

# MODELADO MATEMÁTICO DEL COMPORTAMIENTO REOLÓGICO DE SOLUCIONES DE CAFÉ A TEMPERATURAS PRÓXIMAS A LA CONGELACIÓN

Moreno, F.L.<sup>1</sup>, Ruiz, Y.<sup>1</sup>, Auleda J.M.<sup>2</sup>, Hernández E.<sup>2</sup> y Raventós M.\*<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Programa de Ingeniería de Producción Agroindustrial, Universidad de La Sabana. Km 7 Autopista Norte de Bogotá. Chía (Colombia).

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Agroalimentaria y Biotecnología, Universidad Politécnica de Cataluña (UPC). C/ Esteve Terradas, 8. 08860 Castelldefels (Barcelona).  
merce.raventos@upc.edu

## PALABRAS CLAVE

Modelo, crioconcentración, viscosidad, café.

## RESUMEN

El modelado matemático para la determinación de la viscosidad de fluidos alimentarios a bajas temperaturas es requerido para el diseño de equipos de procesamiento en operaciones como crioconcentración, congelación o liofilización. El objeto del presente trabajo fue la modelización de la viscosidad en función de la temperatura y concentración de sólidos a partir de la medición experimental de las viscosidades de soluciones acuosas de café a concentraciones entre 5% y 50% en peso de sólidos, en el intervalo de temperatura de -6°C a 4 °C. Se generaron los parámetros de cuatro modelos matemáticos (Mathlouthi & Genotelle, Wagnerowski *et al*, Ibarz *et al*, y Sobolik *et al*). Estos modelos sirven para la predicción de la viscosidad en función de la concentración de sólidos y de la temperatura simultáneamente. Al comparar los cuatro modelos se ha encontrado que el modelo de Mathlouthi & Genotelle presenta el mejor ajuste con una correlación del 99.9%.

## INTRODUCCIÓN

El café es el alimento más comercializado a nivel mundial y tiene gran importancia social y económica en más de 60 países. (Esquivel & Jiménez, 2011). El comportamiento reológico de fluidos alimentarios es una información relevante para el diseño de procesos y equipos en la industria. Tecnologías de obtención de café soluble como la liofilización y la crioconcentración son utilizadas en la industria de procesamiento de café por sus ventajas en la conservación la calidad organoléptica del producto dado su procesamiento a bajas temperaturas. (Sanchez, Ruiz, Auleda, Hernandez, & Raventos, 2009), (Miyawaki, Liu, Shirai, Sakashita, & Kagitani, 2005), (MacLeod, McKittrick, Hindmarsh, Johns, & Wilson, 2006).

Modelos matemáticos para la predicción de viscosidades de diferentes fluidos alimentarios han sido obtenidos por diferentes autores (Ibarz *et al*, 1992), (Magerramov, Abdulagatov, Azizov, & Abdulagatov, 2007), (Chin, Chan, Yusof, Chuah, & Talib, 2009), (Longinotti & Corti, 2008). Sin embargo, en pocos trabajos se reporta el modelado matemático de viscosidades a temperaturas cercanas a la congelación de zumos de frutas. (Ruiz, Sánchez, Hernández, Auleda, & Raventós, 2010) y (R. Ibarz *et al.*, 2009). Para soluciones de café se han obtenidos los parámetros de modelos matemáticos para un intervalo de 20° a 90°C en concentraciones de 0 a 50% de sólidos (Sobolík, Zitny, Tovcigrecko, Delgado, & Allaf, 2002), y. No se ha encontrado reportadas viscosidades de soluciones de café a temperaturas cercanas a la congelación, por debajo de 0°C.

El objeto de la presente investigación fue obtener los parámetros de cuatro modelos matemáticos para predicción de la viscosidad de soluciones de café en un intervalo de 5 a 50% de sólidos a temperaturas cercanas al punto de congelación.

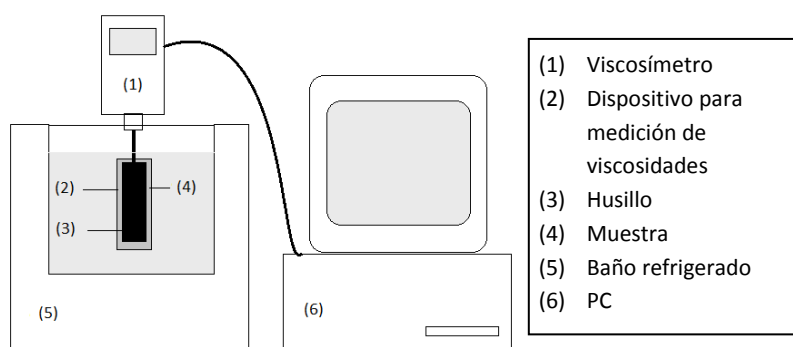
## MATERIALES Y MÉTODOS

### **Materiales**

Se utilizó café soluble Nescafé para preparar las soluciones a diferentes concentraciones de sólidos medidas como fracción en peso ( $X_s$ ) de sólidos totales respecto a la solución ( $X_s = 0.05, 0.2, 0.35$  y  $0.5$ ). Se disolvieron gránulos de café instantáneo (Nescafé) en agua destilada a  $30^\circ\text{C}$  verificando el contenido de sólidos mediante un refractómetro (Atago DBX 55, Japón) a una temperatura de  $20^\circ\text{C} \pm 0.05^\circ\text{C}$ .

### **Protocolo de medición de viscosidad**

Para la medición de las viscosidades se utilizó un montaje (figura 1) compuesto por un viscosímetro de cilindros coaxiales (1) (FungiLab Viscostar L, Barcelona), con un dispositivo para medición de bajas viscosidades (2) (0 a 2000 cP) el cual utiliza un husillo LCD (3). Dentro del recipiente se colocaron 18 mL de solución de café (4) y el sistema completo fue sumergido en un baño termostático (5) (Polyscience Modelo 9505, Estados Unidos) con intervalo de temperatura  $-30$  a  $150^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C}$ . El viscosímetro se conectó a un PC (6) para la adquisición de datos. La temperatura de la muestra fue verificada mediante una sonda termopar tipo K con precisión  $\pm 0.7^\circ\text{C}$  y rango de medición  $-50$  a  $1000^\circ\text{C}$ , acoplada a un Datalogger (Testo 174 T4, España). Una vez alcanzada la temperatura deseada se inició la medición del valor de la viscosidad en cuatro diferentes velocidades de rotación, y para temperaturas por encima el punto de congelación ( $-6, -4, -2, 0, 2$  y  $4^\circ\text{C}$ ) y la fracción de sólidos ( $X_s$ ) ( $0.05, 0.20, 0.35, 0.50$ ). Los experimentos fueron realizados por triplicado.



**Figura 1.** Montaje experimental

### **Modelos matemáticos generales**

Para predecir la viscosidad de soluciones de café en función de la temperatura y la fracción de sólidos ( $X_s$ ) se generaron los parámetros de los modelos generales presentados en la tabla 1. Los diferentes autores han obtenido los parámetros de estos modelos para los fluidos mencionados en la tabla 1.

A partir de los resultados experimentales fueron obtenidos los parámetros de los diferentes modelos matemáticos mediante un procedimiento de regresión no lineal; se realizó un análisis de regresión y de comparación de medias con un intervalo de confianza del 95% para los resultados experimentales y los modelos ajustados utilizando el programa SPSS 20.0.0.

**Tabla 1.** Modelos generales para predicción de viscosidad.

Referencia	Modelo	Aplicación	
Mathlouthi & Genotelle, 1995	$\log_{10} \frac{\eta}{\eta^*} = a_1 + a_2x + \phi(b_1 + b_2x^n)$	η: Viscosidad (mPa*s) η*: Viscosidad estándar de referencia (mPa*s) x: Concentración de sólidos $\phi = (30-T)/(91+T)$ T: Temperatura (K) a <sub>1</sub> , a <sub>2</sub> , b <sub>1</sub> , b <sub>2</sub> , n: Parámetros del modelo	Soluciones de sacarosa
Wagnerowski et al, 1976	$\log_{10} \frac{\eta}{\eta^*} = x \left( \frac{a}{T+b} - c \right) - d$	η: viscosidad (mPa*s) η*: viscosidad estándar de referencia (mPa*s) x: Concentración de sólidos T: Temperatura (°C) a, b, c, d: Parámetros del modelo	Soluciones de sacarosa
Ibarz et al, 1992	$\eta = k_0 \exp \left( \frac{E_a}{RT} \right)$ $k_0 = a \exp(b * x)$ $E_a = c \exp(d * x)$	η: viscosidad (mPa*s) T: Temperatura (K) x: Concentración de sólidos a, b, c d: Parámetros del modelo	Zumos de frutas
Sobolik et al, 2002	$\eta = \exp \left( a_1 + a_2x + a_3x^2 + \frac{a_4 + a_5x^2}{T + 273.15} \right)$	η: viscosidad (mPa*s) x: fracción másica de sólidos T: Temperatura (°C) a <sub>1</sub> , a <sub>2</sub> , a <sub>3</sub> , a <sub>4</sub> , a <sub>5</sub> : Parámetros del modelo	Soluciones de café (20-80°C)

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Modelos generales

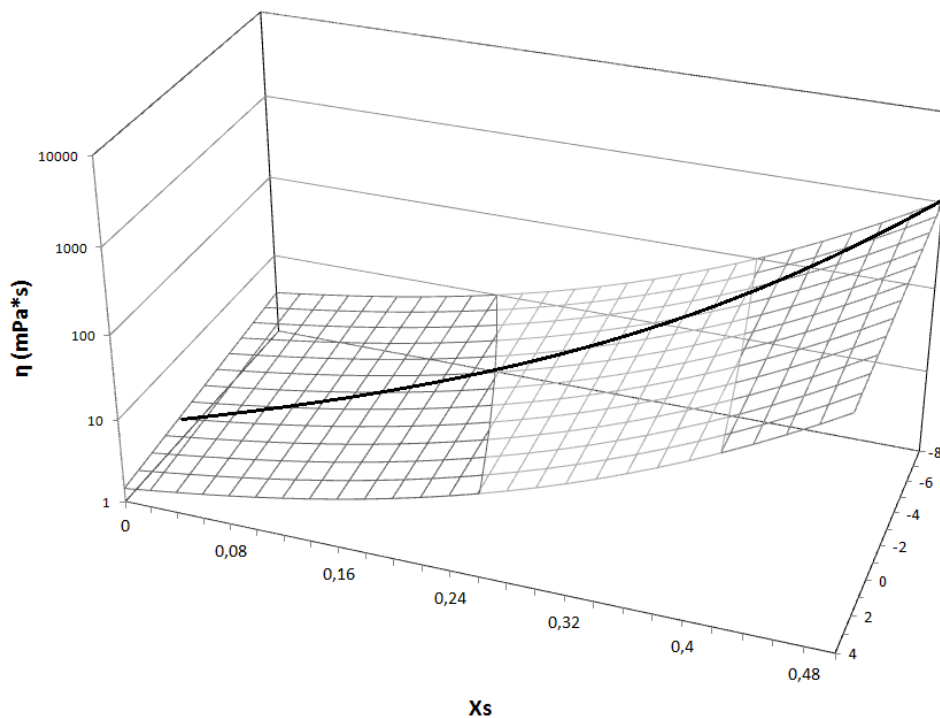
Mediante un procedimiento de regresión se obtuvieron los parámetros de cuatro diferentes modelos para predicción de viscosidad en función de la fracción de sólidos (Xs) y la temperatura (T). Los parámetros se presentan en la tabla 4. Los valores obtenidos son comparables con los reportados por (Sobolík et al., 2002), (Longinotti & Corti, 2008), (A. Ibarz et al., 1992), aunque con diferencias en los valores obtenidos que son específicamente para las soluciones de café.

**Tabla 2.** Parámetros de modelos matemáticos para predicción de viscosidades de soluciones de café.

Modelo	Parámetros	R <sup>2</sup>	RMSE
Mathlouthi & Genotelle, 1995	$a_1 = 21.351 \pm 1.184$	0.999	0.034
	$a_2 = 2.108 \pm 0.345$		
	$b_1 = 31.562 \pm 1.762$		
	$b_2 = -12.714 \pm 0.648$		
	$n = 2.529 \pm 0.207$		
Wagnerowski <i>et al</i> , 1976	$a = 9.287 \pm 14.284$	0.969	0.171
	$b = 12.027 \pm 6.86$		
	$c = -4.789 \pm 0.744$		
	$d = 0.168 \pm 0.05$		
Ibarz <i>et al</i> , 1992	$a = 0.0008 \pm 0.00003$	0.998	1.566
	$b = -15.86 \pm 1.437$		
	$c = 18.89 \pm 1.935$		
	$d = 1.874 \pm 0.268$		
Sobolik <i>et al</i> , 2002	$a_1 = -7.030 \pm 19.47$	0.999	9.745
	$a_2 = 1.014 \pm 9.477$		
	$a_3 = -38.684 \pm 79.811$		
	$a_4 = 2163.867 \pm 5315.079$		
	$a_5 = 16062.858 \pm 21277.932$		

Los modelos que presentaron el mejor ajuste de los datos fueron el de Mathlouthi & Genotelle y el de Sobolik *et al*, con un coeficiente de regresión de 0.999. El modelo de Mathlouthi & Genotelle utilizado para soluciones de sacarosa a bajas y altas temperaturas, funciona muy bien para soluciones de café. El modelo de Sobolik *et al*, del cual ya se dispone de parámetros para soluciones de café a temperaturas entre 25 y 95° evidencia un mayor valor de la raíz cuadrada del error medio, pero el ajuste de los datos es adecuado. Los otros dos modelos evaluados mostraron un coeficiente de determinación ligeramente menor, por lo cual los datos generados presentan una desviación respecto a los datos experimentales, aunque con un ajuste satisfactorio.

Utilizando los parámetros del modelo de Mathlouthi & Genotelle es posible generar la figura 5 con los valores de viscosidad en función de la temperatura y fracción de sólidos simultáneamente. La línea sobre la superficie representa la curva de congelación de soluciones de café tomada de (Thijssen H. A. C., 1969). Los valores de viscosidad más allá de la línea no tienen significado físico porque se encuentran por debajo del punto de congelación. Se aprecia que la viscosidad se incrementa con el  $X_s$  y con el descenso de la temperatura, aunque es más afectada por el contenido de sólidos que por la temperatura, en los intervalos estudiados.



**Figura 2.** Viscosidad de soluciones de café en función de la temperatura y la fracción de sólidos. Valores modelados con los parámetros de la ecuación de Mathlouthi & Genotelle. La línea representa la curva de congelación de soluciones de café.

## CONCLUSIONES

Fueron obtenidos los parámetros para cuatro modelos matemáticos que predicen la viscosidad de las soluciones de café en función de la temperatura y la fracción de sólidos. Se encontró que la viscosidad es afectada en mayor nivel por la concentración de sólidos que por la temperatura en los intervalos estudiados. El modelo general que mejor se ajusta es el de Mathlouthi & Genotelle, obteniéndose un coeficiente de determinación del 99.9%. La información generada por los modelos obtenidos permite la utilización de procesos de cálculo para la optimización de la crioconcentración.

## AGRADECIMIENTOS

El autor Moreno F L, agradece al Banco Santander, por el otorgamiento de la Beca Santander Universidades - Jóvenes profesores e Investigadores 2011.

## BIBLIOGRAFÍA

- Chin, N. L., Chan, S. M., Yusof, Y. a., Chuah, T. G., & Talib, R. a. (2009). Modelling of rheological behaviour of pummelo juice concentrates using master-curve. *Journal of Food Engineering*, 93(2), 134-140.
- Esquivel, P., & Jiménez, V. M. (2011). Functional properties of coffee and coffee by-products. *Food Research International*.
- Ibarz, A., Gonzalez, C., Esplugas, S., & Vicente, M. (1992). Rheology of clarified fruit juices. I: Peach juices. *Journal of Food Engineering*, 15(1), 49-61.
- Ibarz, R., Falguera, V., Garvín, A., Garza, S., Pagán, J., & Ibarz, A. (2009). FLOW BEHAVIOUR OF CLARIFIED ORANGE JUICE AT LOW TEMPERATURES. *Journal of Texture Studies*, 40, 445-456.

- Longinotti, M. P., & Corti, H. R. (2008). Viscosity of concentrated sucrose and trehalose aqueous solutions including the supercooled regime. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 37(3), 1503.
- MacLeod, C. S., McKittrick, J. a., Hindmarsh, J. P., Johns, M. L., & Wilson, D. I. (2006). Fundamentals of spray freezing of instant coffee. *Journal of Food Engineering*, 74(4), 451-461.
- Magerramov, M. a., Abdulagatov, A. I., Azizov, N. D., & Abdulagatov, I. M. (2007). Effect of temperature, concentration, and pressure on the viscosity of pomegranate and pear juice concentrates. *Journal of Food Engineering*, 80(2), 476-489.
- Mathlouthi, M.; Génotelle, J. (1995) Rheological properties of sucrose solutions and suspensions. En: *Sucrose: properties and applications*. pp. 126-154. Blackie Academic and Professional. UK 1995.
- Miyawaki, O., Liu, L., Shirai, Y., Sakashita, S., & Kagitani, K. (2005). Tubular ice system for scale-up of progressive freeze-concentration. *Journal of Food Engineering*, 69(1), 107-113.
- Ruiz, Y., Sánchez, J., Hernández, E., Auleda, J. ., & Raventós, M. (2010). Viscosidad de zumos comerciales de melocotón, manzana y pera a temperaturas cercanas a la congelación. *Afinidad*, 114-118.
- Sanchez, J., Ruiz, Y., Auleda, J. M., Hernandez, E., & Raventos, M. (2009). Review. Freeze Concentration in the Fruit Juices Industry. *Food Science and Technology International*, 15(4), 303-315. doi:10.1177/1082013209344267
- Sobolík, V., Zitny, R., Tovcigrecko, V., Delgado, M., & Allaf, K. (2002). Viscosity and electrical conductivity of concentrated solutions of soluble coffee. *Journal of Food Engineering*, 51, 93-98.
- Thijssen, H. A. C. 1969. Freeze concentration of food liquids. *Food Manufacture* 44(7):49-54.