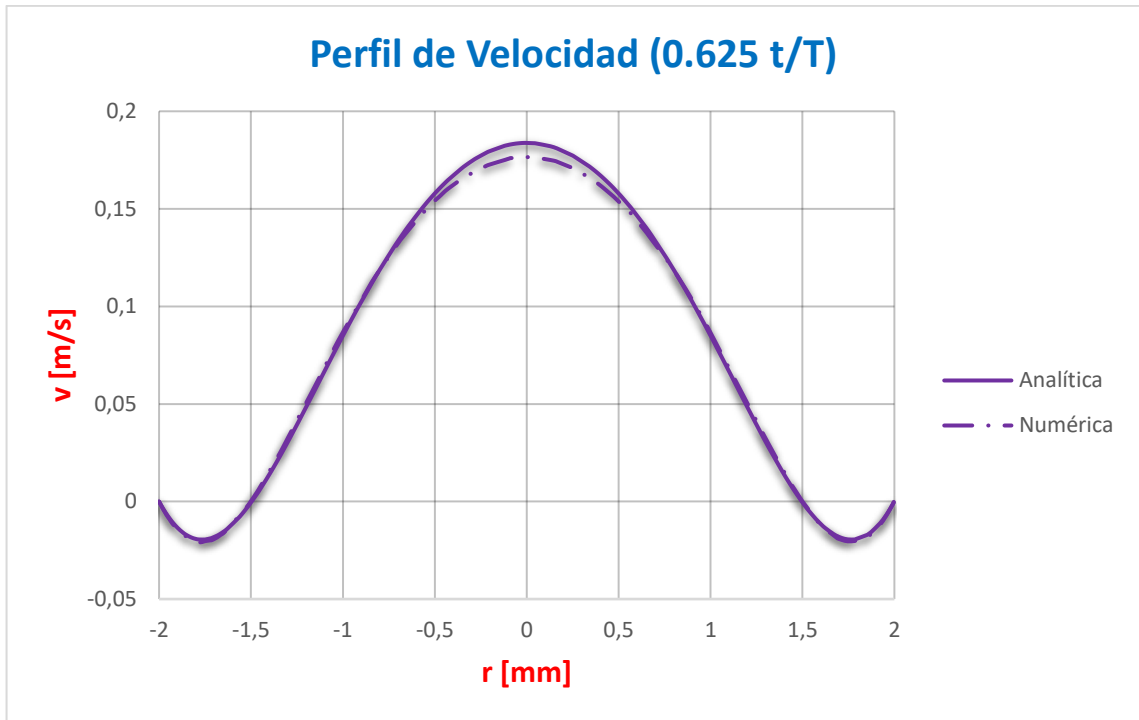
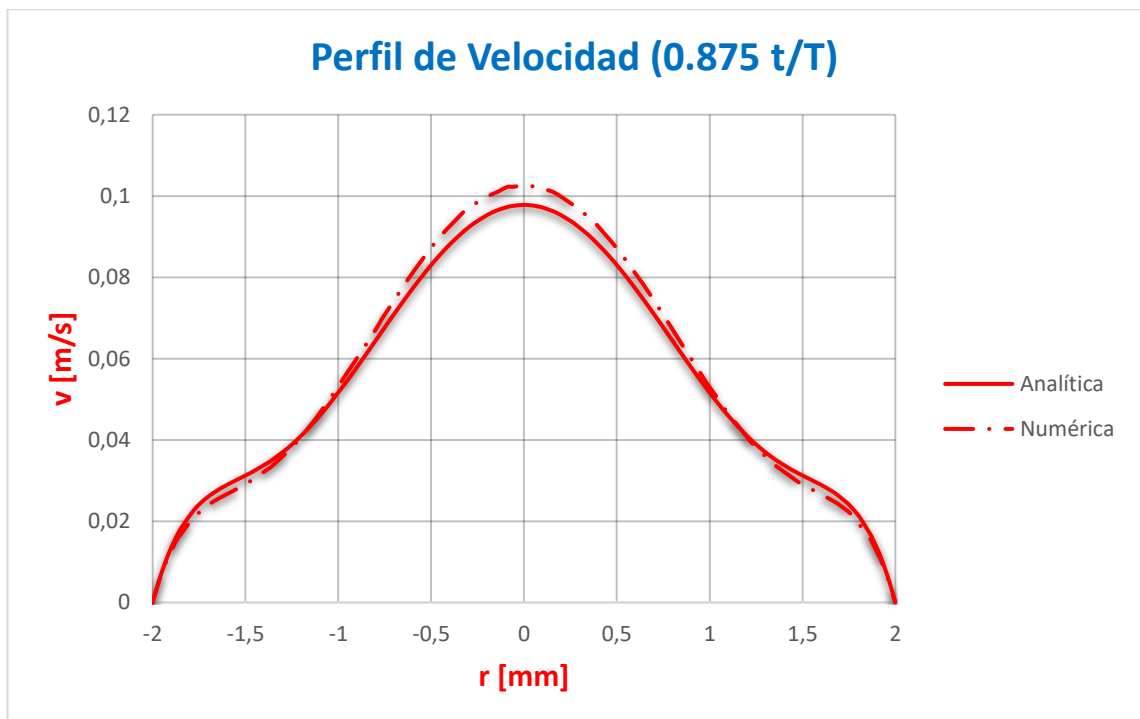


Ilustración 7-42. Perfil de velocidad para $t=0.075s$ en malla 4 (Womersley).



Il·lustració 7-43. Perfil de velocitat per a $t=0.13$ s en malla 4 (Womersley).



Il·lustració 7-44. Perfil de velocitat per a $t=0.18$ s en malla 4 (Womersley).

Según la figura 7-40 podemos concluir que, en este caso que ha sido mallado con un tamaño de elementos más pequeño y capa límite, se consigue reducir el error producido a medida que nos acercamos a la pared, si bien para el perfil de velocidad $0,625 t/T$ volvemos a encontrar un pico (mismo caso que en la malla 2) que no se tendrá en cuenta. En este caso el error es inferior al 10% en toda la longitud, siendo este inferior al 5% en la zona central de la sección.

7.2.6 Malla 5



Ilustración 7-45. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (Womersley).

Tabla 10. Características de la malla 5 (Womersley).

Malla

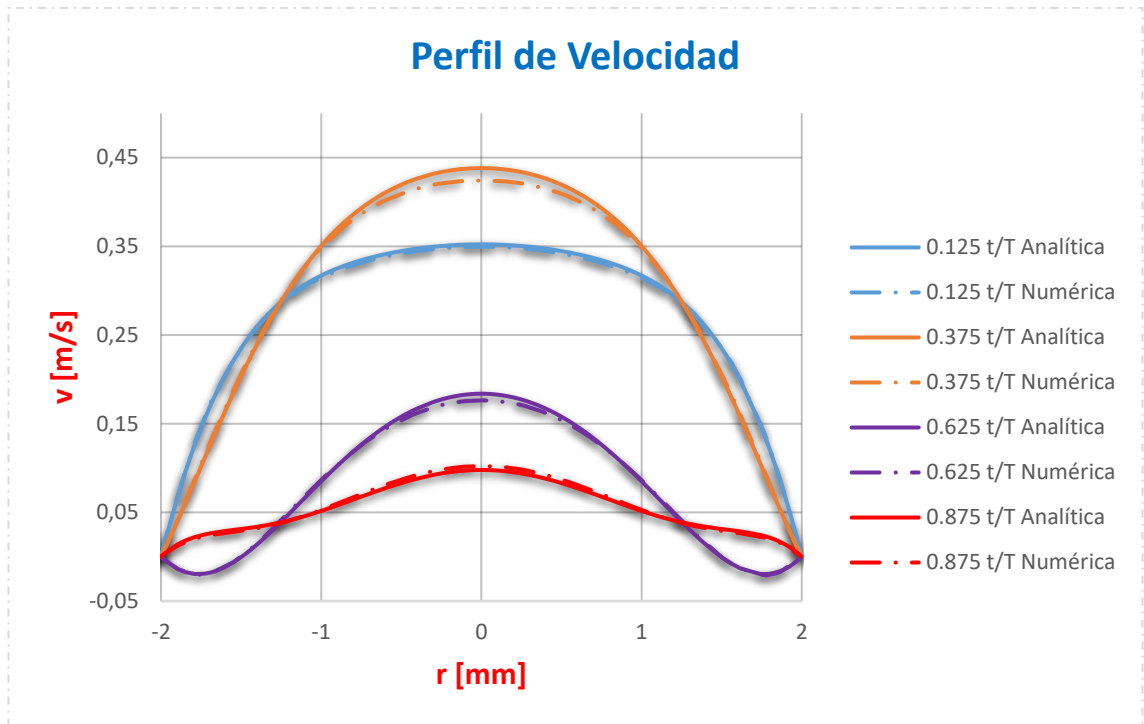
Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos	Capa límite
0.00015	42316	1901840	331008	Sí

La capa límite utilizada es la misma del apartado anterior (7.2.5; tabla 9)

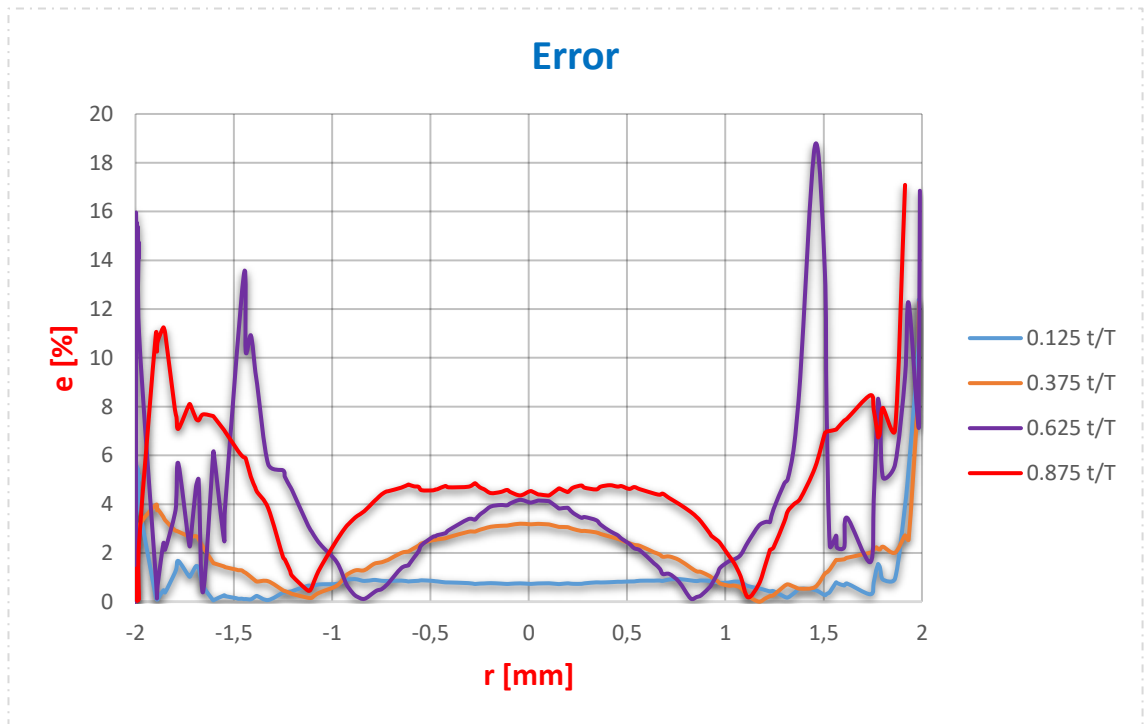
Resultados

Los instantes de tiempo seleccionados son:

- 0.025s que corresponde a $0.125 t/T$
- 0.075s que corresponde a $0.375 t/T$
- 0.125s que corresponde a $0.625 t/T$
- 0.175s que corresponde a $0.875 t/T$



Il·lustració 7-46. Perfil de velocitat per als 4 instants de temps en la malla 5 (Womersley).



Il·lustració 7-47. Error comès en la velocitat en la malla 5 (Womersley).

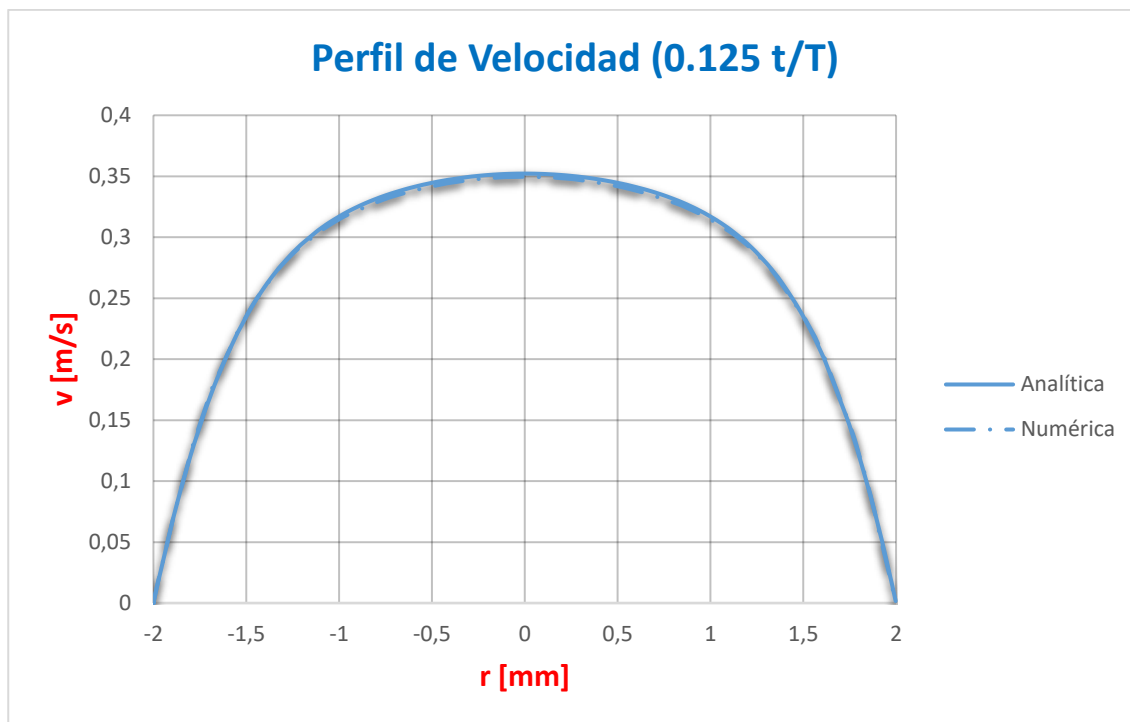


Ilustración 7-48. Perfil de velocidad para $t=0.025s$ en malla 5 (Womersley).

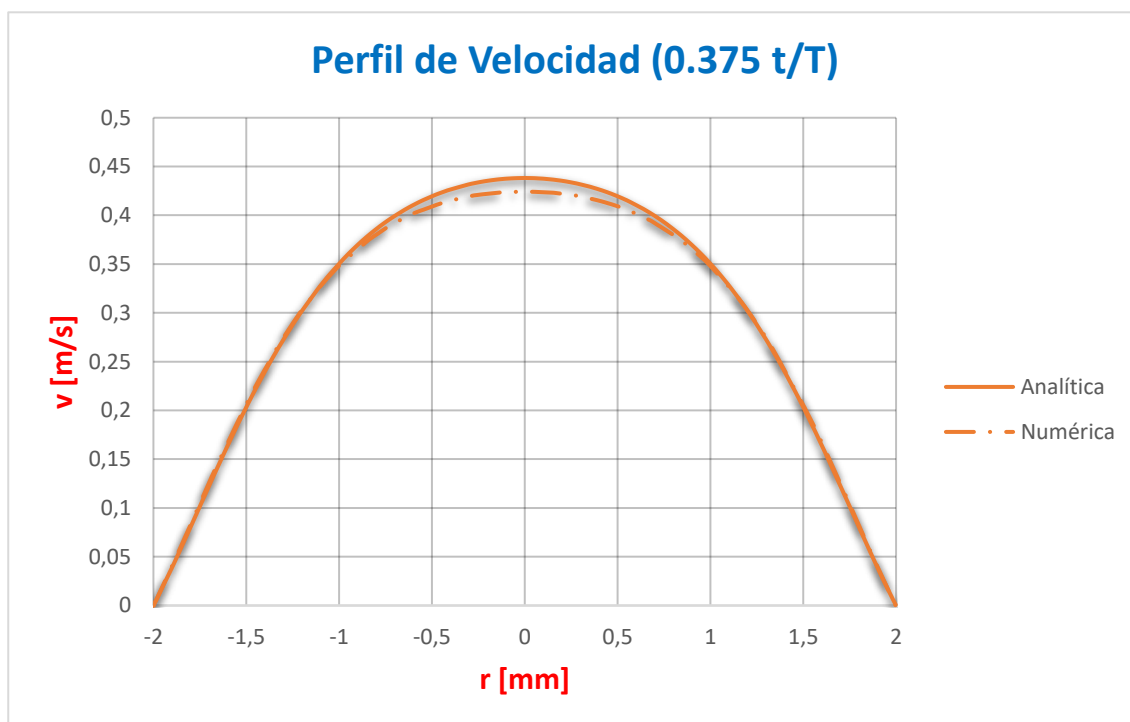


Ilustración 7-49. Perfil de velocidad para $t=0.075s$ en malla 5 (Womersley).

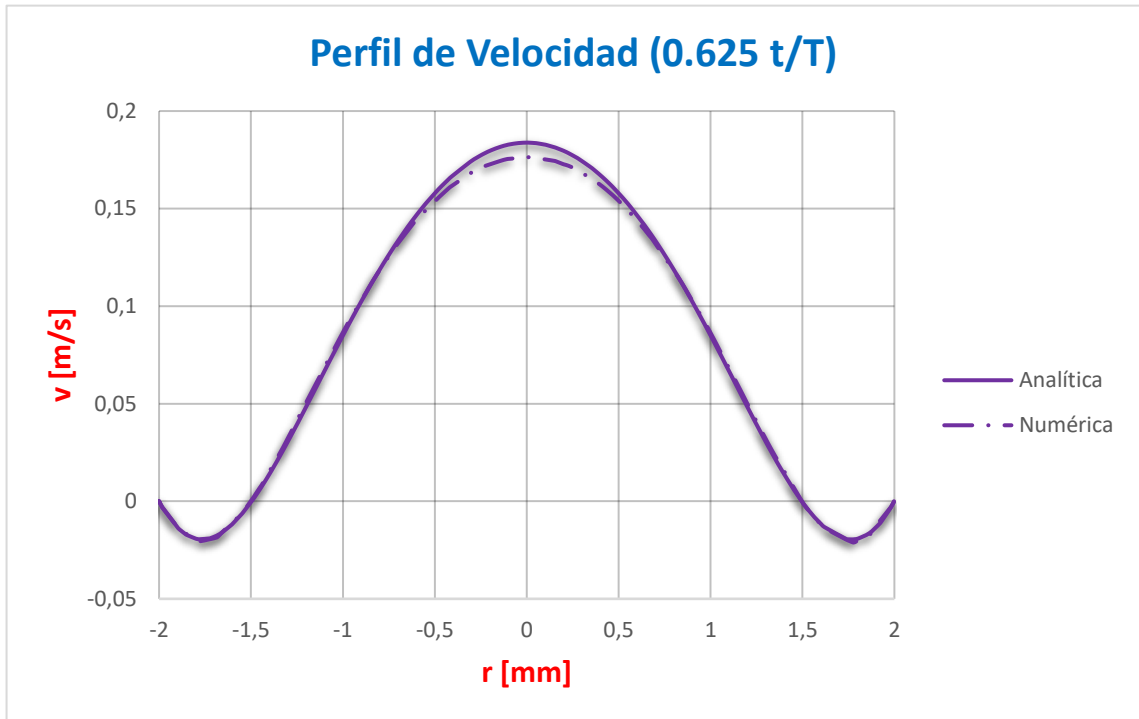


Ilustración 7-50. Perfil de velocidad para $t=0.125s$ en malla 5 (Womersley).

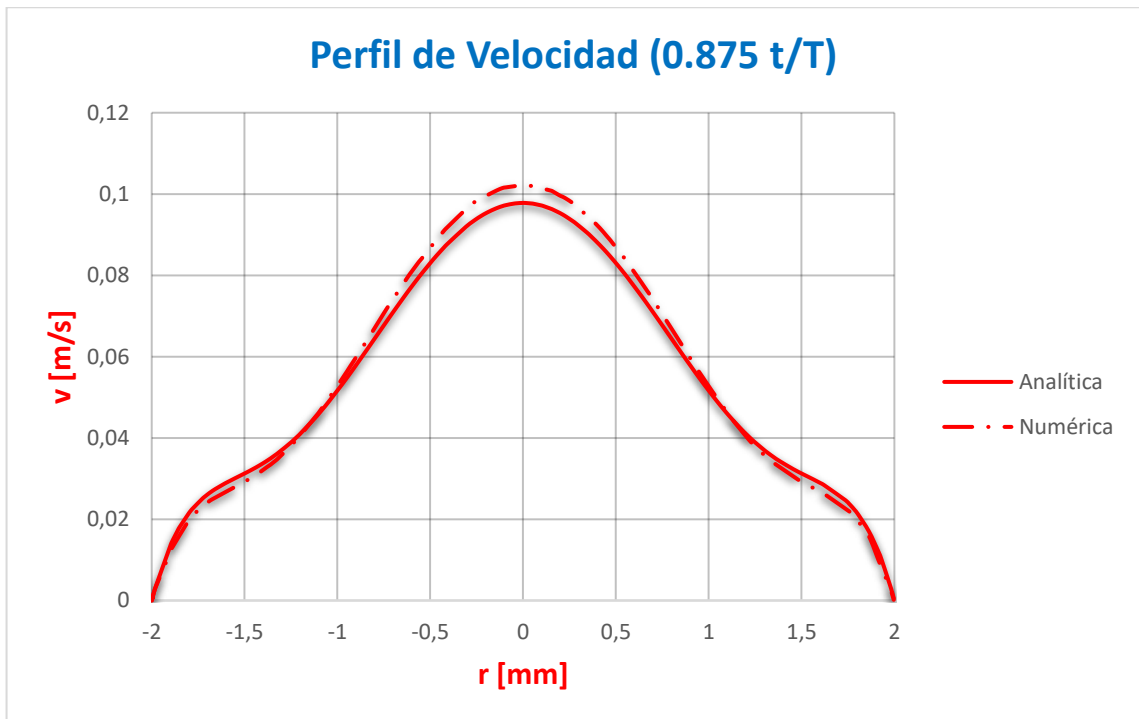


Ilustración 7-51. Perfil de velocidad para $t=0.175s$ en malla 5 (Womersley).

Este caso fue realizado con una malla parecida a la del caso anterior intentando hacer un mejor ajuste de la capa límite con el objetivo de reducir el error presente en los extremos del radio.

7.3 Fluidos no newtonianos

En este apartado se mostrará la validación realizada para los 3 modelos de fluidos no newtonianos descritos en el apartado 5.6.

Geometría

La geometría utilizada es idéntica para todos los modelos. Esta consiste en un cilindro de radio $R=0.002$ m, y longitud $L=0.03$ m. En la figura 7-52 puede observarse la geometría.

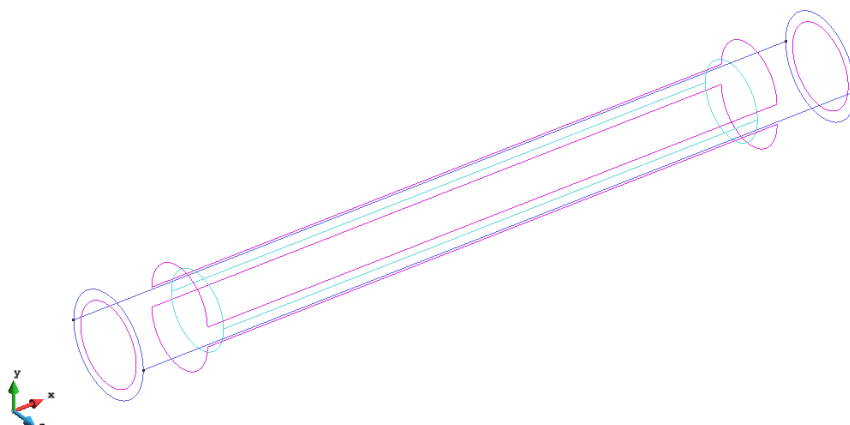


Ilustración 7-52. Modelo de la geometría (Power Law).

7.3.1 Power law

Este apartado tratará de demostrar la congruencia entre los valores obtenidos analíticamente y los obtenidos de manera numérica mediante una simulación CFD para un fluido no newtoniano. Para ello se utilizará un modelo de fluido no newtoniano conocido como Power law o Ley de la potencia.

Datos del fluido

Tabla 11. Datos del fluido utilizado (Power law) [1].

Sangre (37 °C)	
ρ [kg/m ³]	1050
μ [Pa·s]	0,004
m [Pa·s ⁿ]	0,012171
n [-]	0,7991

Resumen de los resultados

Mallas no estructuradas

Tabla 12. Características de las mallas no estructuradas utilizadas (Power Law).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 1	0,0002	24492	430237	79406
Caso 2	0,0002	24492	492650	89924



Ilustración 7-53. Representación de la geometría mallada con malla no estructurada (Power Law).

Mallas estructuradas

Tabla 13. Características de las mallas estructuradas utilizadas (Power Law).

Referencia	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 3	13200	423467	75333
Caso 4	32000	497076	92093
Caso 5	42000	455955	87966

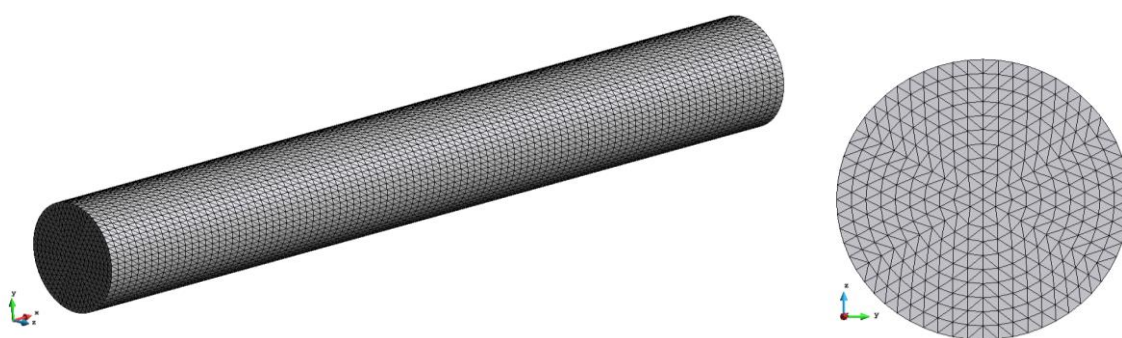


Ilustración 7-54. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (Power Law).

Tabla 14. Resumen de los resultados obtenidos (Power Law).

	Solución Analítica	Kratos (Caso 1)	Kratos (Caso 2)	Kratos (Caso 3)	Kratos (Caso 4)	Kratos (Caso 5)
\bar{v} [m/s]	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
GR_E	135,42	135,42	135,42	135,42	135,42	135,42
f	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118
ΔP [Pa]	33,41	32,47	32,53	32,46	32,63	32,44
Error ΔP [%]	-	2,89	2,70	2,92	2,35	2,99

7.3.1.1 Malla 1

Resultados

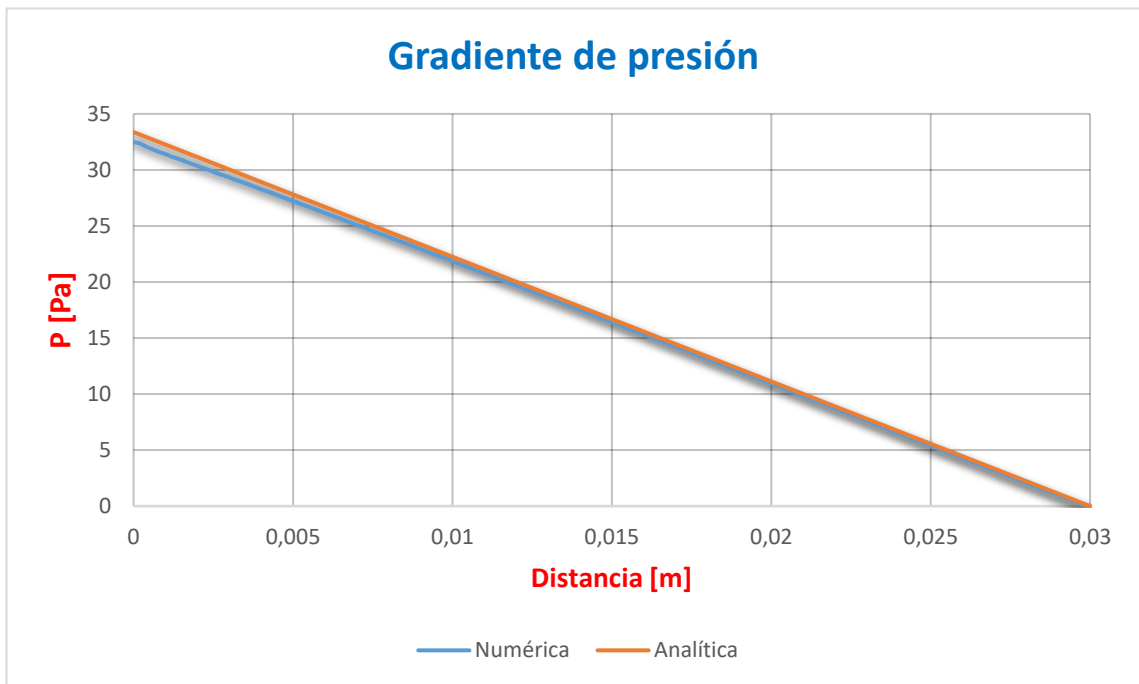


Ilustración 7-55. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 1 (Power Law).

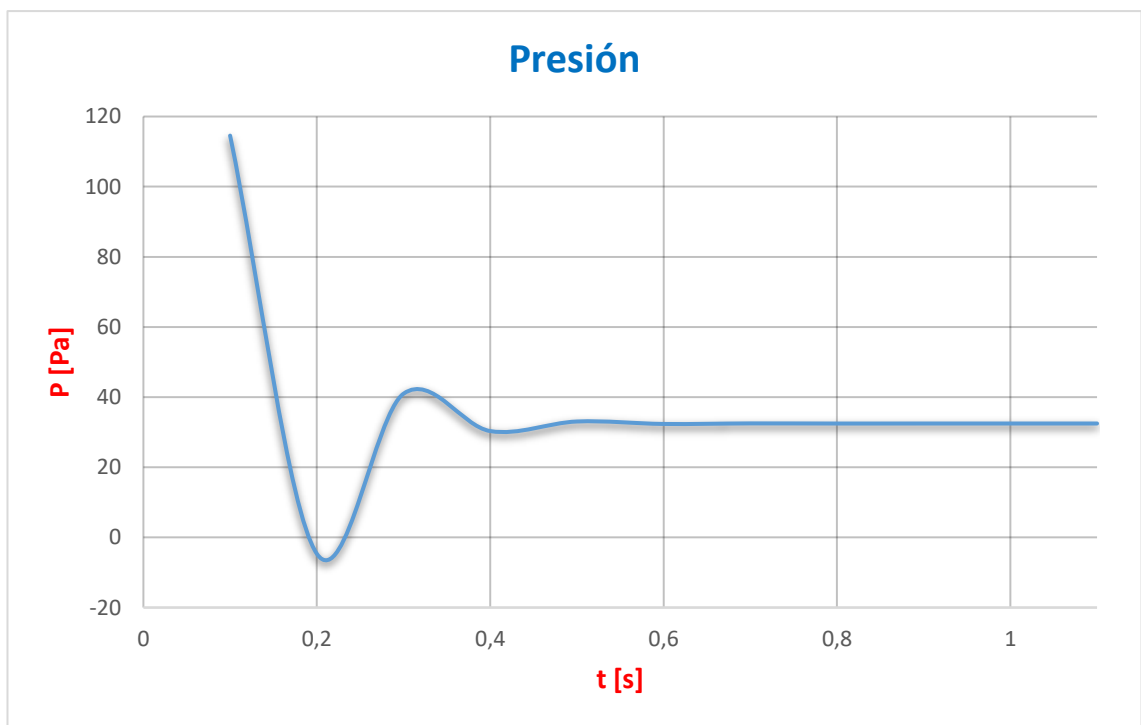
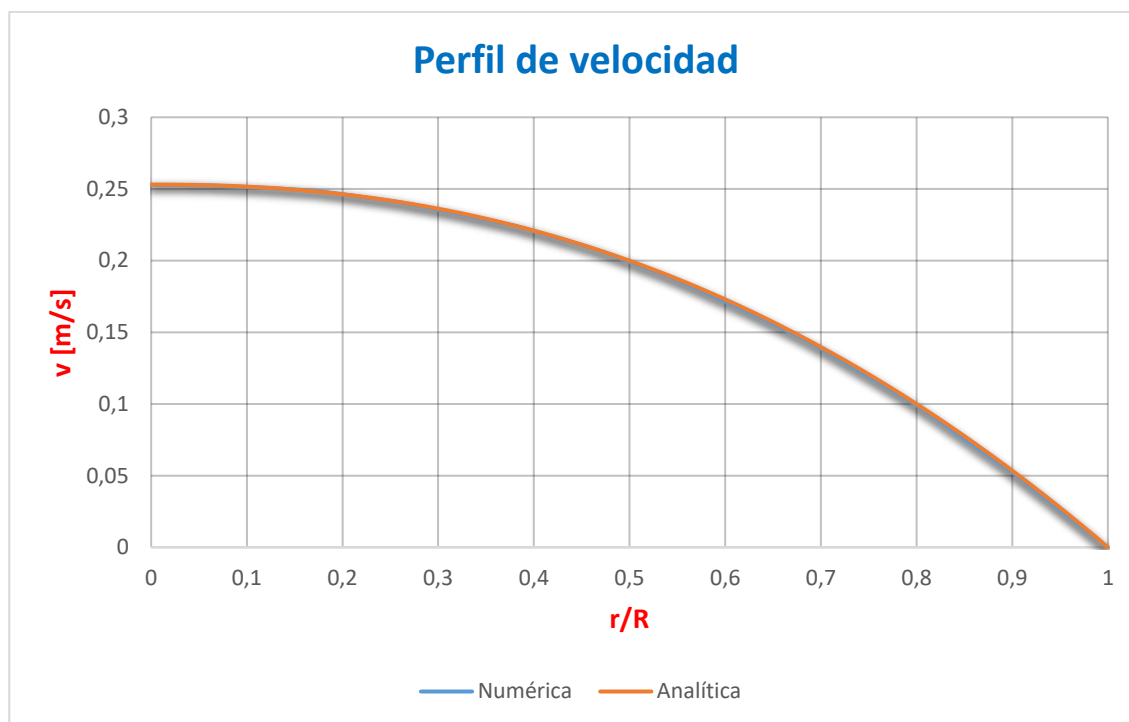


Ilustración 7-56. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (Power Law).



Il·lustració 7-57. Perfil de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 1 (Power Law).

La figura 7-55 muestra la correlación entre los datos analíticos y los numéricos. Como se puede apreciar la correlación de datos es buena puesto que los dos gradientes de presión coinciden a partir de la mitad final. Sin embargo, la solución obtenida para el perfil de velocidad coincide para todo el radio, figura 7-57.

7.3.1.2 Malla 2

Resultados

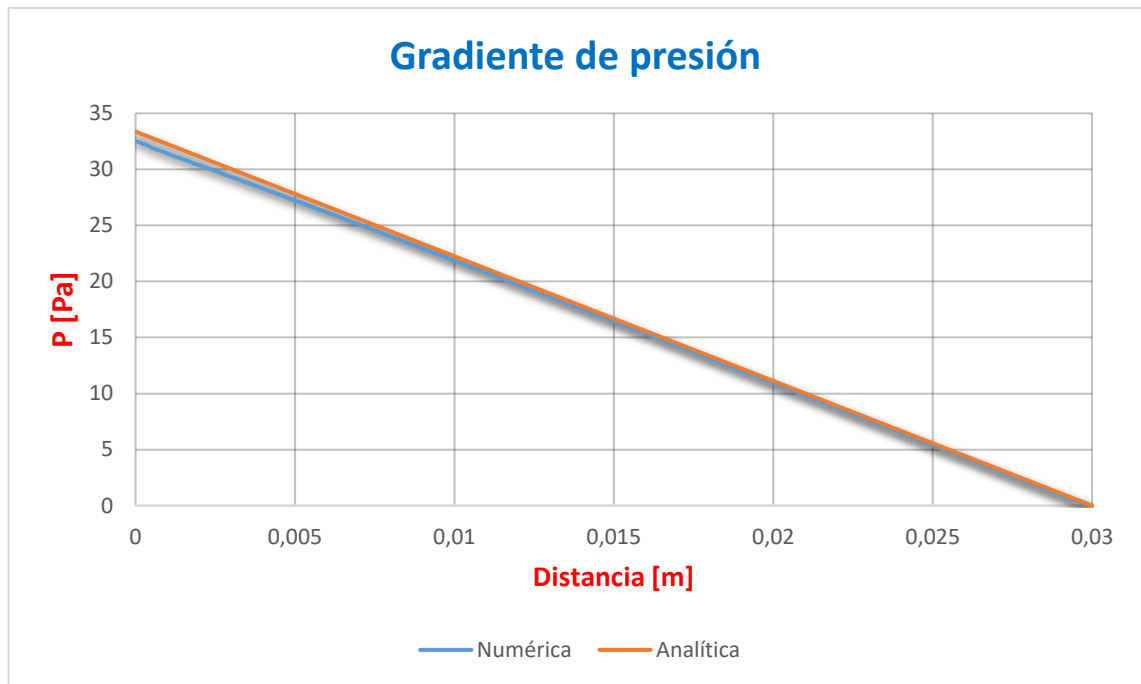


Ilustración 7-58. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 2 (Power Law).

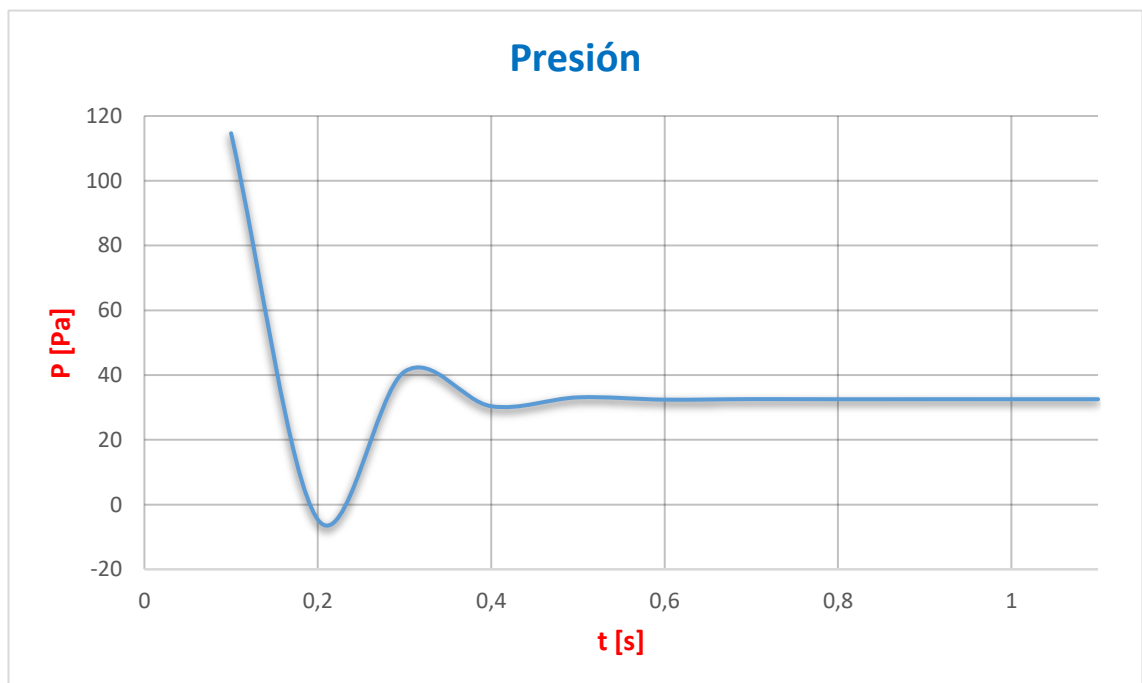


Ilustración 7-59. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 2 (Power Law).

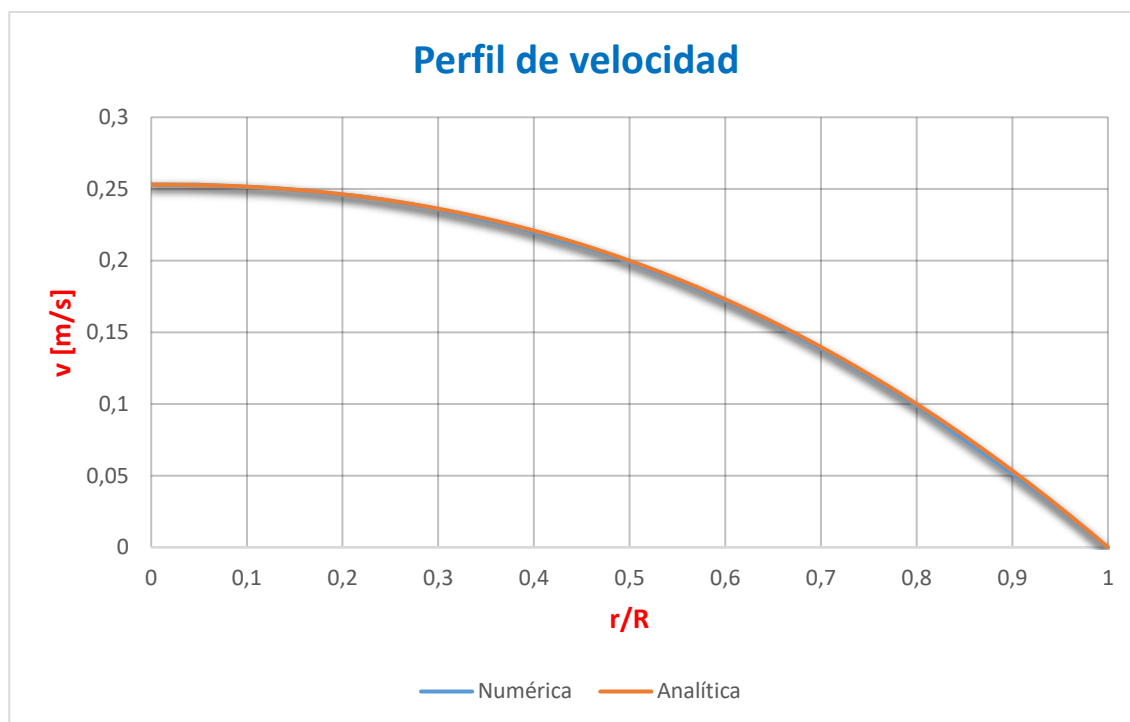


Ilustración 7-60. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 2 (Power Law).

A la vista de las figuras 7-58 y 7-60, se comprueba que esta malla 2 obtiene buenos resultados pues, el gradiente de presión (fig.7-58) numérico coincide con el analítico antes de la mitad longitudinal de la geometría. Para el perfil de velocidad sucede de manera idéntica al caso anterior, coincidiendo las soluciones en todos los puntos del radio.

7.3.1.3 Malla 3

Resultados

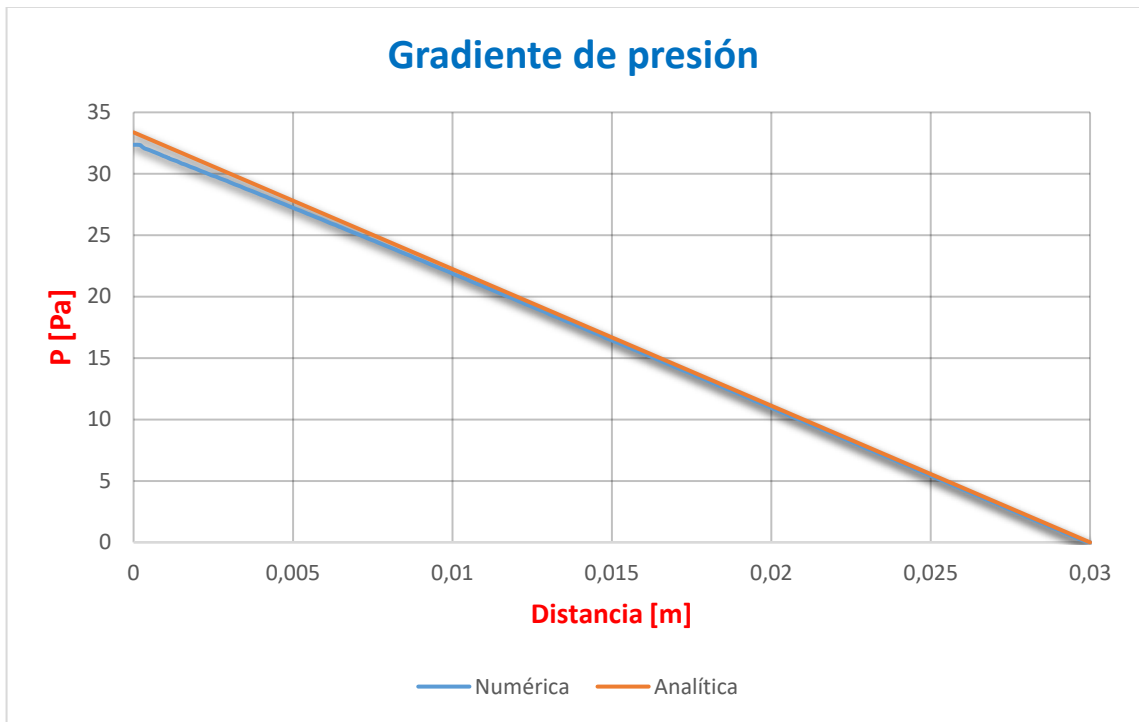


Ilustración 7-61. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 3 (Power Law).

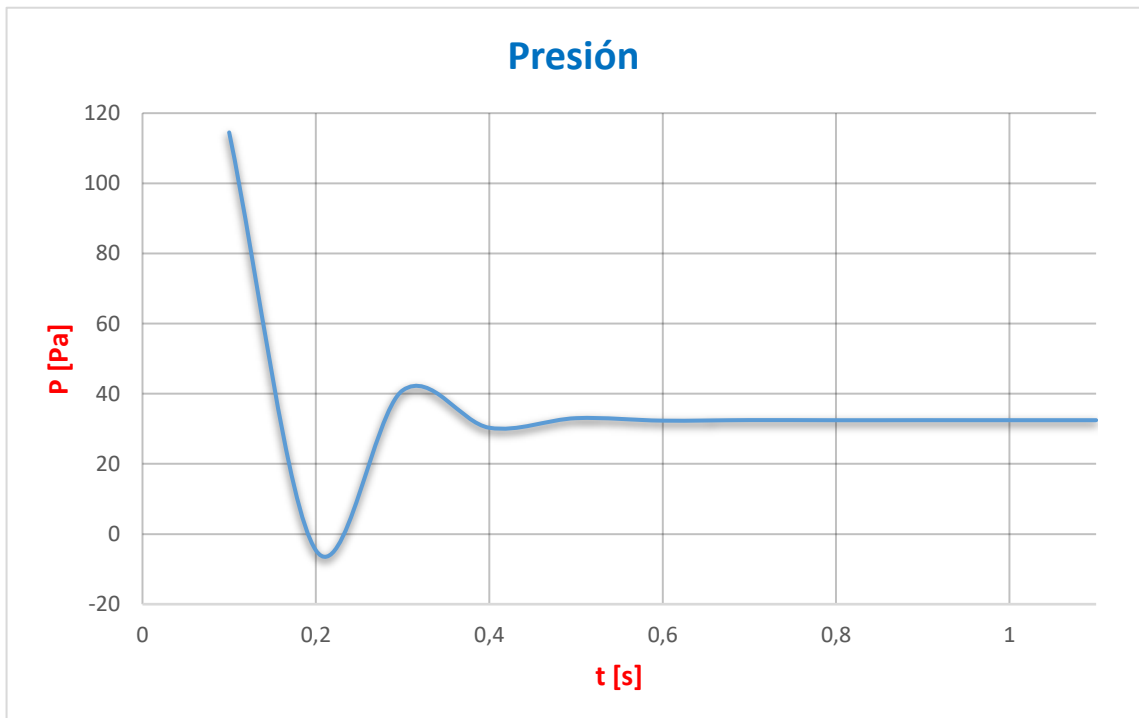


Ilustración 7-62. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 3 (Power Law).

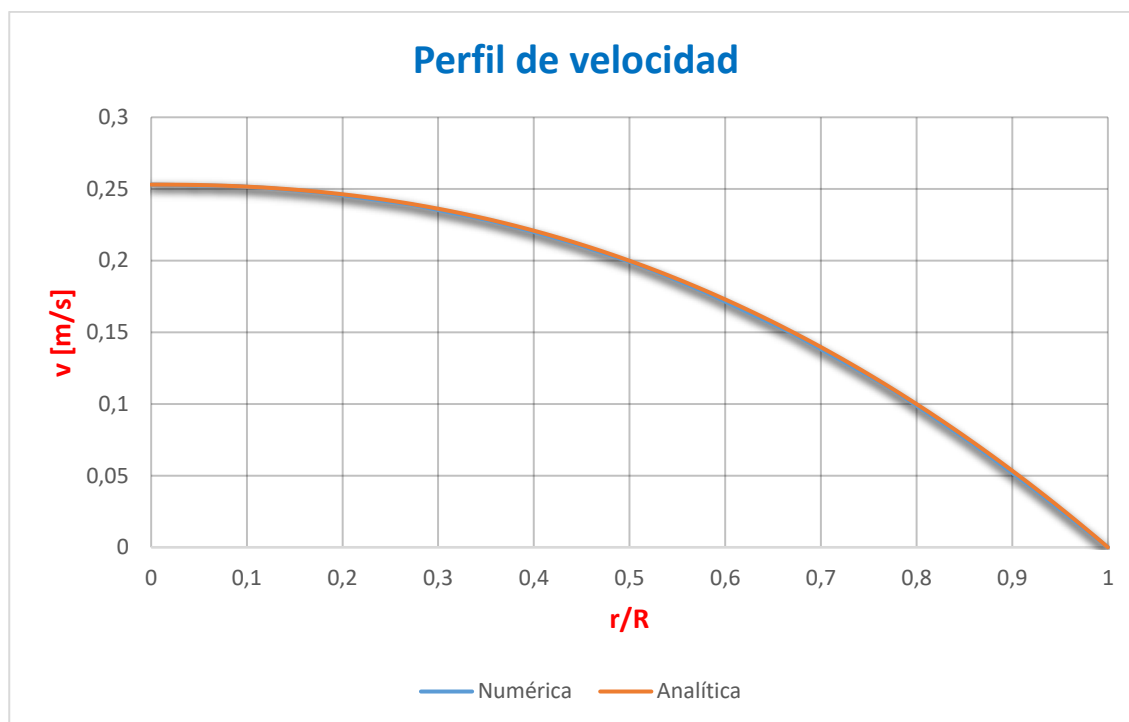


Ilustración 7-63. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 3 (Power Law).

Esta malla se realizó estructurada para reducir el error obtenido con el gradiente de presión de los dos casos anteriores, cosa que, si observamos la figura 7-61 comprobaremos que no ha sido posible, pues la gráfica muestra un resultado similar a los obtenidos en los casos anteriores, en cambio el perfil de velocidad obtenido vuelve a coincidir (figura 7-63)

7.3.1.4 Malla 4

Resultados

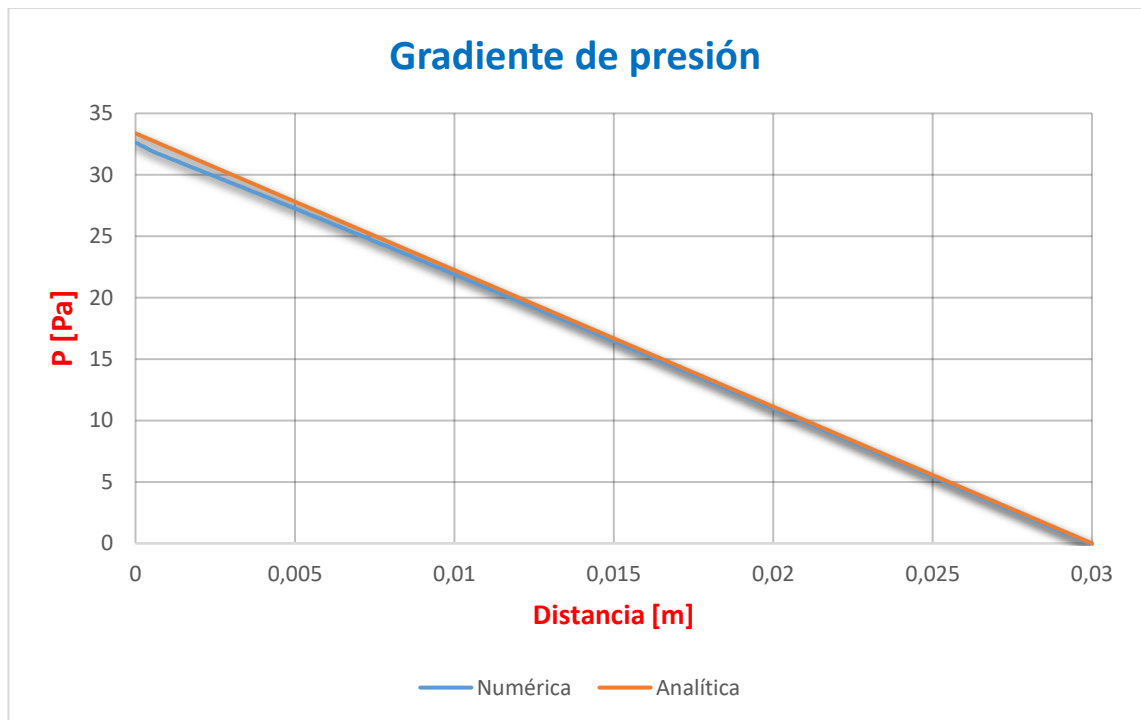


Ilustración 7-64. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 4 (Power Law).

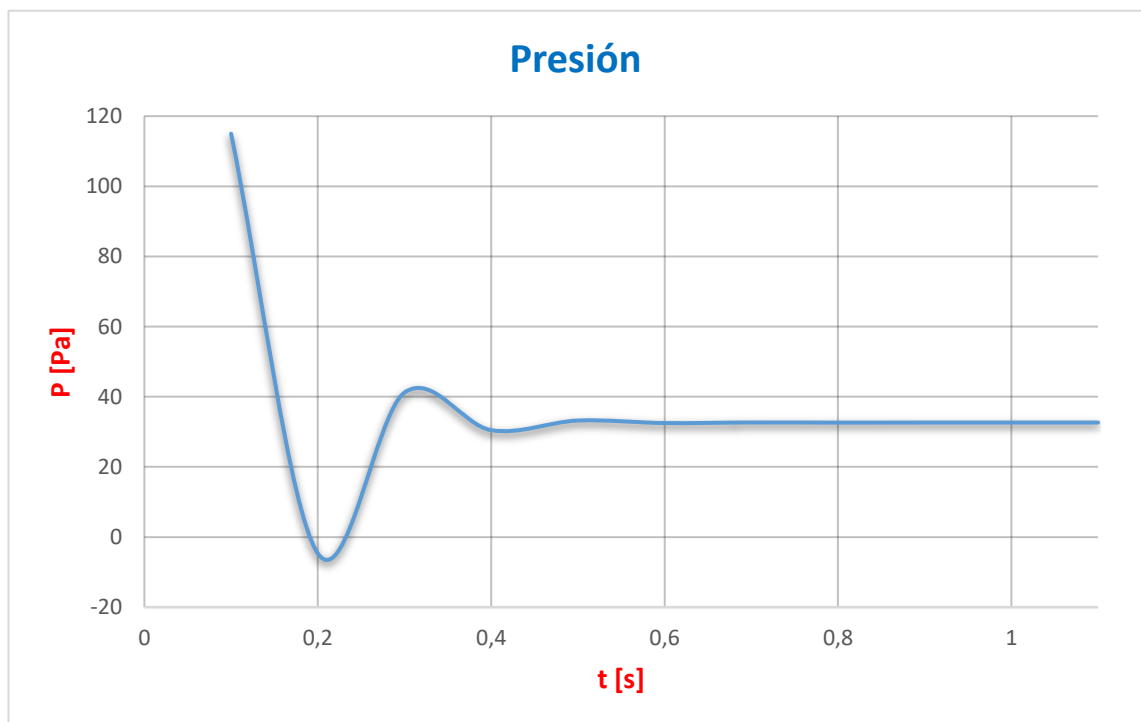


Ilustración 7-65. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 4 (Power Law).

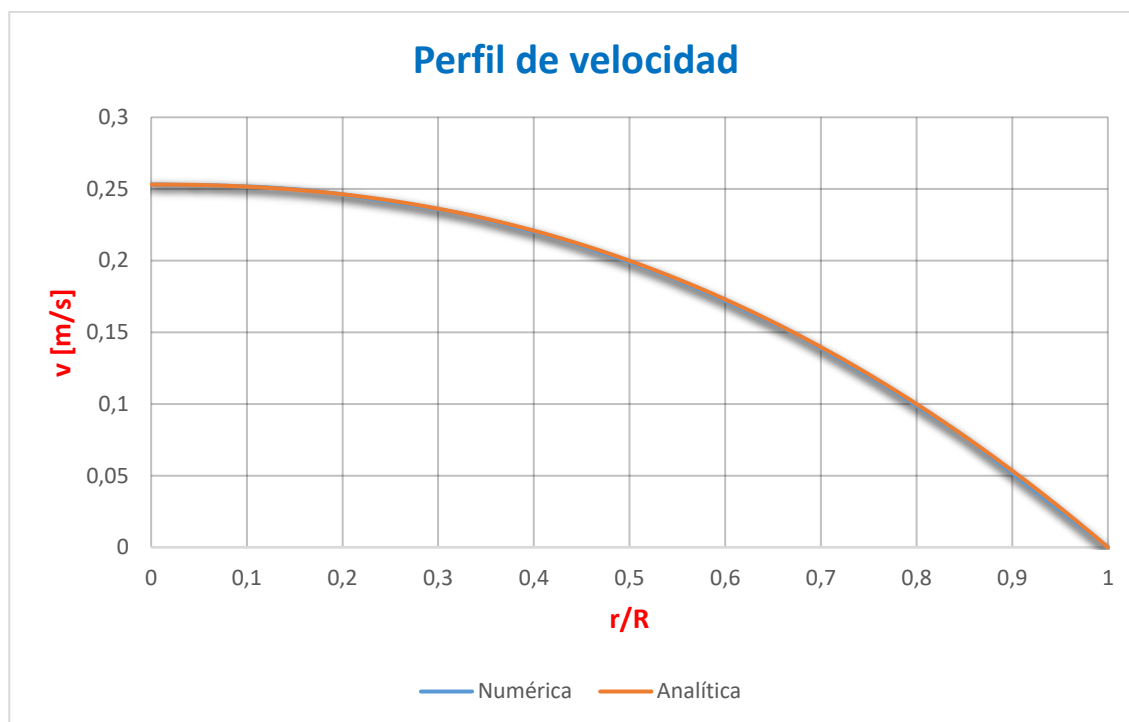


Ilustración 7-66. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 4 (Power Law).

La figura 7-64 muestra un resultado idéntico a la mostrada en el caso anterior por lo que esta malla estructurada con un tamaño de elemento más pequeño no consigue reducir el error que presenta el gradiente de presión.

7.3.1.5 Malla 5

Resultados

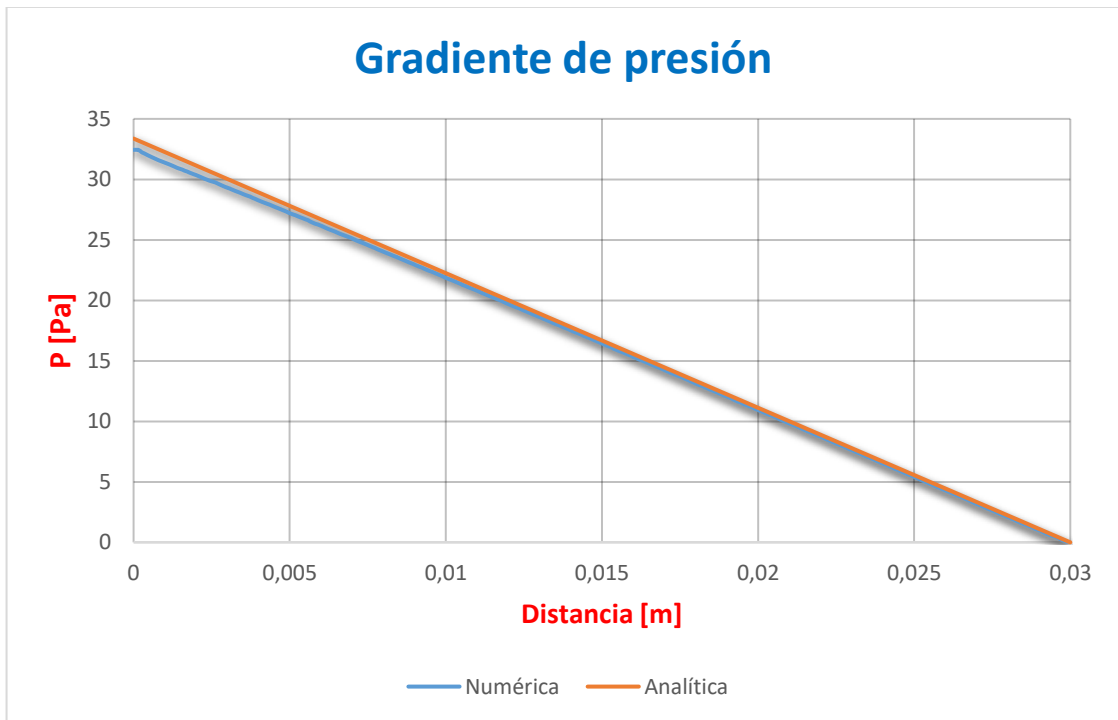


Ilustración 7-67. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 5 (Power Law).

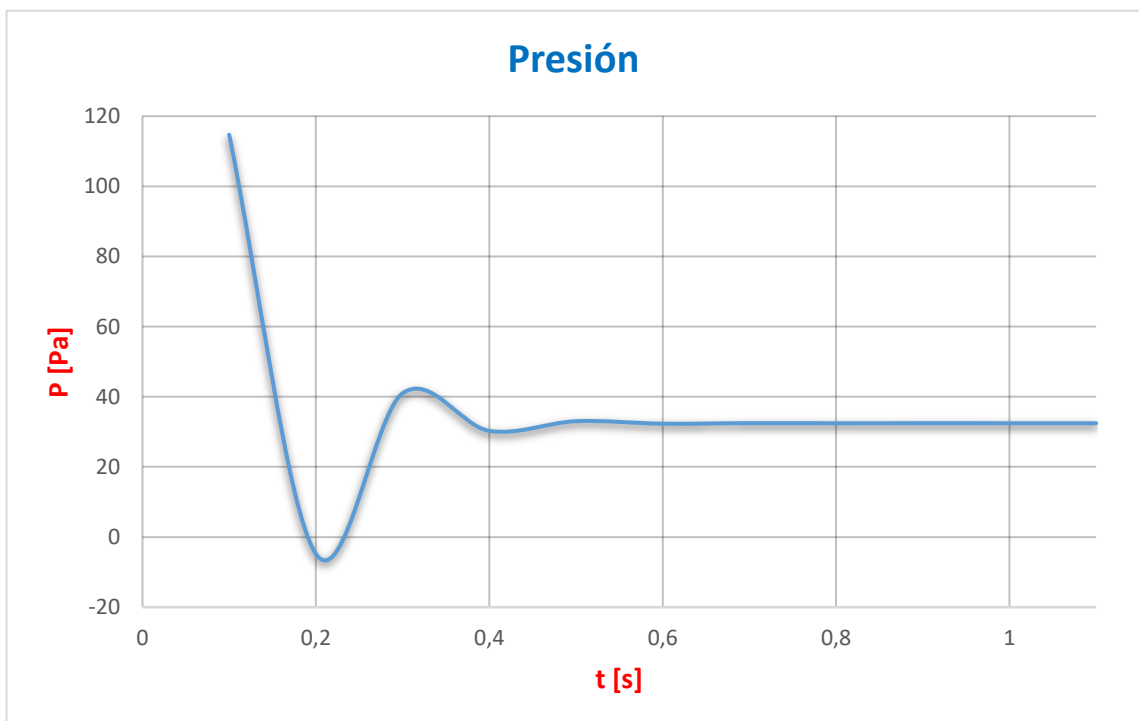
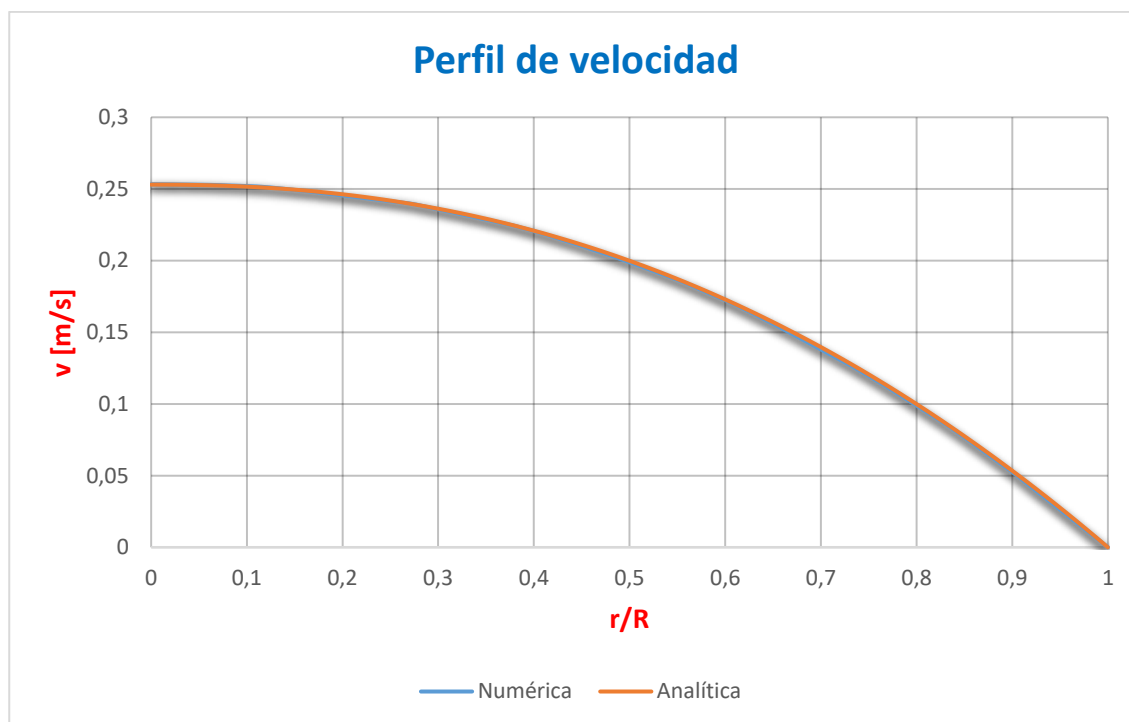


Ilustración 7-68. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 5 (Power Law).



Il·lustració 7-69. Perfils de velocitat obtinguts (analític i numèric) en la malla 5 (Power Law).

Observando las figuras 7-67 y 7-69 comprobamos que con esta malla 5 tampoco ha sido posible reducir el error, pues las figuras 7-55, 7-58, 7-61, 7-64 y 7-67 muestran un gradiente de presión similar, pues en todas ellas el error está en un 3% no siendo nunca inferior al 2%.

7.3.2 Herschel Bulkley

Este apartado demostrará que es posible utilizar Kratos para estudiar casos donde se trabaja con fluidos no newtonianos. Para ello, utilizaremos la geometría de los casos anteriores.

Para establecer si los resultados son buenos, compararemos la solución analítica con la obtenida numéricamente mediante el cálculo en Kratos. Para ello se realizarán varios casos en los cuales se irá modificando la malla utilizada, con el fin de encontrar una solución lo más ajustada posible, intentando así, reducir el error.

Ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones utilizadas para la solución analítica están descritas en el apartado 5.6.2.2.

Datos del fluido

Tabla 15. Datos del fluido utilizado (H-B) [1].

Sangre (37 °C)	
ρ [kg/m ³]	1050
μ [Pa·s]	0,004
τ_0 [Pa]	0,0175
m [Pa·s ⁿ]	0,0089721
n [-]	0,8601

Resumen de los resultados

Mallas no estructuradas

Tabla 16. Características de las mallas no estructuradas utilizadas (H-B).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 1	0,0002	24492	430237	79406
Caso 2	0,0002	24492	492650	89924

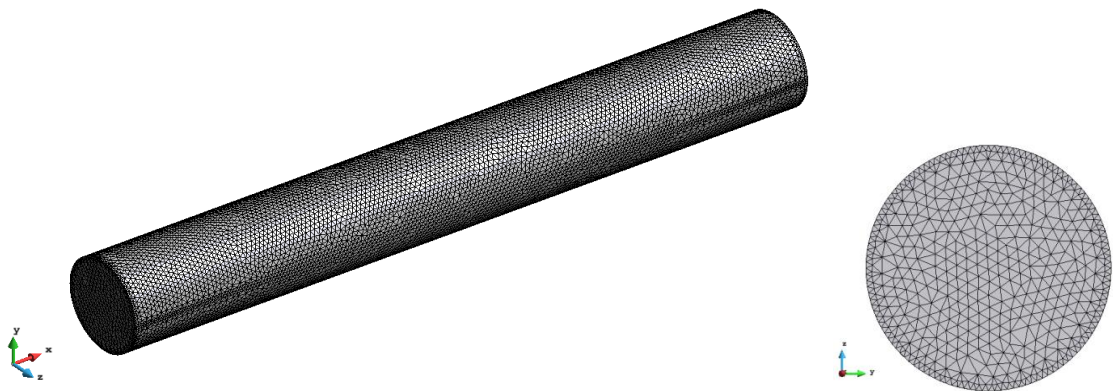


Ilustración 7-70. Representación de la geometría mallada con malla no estructurada (H-B).

Mallas estructuradas

Tabla 17. Características de las mallas estructuradas utilizadas (H-B).

Referencia	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 3	13200	423467	75333
Caso 4	32000	497076	92093
Caso 5	42000	455955	87966

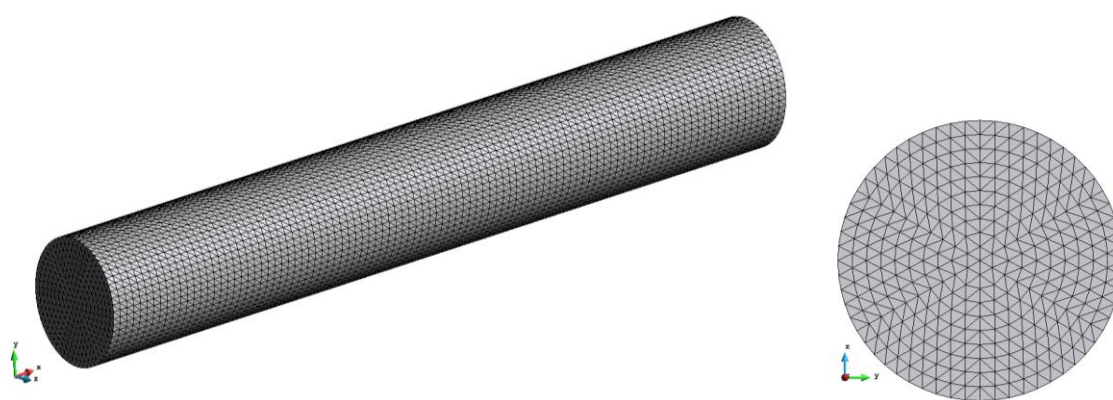


Ilustración 7-71. Representación de la geometría mallada con malla estructurada (H-B).

Tabla 18. Factor de fanning y otros parámetros adimensionales (H-B).

ξ	Ψ	f
0,01507	0,98016	0,12318

Tabla 19. Resumen de los resultados obtenidos (H-B).

	Solución Analítica	Kratos (Caso 1)	Kratos (Caso 2)	Kratos (Caso 3)	Kratos (Caso 4)	Kratos (Caso 5)
\bar{v} [m/s]	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
GR_E	132,52	132,52	132,52	132,52	132,52	132,52
ΔP [Pa]	34,84	33,94	34,02	33,91	34,08	33,90
Error ΔP [%]	-	2,65	2,41	2,74	2,23	2,77

7.3.2.1 Malla 1

Resultados

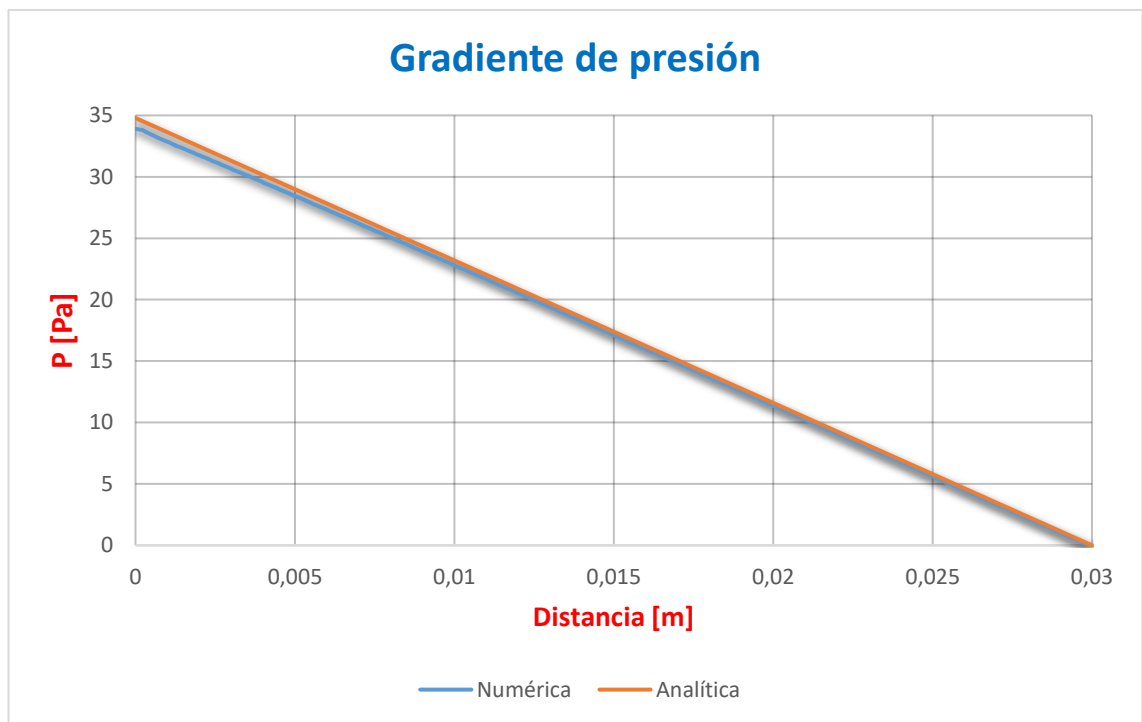


Ilustración 7-72. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 1 (H-B).

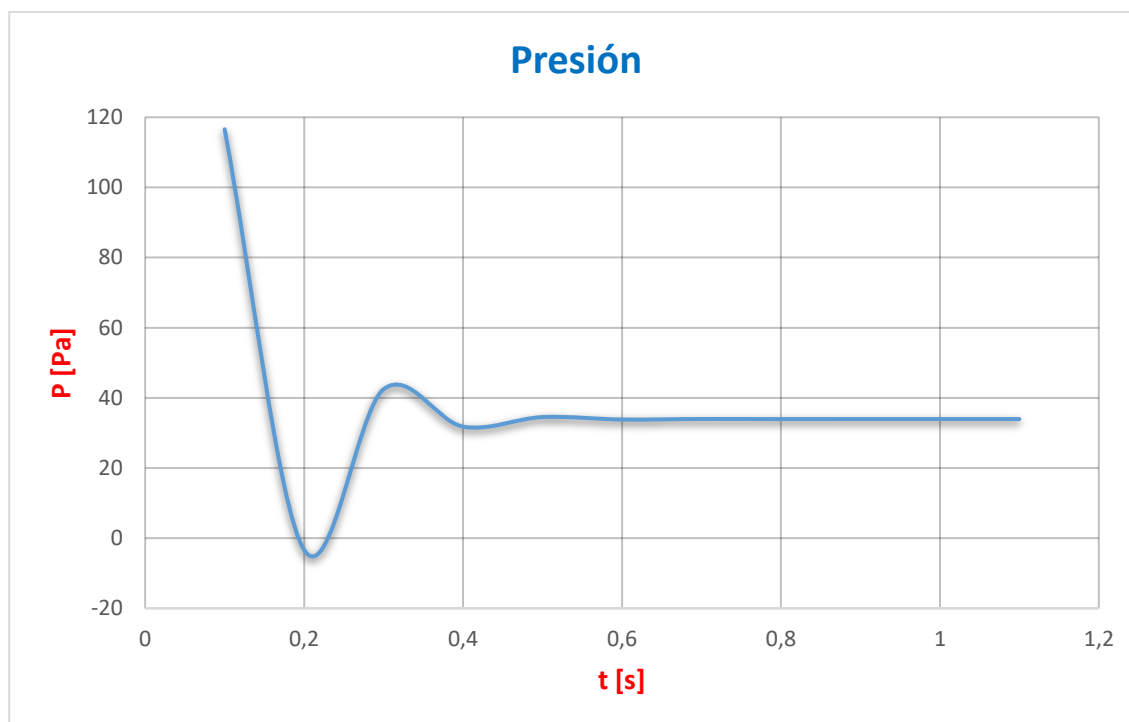


Ilustración 7-73. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (H-B).

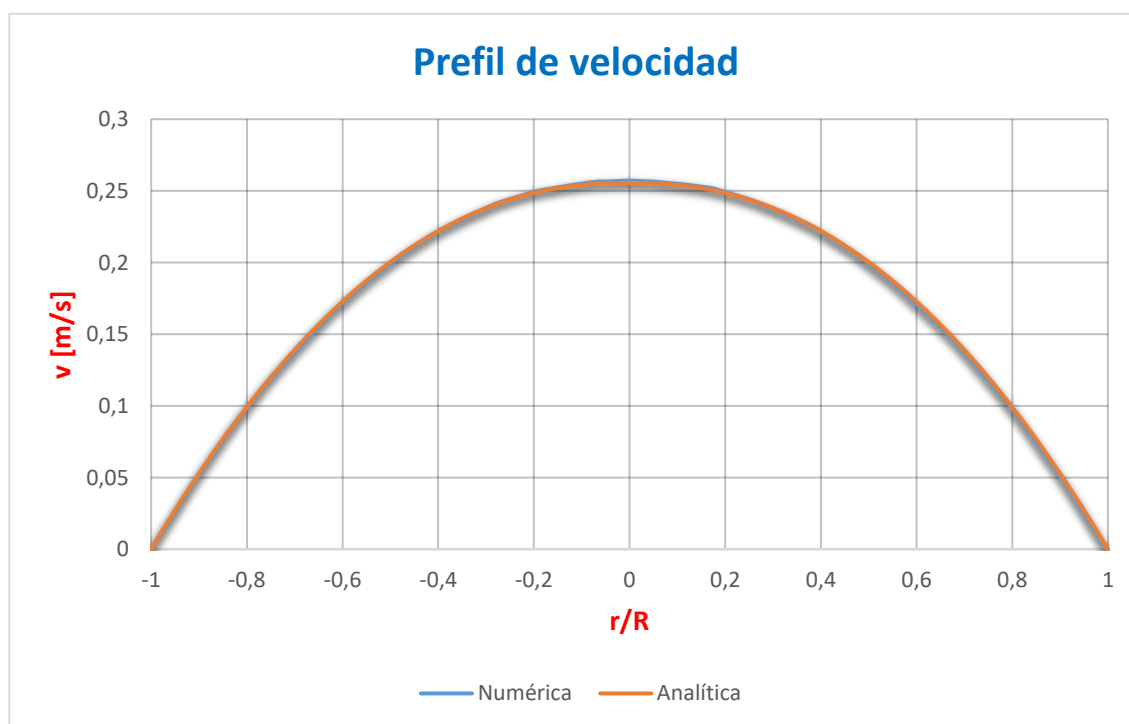


Ilustración 7-74. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 1 (H-B).

Como se puede apreciar en la figura 7-72, la malla 1 obtiene buenos resultados siendo una malla para una primera aproximación. El valor del gradiente de presión obtenido numéricamente es similar al analítico, siendo este último ligeramente superior en la longitud inicial de la geometría.

Para el perfil de velocidad, la solución obtenida es idéntica durante todo el radio (fig. 7-74).

7.3.2.2 Malla 2

Resultados

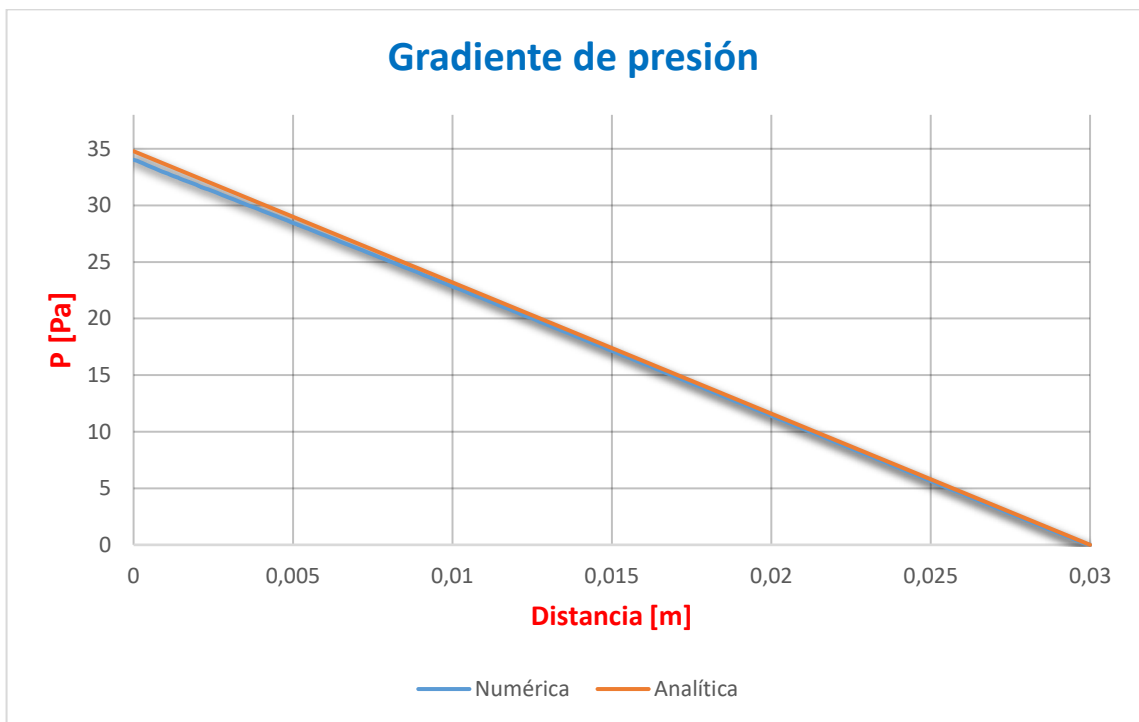


Ilustración 7-75. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 2 (H-B).

Esta malla obtiene un valor similar a la malla anterior. El valor del gradiente de presión es prácticamente el mismo que en 7.3.2.1 como se puede apreciar en la figura 7-75.

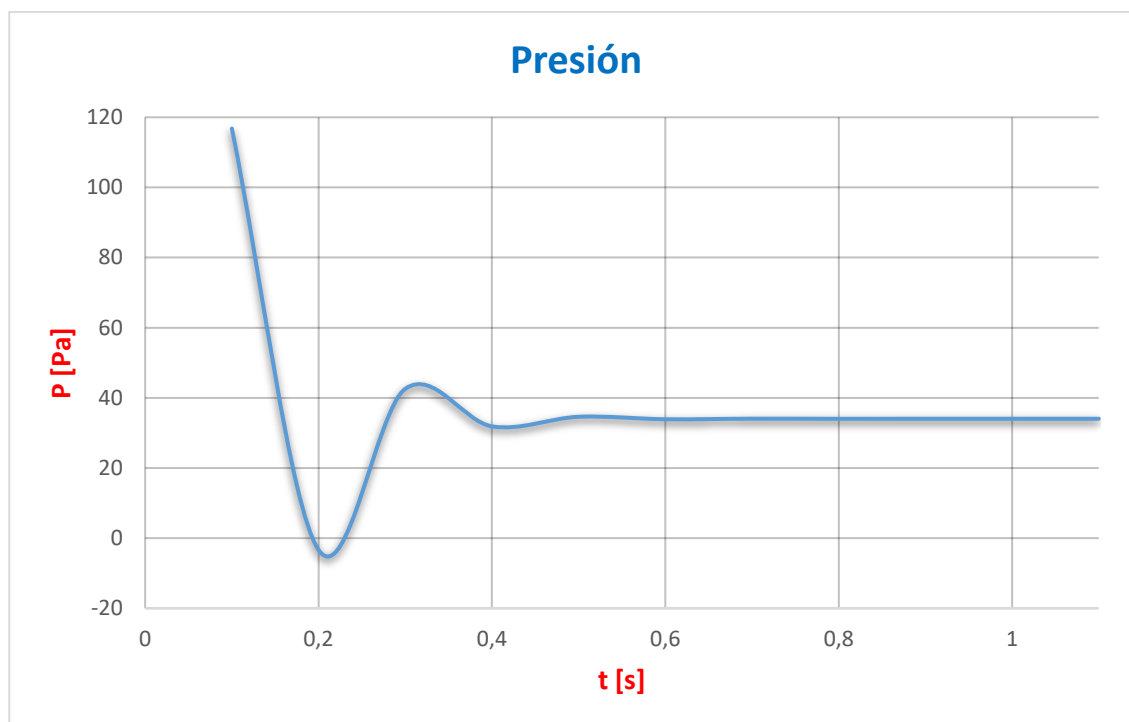


Ilustración 7-76. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 2 (H-B).

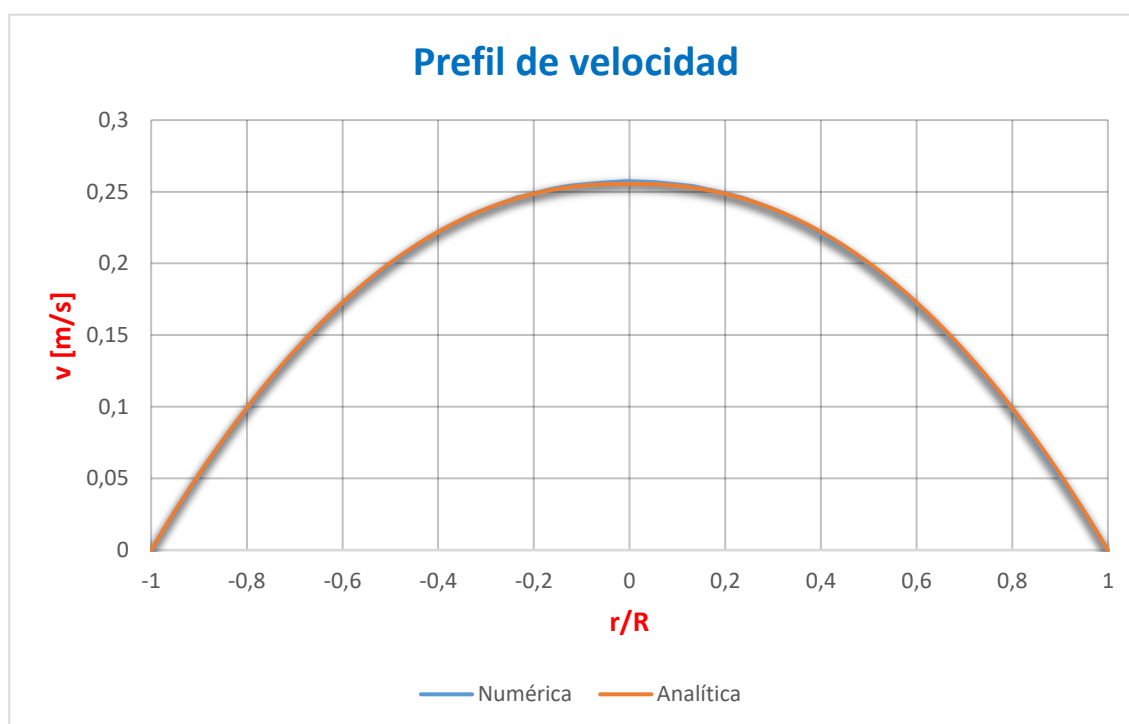


Ilustración 7-77. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 2 (H-B).

El caso del perfil de velocidad es similar al anterior (fig. 7-77). El valor de la solución analítica coincide con la numérica.

7.3.2.3 Malla 3

Resultados

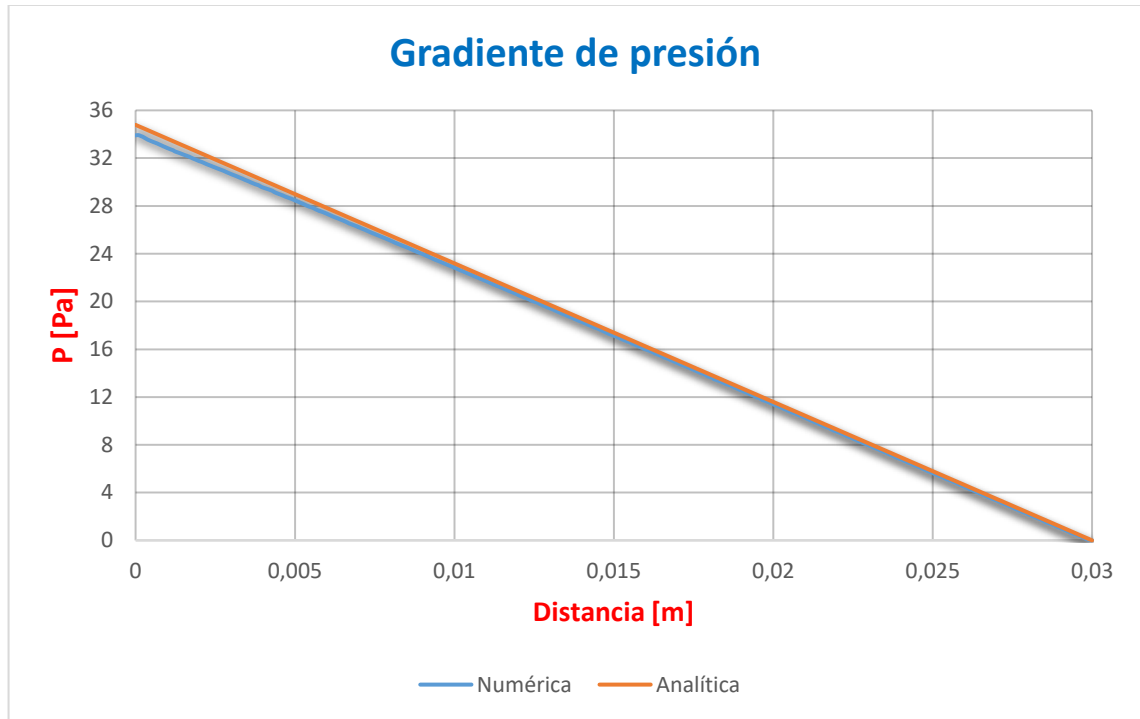


Ilustración 7-78. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 3 (H-B).

Este es un caso similar a los 2 anteriores puesto que el gradiente de presión obtenido numéricamente presenta una diferencia de un 2,74% en su valor máximo respecto a la solución analítica. En el primer caso esta diferencia era de un 2,65%. Esto puede comprobarse en la fig.7-78 que muestra ambos gradientes y en la tabla 19 se muestra numéricamente.

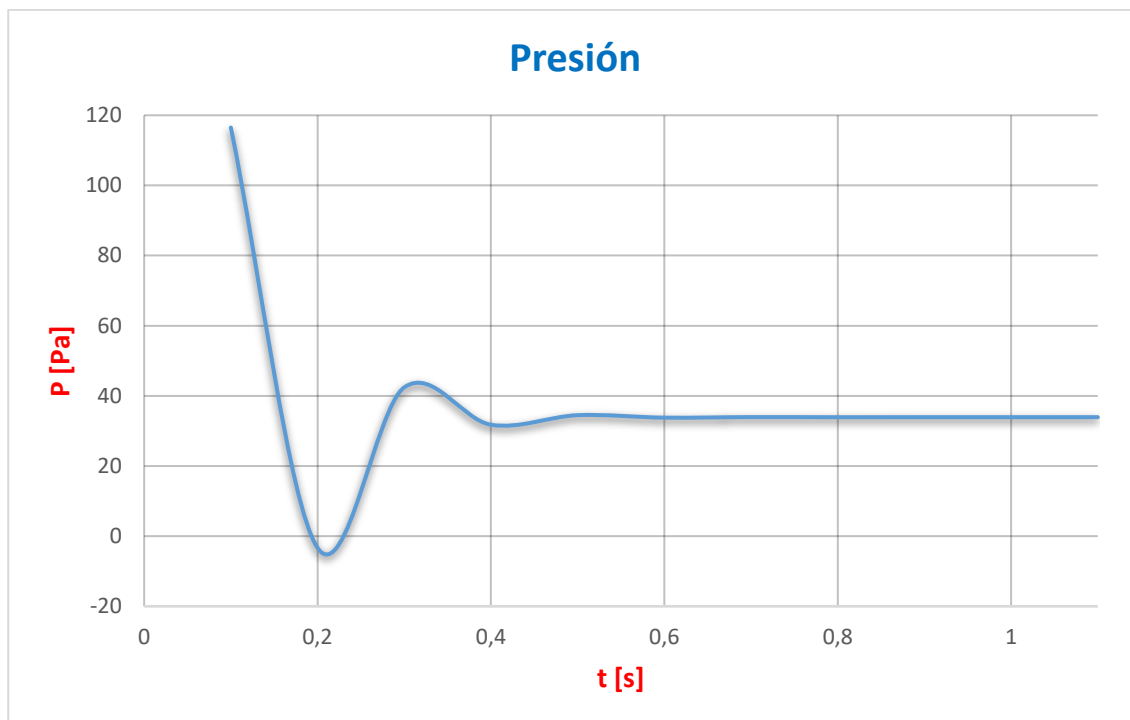


Ilustración 7-79. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 3 (H-B).

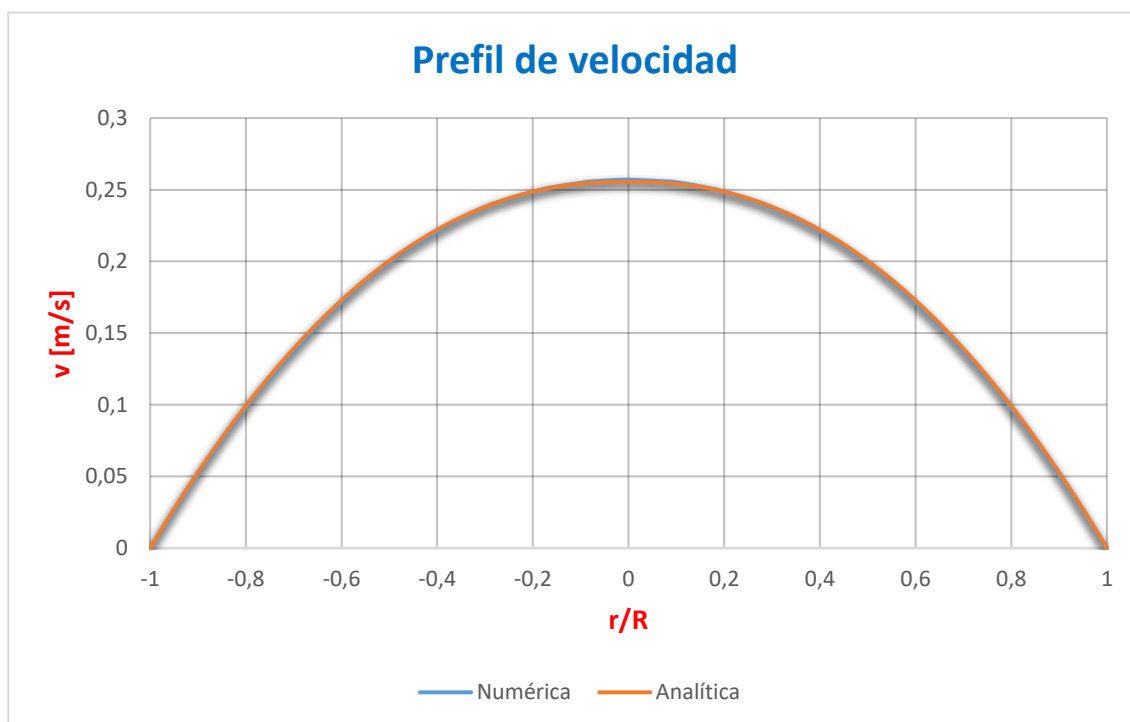


Ilustración 7-80. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 3 (H-B).

7.3.2.4 Malla 4

Resultados

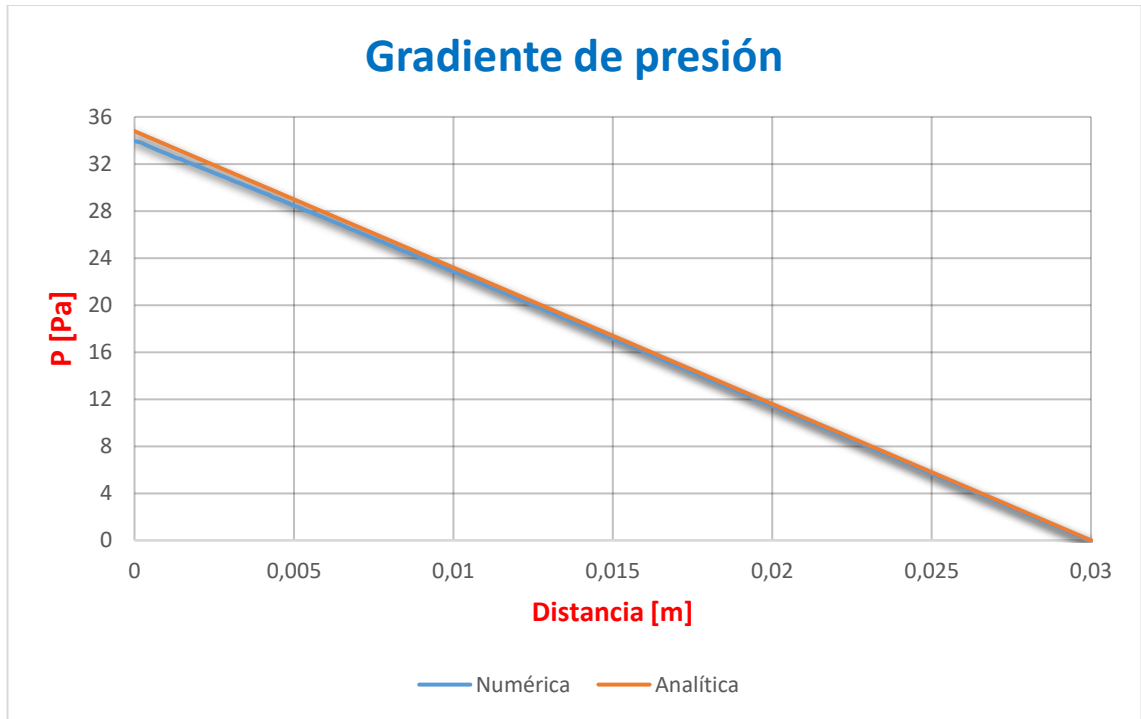


Ilustración 7-81. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 4 (H-B).

Al igual que las otras 3 mallas anteriores, se consiguen buenos resultados con esta pero como se puede comprobar en la gráfica anterior (fig. 7-81), el error presente entre analítico y numérico no consigue reducirse.

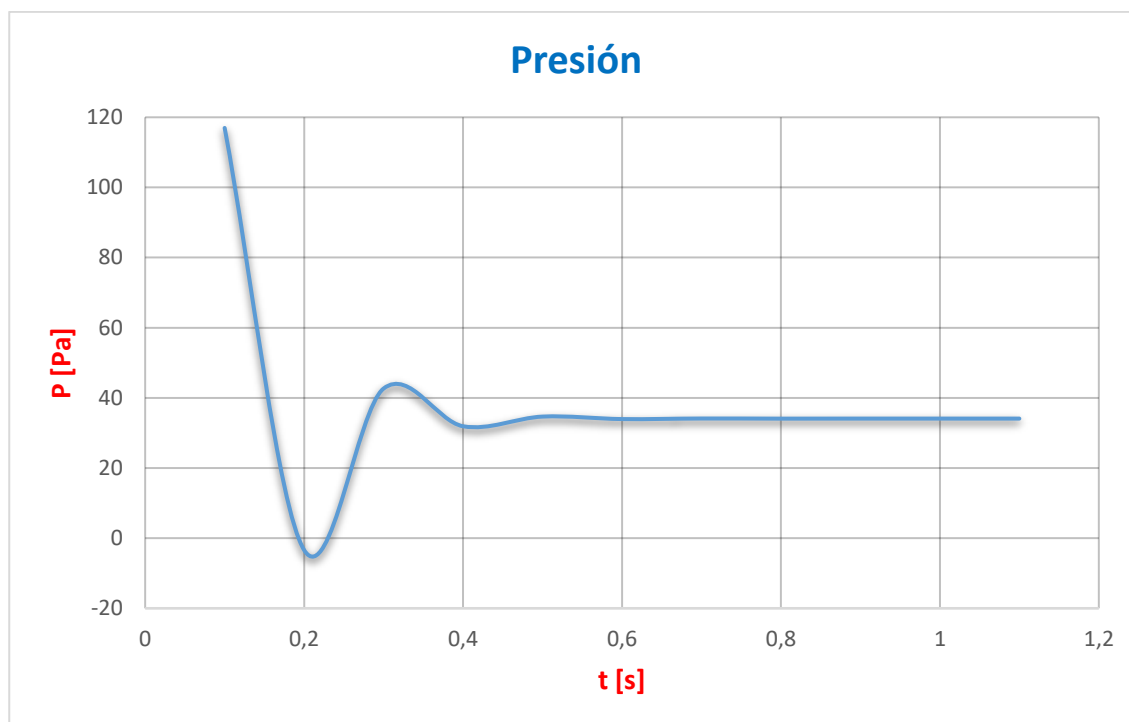


Ilustración 7-82. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 4 (H-B).

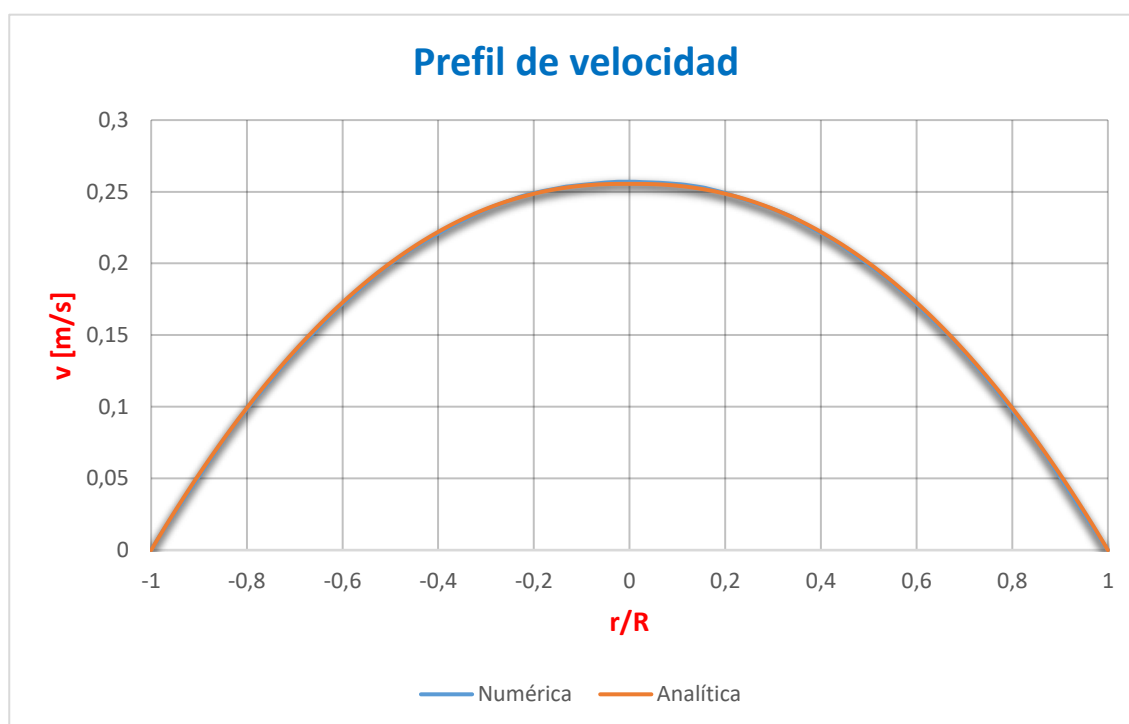


Ilustración 7-83. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 4 (H-B).

El perfil de velocidad para este 4º caso sigue sin variación, es decir, sigue siendo bueno pues la solución analítica y la numérica coinciden (fig. 7-83).

7.3.2.5 Malla 5

Resultados

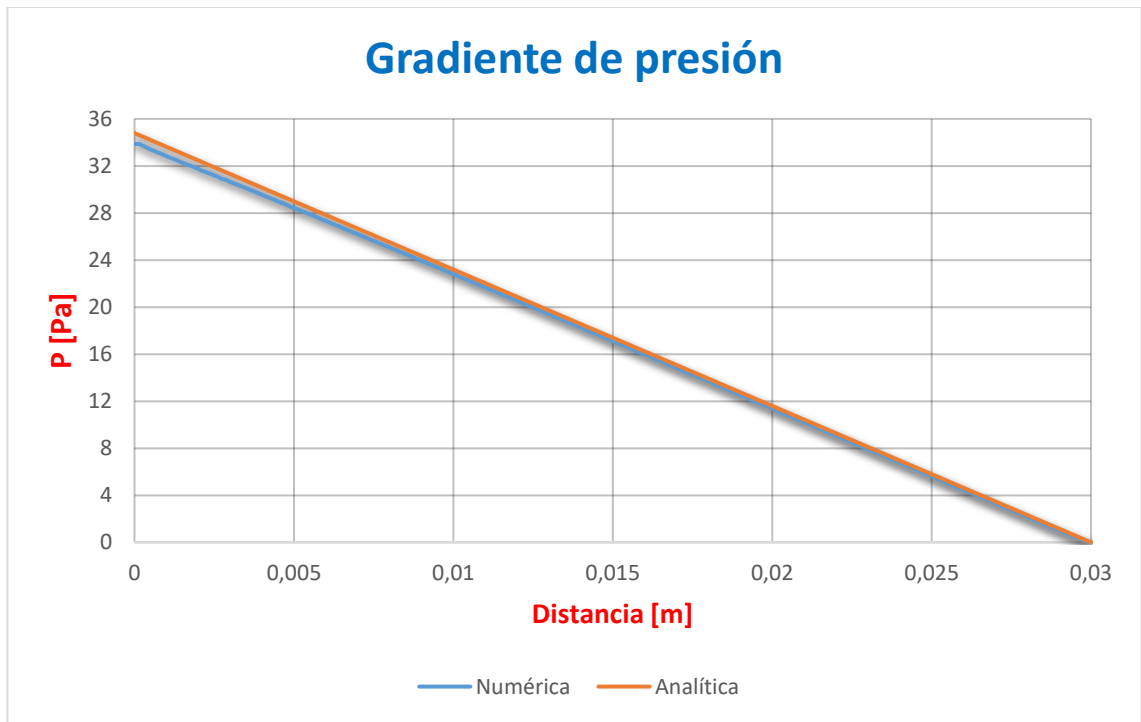


Ilustración 7-84. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 5 (H-B).

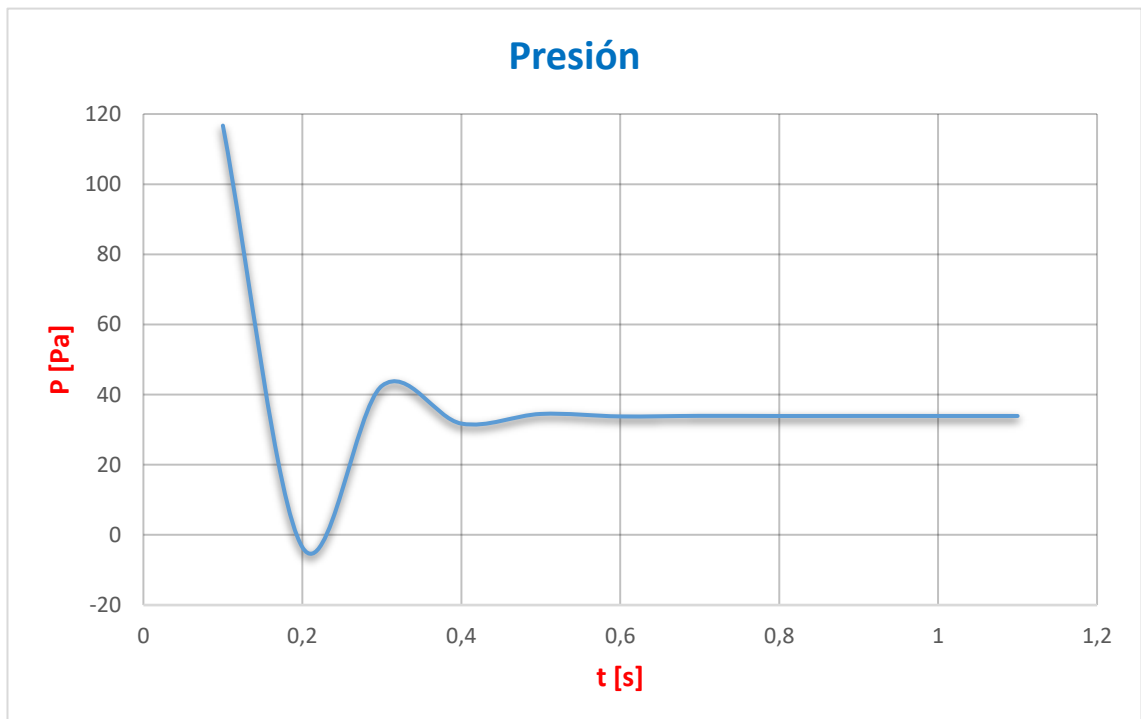


Ilustración 7-85. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 5 (H-B).

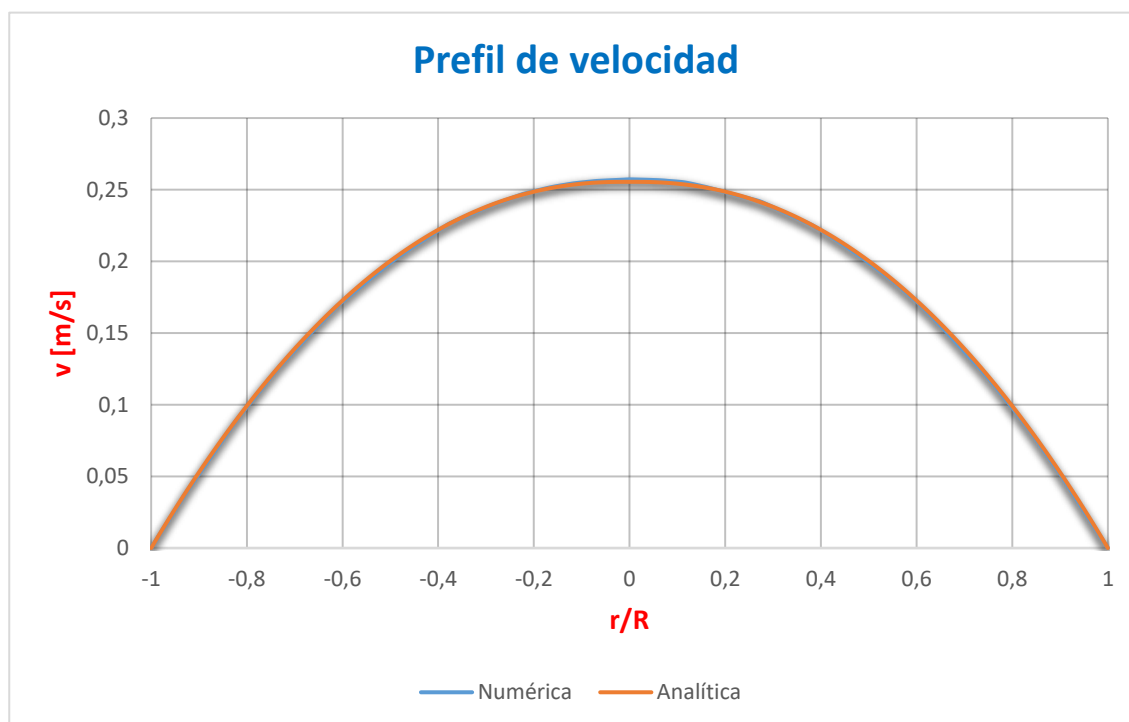


Ilustración 7-86. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 5 (H-B).

La malla 5 consigue buenos resultados, así como lo han estado haciendo las anteriores, pero no consigue reducir el error presente desde la primera malla, en todas las mallas se ha producido un error alrededor de 2,5%. Sin embargo, el perfil de velocidad obtiene una solución idéntica al analítico.

7.3.3 Bingham

Este apartado se ha desarrollado para comparar la solución analítica contra la solución numérica obtenida mediante CFD en Kratos, para un fluido no newtoniano utilizando un modelo Bingham.

El modelo Bingham deriva del modelo Herschel-Bulkley (utilizado en otro apartado), con la peculiaridad de que en este caso n (índice de potencia del fluido) es igual a 1.

Ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones utilizadas para el cálculo de la solución analítica se encuentran descritas en el apartado 5.4.2.3

Datos del fluido

Tabla 20. Datos del fluido utilizado (Bingham).

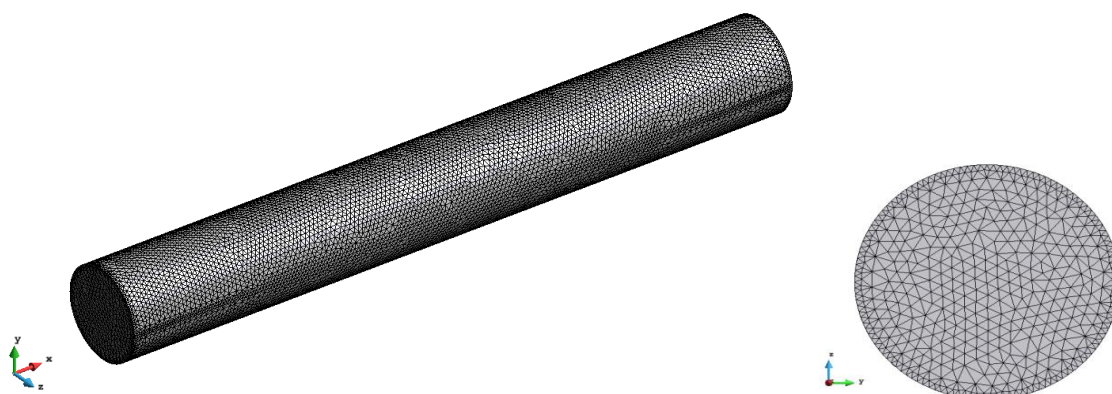
Sangre (37 °C)	
ρ [kg/m ³]	1050
μ [Pa·s]	0,004
τ_0 [Pa]	0,0175

Resumen de los resultados

Mallas no estructuradas

Tabla 21. Características de las mallas no estructuradas utilizadas (Bingham).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 1	0,0002	24492	430237	79406
Caso 2	0,0002	24492	492650	89924



Il·lustració 7-87. Representació de la geometria mallada amb malla no estructurada (Bingham).

Mallas estructuradas

Tabla 22. Características de las mallas estructuradas utilizadas (Bingham).

Referencia	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 3	13200	423467	75333
Caso 4	32000	497076	92093
Caso 5	42000	455955	87966



Il·lustració 7-88. Representació de la geometria mallada amb malla estructurada (H-B).

Tabla 23. Resumen de los resultados obtenidos (Bingham).

	Solución Analítica	Kratos (Caso 1)	Kratos (Caso 2)	Kratos (Caso 3)	Kratos (Caso 4)	Kratos (Caso 5)
\bar{v} [m/s]	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
$R_{E,B}$	140,7	140,7	140,7	140,7	140,7	140,7
H_E	18,375	18,375	18,375	18,375	18,375	18,375
ΔP [Pa]	32,86	32,39	32,47	32,36	32,49	32,35
Error ΔP [%]	-	1,45	1,2	1,54	1,13	1,57

7.3.3.1 Malla 1

Presión

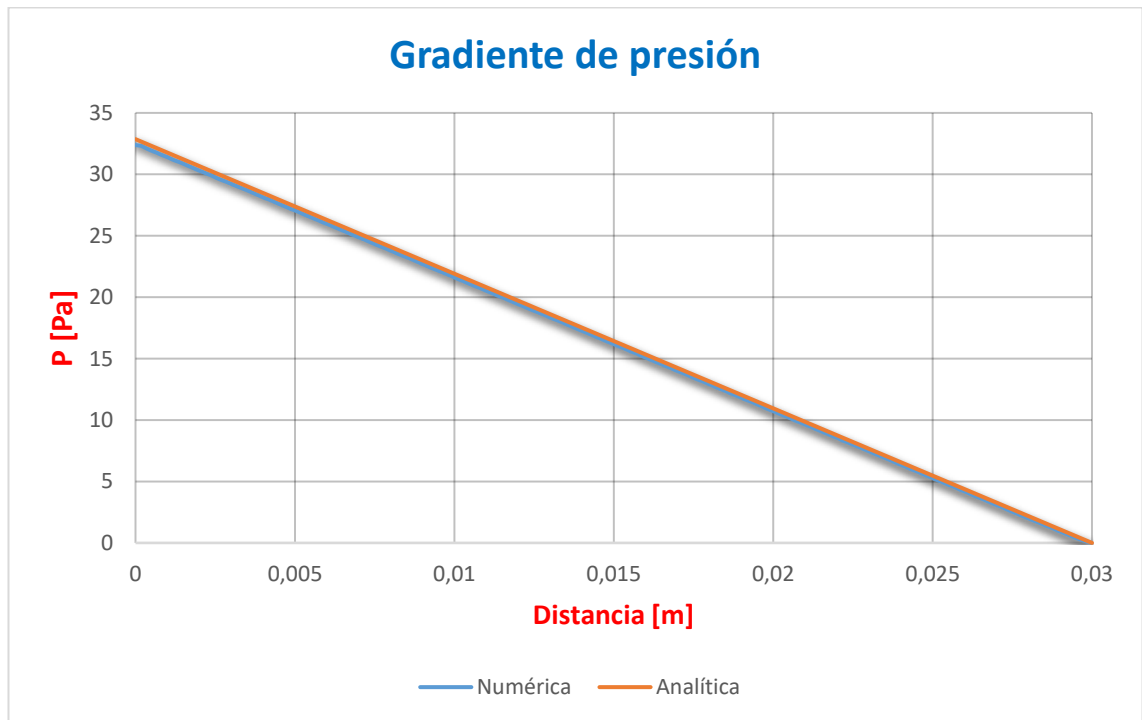


Ilustración 7-89. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 1 (Bingham).

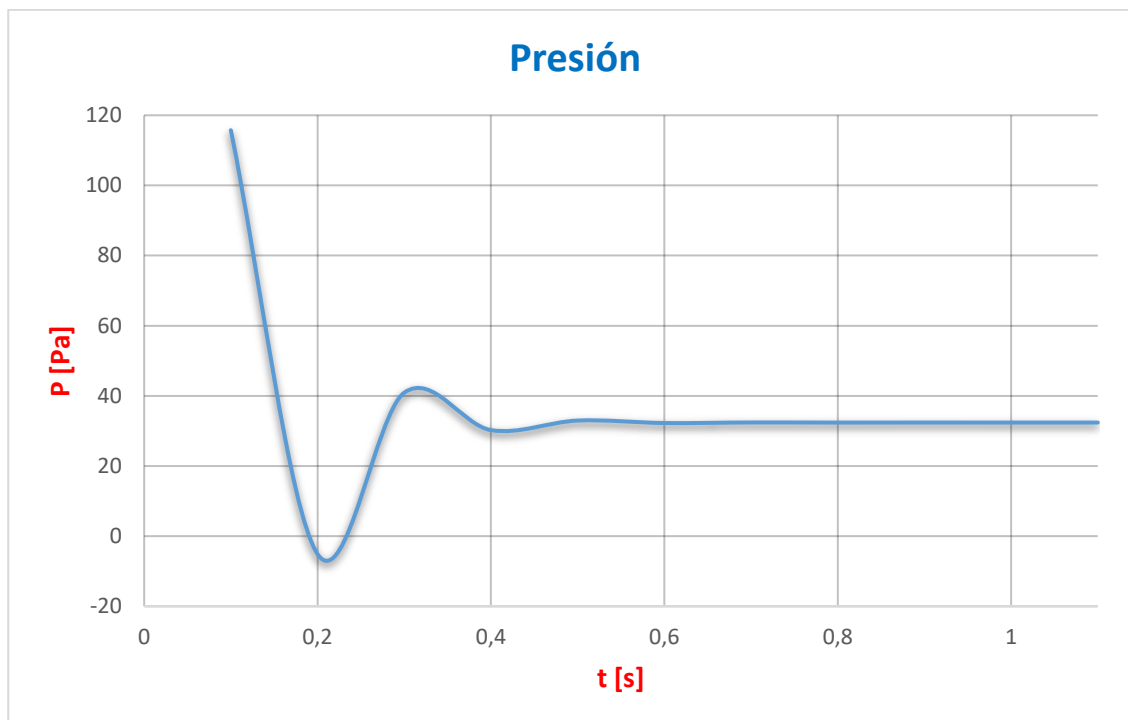


Ilustración 7-90. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 1 (Bingham).

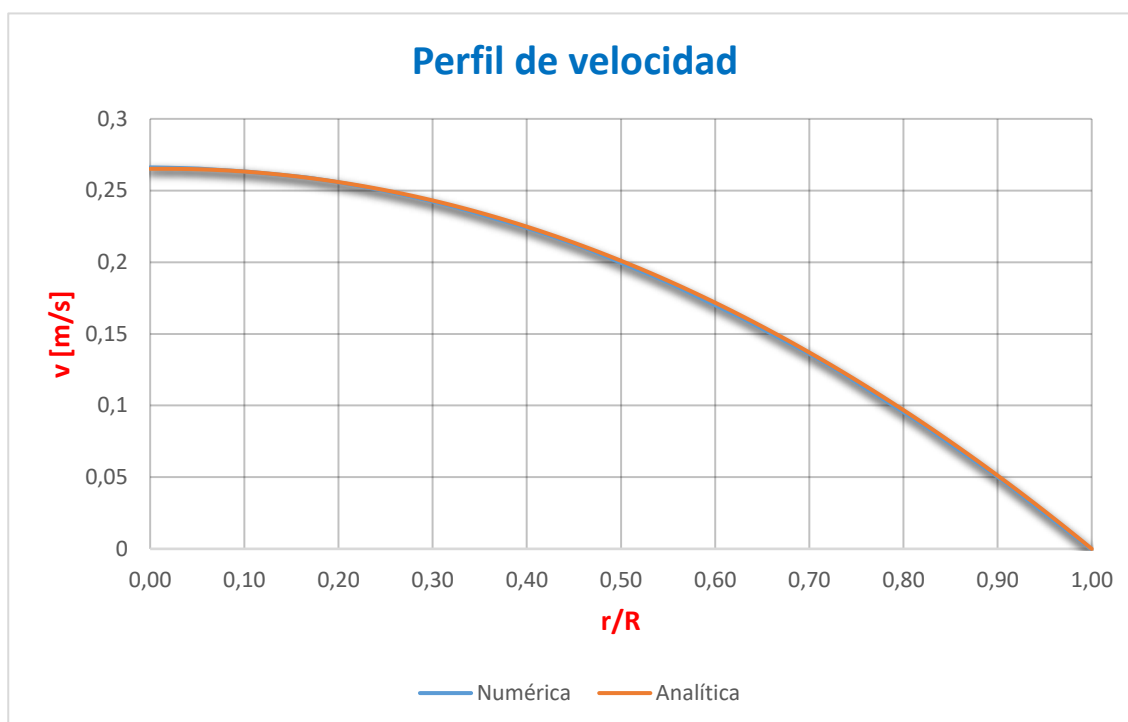


Ilustración 7-91. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 1 (Bingham).

La figura 7-89 muestra la concordancia entre la solución analítica y la numérica. En ella se puede apreciar como ambas soluciones son idénticas, siendo la solución numérica de menor magnitud. Por el contrario, en la figura 7-91, se observa como el perfil de velocidad numérico obtenido coincide con el analítico.

7.3.3.2 Malla 2

Presión

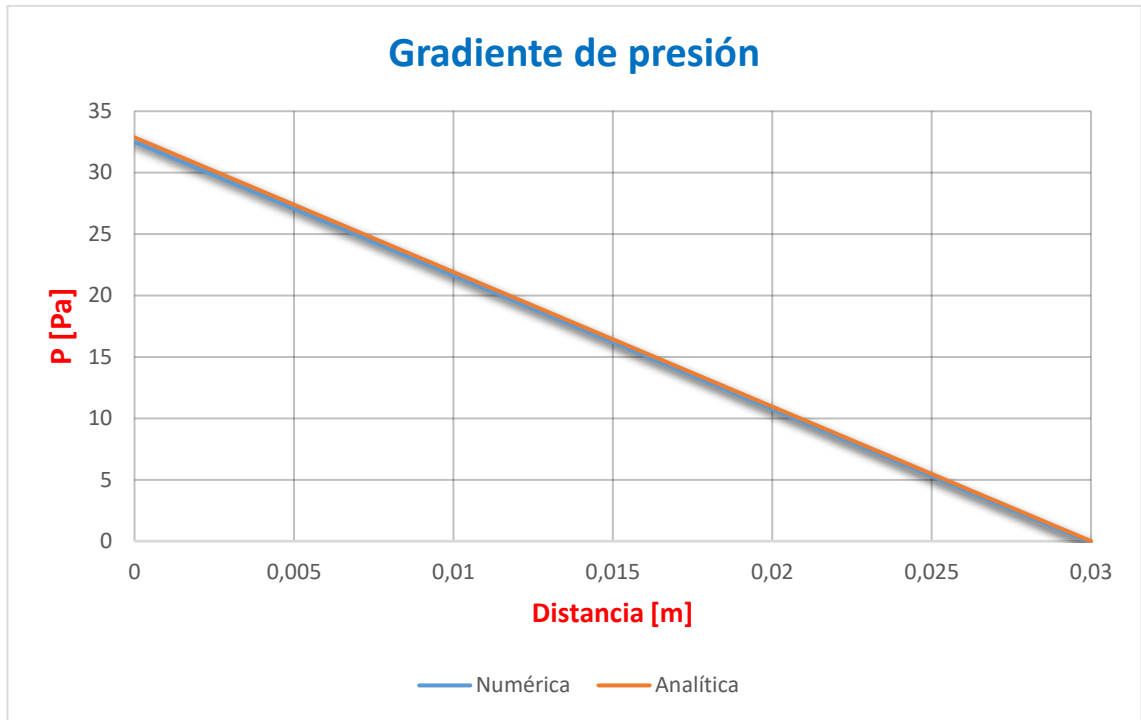


Ilustración 7-92. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 2 (Bingham).

En esta segunda malla, el gradiente de presión numérico consigue una aproximación con el analítico aún mejor que la del caso anterior pues, aunque hay una pequeña diferencia en el valor máximo, esta es más pequeña.

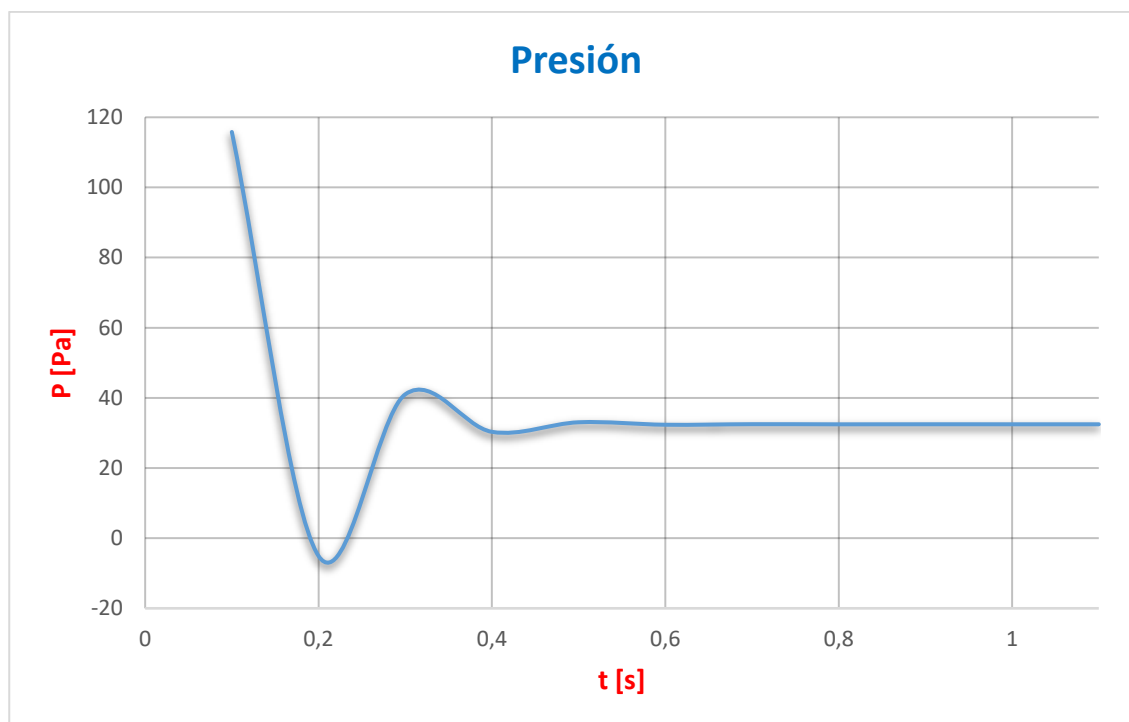


Ilustración 7-93. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 2 (Bingham).

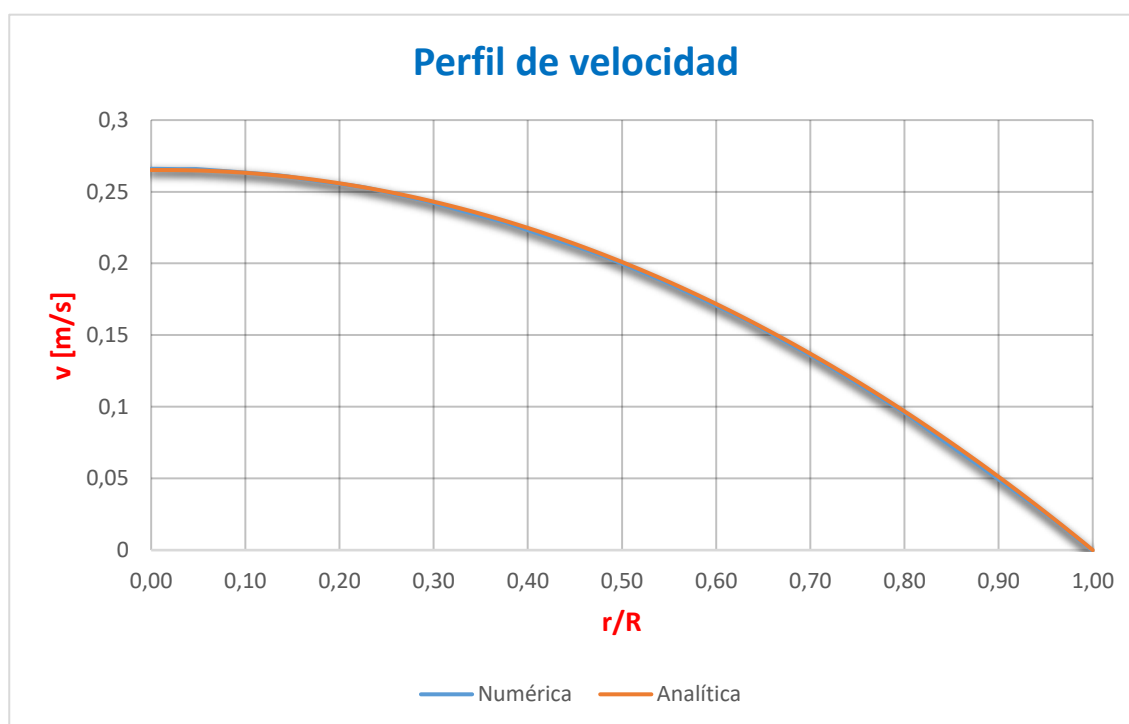


Ilustración 7-94. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 2 (Bingham).

El perfil de velocidad no presenta cambios con respecto al caso anterior, pues como se puede comprobar en la figura 7-94, la solución analítica y numérica coinciden.

7.3.3.3 Malla 3

Presión

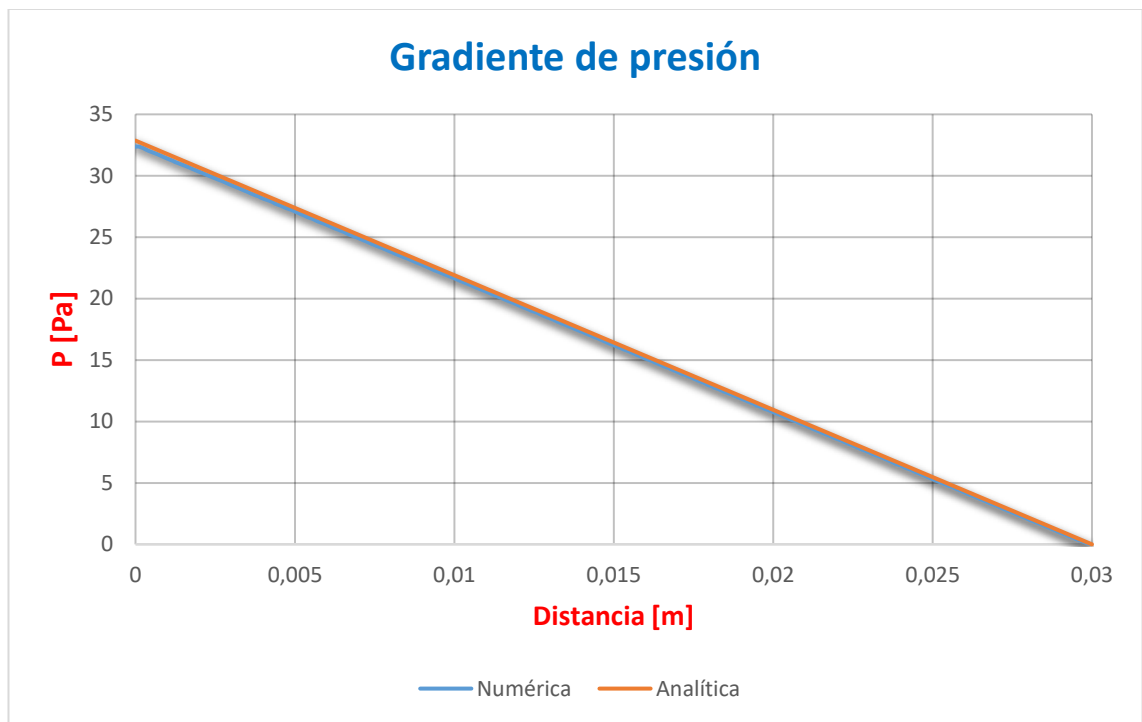


Ilustración 7-95. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 3 (Bingham).

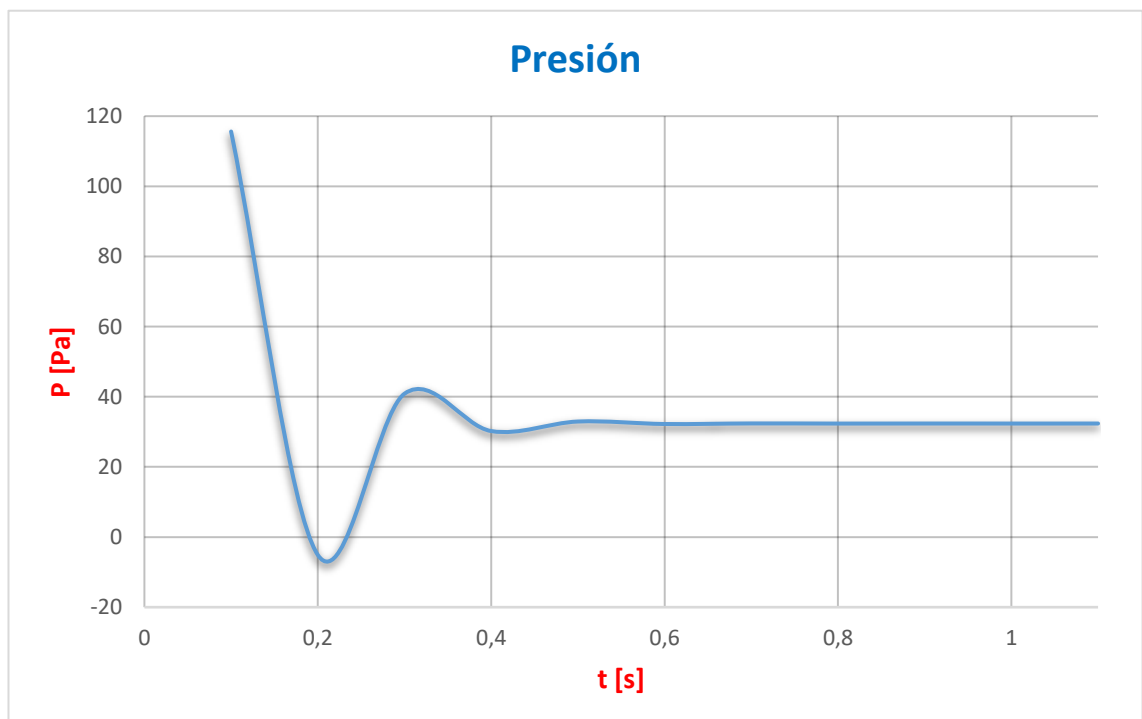


Ilustración 7-96. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 3 (Bingham).

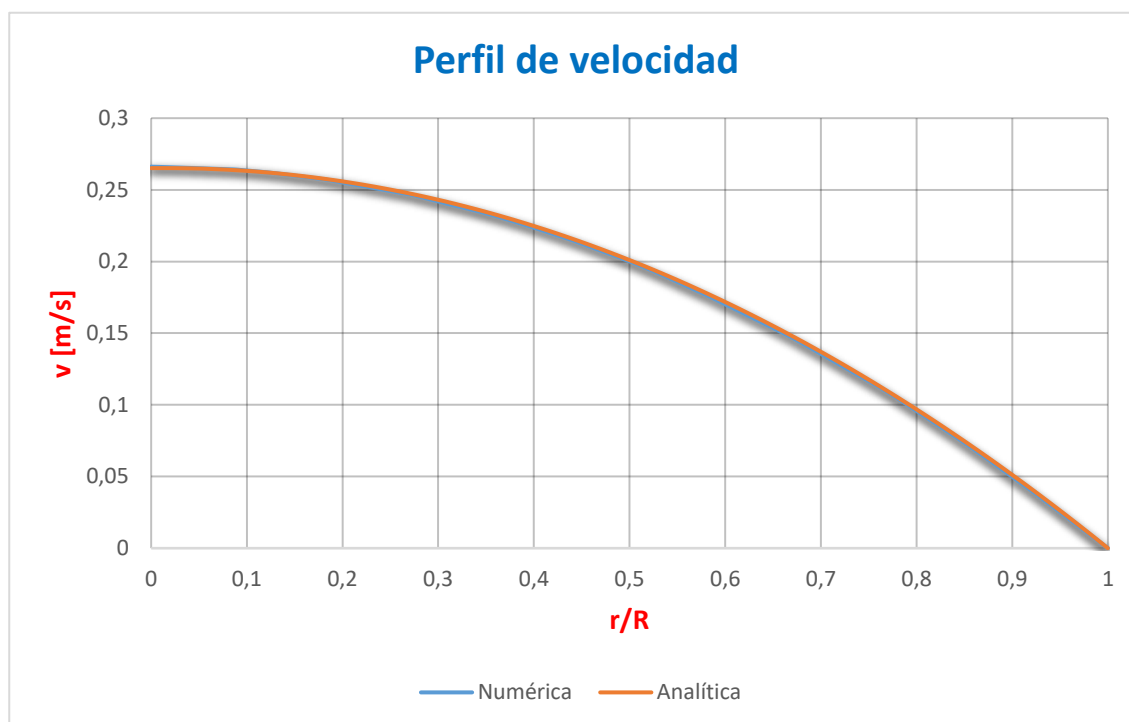


Ilustración 7-97. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 3 (Bingham).

La figura 7-95 muestra una comparativa entre el gradiente de presión analítico y numérico de la malla 3. Como se puede apreciar en ella, la solución obtenida en la simulación obtiene un resultado bueno todo y que existe un error en la zona inicial.

7.3.3.4 Malla 4

Presión

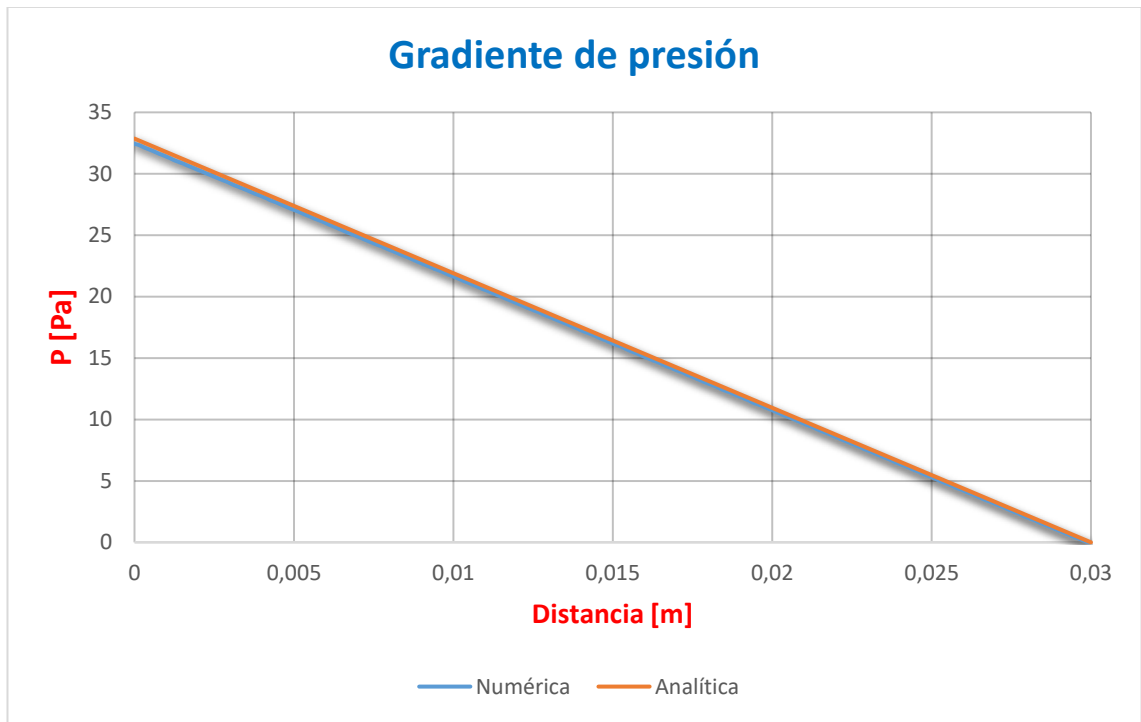


Ilustración 7-98. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 4 (Bingham).

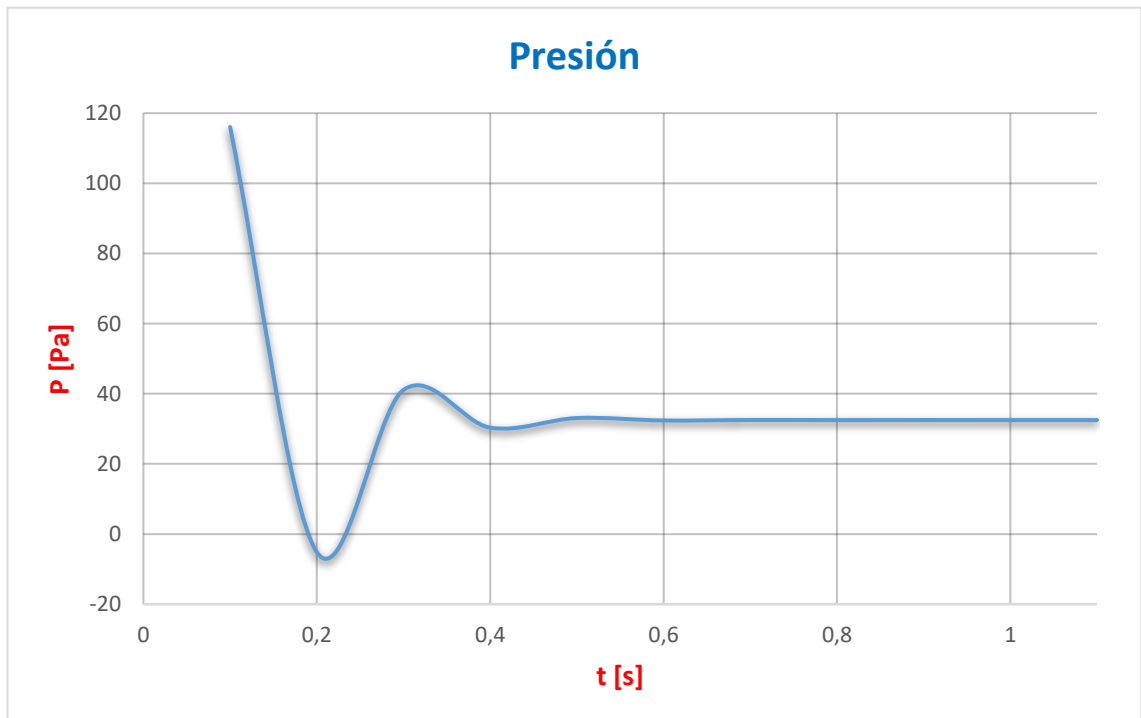


Ilustración 7-99. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 4 (Bingham).

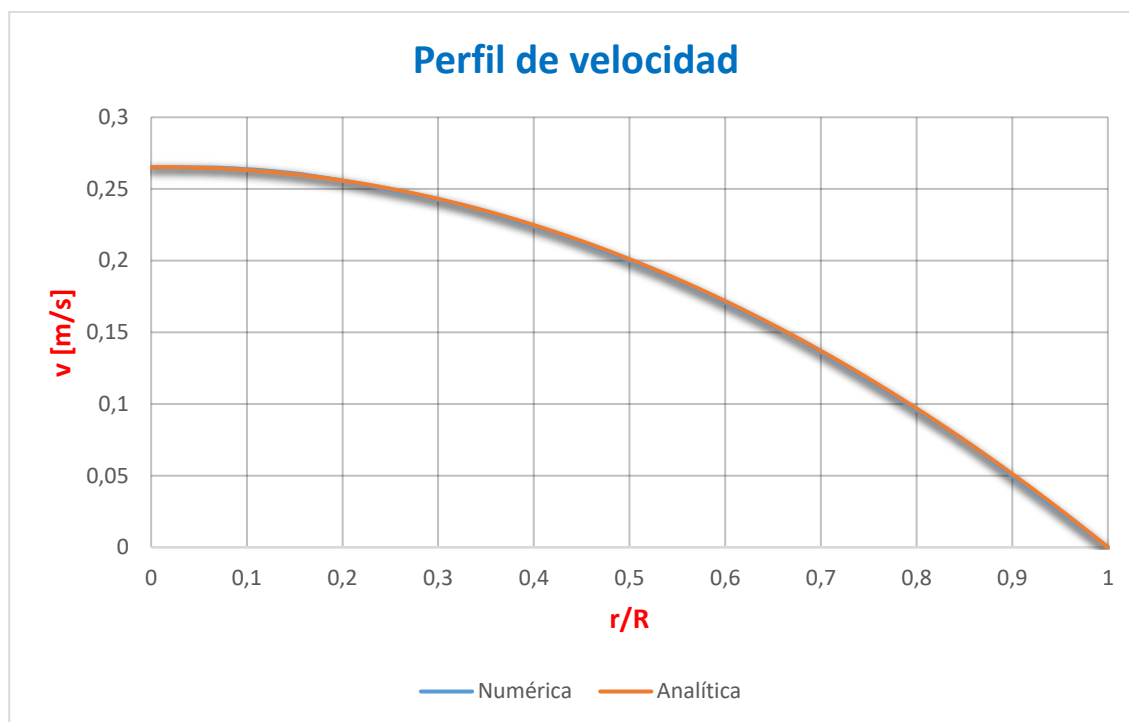


Ilustración 7-100. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 4 (Bingham).

Esta nueva malla es la que obtiene los mejores resultados pues, aunque en la figura 7-98 se observa una gráfica idéntica a las anteriores, si miramos la tabla 23, se puede comprobar como el error cometido es del 1,13%. Para el perfil de velocidad (fig. 7-100) la solución continúa siendo exacta, como en los otros 3 casos anteriores.

7.3.3.5 Malla 5

Presión

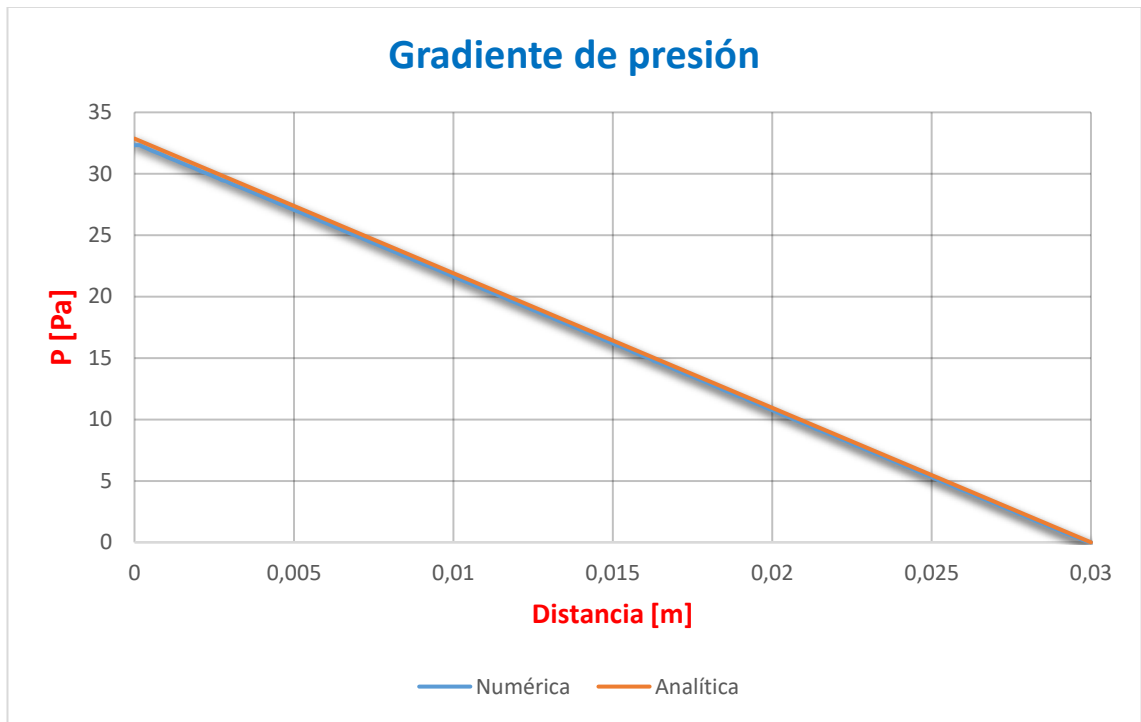


Ilustración 7-101. Gráfica de la caída de presión en la longitud del conducto en malla 5 (Bingham).

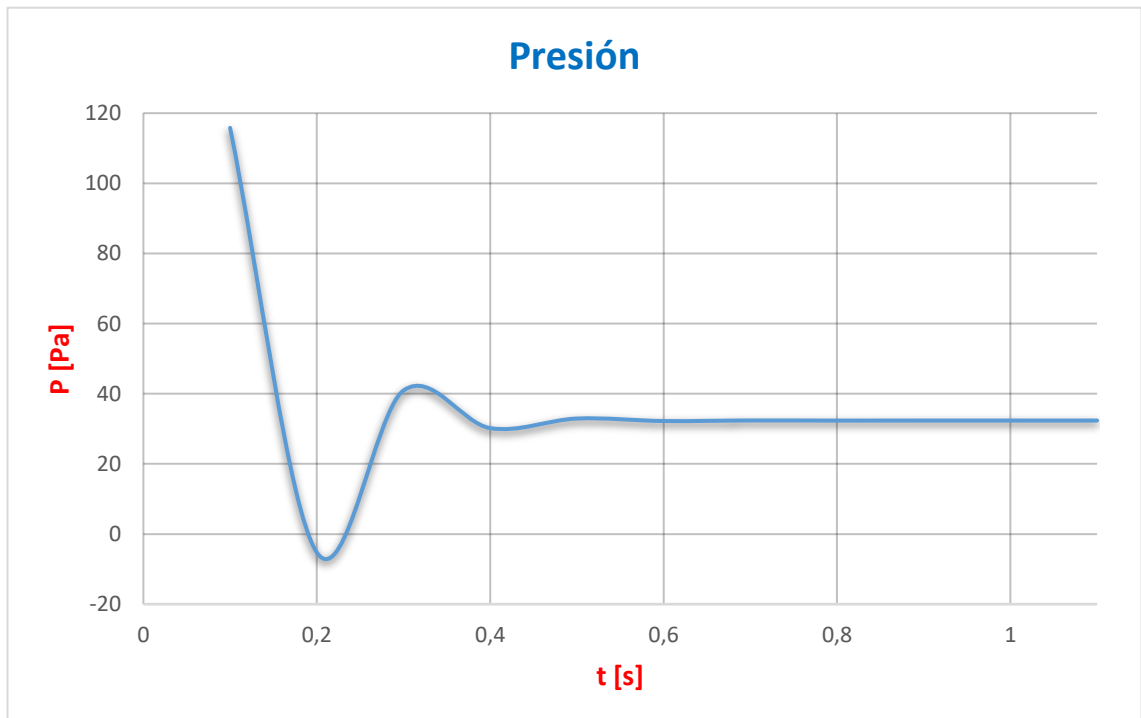


Ilustración 7-102. Gráfica de convergencia temporal de la presión en la malla 5 (Bingham).

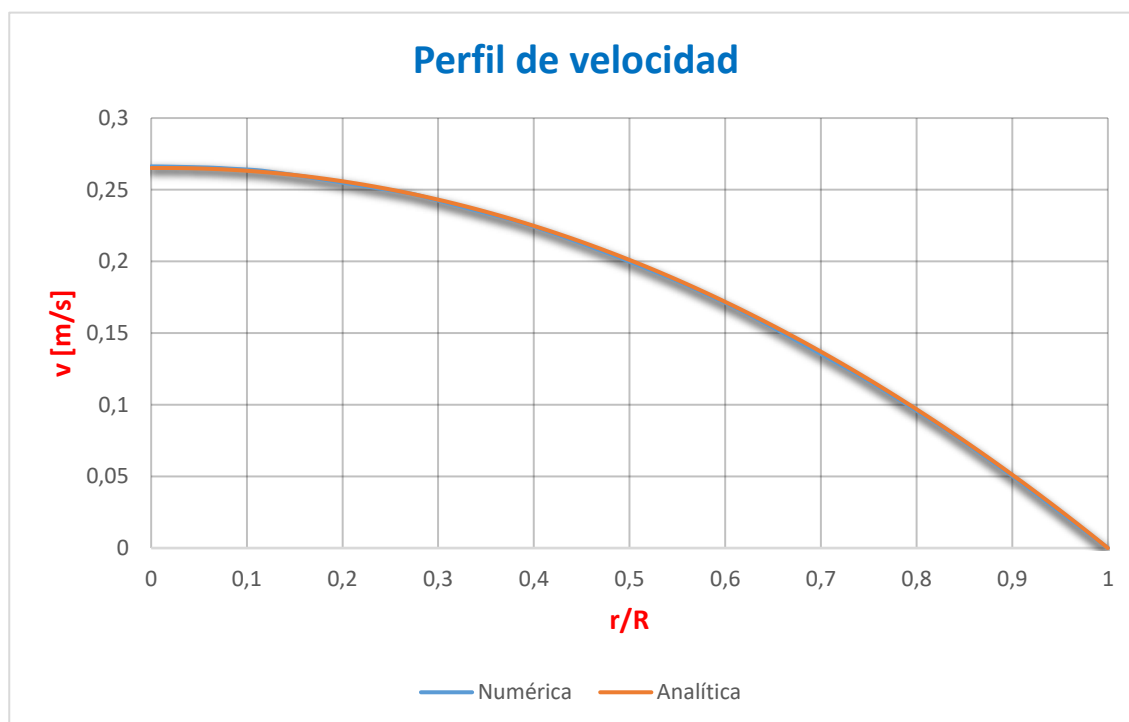


Ilustración 7-103. Perfiles de velocidad obtenidos (analítico y numérico) en la malla 5 (Bingham).

Esta malla 5 fue creada para reducir el error presente en los casos anteriores. En la gráfica de la figura 7-101, se aprecia que se obtiene una solución buena. A simple vista podríamos decir que el error se ha reducido, pero ocurre lo contrario, se obtiene el mayor error de todos siendo de 1,57% (tabla 23).

7.4 Wall Shear Stress

Para los 3 modelos no newtonianos y el modelo de Poiseuille (newtoniano), realizaremos la validación del wall shear stress procediendo de un modo similar a la validación de los modelos. Para cada modelo, se realizará sobre la malla que obtiene mejores resultados.

7.4.1 Newtoniano

Para un fluido newtoniano el wall shear stress se calcula de la siguiente manera:

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} = \mu \dot{\gamma}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{8\bar{v}}{D}$$

Donde:

- $\dot{\gamma}$ es el shear stress o tasa de cizalladura
- μ es la viscosidad dinámica del fluido
- \bar{v} es la velocidad media del fluido
- D es el diámetro

El shear stress también se puede extraer de Kratos como:

$$\dot{\gamma} = \frac{2 \cdot v_{max}}{R}$$

Tabla 24. Velocidad, WSR y WSS para el fluido newtoniano.

	Analítica	Numérica (usando valores de Kratos)
v (m/s)	0,134	0,134
$\dot{\gamma}$ (s⁻¹)	268	268
τ (Pa)	1,072	1,072

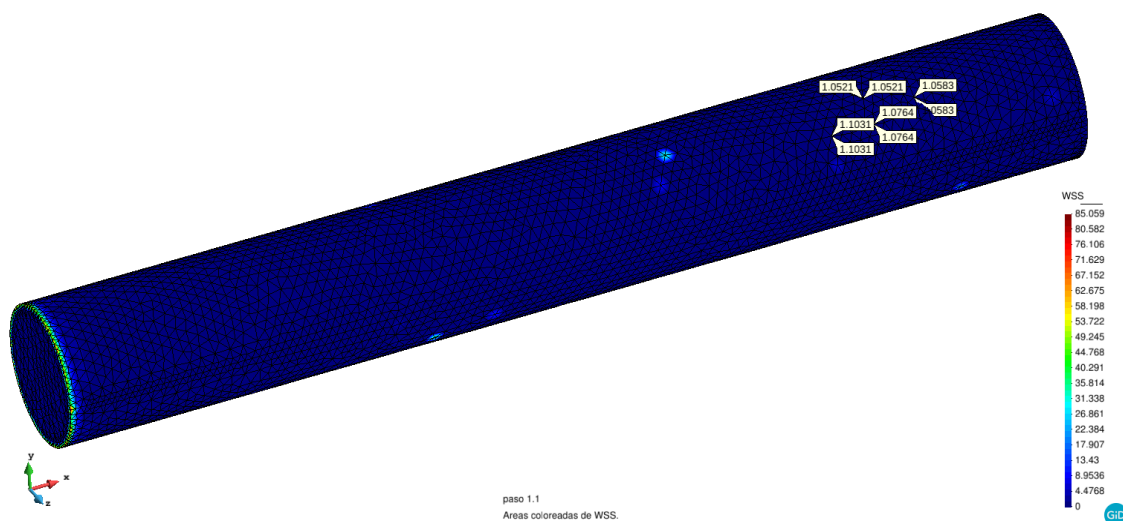


Ilustración 7-104. WSS obtenido para modelo newtoniano.

7.4.2 Power law

La solución analítica del WSS para un modelo power law está determinada por:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n$$

Donde K es el índice de consistencia del fluido y n el índice de potencia. Estos valores pueden encontrarse en el apartado 7.3.1.

$$\tau = 0,012171 \left(\frac{0,268 \cdot 2}{0,002} \right)^{0,7991} = 1,061 Pa$$

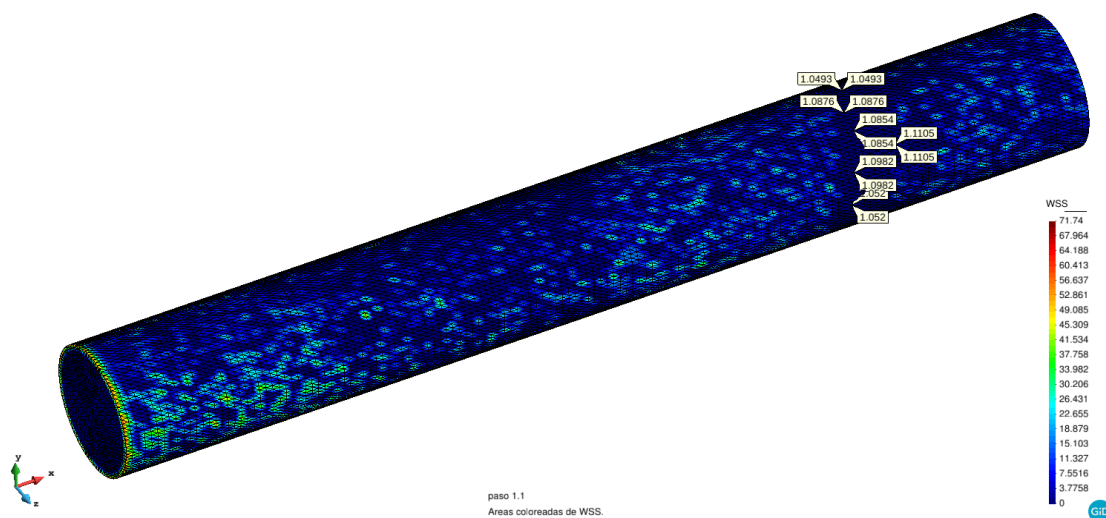


Ilustración 7-105. WSS obtenido para el modelo Power Law.

7.4.3 Herschel-Bulkley

En un modelo H-B el WSS puede ser calculado como:

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n$$

Donde τ_0 es el esfuerzo de cizalladura inicial, K el índice de consistencia del fluido y n el índice de potencia del fluido. Estos valores pueden hallarse en el apartado 7.3.2.

$$\tau = 0,00175 + \frac{8,9721}{1000} \cdot \left(\frac{2 \cdot 0,268}{0,002} \right)^{0,8601} = 1,102 \text{ Pa}$$

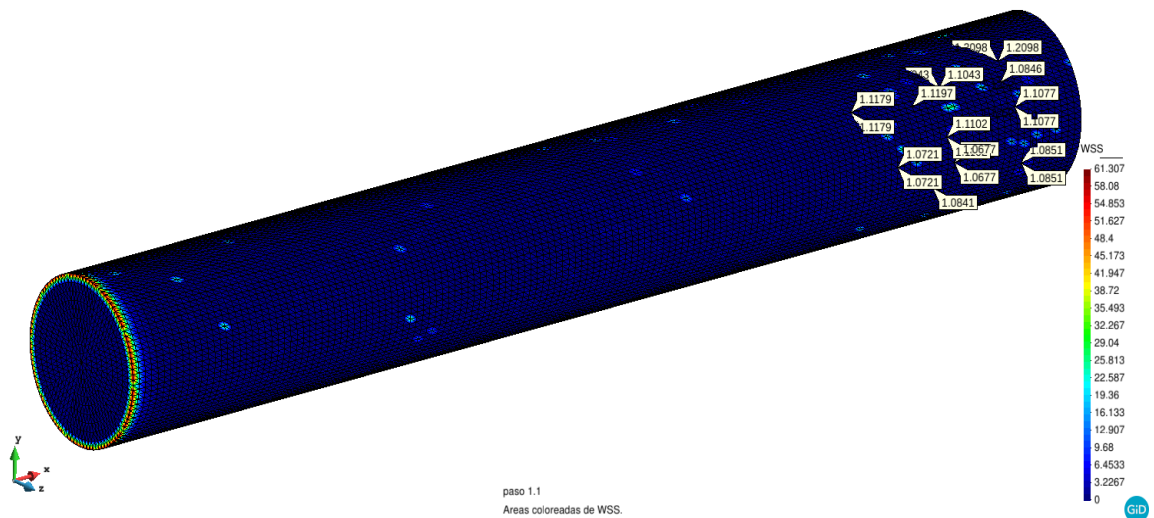


Ilustración 7-106. WSS obtenido para el modelo Herschel-Bulkley.

7.4.4 Bingham

En este modelo de fluido no newtoniano el WSS se define como:

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}$$

Donde K en este caso corresponde a la viscosidad aparente del fluido, expuesta en el apartado 7.3.3.

$$\tau = 0,00175 + 0,004 \cdot \left(\frac{2 \cdot 0,24}{0,002} \right) = 0,9767 \text{ Pa}$$

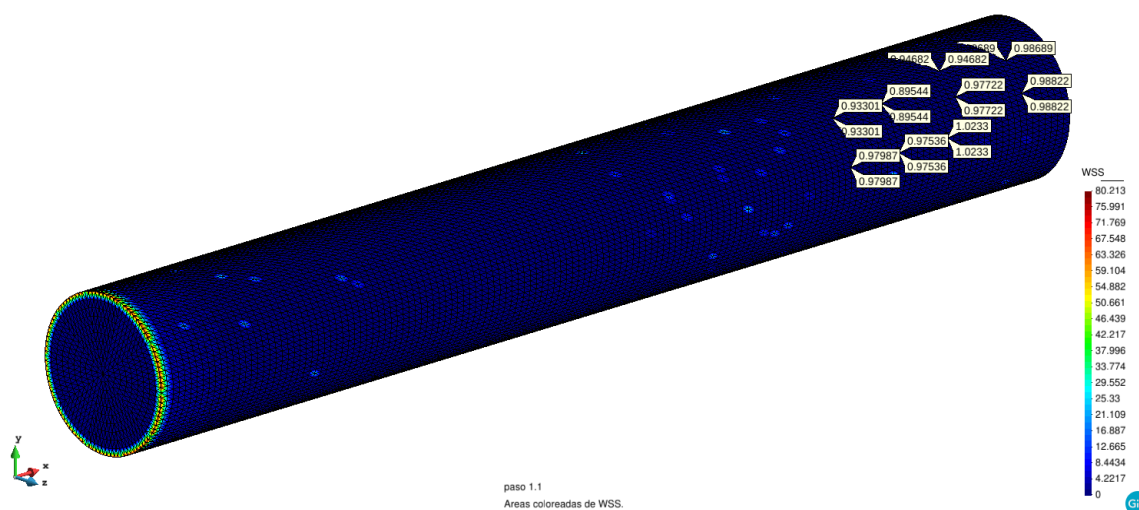


Ilustración 7-107. WSS obtenido para el modelo Bingham.

Una vez finalizada la validación del wall shear stress de todos los modelos, podemos tomar en cuenta los valores obtenidos para futuras simulaciones, pues la simulación se ajusta a la solución analítica. Si hacemos una clasificación de los modelos en función del valor de WSS obtenido, dicha clasificación quedaría de la siguiente manera:

Tabla 25. Resumen de resultados (WSS)

Modelo	WSS (Pa)
Herschel-Bulkley	1,102
Newtoniano	1,072
Power law	1,061
Bingham	0,9767

8 WSS en arterias coronarias

Este apartado está destinado a la comparación del WSS producido por un fluido newtoniano con el producido por un fluido no newtoniano. El fluido no newtoniano se ha representado mediante un modelo H-B (explicado en 5.6.2 y 7.3.2). El estudio se llevará a cabo mediante comparación de los resultados obtenidos en 4 casos diferentes que serán mostrados a continuación. Los casos representan arterias coronarias con estenosis con el objetivo de comprobar que tipo de fluido produce un esfuerzo tangencial de pared mayor.

Los resultados mostrarán el gradiente de presión obtenido en ambos modelos (newtoniano y H-B), una comparativa de los perfiles de velocidad en unas secciones determinadas y el valor de WSS obtenido en ellas, así como el OSI. Las secciones sujetas a estudio serán elegidas en función de la geometría como aquellas en las que se prevé que el WSS sea de mayor magnitud que en el resto de la geometría.

Los datos del fluido utilizado son iguales para los 4 casos:

Tabla 26. Datos del fluido Newtoniano y del modelo No Newtoniano.

	Newtoniano	No Newtoniano (H-B)
ρ (kg/m ³)	1050	1050
μ (Pa·s)	0,004	0,004
τ_0 [Pa]		0,00175
m [Pa·s ⁿ]		0,0089721
n [-]		0,8601
v_{med} (m/s)	0,134	0,134

Tabla 27. Reynolds en la sección inlet para cada caso.

Caso	Reynolds (inlet)	Caso	Reynolds (inlet)
1	281,40	3	123,11
2	119,59	4	126,63

8.1 Caso 1

Para este caso la arteria ha sido modelada como una parte de diámetro 0,008 [m] con una longitud de 0,05 [m], en la zona central tiene una reducción del diámetro (estrechamiento) a 0,002 [m].

Tabla 28. Características de la malla (caso 1).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 2	0,2	65846	2752078	482273

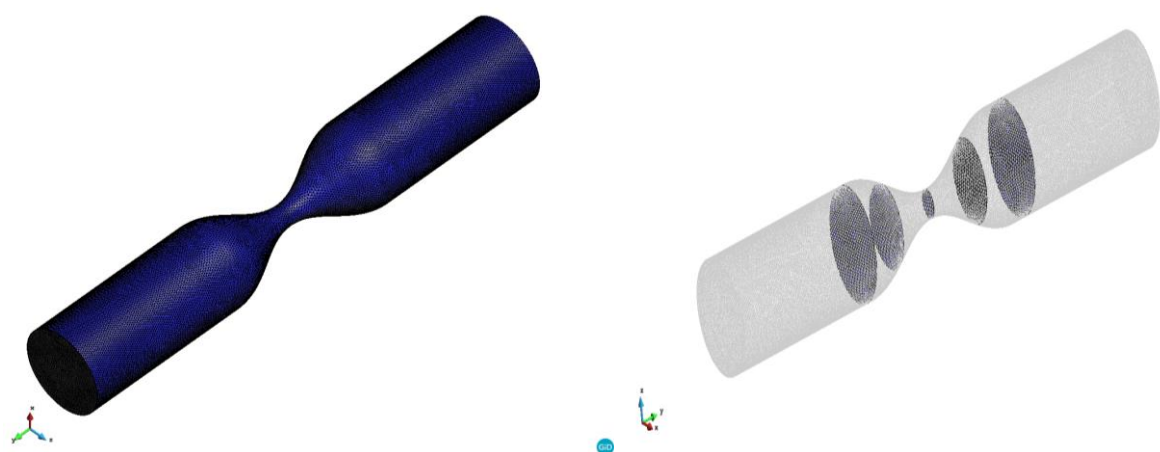


Ilustración 8-1 Geometría de la arteria coronaria utilizada en el caso 1.

Resultados

Presión

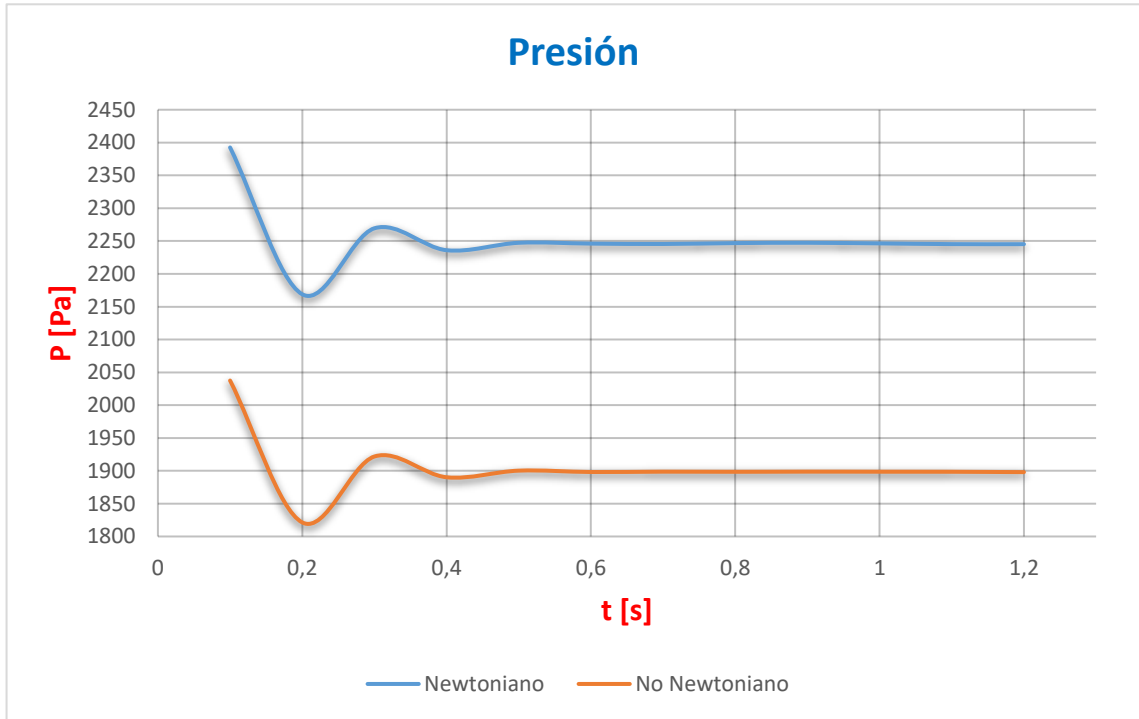


Ilustración 8-2. Gráfica de convergencia de presión (Caso 1. Newtoniano vs no newtoniano).

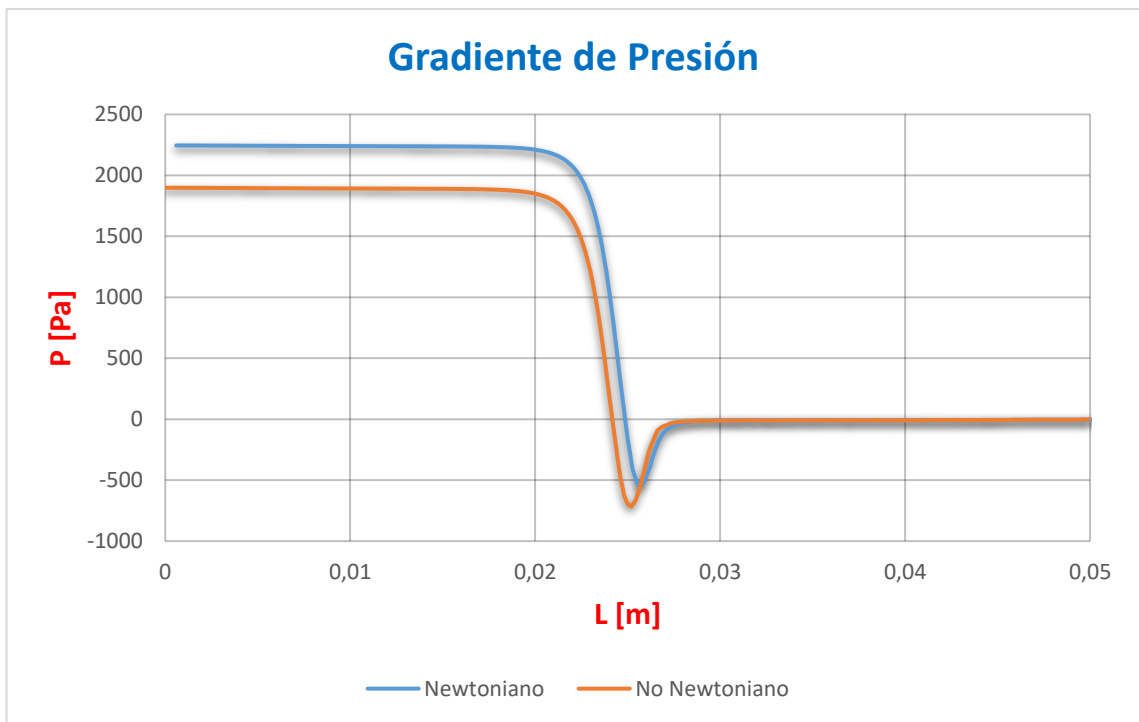


Ilustración 8-3. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 1. Newtoniano vs no newtoniano).

Sí observamos las gráficas de las figuras 8-2 y 8-3 podemos comprobar como el valor del gradiente de presión es mayor en el modelo newtoniano, tomando el mismo tiempo para converger en ambos modelos. Del mismo modo, la caída de presión en el modelo tiene la misma forma hasta los 0,027 m (aprox.) donde, el gradiente de presión de ambos modelos toma el mismo valor

Perfil de velocidad

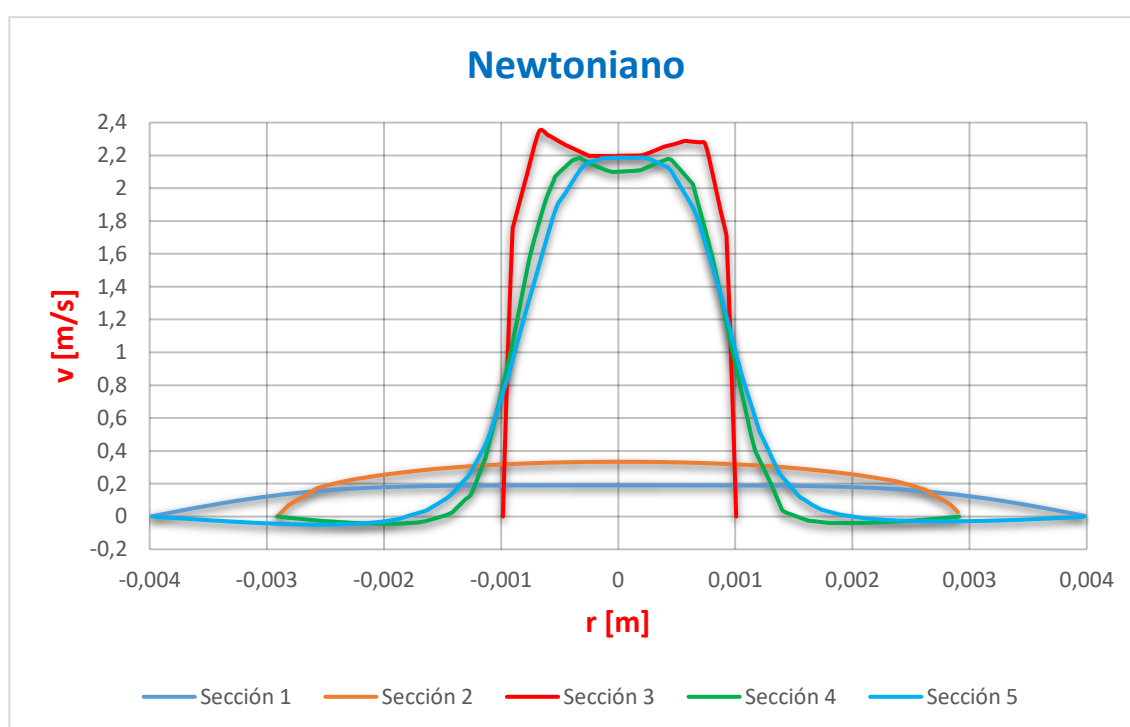
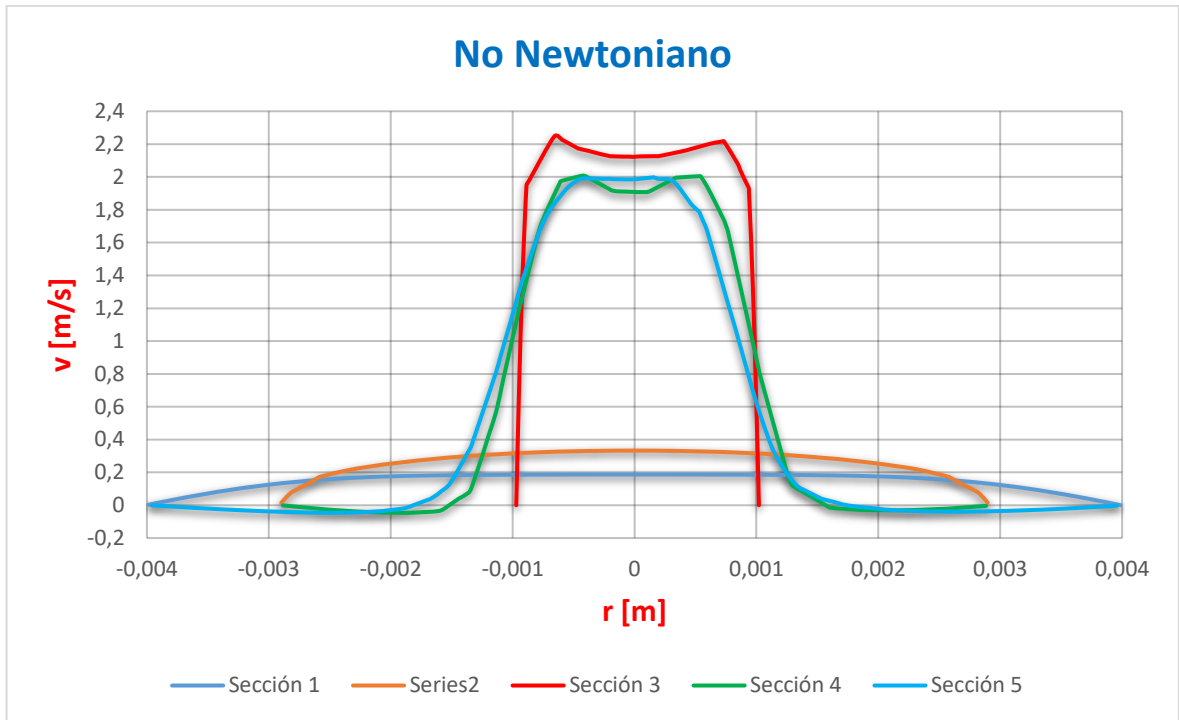


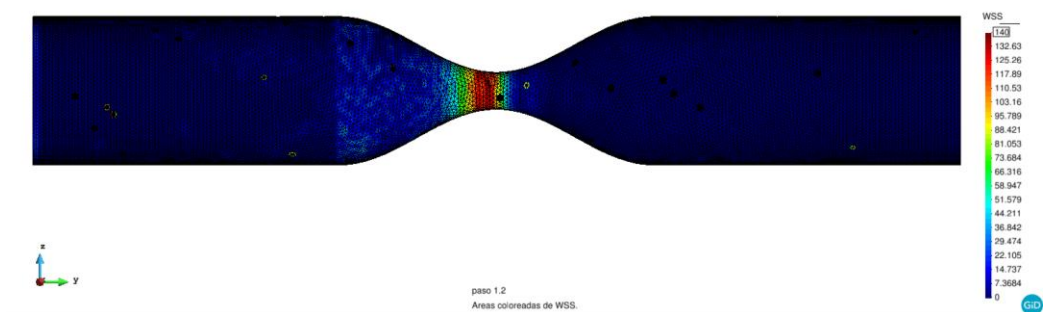
Ilustración 8-4. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 1. Modelo newtoniano).



Il·lustració 8-5. Perfils de velocitat obtenidos en las 3 secciones (Caso 1. Modelo no newtoniano).

Las 2 figuras anteriores muestran los perfiles de velocidad obtenidos para 5 secciones diferentes. Como se aprecia en ambas, en las 2 primeras secciones la velocidad es igual, para las otras 3 secciones la forma del perfil es prácticamente idéntica tomando valores ligeramente superiores en el modelo newtoniano.

WSS



Il·lustració 8-6. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (caso 1)

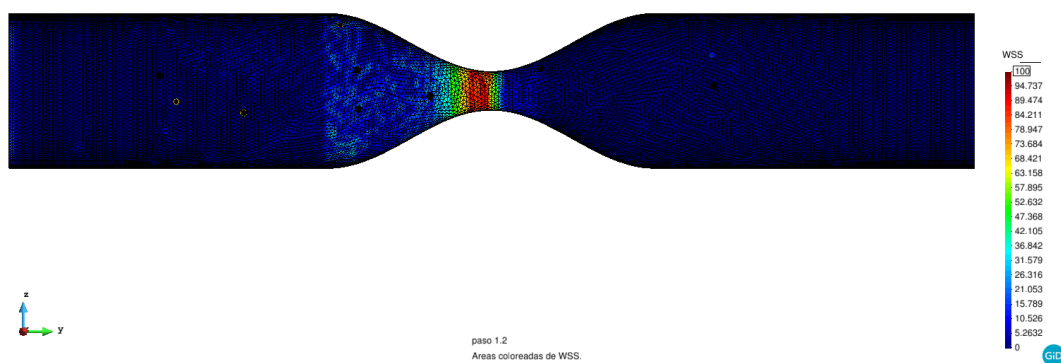


Ilustración 8-7. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (caso 1).

La figura 8-6 muestra el wall shear stress obtenido en el modelo newtoniano. Sí lo comparamos con el no newtoniano (figura 8-7), observamos que la distribución es idéntica en ambos modelos, obteniendo nuevamente valores superiores en el newtoniano.

OSI

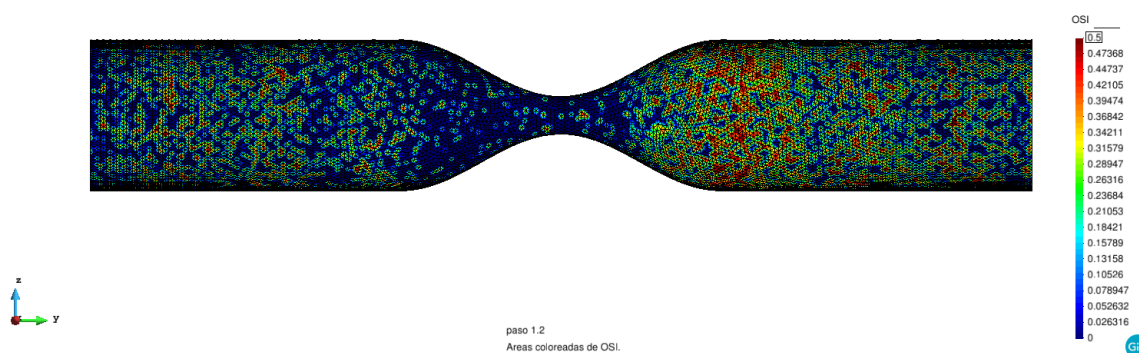


Ilustración 8-8. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 1).

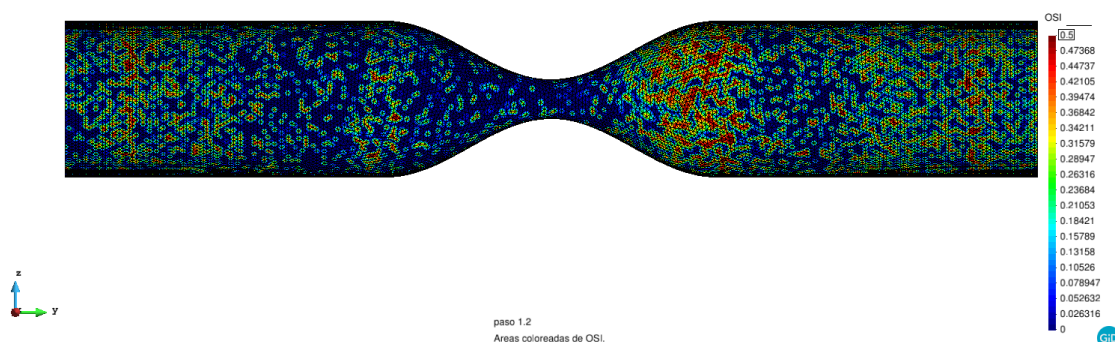


Ilustración 8-9. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 1).

Otro parámetro a comparar es el OSI (indicador de la oscilación de flujo). Nuevamente se aprecia una distribución casi idéntica para los modelos newtoniano y no newtoniano pues, aunque no se aprecie claramente por las zonas moteadas. En este caso, el modelo newtoniano obtiene una zona mayor con valores superiores.

8.2 Caso 2

En este primer caso, la geometría y los datos de la malla son los siguiente:

Tabla 29. Características de la malla (caso 2).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 1	0,2	38120	303424	60572

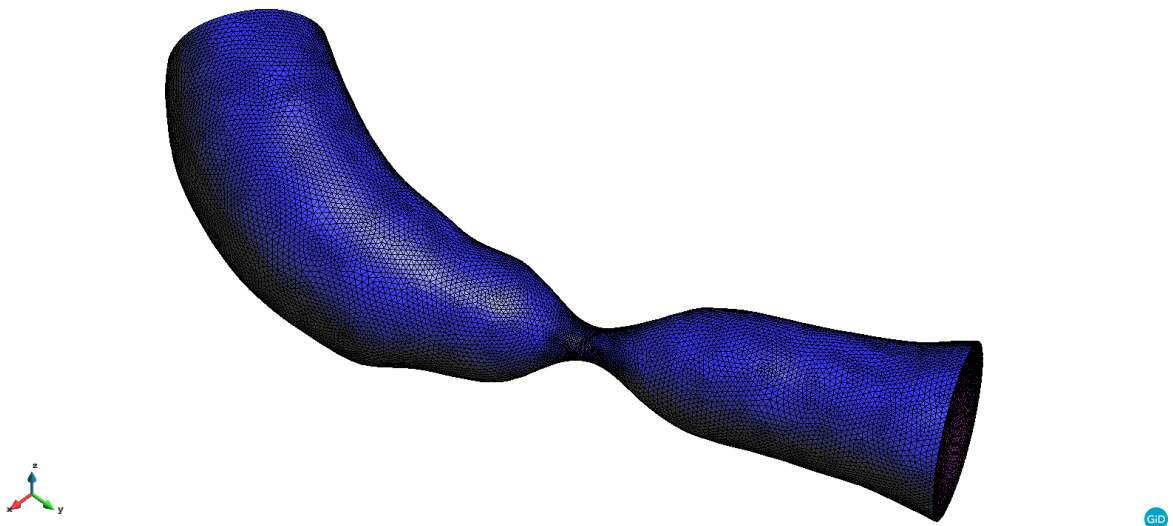


Ilustración 8-10. Geometría de la arteria coronaria utilizada en el caso 2.

El inlet o zona de entrada de la geometría está situado en la zona inferior derecha de la imagen, la misma cuenta con un diámetro de 0,0034 [m]. La sección se va reduciendo hasta encontrar el estrechamiento en la zona central. En esta el diámetro pasa a ser de 0,00055 [m].

En este caso se estudiarán 3 secciones, la primera antes del estrechamiento central, el mismo estrechamiento como sección 2 y una sección posterior al estrechamiento para estudiar el comportamiento del fluido. Las secciones pueden ser observadas en la siguiente imagen.



Ilustración 8-11. Secciones seleccionadas para su estudio en el caso 2.

Resultados
Presión

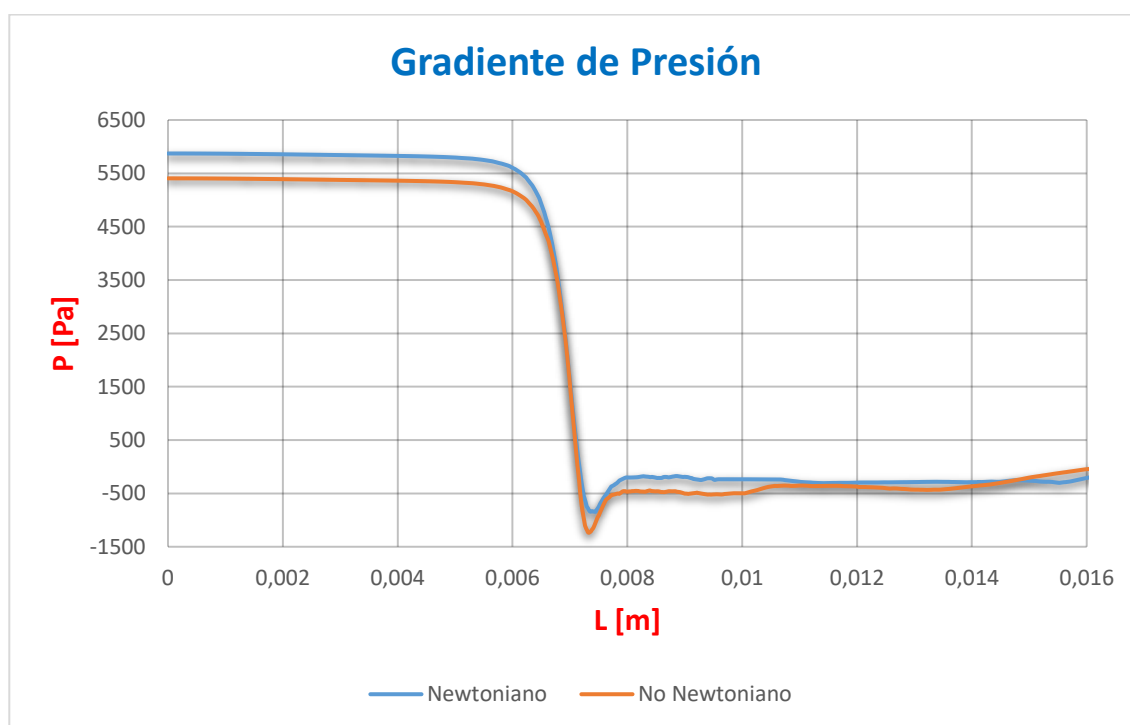


Ilustración 8-12. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 2. Newtoniano vs no newtoniano).

Como se aprecia en la gráfica de la figura superior, el gradiente de presión obtenido en ambos modelos es similar en todo el recorrido, obteniendo un valor de mayor magnitud para el modelo de fluido newtoniano.

Perfil de velocidad

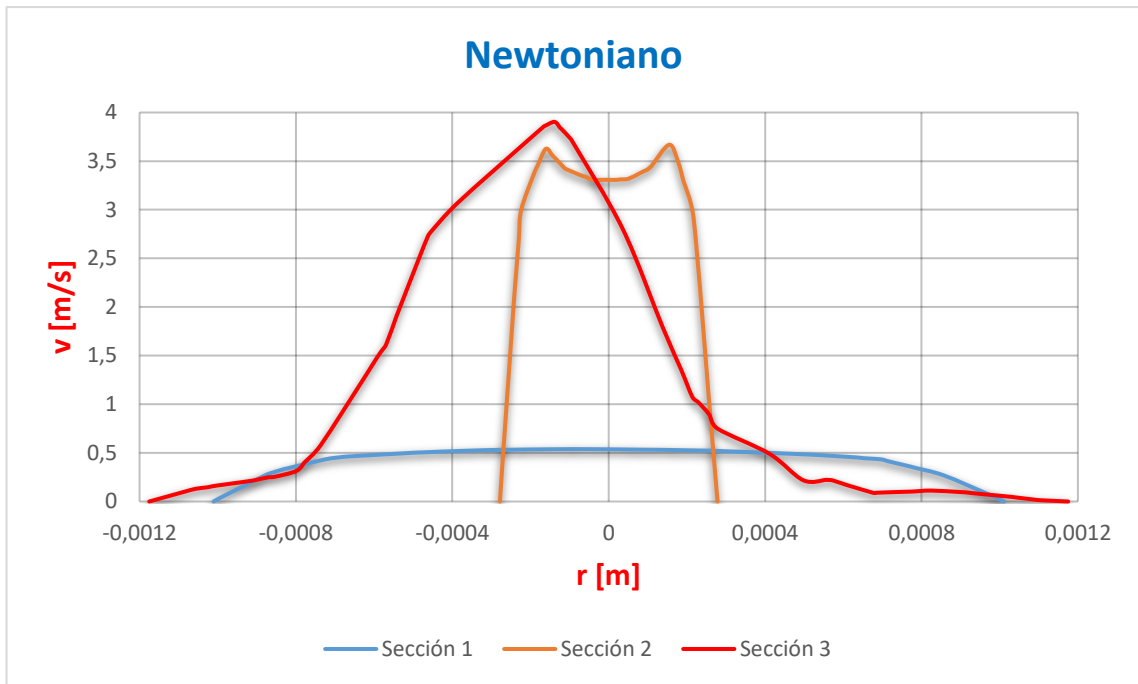


Ilustración 8-13. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 2. Modelo newtoniano).

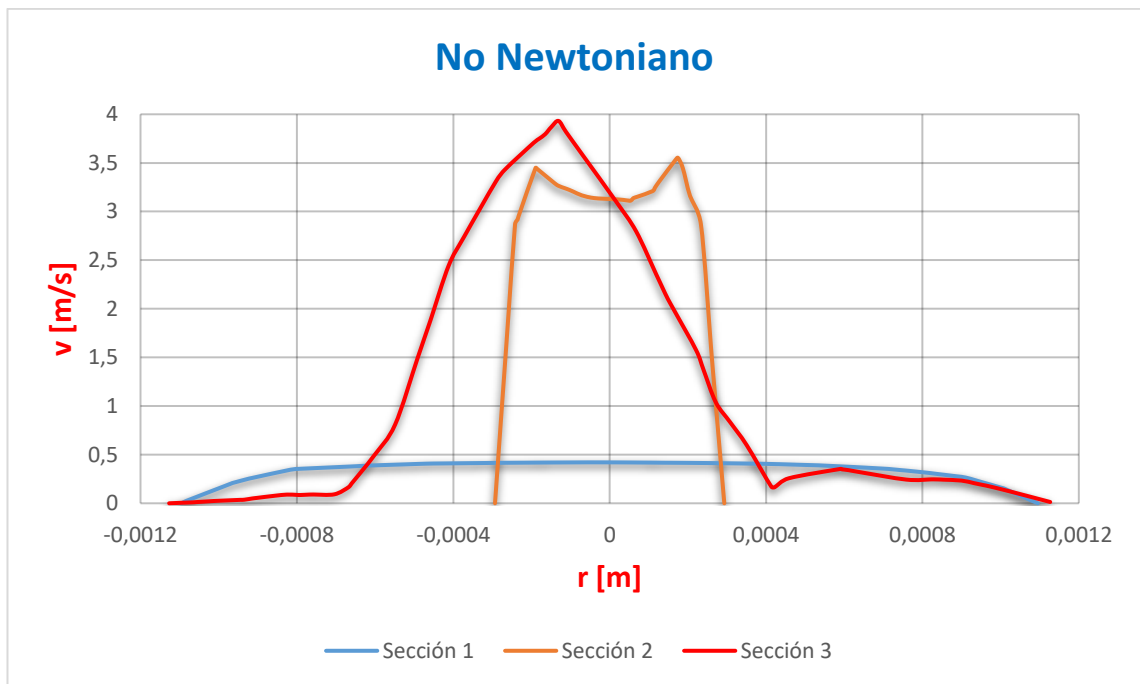


Ilustración 8-14. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso2. Modelo no newtoniano).

En las gráficas anteriores puede observarse como las velocidades alcanzadas por el fluido newtoniano son ligeramente superiores.

WSS

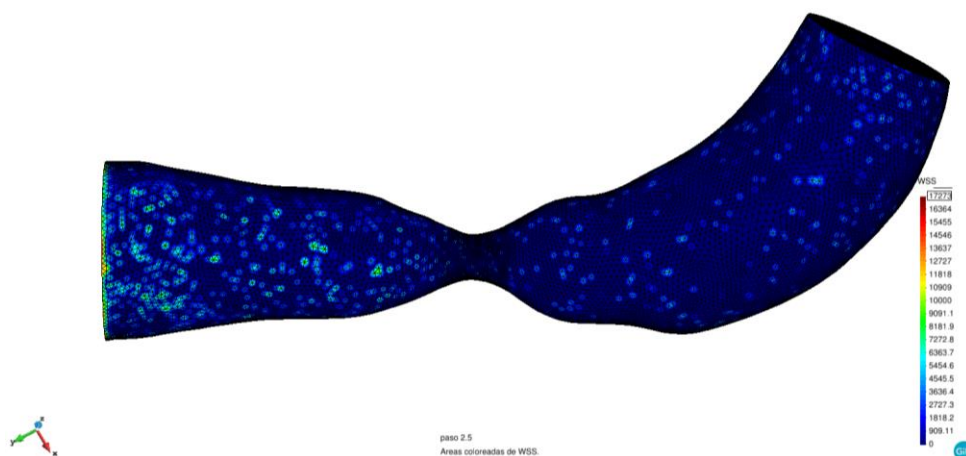


Ilustración 8-15. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 2).

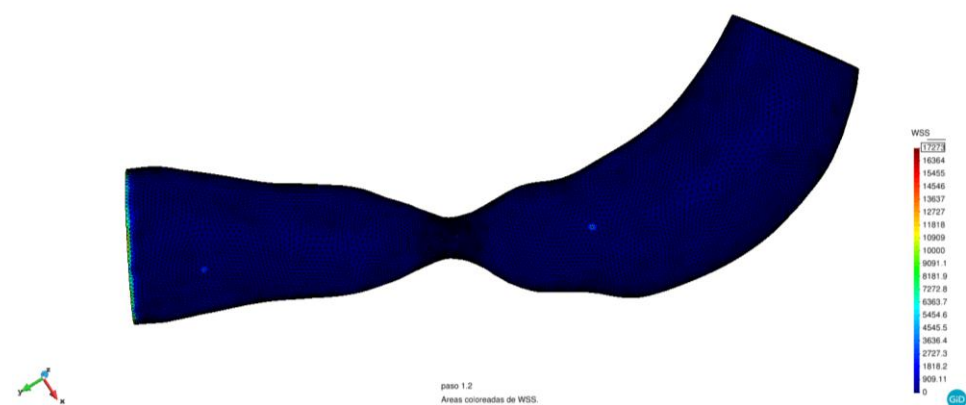


Ilustración 8-16. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 2)

En las imágenes superiores se observa que el máximo valor del WSS es demasiado elevado, eso puede deberse a algún valor pico producido durante el cálculo, valores que se creen asociados al cálculo de la normal. Obviando este valor obtenido, se puede comprobar que el WSS producido en el modelo H-B es menor que en el newtoniano.

OSI

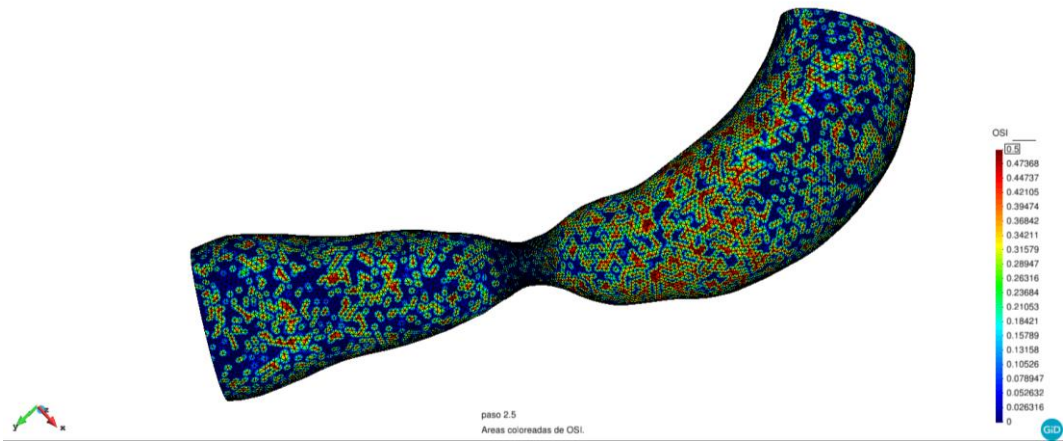


Ilustración 8-17. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 2).

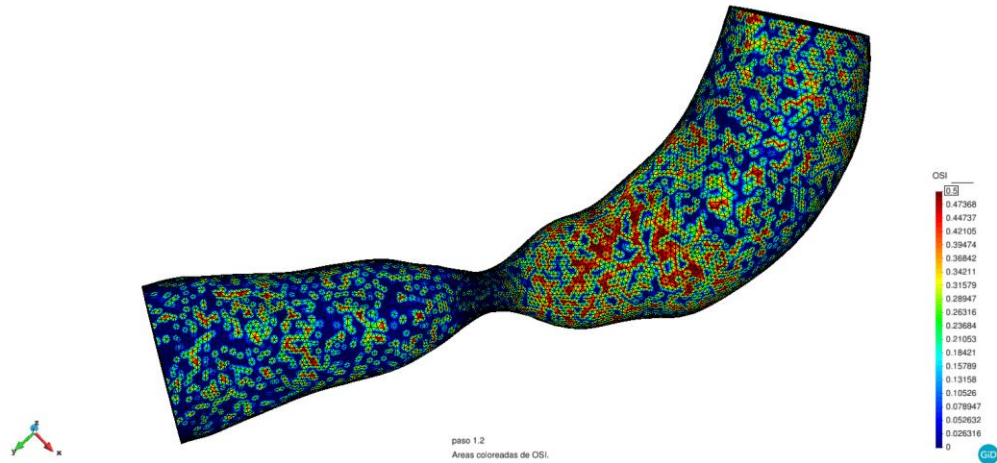


Ilustración 8-18. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 2).

Los valores del OSI mostrados en las 2 figuras anteriores (fig. 8-17 y 8-18), muestran cómo es la distribución del mismo en la geometría. Si realizamos una comparativa de ambos modelos, podemos observar cómo los valores obtenidos son similares presentando una ligera diferencia en las zonas de color rojo presentes al final del estrechamiento, pues en el modelo no newtoniano hay una mayor concentración.

8.3 Caso 3

En este segundo caso, la geometría utilizada tiene las siguientes características.

Tabla 30. Características de la malla (caso 3).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 2	0,2	57992	643392	122492

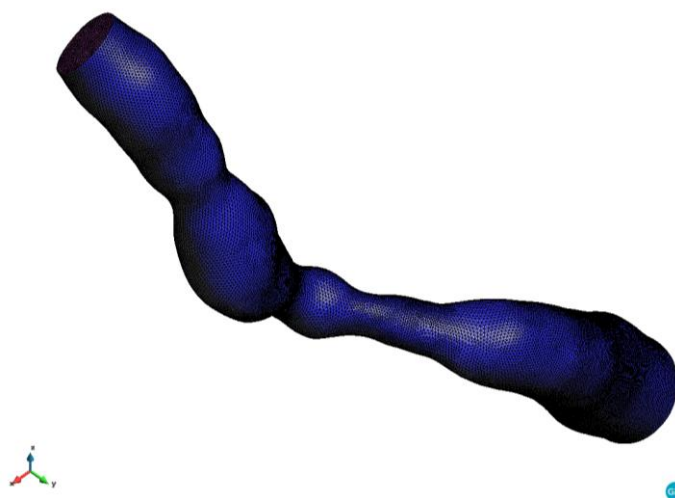


Ilustración 8-19. Geometría de la arteria coronaria utilizada en el caso 3.

Como puede comprobarse en la figura, la nueva geometría tiene mayor complejidad que la del caso anterior (caso 1). En este caso el inlet (zona inferior derecha) tiene un diámetro de 0,0035 [m].

Resultados

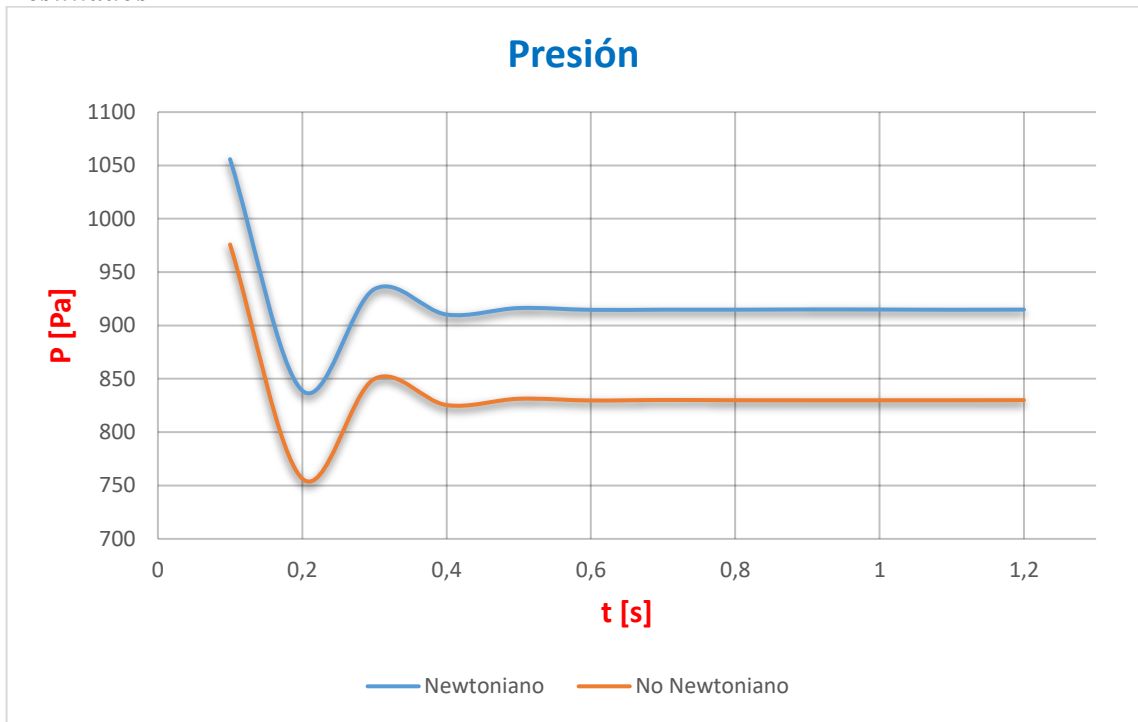


Ilustración 8-20. Gráfica de convergencia de presión (Caso 3. Newtoniano vs no newtoniano).

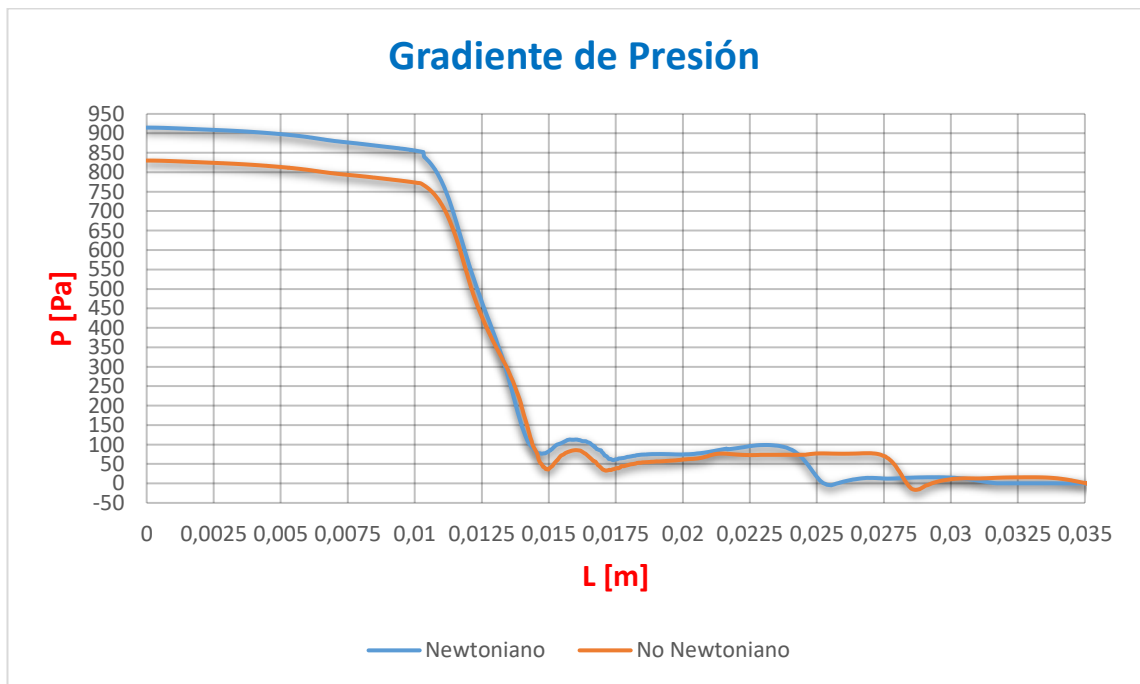


Ilustración 8-21. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 3. Newtoniano vs no newtoniano).

En ambas gráficas de presión se observa que el gradiente obtenido es similar, tanto en tiempo de convergencia, como en la caída de la presión a lo largo de la longitud del elemento. Con las gráficas podemos concluir que el fluido newtoniano obtiene un valor de presión mayor.

Perfil de velocidad

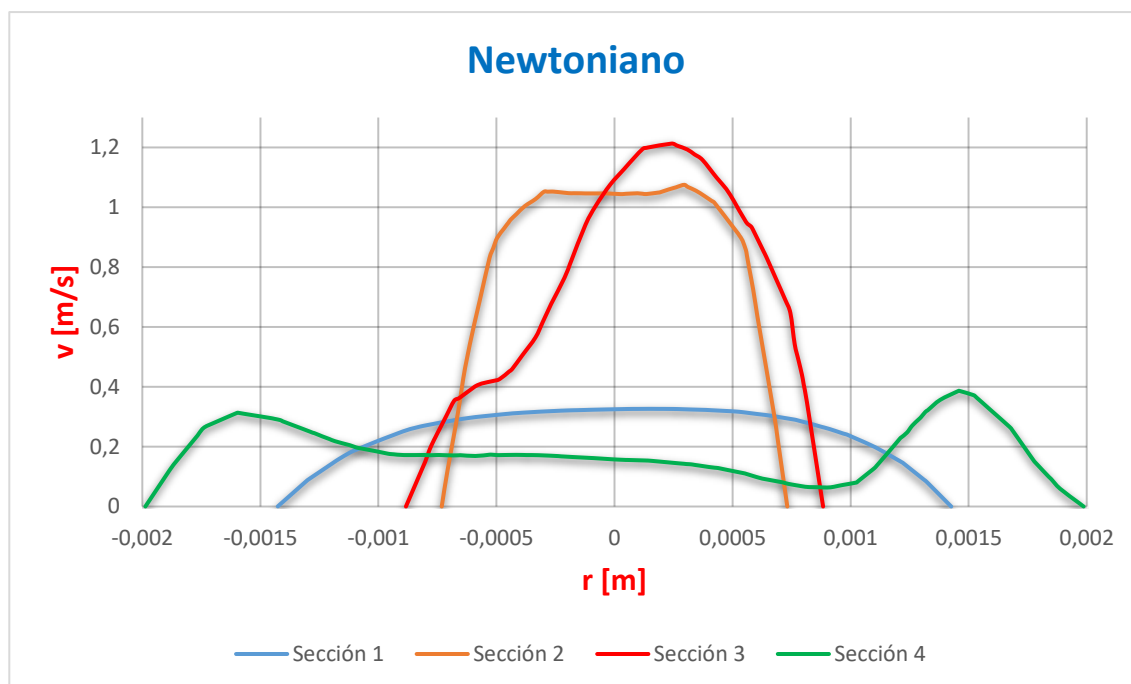


Ilustración 8-22. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 3. Modelo newtoniano).

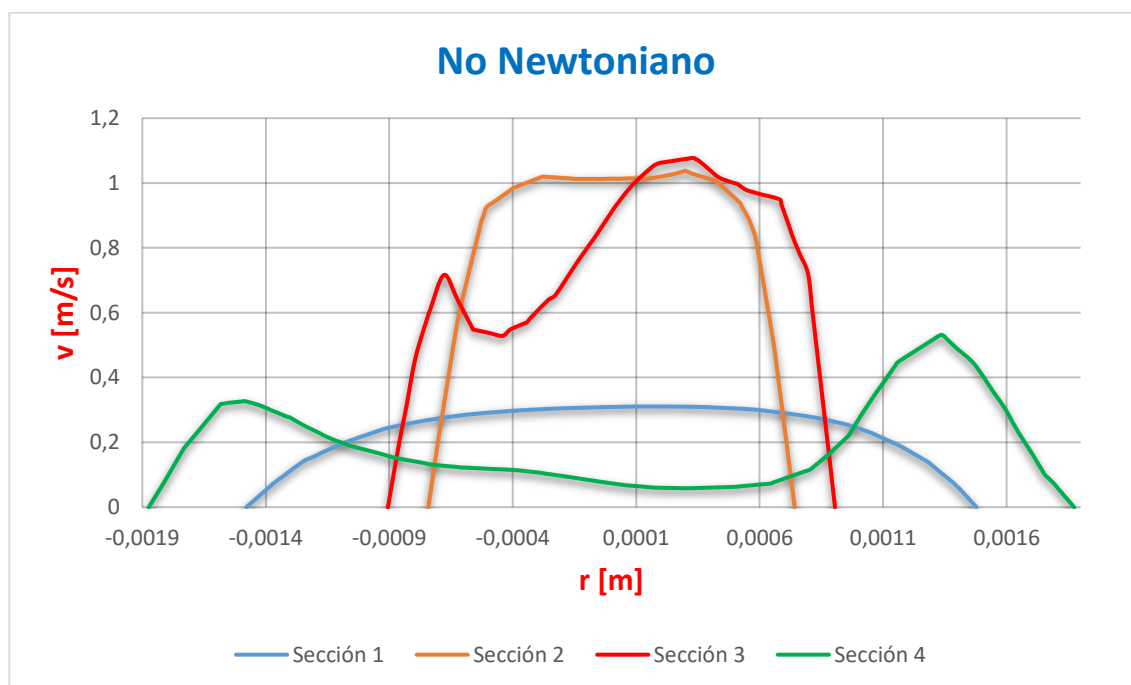


Ilustración 8-23. Perfiles de velocidad obtenidos en las 3 secciones (Caso 3. Modelo no newtoniano).

La comparativa de la velocidad en las diferentes secciones demuestra que a medida que disminuye el radio, la velocidad aumenta. De la misma manera, muestra que el fluido newtoniano alcanza una velocidad mayor en las diferentes secciones en comparación con el no newtoniano.

WSS

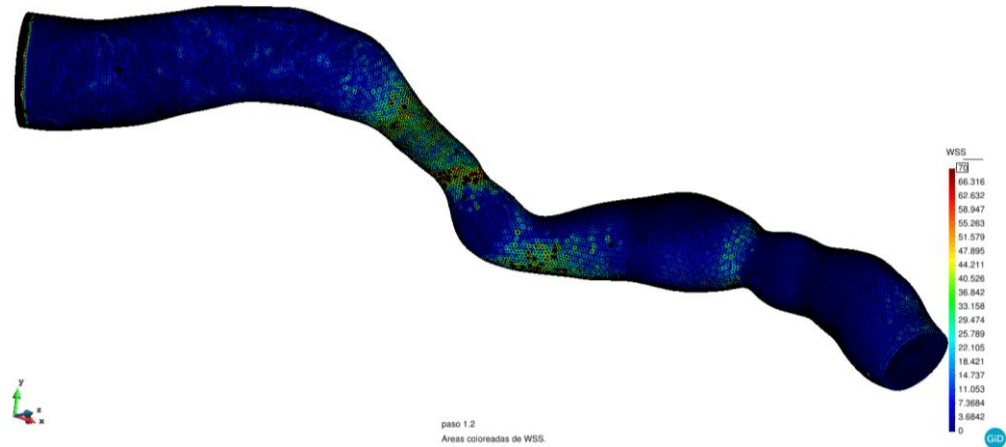


Ilustración 8-24. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 3).

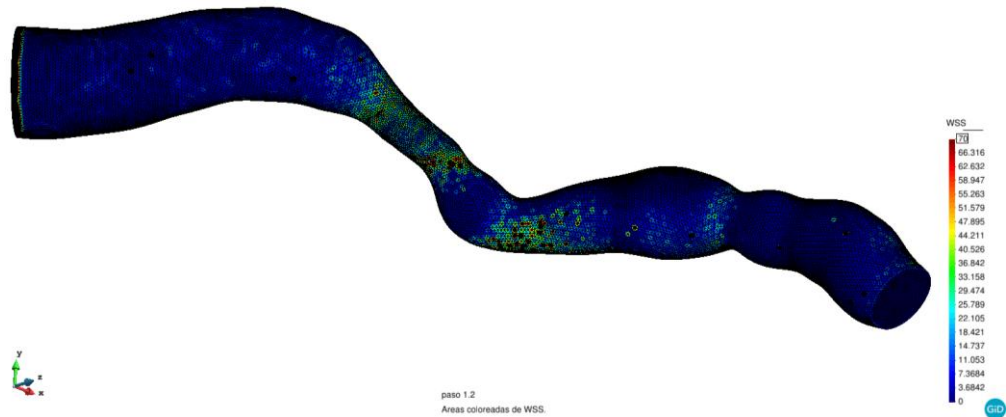


Ilustración 8-25. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 3).

El esfuerzo tangencial de pared al que se encuentra sometido la arteria cuando circula un fluido no newtoniano es inferior al newtoniano. Esto se puede comprobar en las gráficas pues, aunque las áreas coloreadas muestran que el WSS obtenido es similar, la magnitud es ligeramente inferior en el segundo caso (modelo H-B).

OSI

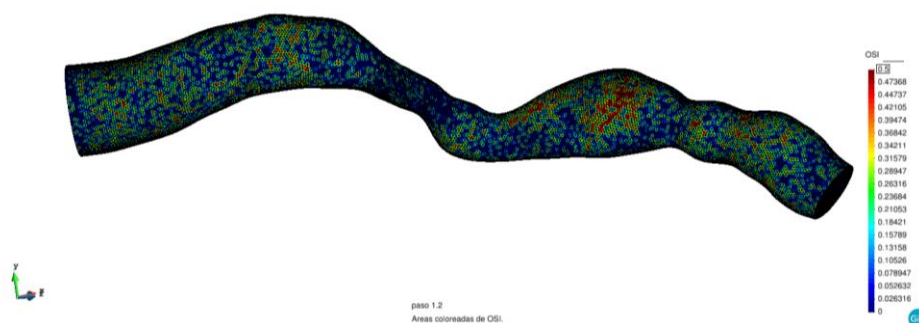


Ilustración 8-26. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 3).

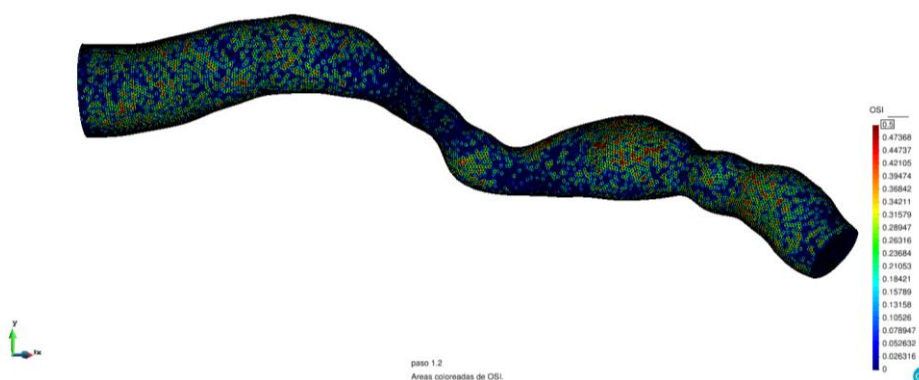


Ilustración 8-27. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 3).

Comparando las figuras 8-26 y 8-27, se observa que la distribución del OSI en la geometría es parecida, pues los resultados se muestran muy parecidos en las mismas secciones de ambas figuras, obteniendo valores ligeramente superiores en el modelo newtoniano.

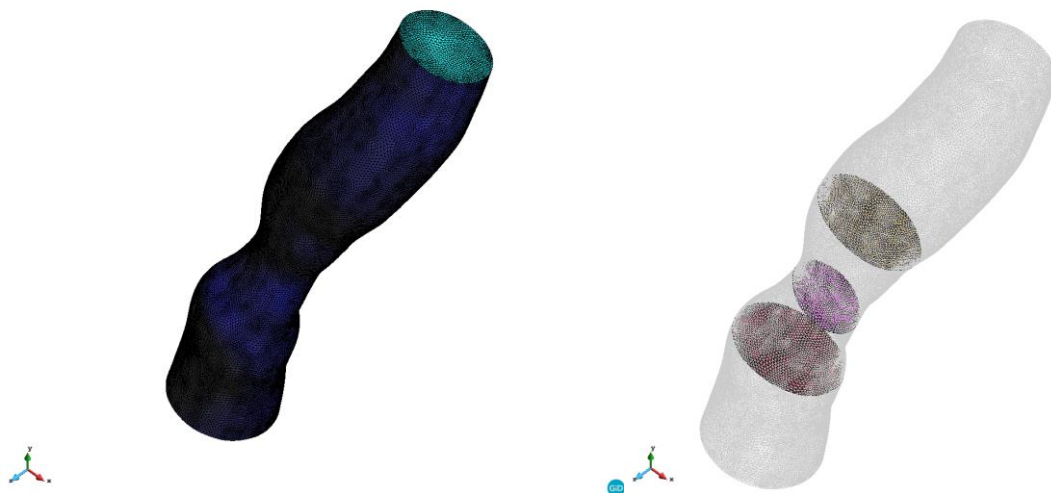
8.4 Caso 4

En este nuevo caso, la geometría cuenta con un inlet (zona azul claro) de 0,0036 [m] por la cual entra el fluido hasta llegar a un estrechamiento con un diámetro de 0,002 [m].

La malla de la geometría cuenta con las siguientes características:

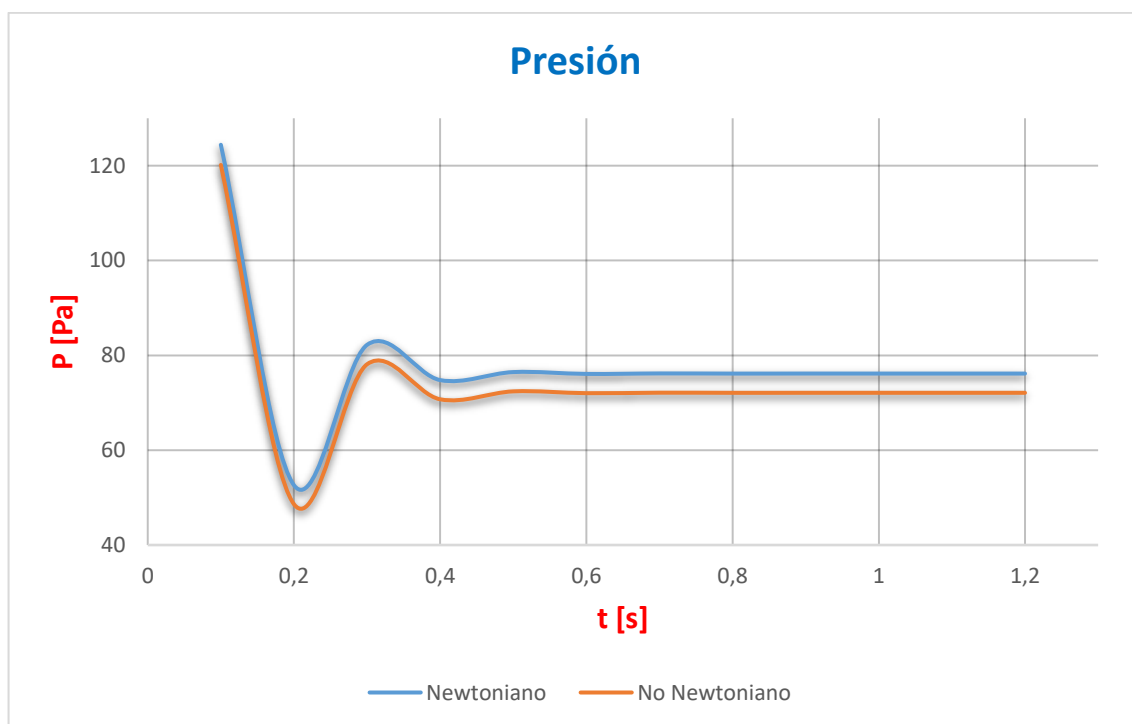
Tabla 31. Características de la malla (caso 4).

Referencia	Tamaño	Nº elem. Triangle	Nº elem. Tetahedra	Nº de nodos
Caso 3	0,2	61432	770656	144906



Il·lustració 8-28. Geometria i seccions seleccionades en la arteria coronaria utilitzada en el cas 4.

Resultados



Il·lustració 8-29. Gràfica de convergència temporal de pressió (Caso 4. Newtoniano vs no newtoniano).

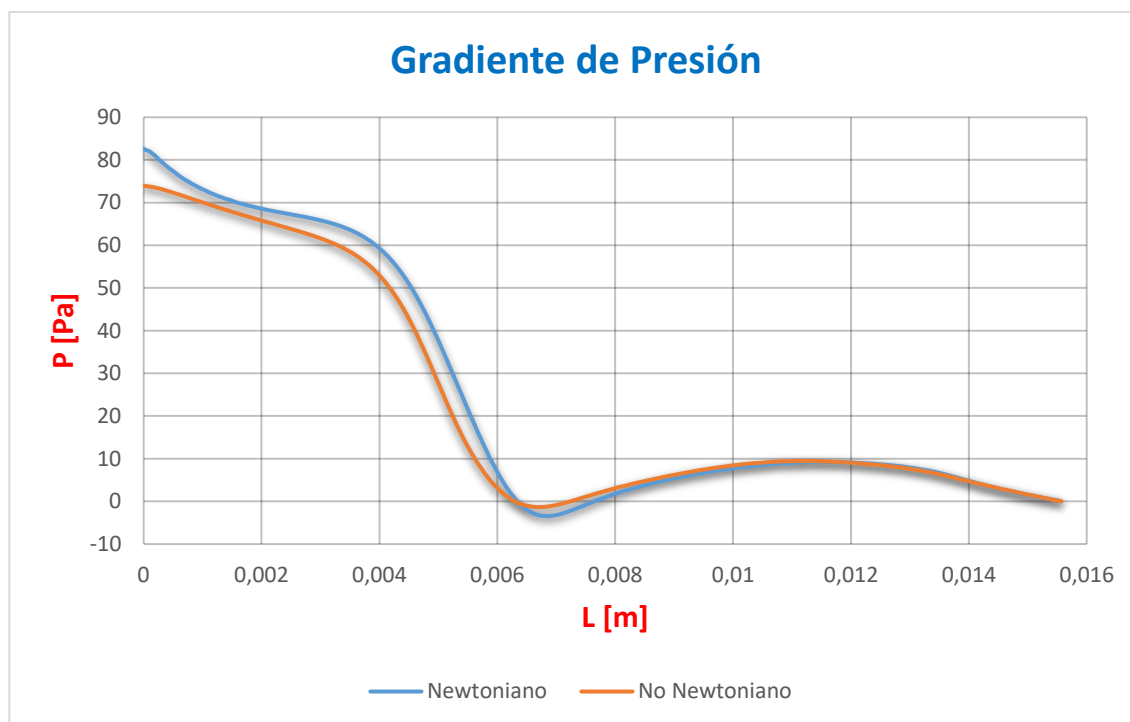
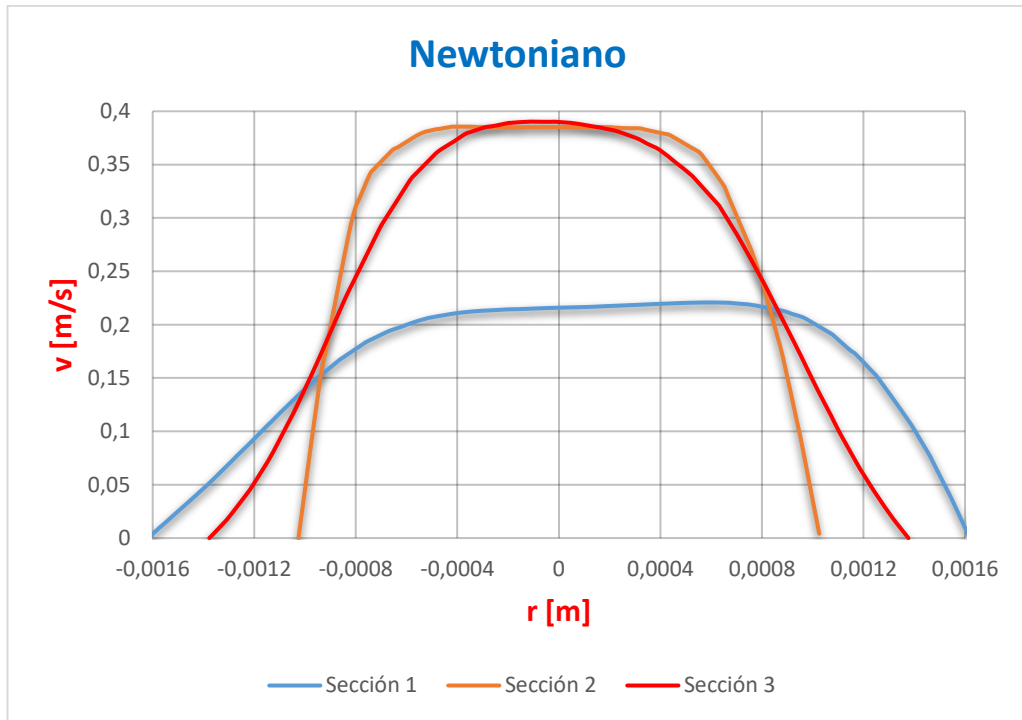
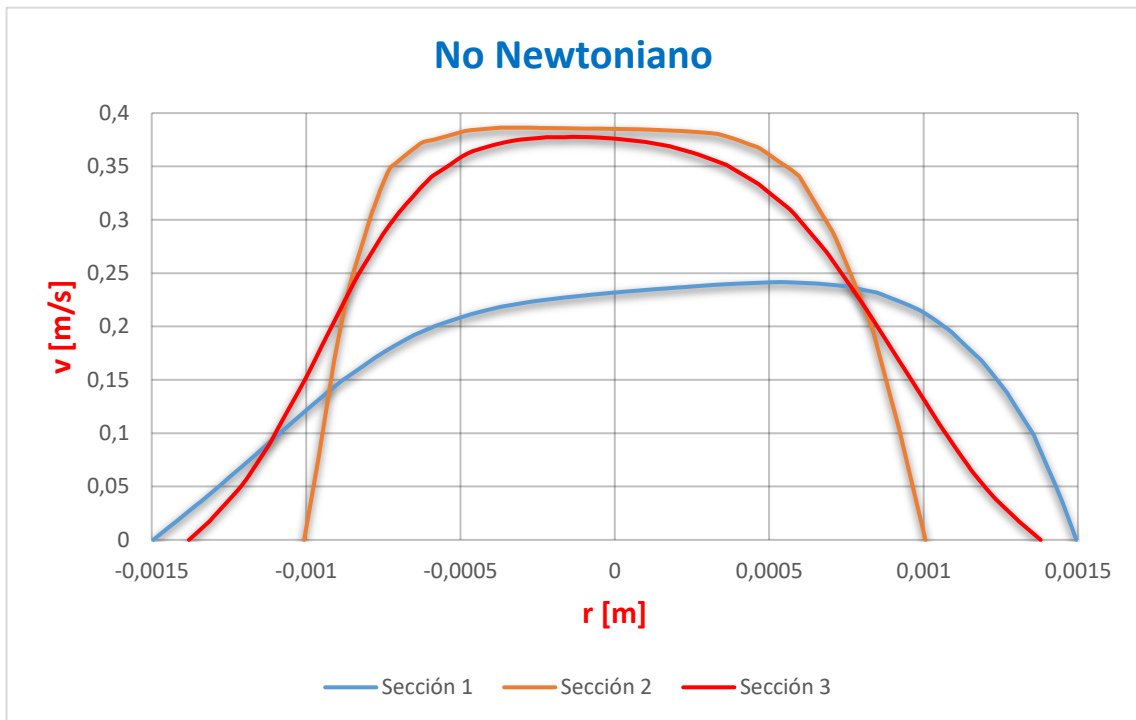


Ilustración 8-30. Gráfica de la caída de presión en la longitud de la arteria (Caso 4. Newtoniano vs no newtoniano).

Las figuras 8-29 y 8-30 muestran los resultados obtenidos para la presión, tanto el gradiente presente en todo el recorrido de la geometría, así como la convergencia temporal del mismo. Se puede apreciar que en ambos modelos la forma que se obtiene del gradiente y el tiempo de convergencia es el mismo, con la diferencia que, en el modelo no newtoniano se obtiene un valor menor.



Il·lustració 8-31. Perfils de velocitat obtinguts en les 3 seccions (Caso 4. Modelo newtoniano).



Il·lustració 8-32. Perfils de velocitat obtinguts en les 3 seccions (Caso 4. Modelo no newtoniano).

Las figuras 8-31 y 8-32 muestran los perfiles de velocidad de ambos modelos. En ellas podemos comprobar como en la sección 1 la forma que adopta el perfil de velocidad es igual

consiguiendo un valor más elevado en el modelo no newtoniano. Para la sección 3 es el newtoniano quien alcanza un valor ligeramente superior, siendo la sección 2 igual para ambos.

WSS

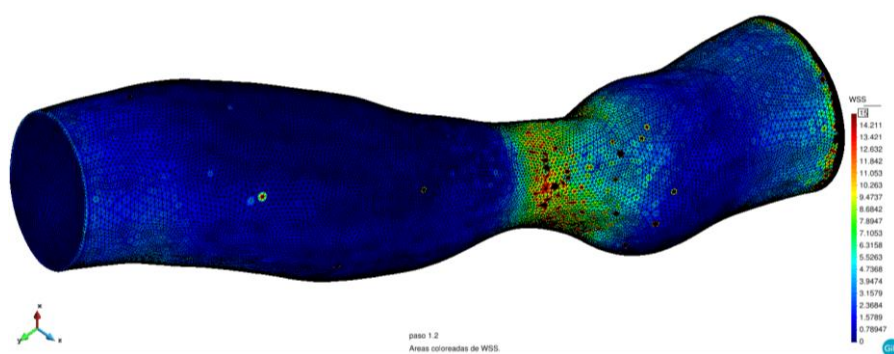


Ilustración 8-33. WSS obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 4).

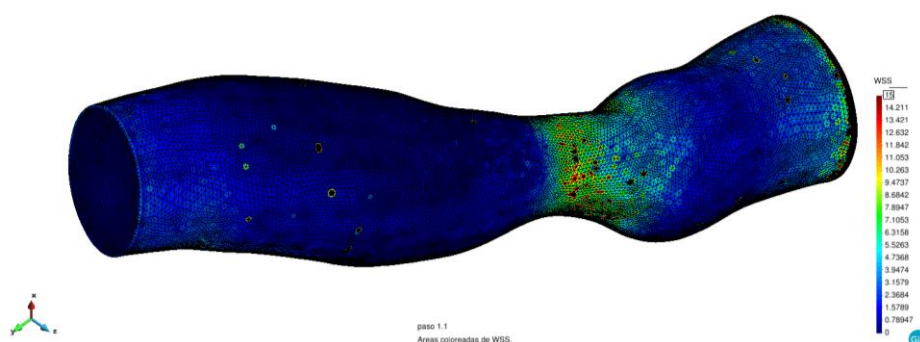


Ilustración 8-34. WSS obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 4).

En las figuras anteriores (fig. 8-33 y 8-34) se muestra el WSS obtenido en la simulación. En ellas se observa cómo la zona del estrechamiento central es donde se producen los valores más elevados. Si comparamos dicha sección entre ambos modelos, podemos observar como el modelo newtoniano presenta mayor esfuerzo.

OSI

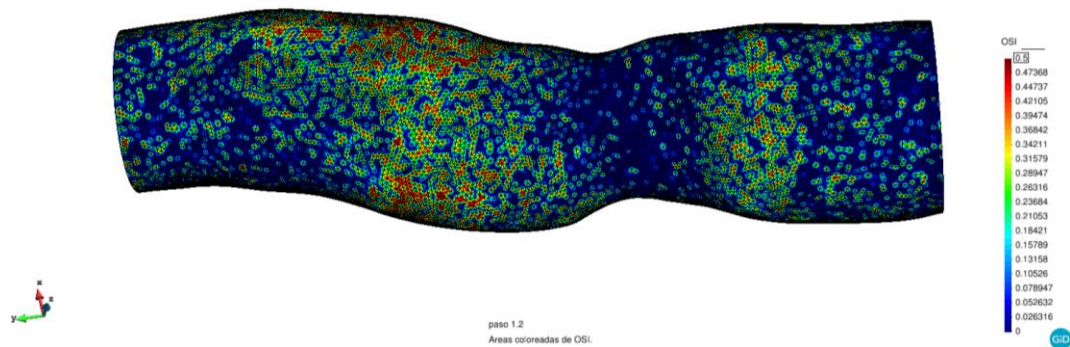


Ilustración 8-35. OSI obtenido en la arteria para el modelo newtoniano (Caso 4).

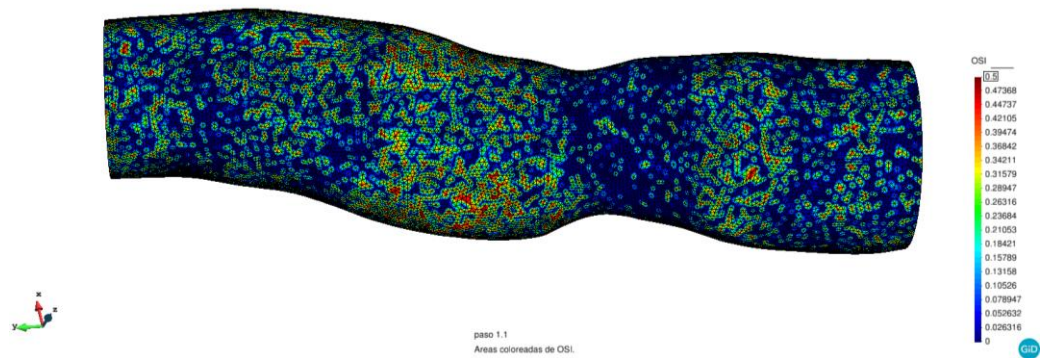


Ilustración 8-36. OSI obtenido en la arteria para el modelo no newtoniano (Caso 4).

Independiente al modelo utilizado, se obtienen resultados similares (figs. 8-35 y 8-36). La diferencia se encuentra en la zona superior izquierda donde, podemos observar cómo la zona coloreada de rojo es mayor en el modelo newtoniano.

9 Análisis del impacto ambiental

El mayor recurso utilizado ha sido en forma de energía eléctrica debido al uso de equipos informáticos para la simulación de los casos en CFD. Por otro lado, mencionar que las geometrías ya estaban creadas y no se ha necesitado de la ayuda de ningún sistema adicional para su recreación cosa que, conllevaría un gasto energético más elevado. Del mismo modo, si no se hubiese dispuesto de los datos de la sangre como fluido no newtoniano, también hubiese repercutido en el impacto en forma de necesitar personas que donasen una muestra de su sangre con el fin de poder obtener mediante reología los diversos parámetros de los modelos no newtonianos.

Aunque el gasto energético producido por los equipos informáticos utilizados pueda ser elevado, no por el consumo sino más bien por el número de horas en funcionamiento, el impacto ambiental de este proyecto es bajo y no tendrá repercusión sobre el medio ambiente más allá de la que pudiera tener cualquier aparato electrónico, contando con la ventaja de que el estudio realizado puede ser de gran ayuda en el futuro.

10 Conclusiones

Las arterias han sido modeladas como conductos cilíndricos rectos con paredes rígidas para la validación de los modelos, cosa que en realidad no sería del todo correcta debido a la elasticidad que poseen los vasos sanguíneos, dotándolos de deformabilidad.

A la finalización de este proyecto podemos concluir:

1. Existe una amplia variedad de modelos a la hora de trabajar con el flujo sanguíneo. Hay desde el más simple de todos como podría ser el modelo newtoniano para flujo estacionario, hasta el modelo no newtoniano, contando este con una gran diversidad de modelos, cada uno de los cuales tienen en cuenta diferentes parámetros.
2. Tras la simulación de los diferentes casos mostrados en este documento, se puede observar como cuando se trabaja con el método MEF, es importante prestar atención a la malla que vamos a generar. Así como en CFD se debe prestar atención a las condiciones de contorno que se establecen.
3. A la hora de trabajar con CFD es importante el equipo informático del que se disponga, pues cuanto mayor potencia tenga a nivel de procesamiento de datos, resultados más ajustados se podrán obtener, debido a la libertad que dan a la hora de realizar mallas.
4. Tras finalizar el estudio principal del proyecto, se comprende que tratando los fluidos como no newtonianos se obtienen resultados que difieren del caso ideal, pero, estos son más reales debido a que el comportamiento que presentan la mayoría de fluidos en la naturaleza es no newtoniano.
5. Una vez finalizado este proyecto, se tiene una mejor comprensión de la mecánica de fluidos. De la misma manera se ha adquirido un mejor conocimiento sobre los fluidos en geometrías algo complejas.

Para futuros proyectos de estas características o bien relacionados con este tema, quizás sería recomendable hacer un estudio de un flujo pulsátil con fluido no newtoniano, pues de esta manera se podrían llegar a obtener resultados aún más ajustados a la realidad.

11 Análisis Económico

Para la realización de este proyecto, solamente han sido necesarios un equipo informático y diferentes licencias de software con el objetivo de poder realizar las validaciones y simulaciones que en él se muestran. Por otro lado, mencionar que este análisis económico puede servir como una aproximación para otros con similares características, pudiendo diferir la cuantía final si no se dispone de ciertas facilidades con las que se ha contado como, licencia de GiD gratuita gracias al director del proyecto o la descarga del software Matlab con licencia gratuita por formar parte de la UPC. A continuación, se encuentra el análisis económico:

Equipo utilizado	Coste unitario (€/ud)	Uds.	Coste (€)
Ordenador portátil Asus X555L	350	1	350
Ordenador de sobremesa	1200	1	1200
Software			
GiD	560*	1	560*
		Total	1550 // 2110**

(*) El importe de licencia de GiD es de 560 € en el caso de tener que comprarla. Para este proyecto no ha sido necesario.

(**) El importe total tiene en cuenta el importe de licencia de GiD. El precio del equipo de utilizado en este proyecto ha sido el mostrado a la izquierda.

A continuación, se desglosará el importe en función de las horas dedicadas al estudio de cada caso sabiendo que, el precio hora de un ingeniero junior es de 20 €/h. Para cada caso se incluye el tiempo de dedicación a la programación de la solución analítica y la obtención y procesamiento de datos obtenidos en la simulación CFD.

Referencia	Coste unitario (€/h)	Uds. (h)	Coste (€)
Validación de Poiseuille	20	30	600
Validación de Womersley	20	80	1600
Validación de fluido no newtoniano (3 modelos incluidos)	20	90	1800
Validación del WSS	20	40	800
Arterias Coronarias (incluye el estudio de 4 casos)	20	30	600
		Total	4860

Este proyecto no podría haber sido realizado sin la ayuda y apoyo de los directores del mismo, por lo que debemos cuantificar la ayuda ofrecida.

Concepto	Coste unitario (€/ud)	Uds.	Coste (€)
Consultoría sobre el proyecto	60	20	1200

Sumando el total de los precios obtenemos el coste total de este proyecto el cual asciende a **7610 €**.

Anexos

Anexo 1 – Código de Womersley en Matlab

En este apartado podemos ver el código implementado en Matlab para el cálculo de la solución analítica. Primero se crea una función con el tiempo, el radio, el periodo y la precisión del cálculo. Esta función principal llama a una segunda función que se encarga de calcular el perfil de velocidad para los instantes de tiempo seleccionados. Del mismo modo, se ha creado una tercera función que se encargará de calcular el error cometido en los cálculos de la velocidad si le introducimos un archivo con la solución analítica.

Hay que mencionar que la función principal A1 es la encargada de mostrar las diferentes gráficas.

Función principal Womersley

```
function womersley(t,R,period,prec)

format long e
warning off
clear all

% womvel4(n,N,t) graphs a single image of the Womersley equation if
% t is a single time value (0<t<2*pi), or it animates through
% all values for t (0<t,2*pi)
%
% This file is meant to be run by a user.

% blood density [kg]/[m]^3
ro = 1000;

% blood viscosity [kg]/[m][s]
mi = 0.004;

% cinematic viscosity
ni = mi/ro;

% summatory initial number
n=0;

% axis segmentation precision
```

```

if nargin < 4
    prec= 1.e-6;
end

% pulse period
if nargin < 3
    period = 0.2 ;
end

% artem radius
if nargin < 2
    R=0.002;
end

% time discretization (we choose the same of Taylor study)
if nargin < 1
    t=[.025:.05:(period)]/period ;
end

d=load('grafmat1.txt');
d=d(:,1);
d=(d-R);
x=d/R;

% d=[-R:prec:R];
% x=d/R;
% if i want to increase the precision of the plot

vmedia=.134;
[p,q] = size(t);
realtime=t*period;
% creation of Fourier coefficients

funzione00=inline('(1+sin(x*31.41592653589793))');
A0 = vmedia*R*R*pi*quad(funzione00,0,.2)/(period/FACTORIAL(1));

funzione01=inline('(1+sin(x*31.41592653589793)).*exp(-
i*x*31.41592653589793)');
B(1) = vmedia*R*R*pi*quad(funzione01,0,.2)/(period/FACTORIAL(2));

funzione02=inline('(1+sin(x*31.41592653589793)).*exp(-
i*2*x*31.41592653589793)');
B(2) = vmedia*R*R*pi*quad(funzione02,0,.2)/(period/FACTORIAL(3));

funzione03=inline('(1+sin(x*31.41592653589793)).*exp(-
i*3*x*31.41592653589793)');
B(3) = vmedia*R*R*pi*quad(funzione03,0,.2)/(period/FACTORIAL(4));

% Womersley number

A=R*sqrt((2*pi)/(ni*period));

```

```

ep=0*ones(1,q);
e=0*ones(1,q);

Q=ones(1,101)*0;

for t = 0 : 100
    for ene= 1 :3
        time(t+1)=t*pi/100;
        Q(t+1)= Q(t+1)+B(ene)*exp(i*ene*2*pi*t/101)    ;
    end
end

Q=Q+A0;

for z = 1:q
    c=z;
    [e,ep]=womersley2(n,realtime(z),x,R,period,vmedia,c,A,e,ep,A0,B);
end

time=time*period/pi;

figure(6)
grid on
title('Blood Flux Profile','color','b')
XLABEL('Time [sec]','color','r')
YLABEL('Flux [m]^2/sec','color','r')
plot(time,Q)
grid on
hold off

```

Cálculo del perfil de velocidad

```

function k = womvel(n,t,rapp,R,vmedia,period,A,A0,B);

% womvel(n,Nfin,t) creates the nth through Nth modifier(s) for the tth
time period.
% B harmonics coefficients array development of sinus.
% R artery radius.
% Function called by womvel2.*

% Required constants.

w = 2*pi/period;

% we stop the summatory at 15 more important elements

k=0;

for y = (n+1):3

```

```

    % numerator of womersley velocity profile equation
    num = (1 - (besselj(0, A*(y^(1/2))*rapp*i^(3/2) ) ) / (besselj(0,
A*(y^(1/2))*i^(3/2) ) ) );
    % denominator of womersley velocity profile equation
    den = (1 - ( 2*besselj(1, A*( (y^(1/2)) * i^(3/2) ) ) ) / ( A*(
(y^(1/2)) * i^(3/2) * besselj(0, A*(y^(1/2))*i^(3/2) ) ) ) );
    % assembling womersley velocity profile equation

    k = k + (B(y)*(num/den)*exp(i*(y)*w*t))/(pi*R*R);
end

k0 = 2*A0*(1-(rapp.^2))/(pi*R*R);

k=k0+k;

```

Cálculo del error

```

function [e,ep] = womersley2(n,t,x,R,period,vmedia,c,A,e,ep,A0,B);

% womvel2(z) is called by womvel4 to graph the Womersley equation.
% The nth through Nth harmonics are included, as well as
% the constant portion.

v=womvel(n,t,x,R,vmedia,period,A,A0,B);

% calculate limits
vmax=max(v);

% plot graphic

figure(1)
grid on
title('Womersley Velocity Profile','color','b')
XLABEL('distance to middle r/R','color','r')
YLABEL('velocity [m]/[sec]','color','r')
if c==1
    grafmat2=load('grafmat2.txt');
    plot(x,v,'b')
    hold on
    plot(((grafmat2(:,1)-R)/R),grafmat2(:,2),'b-.')
    legend('0.125 t/T ex','0.125 t/T fem')
    [e,ep]=errperc(grafmat2(:,2),v,x,c,t,e,ep,period); % calculation
of least minimum square comparing with exact solution
    hold on

elseif c==2
    grafmat4=load('grafmat4.txt');
    plot(x,v,'r')
    hold on
    plot(((grafmat4(:,1)-R)/R),grafmat4(:,2),'r-.')

```

```

    legend('0.125 t/T ex','0.125 t/T fem','0.375 t/T ex','0.375 t/T
fem')
    [e,ep]=errperc(grafmat4(:,2),v,x,c,t,e,ep,period);    % calculation
of least minumum square comparing with exact solution
    hold on

elseif c==3
    grafmat6=load('grafmat6.txt');
    plot(x,v,'k')
    hold on
    plot(((grafmat6(:,1)-R)/R),grafmat6(:,2),'k-.')
    legend('0.125 t/T ex','0.125 t/T fem','0.375 t/T ex','0.375 t/T
fem','0.625 t/T ex','0.625 t/T fem')
    [e,ep]=errperc(grafmat6(:,2),v,x,c,t,e,ep,period);    % calculation
of least minumum square comparing with exact solution
    hold on

elseif c==4
    grafmat8=load('grafmat8.txt');
    plot(x,v,'m')
    hold on
    plot(((grafmat8(:,1)-R)/R),grafmat8(:,2),'m-.')
    legend('0.125 t/T ex','0.125 t/T fem','0.375 t/T ex','0.375 t/T
fem','0.625 t/T ex','0.625 t/T fem','0.875 t/T ex','0.875 t/T fem')
    [e,ep]=errperc(grafmat8(:,2),v,x,c,t,e,ep,period);    % calculation
of least minumum square comparing with exact solution
    hold on

end

```

Bibliografía

Referencias (Libros, revistas y publicaciones)

1. Kim, Sangho. *A study of non-newtonian viscosity and yield stress of blood in a scanning capillary-tube rheometer*. Tesis doctoral (tesis no publicada). Universidad de Drexel (Pensilvania), 2002.
2. Merrill, Eduard W. “Rheology of blood”. En: *American Journal of Physiology. Physiological Reviews*, 1969. Vol. 49, núm. 4, p. 863 – 888. ISSN 1969.49.4.863.
3. Ciro Velásquez, Héctor José. *Reología de fluidos y su aplicación en el area de los alimentos*. Tesis doctoral (tesis no publicada). Universidad Nacional de Colombia, 2006.
4. Womersley, J R. “Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known.” En: *The Journal of physiology*, 1955. Vol. 127, núm. 3, p. 553 – 563. DOI: 10.1113/jphysiol.1955.sp005276.
5. Van de Vosse, FN. *Cardiovascular fluid mechanics, exercises and computational models 8W090* [Recurso electrónico]. Eindhoven University of Technology, 2013, [consulta: 28 de julio de 2019]. Disponible en: <http://www.mate.tue.nl/~vosse/3T160/lecturenotes_8W090.pdf>.
6. Li, Mingxiu. *Numerical simulation of blood flow and vessel wall stresses in stenosed arteries*. Tesis doctoral (tesis no publicada). Universidad de Edimburgo, 2006.
7. Bordone, M; Oñate, E; Soudah, E. “Numerical validation of hemodynamic factors in vascular diseases”. En: *Research Reports of the International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE)*, 2007. Número de publicación CIMNE 315.
8. Buradi, A; Mahalingam, A. “Effect of stenosis severity on wall shear stress based hemodynamic descriptors using multiphase mixture theory”. En: *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2018. Vol. 11, núm 6, p. 1497 – 1509. DOI: 10.29252/jafm.11.06.29062.
9. Lage Sousa, Marta. *Simulación del flujo sanguíneo en una anastomosis arterial*. Proyecto fin de carrera (proyecto no publicado). Universidad Pontificia Comillas, 2011.

10. Taylor, Charles A. *A Computation Framework for Investigating Hemodynamic Factors in Vascular Adaptation and Disease*, 1996.
11. Soudah Prieto, E. *Computational fluid dynamics indicators to improve cardiovascular pathologies*. Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya, 2016.
12. Alemany Bartomeu, Jordi. *Cálculo de parámetros hemodinámicos para el estudio de patologías cardiovasculares*. Proyecto fin de carrera (proyecto no publicado). Universitat Politècnica de Catalunya, 2018.
13. Dadvand, P; Rossi, R; Gil, M; Marotrell, X; Cotela, J; Juanpere, E; Idelsohn, S.R; Oñate, E. *Migration of a generic multi-physics framework to HPC environments*, 2013. Vol 80, p. 301 – 309. DOI: 10.1016/j.compfluid.2012.02.004
14. Dadvand, P; Rossi, R; Oñate, E. *An Object-oriented Environment for Developing Finite Element Codes for Multi-Disciplinary Applications*, 2010. P. 253 - 297 DOI 10.1007/s11831-010-9045-2.
15. P. Ryzhakov, E. Soudah, N. Dialami. *Computational modeling of the fluid flow and the flexible intimal flap in type B aortic dissection via a monolithic Arbitrary Lagrangian/Eulerian fluid structure interaction model*. Int J Numer Method Biomed Eng. 2019 Nov;35(11): e3239. doi: 10.1002/cnm.3239.
16. E Soudah, R Rossi, S Idelsohn, E Oñate. *A reduced-order model based on the coupled 1D-3D finite element simulations for an efficient analysis of hemodynamics problems*. Computational Mechanics, 54, 4; 1013-1022, 2014.
17. R.Zorrilla, E.soudah, R.Rossi. *Computational modeling of the fluid flow in type B aortic dissection using a modified Finite Element embedded formulation*. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology (BMMB), Accepted 13-1-2020
18. E. Soudah, E. Y. K. Ng, T. H. Loong, M. Bordone, U. Pua, and S. Narayanan. *CFD modelling of abdominal aortic aneurysm on hemodynamic loads using a realistic geometry with CT*. Computational and Mathematical Methods in Medicine, vol.2013, Article ID 472564, 9 pages, 2013.
19. E. Soudah, J. Casacuberta, P. J. Gamez-Montero et al.. *Estimation of wall shear stress using 4D flow cardiovascular MRI and computational fluid dynamics*. Journal of Mechanics in Medicine and Biology, vol. 17, no. 3, Article ID 1750046, 2017.

Páginas web

20. <https://www.gidhome.com/>
21. <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>
22. https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Poiseuille
23. https://en.wikipedia.org/wiki/Pulsatile_flow
24. https://en.wikipedia.org/wiki/Non-Newtonian_fluid
25. https://en.wikipedia.org/wiki/Shear_stress
26. <http://cardiosaudeferrol.com/el-sistema-cardiovascular/>
27. <https://es.wikipedia.org/wiki/Coraz%C3%B3n>
28. <https://github.com/KratosMultiphysics/Kratos>
29. <https://www.cfd-online.com/Tools/yplus.php>