



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola Superior d'Enginyeries Industrial,  
Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa

Trabajo Final de Grado

---

# Reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D

Fecha de entrega: 10/06/2019

Director del TFG: Jorge Martín Giménez

Codirector: Rafael Weyler Pérez

Aina Simonetti González

Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Producto

Convocatoria ordinaria



Titulació:

Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Producto

Alumne (nom i cognoms):

Aina Simonetti Gonzalez

Enunciat **TFG** / TFM:

Reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D

Director/a del **TFG** / TFM:

Jorge Martín Giménez

Codirector/a del **TFG** / TFM:

Rafael Weyler Pérez

Convocatòria de lliurament del **TFG** / TFM:

10 de junio de 2019

## Declaración de Honor

I declare that,

The work in this Master Thesis / **Degree Thesis** (*choose one*) is completely my own work,

No part of this Master Thesis / **Degree Thesis** (*choose one*) is taken from other people's work without giving them credit,

All references have been clearly cited,

I am authorised to make use of the company's / research group (*choose one*) related information I am providing in this document (*select when it applies*).

I understand that an infringement of this declaration leaves me subject to the foreseen disciplinary actions by *The Universitat Politècnica de Catalunya - BarcelonaTECH*.

Aina Simonetti González

Student Name

\_\_\_\_\_  
Signature

10/06/2019

Date

Title of the Thesis:

Reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D

## Resumen

En este proyecto se llevará a cabo la reproducción a escala de un sistema de elevación y desplazamiento de carga, también comúnmente conocido como grúa, de la Alta Edad Media, primer período de los dos en que se divide la Edad Media (comprende desde el siglo V hasta el siglo XI).

Se hará un primer estudio de contexto histórico de la época y las tecnologías existentes por aquel entonces, se realizará una investigación de los diferentes sistemas utilizados para las máquinas y las tecnologías aplicadas que podemos seguir viendo en la actualidad, y tras un análisis de los diferentes modelos se llevará a cabo el croquizado a mano alzada, desarrollo en 3D a escala e impresión en 3D de un prototipo funcional de grúa medieval.

## Tabla de contenidos

Declaración de Honor .....	3
Resumen .....	4
Tabla de contenidos gráficos .....	6
1. Antecedentes .....	7
2. Objetivos del proyecto .....	7
3. Diagrama de Gantt .....	8
4. Historia de los sistemas de carga en la ingeniería civil medieval .....	9
4.1. Inicios de la construcción .....	9
4.2. Avances tecnológicos, sistemas de elevación de cargas .....	13
4.3. Sistema de poleas .....	18
5. Reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D .....	21
5.1. Sobre la tecnología de impresión 3D .....	21
5.2. Posibilidades de cara al prototipo de la grúa .....	22
5.2.1. Extrusión de plástico (FDM - FFF) .....	22
5.2.2. Tecnología SLA vs. FDM .....	22
5.2.3. Tecnología SLS .....	23
5.2.4. Tecnología SLA vs. SLS .....	24
6. Propuesta final a desarrollar para la reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D .....	25
6.1. Idea inicial .....	26
6.1.1. Concepto .....	26
6.1.2. Croquizado .....	26
6.2. Desarrollo digital y ensamblaje .....	27
6.3. Diseño final .....	28
6.3.1. 3D final de la grúa a escala real .....	29
6.3.2. Cálculos del modelo de la grúa romana diseñado .....	35
6.3.3. 3D final de la grúa a escala 1:100 .....	36
6.3.4. Prototipo – montaje .....	37
6.3.5. Funcionamiento .....	40
6.3.6. Pruebas reales con el prototipo .....	41
6.3.7. Limitaciones .....	43
7. Conclusiones del trabajo .....	44
8. Líneas futuras .....	45
9. Referencias bibliográficas .....	47
10. Referencias bibliográficas del contenido gráfico .....	50
11. Autoinforme de calidad TFG .....	52

## Tabla de contenidos gráficos

Ilustración 1. Rampas auxiliares en las pirámides .....	10
Ilustración 2. pentaspastos en uso .....	11
Ilustración 3. Croquis de concepto de grúa polispastos con rueda de tracción.....	12
Ilustración 4a. Sistema de elevación por torno      Ilustración 4b. Cabrestante .....	13
Ilustración 5. Interior de la grúa de Gdansk .....	16
Ilustración 6. Grúa medieval de hierro .....	17
Ilustración 7. Polea fija .....	18
Ilustración 8. Polea móvil .....	18
Ilustración 9. Formulario de cálculos de fuerza de poleas. ....	19
Ilustración 10. Cálculos de distribución de cargas.....	20
Ilustración 11. Modelo a seguir de grúa medieval polispastos .....	28
Ilustración 12. Modelo 3D de la grúa desarrollada .....	29
Ilustración 13. Parte A de la grúa romana .....	29
Ilustración 14. Explosionado parte A.....	30
Ilustración 15. Detalle del interior de las ruedas de tracción humana.....	30
Ilustración 16. Parte B de la grúa romana .....	31
Ilustración 17. Detalle de montaje de los soportes grúa .....	31
Ilustración 18. Comparación de densidad de las maderas .....	33
Ilustración 19. Comparación del Módulo de Young de las maderas .....	33
Ilustración 20. Comparación de resistencia a tracción de las maderas.....	33
Ilustración 21. 3D de la maqueta.....	36
Ilustración 22. Explosionado 3D de la maqueta .....	36
Ilustración 26. Piezas sinterizadas parte A .....	37
Ilustración 26. Jaula de las poleas para la extracción de residuos .....	37
Ilustración 26. Parte B. Plataforma.....	37
Ilustración 26. Parte B. Poleas de la maqueta .....	37
Ilustración 28. Montaje parte A de la maqueta.....	38
Ilustración 28. Material de apoyo para el montaje .....	38
Ilustración 30. Acordonado extremo superior de la grúa.....	38
Ilustración 30. Anclaje poleas dobles .....	38
Ilustración 31. Detalle nudo deslizante. Anclaje poleas dobles a la plataforma .....	39
Ilustración 32. Detalles montaje de cuerdas para poleas dobles.....	39
Ilustración 34. Cargas de metal para pruebas .....	40
Ilustración 34. Detalle bobinado cuerda .....	40
Ilustración 36. Grúa montada con la carga baja.....	41
Ilustración 36. Grúa montada con la carga elevada .....	41
Ilustración 37. Grúa acabada. Perspectiva .....	41
Ilustración 38. Grúa acabada. Contrapicado .....	42
Ilustración 39. Grúa acabada. Perfil .....	42
Ilustración 40. Sketch concepto de mejora 1 .....	45
Ilustración 41. Sketch concepto detalle concepto de mejora 2 .....	46
Ilustración 42. Sketch concepto de mejora 2 .....	46

## 1. Antecedentes

El contexto histórico y la peculiaridad del proyecto llamaron mi atención, y creo que me mantendrá motivada a lo largo del proyecto porque considero que es muy interesante tanto en la elaboración del trabajo de investigación como en el desarrollo visual y físico del prototipo final.

## 2. Objetivos del proyecto

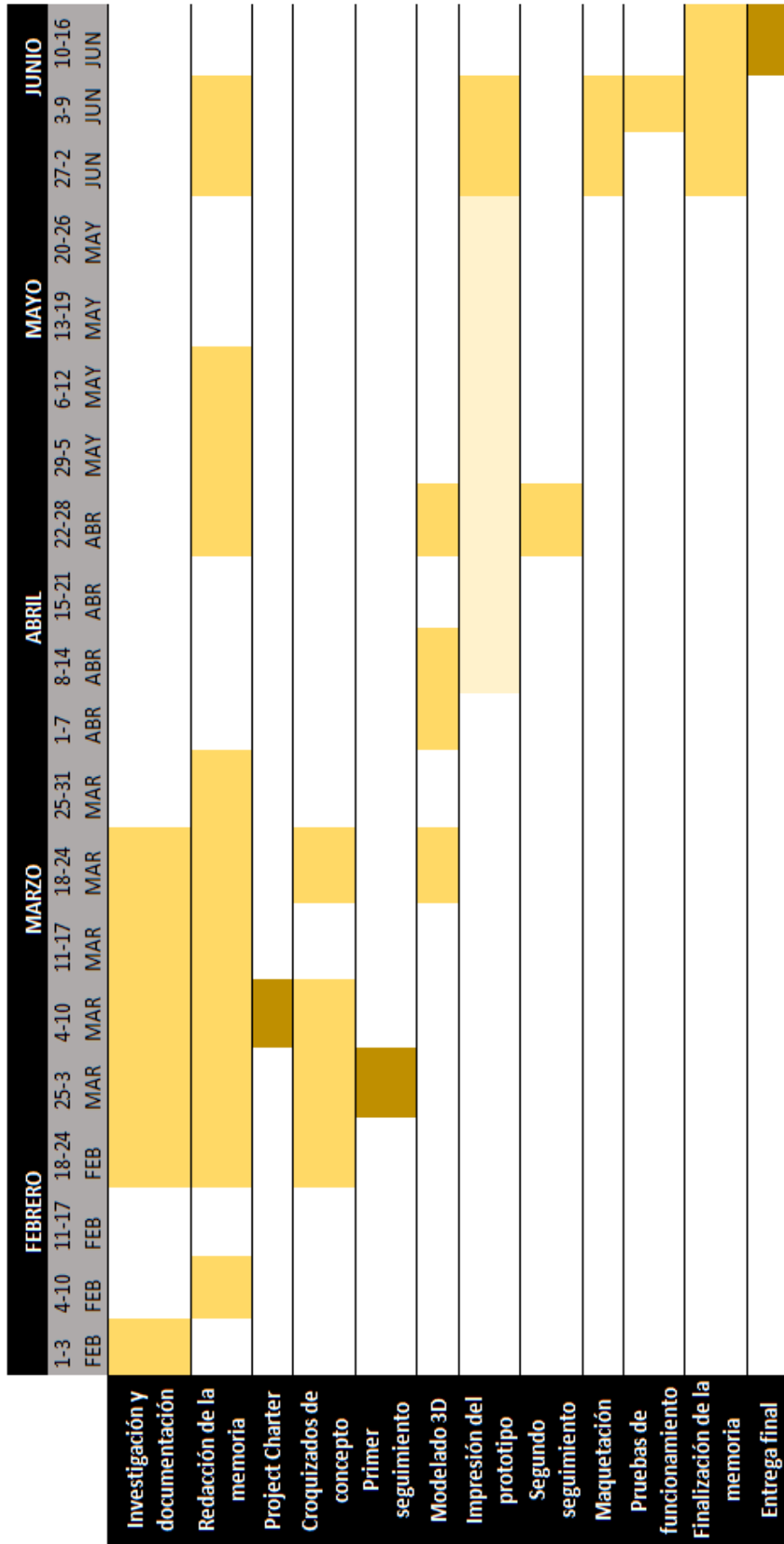
El objetivo general del proyecto será realizar un análisis de los diferentes tipos de grúas o elementos de carga que se usaban en la ingeniería civil medieval, y se seleccionará un modelo sobre el que se realizará un estudio algo más exhaustivo sobre su composición (estructura, mecanismos, materiales, carga máxima, medidas reales...). A partir del modelo elegido, se llevarán a cabo unos dibujos técnicos de la estructura que se asemejen al máximo al modelo real de la época, y un modelado 3D para una posterior impresión en 3D, de plástico, de un prototipo de la grúa.

En cuanto a la impresión 3D, se baraja la opción de imprimirlo por extrusión de cable de ABS, o con la tecnología de Multi Jet Fusion de HP. Se analizarán pros y contras de ambas posibilidades y se tomará una decisión conforme a los resultados obtenidos.

Los objetivos específicos del proyecto son los siguientes:

- Aprender sobre los sistemas de carga en la ingeniería civil medieval en diferentes culturas.
- Poner en práctica mi capacidad de análisis y desarrollo de manera autónoma.
- Desarrollar un prototipo de la grúa elegida y que sea funcional, pudiendo hacer pruebas posteriormente.
- Mantener la autenticidad del modelo de grúa original tanto como sea posible.

### 3. Diagrama de Gantt





## 4. Historia de los sistemas de carga en la ingeniería civil medieval

### 4.1. Inicios de la construcción

#### **La grúa más potente de la historia multiplicó la fuerza de su operador 632 veces.**

Las grúas más comunes de la actualidad tienen una capacidad de elevación de entre 12-20 toneladas, hecho que nos deja bastante inoperativos si éstas hubieran tenido que ser usadas para la creación de las pirámides o los templos de la alta Edad Media. Las piedras vistas que componen las pirámides egipcias descubiertas, se calcula que pesan un promedio de 2 a 3 toneladas cada una, pero estas estructuras construidas entre 2750 y 1500 a.C. también se componen en su interior de piedras de dimensiones que abarcan 50 toneladas o más.

Otro ejemplo que evidencia el ingenio de por aquel entonces, es el Templo egipcio de Amón-Ra, en Karnak, que cuenta con un laberinto de más de 130 columnas que miden 23 metros de altura y se observan vigas transversales macizas de un peso aproximado a 70 toneladas cada una. También los Colosos de Memnon quitan el hipo cuando piensas que, mediante un sistema mecanizado por el músculo de los seres humanos, elevaron a 18 metros de altura estatuas de 700 toneladas de roca. Hoy en día, solamente las grúas industriales autopropulsadas de tipo B (preparadas para elevar cargas iguales o superiores a 130 toneladas) serían adecuadas para un trabajo de manipulación de piedras de semejante magnitud

En vista de que las máquinas y tecnologías de hoy no serían verdaderamente útiles entonces, ¿cómo una civilización de miles de años atrás lograba levantar, desplazar y manipular tales pesos sin la ayuda de la maquinaria sofisticada que tenemos hoy?

La diferencia entre las grúas contemporáneas y las medievales, es que aquellas estaban accionadas por los seres humanos en vez de combustibles fósiles, pero el error es pensar que lo que les podría frenar a ellos es la falta de tecnología, puesto que el sistema que utilizaban era igual de funcional que el nuestro. La diferencia real que hay es la cantidad de esfuerzo humano que requería entonces un trabajo así, y el esfuerzo que implica hoy en día por parte de las personas. La sociedad actual desarrolla su tecnología con el objetivo de reducir al máximo el número de operadores necesarios para hacerla funcionar, y hacer su trabajo en el mínimo tiempo posible. El factor tiempo es la verdadera ventaja del mundo contemporáneo que conocemos hoy en día.

El límite de peso que puede ser manipulado por pura energía muscular no existe, ya que siempre puedes añadir a más personas trabajando en equipo y aumentando la fuerza global de trabajo; si con 50 personas no era suficiente, se les sumaban más obreros hasta que se lograba montar la estructura en cuestión, siendo el límite el número de personas hábiles para trabajar de toda la ciudad. Pero con el paso del tiempo los ingenieros diseñaron una colección de máquinas que realzaban enormemente la energía de elevación de un individuo o grupo.

Historiadors afirmen el ús de rampes i palanques en societats egípcies per elevar obeliscos i columnes amb un sistema més simple i amb menys esforç, sent coneguts de que la distància que haurien de recórrer seria més gran que elevar el pes mort en vertical. Però malgrat a la reducció d'esforç se seguia requerint molta mà d'obra, i se devia considerar en cada obra el muntatge i desmuntatge de les rampes, cosa que incrementava notoriament el temps de realització de les construccions.

### Los toques finales

De esta forma se iban completando y revistiendo todos los escalones que formaban la pirámide hasta llegar a la cima.

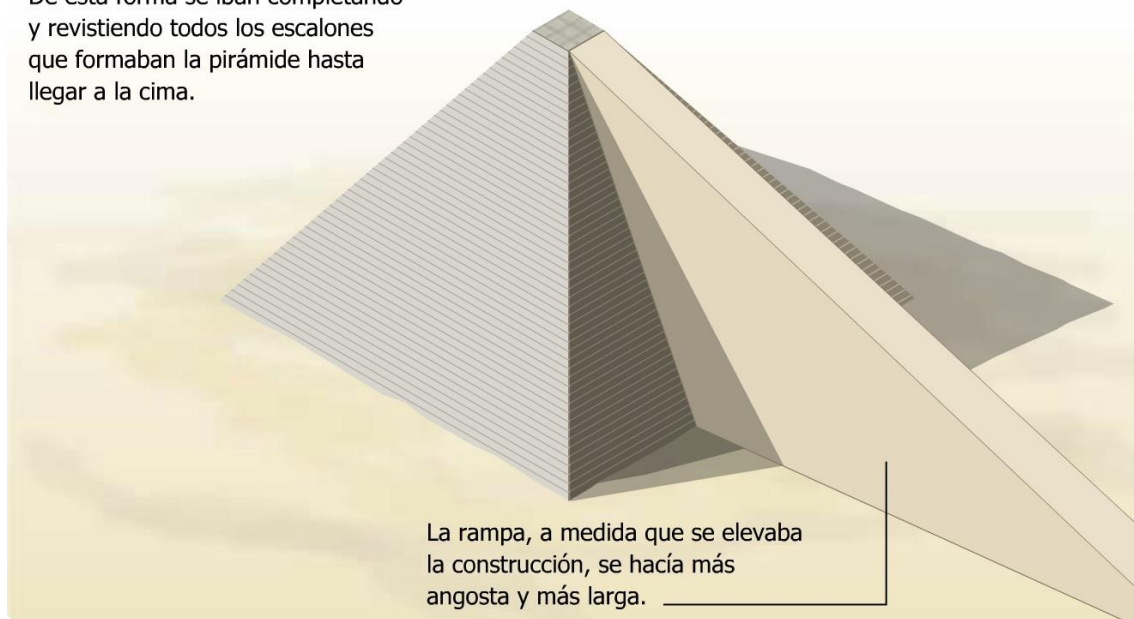


ILUSTRACIÓN 1. RAMPAS AUXILIARES EN LAS PIRÁMIDES

Ante la necesidad de poner solución a un claro problema de logística, las primeras grúas empiezan a aparecer en Grecia entre los siglos VI – V a.C., y acaban siendo desarrolladas por los romanos. Las grúas más tempranas fueron un sistema tan simple como una cuerda pasada por una polea para aprovechar la gravedad del peso humano para elevar el elemento que se encontraba en el otro extremo de la cuerda. Es el mismo sistema que se utilizaba para sacar agua de los pozos, no ofrece ninguna ventaja mecánica, pero cambia la dirección del tirón y cambia un movimiento incómodo e inestable (hacia arriba, aplicando fuerza con brazos, hombros y trapecios) a un movimiento más fluido, fácil y estable (hacia abajo, haciendo trabajar los músculos dorsales y los bíceps). Empujar hacia arriba con una mano genera 150N de fuerza, mientras que estirar hacia abajo genera cerca de 250N de fuerza.

Pese a los muchos cambios que adoptó la grúa para diferentes situaciones a lo largo de la historia, los sistemas de seguridad no fueron incorporados al producto hasta finales del siglo XVIII.

## Ventaja mecánica

Hacia finales del siglo XIX, poco antes de que la energía de vapor monopolizara la industria, los dispositivos de elevación accionados por humanos llegaron a ser tan elaborados que un hombre podía levantar un carro de 15 toneladas con una sola mano. Cualquier dispositivo de elevación empezaba a cumplir con un requisito mínimo, la ventaja mecánica (mA), factor que define la capacidad de multiplicar la fuerza de entrada para una mayor fuerza de salida.

En la teoría, la ventaja mecánica (mA) = cociente de velocidad (VR), de modo que en una máquina con una ventaja mecánica de 2:1, la fuerza de la entrada es la mitad de la fuerza de salida, pero se debe ejercer sobre el doble de distancia para poder maniobrar. Se puede apreciar este tipo de proporciones en las ilustraciones de la ingeniería civil en la construcción de acueductos, por ejemplo, donde se ven cómo las cuerdas de sujeción y manipulación se encuentran a distancias que duplican, como mínimo, la altura máxima de la grúa.

La ventaja mecánica de las grúas fue evolucionando como cualquier tecnología: añadiéndole nuevos elementos. Alrededor del siglo IV a.C. se incorporó la polea compuesta, que aún se utiliza hoy en día. Se trata de la combinación de poleas en un mismo bloque, y proporciona una ventaja mecánica igual a la cantidad de poleas usadas. Así, al ejercer una fuerza de 50N sobre una polea triple nos encontramos con una fuerza de elevación final de 150N (proporción 3:1), pero a su vez hay que tener en cuenta que esta proporción se aplica también a la cantidad de cuerda necesaria, ya que se triplicaría la distancia a recorrer, luego la cuerda sería tres veces más larga.

Las desventajas de las poleas compuestas son, entonces, la distancia a recorrer y el tiempo que tardas en hacer ese recorrido, es decir, la velocidad de trabajo. La deducción rápida y fácil que se puede sacar del sistema de poleas compuesto, es que cualquier número de poleas puede ser válido mientras los metros de cuerda sean suficientes, pero debido a la fricción que generaban las estructuras antiguas (se usaba metal poco pulido para las poleas, había mucho roce en madera mal lijada y/o astillada por falta de tratamientos superficiales...) el número de poleas fue limitado a un máximo de cinco, de tal manera que la calidad de las cuerdas no se viera comprometida con tanta facilidad. Se normalizó con el nombre de

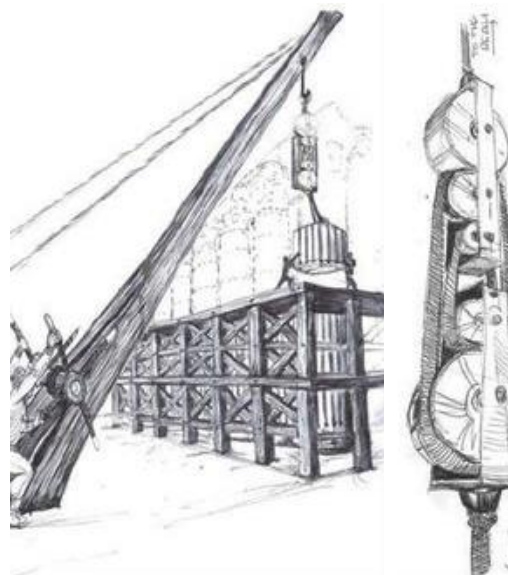


ILUSTRACIÓN 2. PENTASPASTOS EN USO

### Pentaspastos

Cuando un solo sistema de cinco poleas no era suficiente para la obra a realizar, se incorporaban juegos independientes de 3 o 5 poleas con diferentes cuadrillas operando cada uno, y aumentaban su potencial cuando varios hombres tiraban de cada cuerda. La fricción que se generaba por las grúas romanas y medievales provocaba una pérdida de potencia del 20% como máximo.

A partir de este sistema se desarrolló una estructura que permitía elevar las poleas (y en consecuencia el elemento a desplazar), fijarlas a cierta altura y manipular las cuerdas del sistema desde la plataforma de contrapeso que inmovilizaba la grúa.

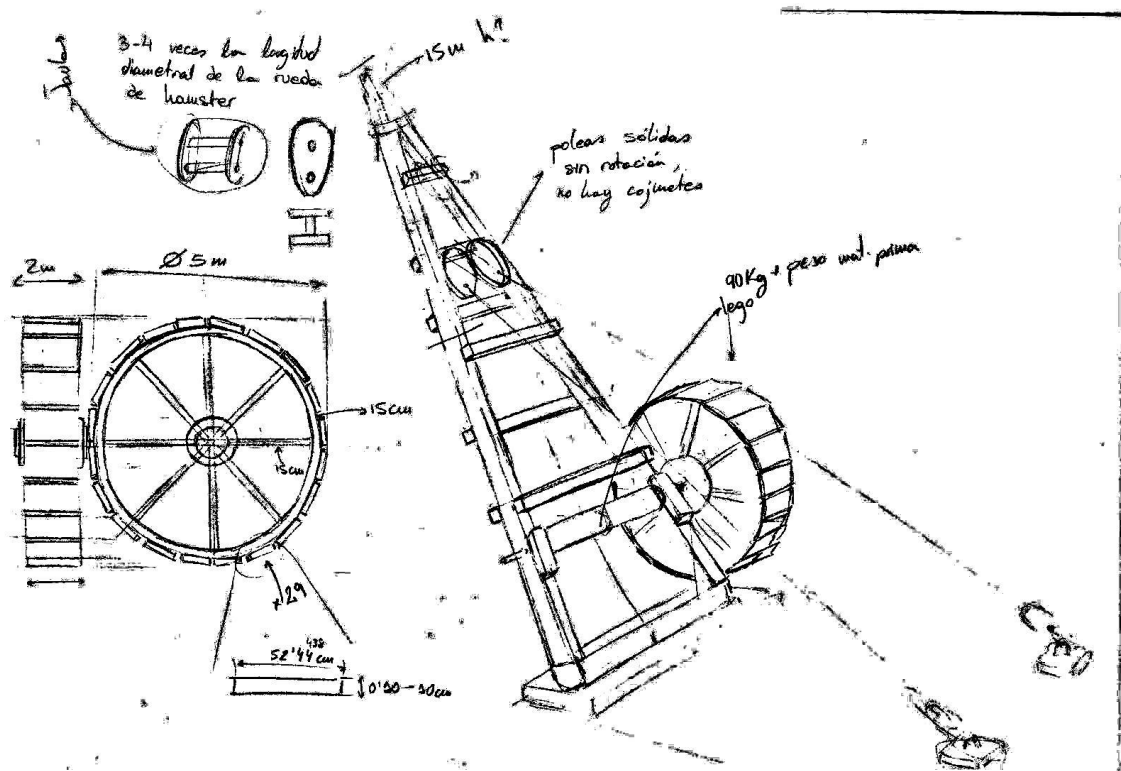


ILUSTRACIÓN 3. CROQUIS DE CONCEPTO DE GRÚA POLISPASTOS CON RUEDA DE TRACCIÓN.

## 4.2. Avances tecnológicos, sistemas de elevación de cargas

Las siguientes incorporaciones a la grúa como innovación tecnológica fueron el **chigre** (también denominado torno) y el **cabrestante**, que fueron inventados en el mismo periodo de tiempo que la polea compuesta, pero se emplearon en las grúas de forma más tardía.

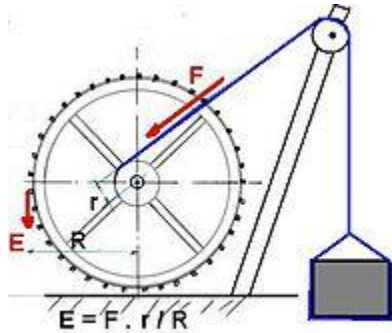


ILUSTRACIÓN 4A. SISTEMA DE ELEVACIÓN POR TORNO

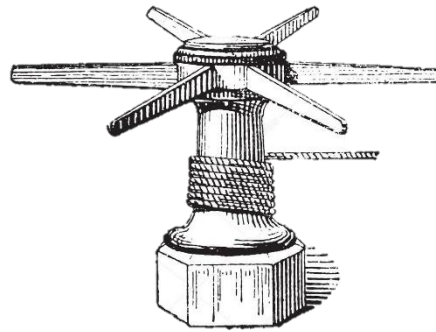


ILUSTRACIÓN 4B. CABRESTANTE

Mientras que el torno tiene un árbol horizontal, el cabrestante tiene un árbol vertical, más ergonómico para la tarea que le impusieron. Ambos, pero, utilizaban palancas insertadas en el tambor por pequeñas ranuras para así obtener ventaja mecánica en el esfuerzo a aplicar en la rotación circular.

### Ventaja mecánica circular

Contar con un eje de radio 5cm que tiene incorporadas unas palancas de 30cm de longitud, implica una ventaja mecánica de 6 a 1 (6:1), es decir, por cada Newton de fuerza que se aplica en el extremo exterior de las palancas, se transmiten 6 Newtons de fuerza en el árbol de la rotación. Así, una sola persona en este caso operando en un torno sería capaz de levantar hasta 6 veces más carga que con un sistema de tracción de cuerda.

Los romanos empezaron a combinar los distintos sistemas de elevación de cargas que desarrollaron, y las cuerdas, poleas y cabrestantes ofrecían, combinados, una potencia de tracción que les reducía la cantidad de esfuerzo en el trabajo a gran escala a los romanos. Un solo hombre operando con un pentaspastos ofrecía una fuerza de 50kg en el torno y podía levantar hasta 1500kg (recordemos la ventaja de 5:1 de las poleas y la ventaja de 6:1 del torno,  $50 \text{ kg} \times 6 \times 5 = 1500 \text{ kg}$ ); mientras tanto, los egipcios seguían necesitando de 30-60 hombres para elevar 1500kg sobre una rampa.

### Treadwheels o ruedas de tracción humana

El siguiente salto tecnológico que se desarrolló en las grúas fue la rueda de tracción humana, también conocida como treadwheel; la primera aparición de la que se tiene constancia está

fecha en el año 230 a.C y siguió siendo un elemento trascendental en el funcionamiento de las grúas hasta la segunda mitad del siglo XIX.

Este complemento del sistema de elevación solía tener un diámetro de entre 4 metros y 5 metros de diámetro, y daba una mayor ventaja mecánica que cualquier torno o cabrestante debido a la diferencia de radios entre la rueda y el eje de giro. Además, también hay que tener en cuenta que la energía que es capaz de generar una persona con el brazo y el hombro se ve substituida por una mayor cantidad de energía generada, esta vez, por una persona caminando en el interior de la rueda a paso normal para accionar el mecanismo de rotación. Poniendo un ejemplo, si el radio de la rueda es de 200cm y el tambor tiene un radio de 15cm, la ventaja mecánica quedaría con un valor de 13'3:1.

$$\text{ventaja mecánica: } 200/15 = 13,33 \dots$$

Con esta ventaja mecánica vemos que una sola persona dentro de la rueda operando un pentaspastos y ejerciendo una fuerza de 50kg sería capaz de levantar un total de 3.300kg aproximadamente, esto son más de 3 toneladas accionadas en la grúa por un solo operario. Eso es 70 veces más peso de lo que una persona podría levantar con una polea simple. Aunque no olvidemos que la distancia de desplazamiento se multiplica por la ventaja mecánica obtenida en cada caso.

$$\text{ventaja mecánica} \times n^{\circ} \text{ de poleas} \times \text{fuerza inicial} = \text{fuerza resultante}$$

$$13,33 \times 5 \text{ poleas} \times 50N = 3.332,5$$

Hay registro de grúas portuarias de la Edad Media hacia delante, equipadas con dos ruedas de tracción humana, proporcionando la capacidad de elevar hasta 7 toneladas de peso. Además, algunas de estas ruedas de tracción humana eran lo suficientemente anchas como para que pudieran entrar dos personas a caminar en su interior, luego en las circunstancias de fuerza aplicada planteadas anteriormente, nos encontraríamos con un accionamiento de la grúa por 4 operarios, capaces de mover hasta 14 toneladas (proporción comparable a una grúa moderna de la actualidad). Incluso recordando la pérdida energética del 20% por la fricción generada, la cifra sigue siendo muy elevada, rondando las 11 toneladas.

### Torres de elevación

Un método para elevar obeliscos de hasta 500 toneladas era mediante las torres de elevación colosales, accionadas por humanos y animales de tiro mediante múltiples cabrestantes. No hay muchos registros documentados de las dimensiones máximas de las torres, pero el obelisco de mayor altura registrado es el "Lateranense", ubicado en la Piazza de San Juan de Letrán (Roma), con una altura de 45,70 metros, y las torres de elevación tenían que ser más altas que el objeto que estaban manipulando.



La información más detallada sobre las torres viene de un ingeniero, **Domenic Fontana**, que fue el constructor principal del Vaticano, y en 1586 escribió *El traslado del obelisco del Vaticano*, donde documentó cómo el obelisco del circo Máximus, con un peso de 344 toneladas, se movió delante de la Basílica de San Pedro recién construida. Éste fue elevado usando una torre de elevación de madera de 27,3 metros de alto, un total de 40 cabrestantes, 800 hombres y 140 caballos, y este proceso, según el ingeniero Fontana, se realizó en un tiempo aproximado de 14 horas como documenta en su libro.

Así como las grúas de polispastos eran máquinas que se montaban y desplazaban cerca del elemento que querían manipular, para permitir su elevación y/o desplazamiento, las torres de elevación eran estáticas, es decir, se construían alrededor del elemento a manipular y no tenía como función desplazarlo, sólo levantaba la estructura (por ejemplo, un obelisco que se tenía que incorporar en posición vertical).

Su estructura era más parecida a un andamio de obra, usando de ejemplo el mencionado obelisco, ésta se construía a ambos lados de la columna con pasarelas y múltiples puntos de ubicación para grandes poleas, y desde los diferentes niveles de las torres se accionaban las cuerdas para elevarla.

### **Reinvención de las grúas en la Edad Media**

Tras la caída del Imperio Romano de Occidente, las grúas con torno no volvieron a verse en funcionamiento hasta finales del siglo XII, y las ruedas de tracción reaparecen en el siglo XII en Francia y en el siglo XIV en Inglaterra, un poco más tarde que los molinos de viento y de agua. Además, la mayor parte de los escasos registros se ven en pinturas e ilustraciones de manuscritos.

Su uso se convirtió en un medio necesario para la construcción de iglesias góticas y catedrales, mucho más altas que los monumentos romanos, y el cambio de condiciones de ubicación (empezamos a ver estas construcciones en montañas, desfiladeros, al borde de precipicios junto al mar, localizaciones complejas de cara a llevar a cabo una obra) influyó en el tipo de uso que se les dio a las grúas: en la mayor parte de los casos, las grúas eran instaladas dentro del edificio (hasta la caída del imperio habían estado siempre en el exterior) y conforme la obra avanzaba se iba elevando y desplazando lateralmente, las montaban y desmontaban en múltiples ocasiones a lo largo de la construcción.

A diferencia de los polispastos originales, estas grúas quedaban interiorizadas, por eso hay catedrales e iglesias que tienen en su estructura interna ruedas de tracción, que se incluían en el diseño de la arquitectura del edificio (véase la Ilustración 5 como referencia del concepto).

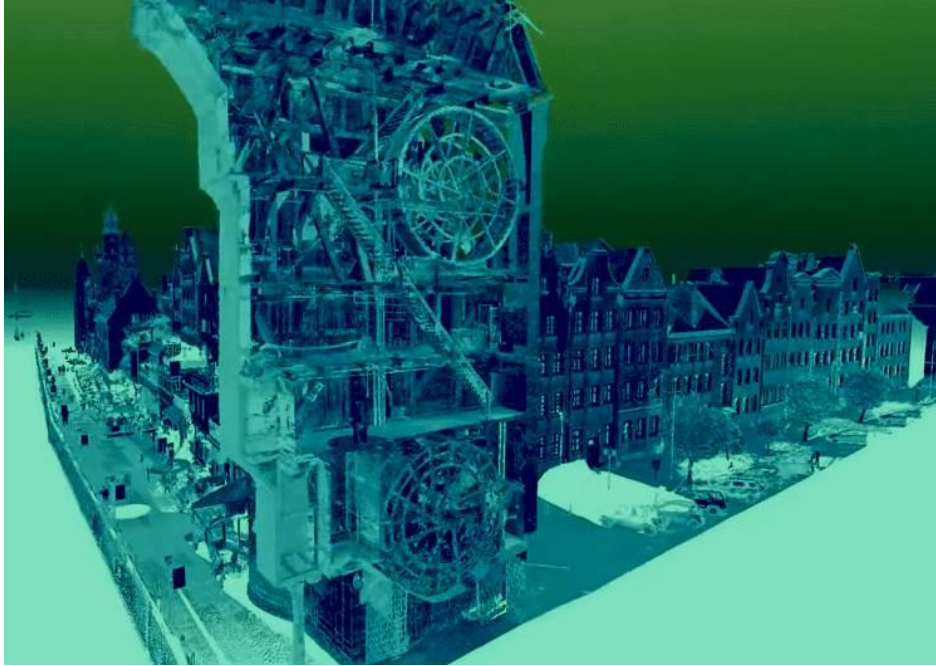


ILUSTRACIÓN 5. INTERIOR DE LA GRÚA DE GDANSK

### Grúas de puerto

Las grúas de hoy pueden dar una vuelta de 360 grados y mover la carga horizontalmente a lo largo del brazo. La primera evidencia documentada de grúas con la capacidad de girar sobre su propio eje fecha del siglo XIV, fenómeno que potenció la reducción del tiempo de los ciclos de trabajo, así como las actividades necesarias para llegar al objetivo (eliminó actividades hacia los operarios).

En cuanto al movimiento horizontal de la carga, consta su primera aparición en 1666, realizada por el francés Claude Perrault, que contenía una carretilla que se desplazaba mediante un sistema de sogas que se enrollaban y desenrollaban según convenía. El origen de estos sistemas de movilidad reside en la aparición de las grúas portuarias. Este primer tipo de grúa portuaria estaba más bien orientada a la extracción e incorporación de barcos desde la orilla al puerto o del puerto a la orilla, respectivamente.

La Edad Media trajo consigo una nueva interpretación al modelo hasta ahora visto de la grúa: aparece la grúa estacionaria de puerto accionada no por una sino dos ruedas de tracción que, a diferencia de las grúas de obra de 4-5 metros de diámetro, contaban con un diámetro de más de 6,5 metros. Este último dato se aplicó con el fin de conseguir mayores velocidades de trabajo, ya que el objetivo de las grúas portuarias era cargar y descargar las mercancías de los barcos en el menor tiempo posible, y no focalizaban en conseguir un desplazamiento continuo, lento y estable para mover cargas tan elevadas como las mencionadas anteriormente (la carga de mercancías no era tan pesada como la elevación de obeliscos i bigas macizas).

Las primeras grúas eran estructuras de madera que giraban en un eje vertical para orientar el desplazamiento de las cargas; las últimas ya se construyeron como edificios, torres de ladrillo en los que sólo rotaban el casco y el brazo de carga. Las grúas portuarias más potentes



medían 3 metros de ancho cada una de las ruedas de tracción, accionadas entre 3-4 operarios (ejemplar encontrado en Londres, 1850).

### Grúas de hierro

En 1834 se hicieron dos cambios clave en los modelos de grúa: primero, se sustituyó la madera de todas las estructuras por piezas hechas de hierro fundido; en segundo lugar, se inventó el cable de alambre, el cual sustituyó a la cuerda de fibra natural o la cadena de metal por sus mejores propiedades mecánicas (es lo que conocemos hoy como alambre de acero). 17 años después la tercera innovación que cambió todo fue la grúa accionada por vapor. Gracias a esta adaptación, cualquier carga podía ser levantada a cualquier velocidad siempre y cuando el motor lo soportara. A partir de esta innovación tan sólo fue cuestión de tiempo ponerle ruedas a la base para optimizar su desplazamiento.

La primera y evidente diferencia entre la grúa polispastos original y la grúa de hierro es el cambio de la materia prima que se utilizaba para construirla. Debido a este cambio, la estructura cambió también su morfología, simplificándola, puesto que ya no era necesario reforzar las vigas principales con sistemas triangulares, y aparecieron formas curvadas que se reforzaban en el interior y eran más resistentes. Este nuevo modelo era la versión más optimizada del concepto de grúa medieval, pese a que en su origen era una estructura estática hasta incorporarle ruedas.



ILUSTRACIÓN 6. GRÚA MEDIEVAL DE HIERRO

### 4.3.Sistema de poleas

Empecemos por definir el término sobre el que se va a hablar en este apartado: para aquellos que no conozcan el producto, una polea es una rueda que contiene una ranura o canal en su periferia y que gira alrededor de un eje por su centro. Esta ranura se utiliza para que pase una cuerda que permite vencer una carga ( $R$ ), atada a uno de sus extremos, mediante la aplicación de fuerza ( $F$ ) en el otro extremo. Se conoce como un sistema de transmisión lineal.

A continuación, veamos los tipos de poleas que encontramos:

**Polea fija:** se trata de una única polea sujeta en algún lugar, que no ofrece ventaja mecánica alguna, pero sí que proporciona un cambio de sentido de la fuerza. De este modo se facilita el levantamiento de cargas como bien se explica anteriormente (página 8, párrafo 2). En este caso,  $F=R$  para que podamos elevar la carga en cuestión. Es decir, no hay ventaja mecánica, si queremos elevar 20Kg de carga aplicaremos una fuerza equivalente a 20Kg, pero este sistema cambia la orientación de la aplicación de la fuerza de tracción ascendente a descendente.

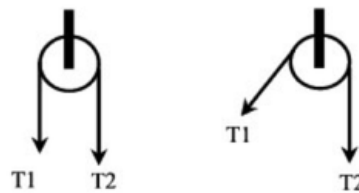


ILUSTRACIÓN 7. POLEA FIJA

**Polea móvil:** hablamos de un juego de dos poleas, una de las cuales es fija y la otra puede moverse.

La polea móvil dispone de un gancho que le permite mover la carga consigo cuando se tira de la cuerda. Pero la ventaja que ofrece en este sistema es que el esfuerzo empleado para elevar la carga es la mitad que el que se emplearía si utilizáramos una polea fija. En cuanto a la cuerda, ésta tendrá que doblar su recorrido/longitud, pero podrá ser la mitad de resistente porque se le aplicará la mitad de fuerza.

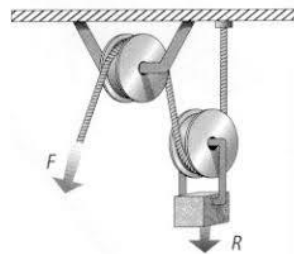


ILUSTRACIÓN 8. POLEA MÓVIL

**Sistema de poleas compuestas:** La siguiente forma en la que aparecen las poleas es en sistemas compuestos, formados por varios juegos de poleas coordinadas que ofrecen una gran ventaja mecánica (que depende del número de poleas empleadas). Se trata de un conjunto de poleas fijas y móviles, de diámetro decreciente y ejes paralelos entre sí que se montan sobre la misma armadura; también se le conoce como POLISPASTO, mencionado anteriormente (*página 10, párrafo 1*). Pese a que en realidad puede presentarse de muchas formas, el modelo standard contiene el mismo número de poleas fijas que móviles.

Un extremo de la cuerda se sujeta al gancho de la armadura fija y se pasa alternativamente por las ranuras de las poleas (de menor a mayor diámetro en el caso del polispasto).

La expresión que nos indica el esfuerzo final a realizar para vencer la carga en cuestión, en el caso de un sistema polispasto es la siguiente:

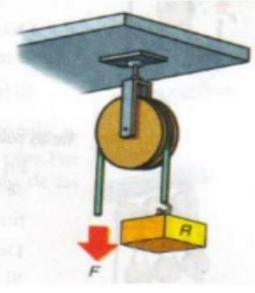

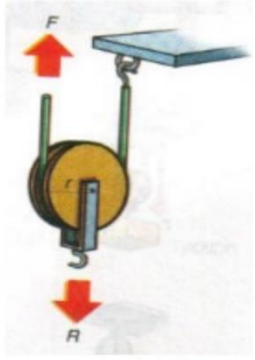

Tipo de Polea	Fórmula	Tipo de Polea	Fórmula
<b>Fija</b> 	$F = W$	<b>Sistema de Poleas Potencial</b> 	$F = W / 2^n$
<b>Móvil</b> 	$F = W / 2$	<b>Sistema de Poleas Factorial</b> 	$F = W / (2 \cdot n)$
<b>Nota:</b> n: número de poleas móviles en el sistema F: Fuerza a realizar W: Peso a levantar			

ILUSTRACIÓN 9. FORMULARIO DE CÁLCULOS DE FUERZA DE POLEAS.

En el ejemplo 4, nos encontramos que tenemos que elevar 100kg de carga, contemplando un polispasto de 2 poleas fijas, la carga es cuatro veces menor ( $2n = 2 \times 2 = 4$ ;

$F_a = F_r/4$ ;  $F_a=100\text{kg}/4=25\text{kg}$ ), suponiendo entonces un esfuerzo inicial equivalente a 25kg para poder elevar la carga especificada. El polispasto también puede verse en distribución horizontal.

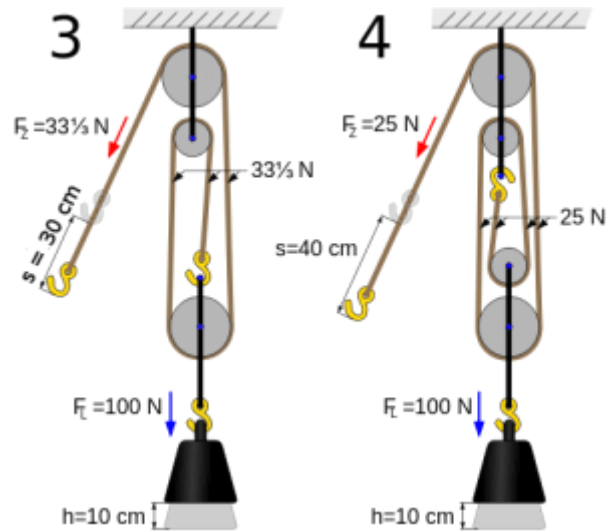


ILUSTRACIÓN 10. CÁLCULOS DE DISTRIBUCIÓN DE CARGAS.

### Casos de sistemas de poleas diferentes (cálculos)

#### Polispastos complejos

Cuando un sistema de poleas no cumple el requisito en que todas las poleas móviles se desplazan hacia el anclaje (no necesariamente a la misma velocidad), este sistema se conoce como sistema complejo de poleas. En esta clase de juegos de poleas, éstas pueden desplazarse en sentido inverso a la carga.

Para determinar la ventaja mecánica en este tipo de conjuntos de poleas, utilizamos lo que se conoce como el **sistema de las "T"** (*The T System*). Este sistema permite determinar la ventaja mecánica para cualquier clase de sistema de poleas, ya sea simple, compuesto o complejo, y funciona de la siguiente forma:

- La tensión "T" será siempre una unidad, siendo ésta la tensión que puede aplicar una persona o equipo a un polispasto.
- La tensión "T" siempre tiene el mismo valor a ambos lados de la polea.
- Las tensiones se suman en el vértice de cada polea debido al "efecto polea":  $T+T = 2T =$  tensión que la polea soporta.
- Siempre se empieza a contar el nº de "T" desde el extremo del polispasto que recibe la tracción inicial.

## 5. Reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D

### 5.1. Sobre la tecnología de impresión 3D

La tecnología de impresión en 3D nace en el año 1976 con la invención de la impresora tradicional o de tinta (2D). Con el paso del tiempo se hicieron algunos cambios y se aplicaron nuevos avances tecnológicos. La impresión en tres dimensiones (X, Y, Z) nace de la mano y mente de Charles W. Hull, cofundador, vicepresidente ejecutivo y director de tecnología de *3D Systems* en 1983, quien tuvo la idea e inventó la **estereolitografía**, un proceso de impresión que permite que un Objeto en 3D se cree a partir de datos digitales. Es aquí donde la tinta se ve substituida por materiales sólidos (y la mayor parte de ellos, hasta la fecha, polímeros).

Esta tecnología ha ido adquiriendo con el tiempo diferentes aplicaciones: prototipos de prueba antes de lanzar un producto, esculturas, complementos decorativos... la estereolitografía quedó definida como un método para fabricar objetos sólidos mediante la "impresión" sucesiva de capas finas del material curable por luz ultravioleta, una encima de la otra. En la patente de Hull, un haz de luz ultravioleta concentrado se proyecta sobre la superficie de una cuba llena de fotorpolímero líquido (el material que se usa para la realización de la impresión) y, bajo el control de la computadora, este haz se mueve dibujando cada capa del objeto sobre la superficie del líquido. En los puntos en que el haz golpee la superficie, el fotorpolímero polimeriza y cambia de estado líquido a un estado sólido.

Todo este proceso se realiza mediante la manipulación de un software muy avanzado de CAD (Computer Assisted Design) basado en el formato de archivo STL (Standard Triangle Language) que define geometría de objetos 3D, excluyendo información como color, texturas o propiedades físicas que sí incluyen otros formatos CAD. Este software fue creado también por 3D Systems.

## 5.2. Posibilidades de cara al prototipo de la grúa

### 5.2.1. Extrusión de plástico (FDM - FFF)

Las impresoras por extrusión son las más comunes y más utilizadas en el mundo. Son conocidas en la comunidad de impresión 3D como FFF, fabricación por filamento fundido. Aunque es posible que también hayas oído FDM, modelado por deposición fundida.

Al igual que el resto de las impresoras, funcionan dividiendo el objeto en capas. La diferencia entre unas y otras es la forma de generar las capas y el tipo de materiales que utilizan. En este caso se utiliza un extrusor y termoplásticos como materia prima (este último suele ser frecuente en forma de ABS o PLA). El material fundido pasa por una abertura circular y sale en forma de hilo. Los polímeros termoplásticos se vuelven deformables o flexibles si se le expone a una fuente de calor, se derrite cuando se calienta y se endurece cuando se vuelve a enfriar.

En la impresión FFF se utilizan termoplásticos en forma de bobina de filamento. En el mercado se pueden encontrar rollos de 1,75 mm y de 3mm de diámetro, dependiendo del extrusor que se vaya a usar.

Existen muchos materiales que se pueden utilizar. El más común y recomendado para empezar es el PLA (ácido poli láctico). Es un material biodegradable y al utilizarse no desprende apenas olor. Otra opción es el ABS. Este material es un derivado del petróleo y es más difícil de utilizar. Cada material tiene sus propiedades, ventajas e inconvenientes. Existen materiales flexibles, de nylon, con partículas de madera, aleaciones con metales como el cobre o el hierro... Por lo tanto, con cada material habrá que configurar la impresora de una forma determinada.

### 5.2.2. Tecnología SLA vs. FDM

#### **MATERIAL PROCESADO**

- FDM: Se utiliza el PLA y ABS la mayor parte del tiempo, pero también se ha puesto en uso la producción de impresiones con PETG, Nylon, y se han desarrollado materiales compuestos como el PC+ABS, y el PLA con posibilidad de adición de diversas fibras (vidrio, cobre, carbono, fibra conductiva, acero y madera). La mayoría de impresoras FDM utilizan modelos estándar de bobinas con filamentos de diámetro de 1,75mm ó 2,85mm en función del tipo de movimiento (cartesiano o delta) y del tipo de extrusor.
- SLA: resina fotosensible y foto-polímeros líquidos

#### **PRECISIÓN DEL ACABADO**

- FDM: los acabados buenos aparecen con capas de 0,1 mm, pero siempre y cuando las piezas impresas no tengan partes con formas muy complejas (entiéndase, con un detalle de grosor inferior a la capa mínima mencionada). Aunque este tipo de tecnología está limitado por el diámetro del Nozzle. En ocasiones es más práctico desarrollar los soportes de la pieza con materiales

solubles, como el PVA (soluble en agua) o el HiPS (soluble en D-Limoneno); de esta manera no hay que preocuparse por conseguir un acabado superficial uniforme.

- SLA: la precisión de las impresoras con tecnología SLA es muy alta, incluso con formas complejas, debido a que el diámetro del láser que solidifica la resina es muy pequeño. Por ejemplo, la impresora de SLA *Form 2* puede realizar piezas con alturas de capa de 0,025 mm, consiguiendo directamente piezas finales y funcionales.

#### ADHERENCIA/ELIMINACIÓN DE SOPORTES

- FDM: lo habitual en este tipo de impresión, la adhesión a la base no sea un problema; incluso para materiales muy propensos al *warping*, como el PP, existe un *Smart Stick* que soluciona el problema sin usar precinto de PP. La retirada de cualquier material de la base de una impresora FDM es tan simple que se puede hacer hasta de forma manual.
- SLA: la adherencia no es un problema, pero se necesita invertir más tiempo y esfuerzo a la hora de retirar las piezas de la base de la impresión, utilizando una espátula especial para ello. A parte, al estar trabajando con resina hay que ponerle dedicación a retirar los restos del contorno de la pieza, invirtiendo tiempo en limpiarlas con algún alcohol específico.

#### POST-PROCESADO

- FDM: solamente hay que eliminar los soportes y es muy sencillo, incluso se puede lijar para mejorar los acabados.
- SLA: con la tecnología de estereolitografía se debe eliminar la capa superficial de resina sin solidificar en un baño de alcohol isopropílico o en un centro de lavado como el *Form wash*. Casi todas las resinas, en su acabado final, se pueden lijar y pintar.

### 5.2.3. Tecnología SLS

La tecnología SLS es un método de manufactura con la que se pueden fabricar piezas por adición mediante un proceso de impresión multi-agente. En este proceso, un agente fundente se aplica sobre una capa de material cuyas partículas se funden. Después se aplica un agente detallante, que modifica la fusión generando superficies suaves con alto nivel de detalle. Para el acabado, la pieza se expone a una fuente energética que desencadena reacciones de integración entre los agentes y el material dando por finalizada la pieza. Cuando el proceso de impresión ha concluido, la caja de construcción se retira de la impresora. Se extraen cuidadosamente las piezas de la caja y se procede a eliminar por aspiración y cepillado el polvo y las impurezas. Es lo que se conoce como Sinterizado de Láser Selectivo (a partir de polvo de poliamida).

Estos equipos admiten unas dimensiones máximas de **250 x 250 x 250 milímetros** para la impresión en bruto.

## **VENTAJAS DE LA IMPRESIÓN POR SLS**

La tecnología de SLS es la más rápida para la fabricación de piezas tridimensionales de plástico. En comparación con la técnica de Fused Deposition Modelling (modelado por deposición de material fundido), el sistema SLS puede imprimir en 3D hasta 10 veces más rápido. El plástico para el sinterizado láser es un material fácil de utilizar tanto para principiantes como para experimentados profesionales gracias a su alta precisión y su reducido coste. Las principales ventajas de esta tecnología son la gran versatilidad en cuanto al diseño y la rapidez en la fabricación.

### **5.2.4. Tecnología SLA vs. SLS**

SLA: se refiere a la Estereolitografía, proceso en el que, mediante la aplicación de un láser sobre la superficie que define el modelo, sobre un foto-polímero líquido, capa por capa, éste se transforma en plástico sólido. Cada capa es diferente y un modelo 3D se produce sobre una placa perforada en el baño de foto-polímero. Hoy día el SLA permite imprimir en una gama de materiales bastante amplia, con buenas propiedades mecánicas. Muchas empresas lo utilizan para fabricar los moldes de silicona y hacer coladas al vacío de poliuretano, pero pese a que se sigue usando la mayor parte del tiempo, la técnica de SLS le está ganando terreno cada vez más.

SLS: Sinterización selectiva por láser. Al igual que el SLA, este proceso utiliza la impresión por capas, aunque en vez de un láser que solidifica un líquido, esta tecnología utiliza un láser, de mayor potencia, que sinteriza polvo de plástico. El material utilizado es la Poliamida/Nylon, aunque también se usa Poliamida con carga de fibra de vidrio o de fibra de carbono.

#### **MATERIAL PROCESADO**

- SLA: resina fotosensible y foto-polímeros líquidos
- SLS: Poliamidas o Nylon en polvo

#### **PROPIEDADES DEL OBJETO IMPRESO**

- SLA: sensible a altas temperaturas, llegando a deformarse por encima de 60 grados centígrados, y presenta baja resistencia a los impactos.
- SLS: imprime objetos resistentes a altas temperaturas y con mayor resistencia a los impactos.

#### **POSTPROCESADO**

- SLA: el acabado final del producto es óptimo, solamente se tiene que limpiar el producto con alcohol para extraer la resina excedente de su alrededor.
- SLS: necesita un proceso de aspiración para retirar todo el polvo polimérico sobrante, y en algunos casos, un pulido superficial manual para terminar el acabado del producto final.



## 6. Propuesta final a desarrollar para la reproducción de una grúa romana a escala mediante impresión 3D

Tras estudiar a fondo y barajar las posibilidades de formato de impresión para la maqueta de la grúa romana, se me ofrecía la posibilidad de imprimir ésta por sinterizado láser gracias a un compañero que me facilitó ayuda y que se dedica al *rapid prototyping*. Esto implicaba:

**Ventajas** – acabados perfectos con detalles inferiores a un milímetro, sin problemas de contracción del material por enfriamiento, reducción del proceso de montaje post-impresión ya que se pueden imprimir partes montadas móviles, impresión sin presupuesto.

**Desventajas** – Tiempo de finalización de la maqueta desconocido, debido a que su impresión depende de la viabilidad de incluir piezas en tiradas de impresión de la empresa.

También se me ofreció, desde el equipo de dirección del proyecto, el uso de las impresoras 3D por extrusión que tienen disponibles en el despacho, lo cual significaba:

**Ventajas** – apoyo y control constante de los resultados de la impresión por parte de los profesores que tutorizan el proyecto, control de la temporización del proyecto para asegurar que ésta termina a tiempo con los resultados deseados, impresión sin presupuesto.

**Desventajas** – mayor probabilidad de problemas de cara a la impresión de piezas finas, debido a la flexión y torsión del producto por la contracción del polímero al enfriarse; adición de la realización de cálculos para la corrección de la deformación de las piezas.

Puesto que el tiempo de impresión por extrusión es mucho mayor que por SLS, se decidió elegir la impresión por sinterizado láser ya que asegura muchos menos errores y, en caso de tener que corregirlo, si se tuviera que repetir alguna impresión se sabría con mayor presteza y se volvería a sinterizar en poco tiempo. La única condición *sine qua non* que implicaba esta elección era dividir la maqueta en varias piezas, ensamblables entre sí, para poder facilitar la colocación de estas piezas en los bloques de impresión de las máquinas (cuan mayor sea la pieza más difícil es incluirla dentro de un bloque, para aprovechar el espacio de impresión que se va a usar para la producción de la empresa).

## 6.1. Idea inicial

### 6.1.1. Concepto

Tras analizar y comparar las diferentes variaciones de grúas de la Edad Media (o Medioevo, comprendiendo el periodo de tiempo entre el siglo V y el siglo XV), se desarrollará el prototipo a escala 1:100 de la grúa con polispasto tradicional, uno de los primeros modelos en aparecer, en concreto el modelo más sencillo.

Esta grúa contaba con una estructura de elevación triangular isósceles de 20 metros de altura y 7 metros de ancho (anexo 10.1.1), una plataforma fija donde se anclaba esta estructura y que contaba con un espacio de contrapeso, y cuatro puntos de anclaje para sistemas de poleas, así como un sistema de elevación de poleas múltiples de tipo factorial (pentaspastos) (anexo 10.1.3).

El sistema de poleas factorial podía ser accionados de varias formas, véase por tracción humana, animal, o por mecanismos de tracción que ofrecían cierta ventaja mecánica a los operarios, y permitía agilizar el trabajo y multiplicar la efectividad de las operaciones. En este caso, se ha decidido implementar en el diseño dos ruedas de tracción con posicionamiento simétrico (visualización en el anexo 10.1.4).

Se plantearán inicialmente dos tipos de poleas para el producto: una polea doble, más simple, para los sistemas de poleas de manipulación de la grúa, y una polea de triple eje para la manipulación y elevación de la carga.

### 6.1.2. Croquizado

En un inicio se planteó un croquis de la estructura principal sobre un soporte plano, de sección rectangular, y de movilidad muy reducida (anexo 10.1.2), pero tras ver que la grúa se convertía en dos vigas estáticas con cierta inclinación que sólo podían elevar y bajar la carga a manipular, se hizo un replanteo de la plataforma.

Ésta, en un segundo planteo de croquizado, fue modificada por dos vigas transversales macizas que, por un extremo, soportaban la grúa y la respectiva carga a manipular, y por el otro extremo ofrecía un espacio para aplicar contrapeso y, de este modo, evitar que la grúa se viese vencida y cayera. También se modificó la viga base de la estructura triangular, que inicialmente era plana, por una viga de sección circular para facilitar el deslizamiento de la grúa sobre la plataforma.

## 6.2.Desarrollo digital y ensamblaje

Premisas para justificar el modelado desarrollado:

- Las formas del modelado 3D serán ideales, no se contemplarán los defectos estéticos ni funcionales de origen natural del material, esto es, nudos, estrías y defectos naturales de la madera.
- Se modelarán dos tipos de clavos de hierro forjado, todos serán iguales en material y dimensiones a excepción de su longitud (el clavo de dimensiones menores será de 0,5m y  $\varnothing = 50\text{mm}$ , y el de mayor tamaño mantendrá el diámetro y su longitud será de 1m); se conjetura que en la Edad Media se normalizaba la producción para agilizar los procesos e incluir el mayor número de usos potenciales para un solo elemento (esto es, en el caso de la grúa que se va a desarrollar, un tipo de tornillo que abarque el mayor número posible de usos potenciales).
- Se reducirá la morfología de los diferentes componentes de las estructuras a formas primarias, con secciones circulares, cuadradas o rectangulares, haciendo presunción de recursos de producción/fabricación limitados.

En cuanto a la proyección de la grúa a su versión a escala 1:100, para la maqueta se ha decidido dividir la parte móvil en tres fragmentos, y se desarrollará un sistema de ensamblaje inspirado en los juguetes de *LEGO*, que encajan entre sí para poder montarlo tras su producción.

Se justificará el modelo de la maqueta en base a fuentes de inspiración gráficas en las que se ha basado su morfología.

### 6.3. Diseño final

El modelo de la grúa que ha sido desarrollado se ha basado en la ilustración 11, que se ve a continuación. El procedimiento de diseño ha sido el siguiente:

En un primer momento, se seleccionó la imagen que se consideró más verídica a la imagen de lo que fueron estas grúas en la Edad Media, se escaló y se hizo un estudio de proporciones para lograr que las distancias fueran coherentes con respecto a las imágenes e ilustraciones encontradas.

Las conclusiones del estudio dimensional fueron las siguientes:

- La grúa presenta una morfología simétrica.
- La estructura de forma isósceles se subdivide en 5 fragmentos por las vigas transversales que contiene como lo que suponemos que es un método de contención de flexión por parte de las vigas grandes.
- La grúa contiene dos timones de bobinado, ubicado a un cuarto de la altura máxima adquirible de la grúa si la estructura triangular estuviera en posición vertical.
- La longitud de las manivelas de agarre es imposible de determinar por la perspectiva que tienen, luego se ha decidido sustituir los timones de bobinado por ruedas de tracción humana, cuyas dimensiones conocemos, y se aproximará al máximo su ubicación con respecto al resto de la grúa.
- Debido a las dimensiones tan pequeñas de las poleas en su escalado para la maqueta, éstas serán escaladas para que se puedan manipular tras su impresión 3D.
- La ilustración de la grúa presenta modelos de poleas que no son de la época, luego se rediseñarán acorde con el periodo histórico que le corresponde.
- La plataforma no presenta una visualización clara de su morfología, pero nos basaremos en la imagen para realizar un desarrollo lo más parecido posible.



ILUSTRACIÓN 11. MODELO A SEGUIR DE GRÚA MEDIEVAL  
POLISPASTOS

### 6.3.1. 3D final de la grúa a escala real

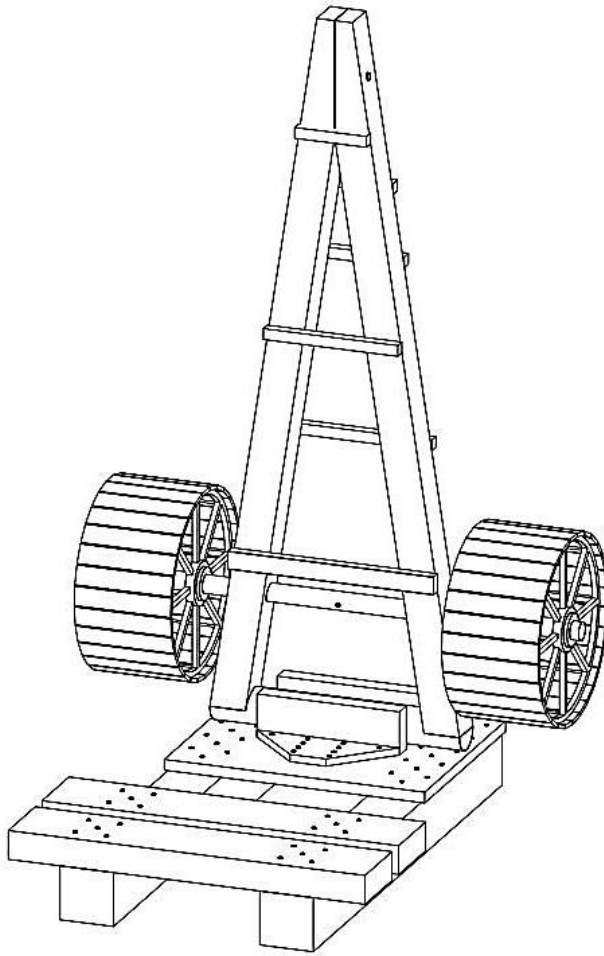


ILUSTRACIÓN 12. MODELO 3D DE LA GRÚA DESARROLLADA

Como se puede comprobar con la imagen anterior, el parecido morfológico de la estructura de la grúa es bastante bueno, cumpliendo uno de los objetivos del trabajo, esto es, trabajar un modelo lo más próximo posible a los registros históricos de este tipo de grúas.

Nuestro modelo se compone de dos partes principales:

**La parte A** - Contiene la estructura superior, que se articula desde su base sobre un eje horizontal, de modo que el extremo más alto sube y baja en un movimiento de rotación controlado por las cuerdas que se ven en la ilustración 11.

**La parte B** - Es la plataforma de soporte que aguanta la parte A por un extremo, y por el otro ofrece una estructura de dos vigas transversales para ubicar contrapeso y evitar de este modo que la grúa venza hacia donde se eleva la carga.

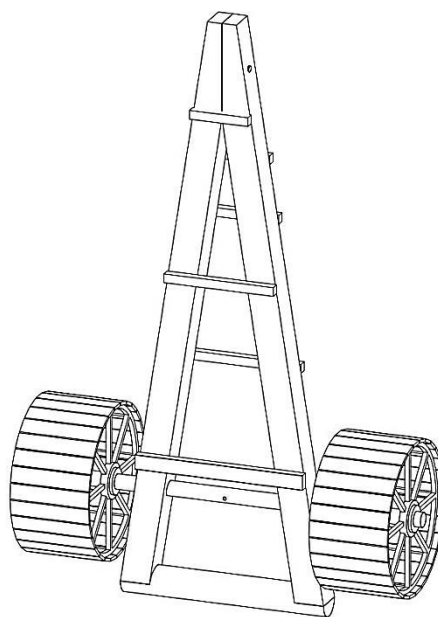


ILUSTRACIÓN 13. PARTE A DE LA GRÚA ROMANA

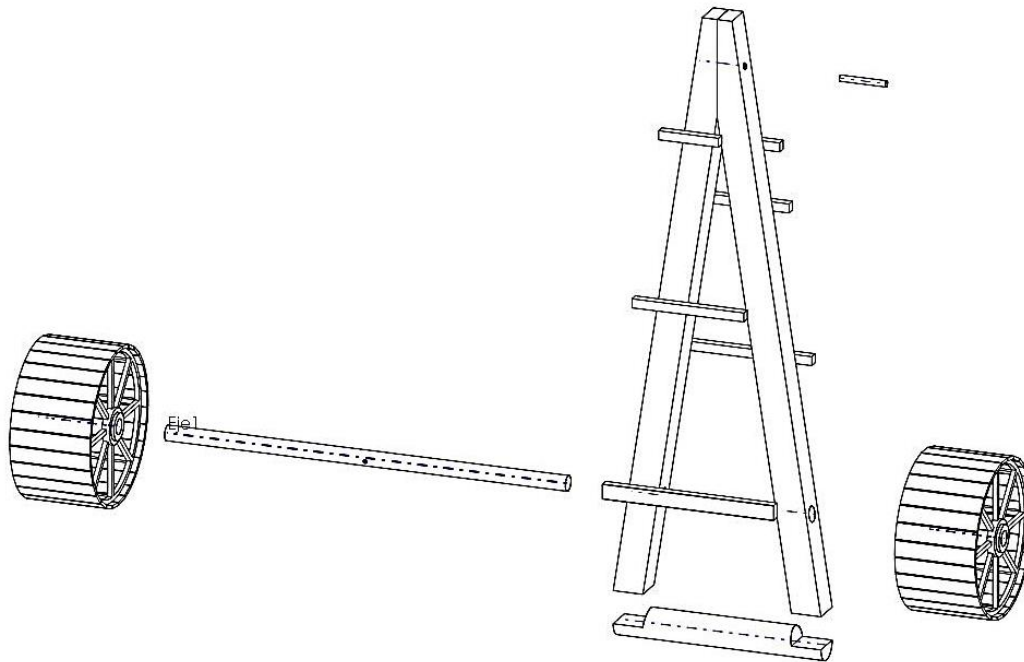


ILUSTRACIÓN 14. EXPLOSIONADO PARTE A

Dentro de la parte A del modelo reconocemos varias partes:

- Las **vigas principales**, macizas, centrales, y son las piezas predominantes de la estructura.
- El **pasador** del extremo superior, que pasa a través de las vigas principales, y es un poco más larga que la distancia interna que cubre. Las vigas se unían entre ellas con cuerdas y clavos, pero debido a su inclinación las cuerdas se escaparían si no hubiera esta pieza a modo de freno en la parte superior.
- Las **vigas secundarias** o de contención, que se encuentran en orientación horizontal y tienen como función principal corregir la potencial flexión o curvatura de las vigas principales, además de corregir la vibración de las cuerdas que pasan por su interior desde las poleas hasta el eje de bobinado.
- Un **eje de bobinado** que también sujeta dos ruedas de tracción en sus extremos. Su función principal es recoger y soltar las cuerdas de manipulación de carga.
- Las **ruedas de tracción humana**, compuestas por una estructura interna circular simétrica y cubierta de 26 tablones de madera a su alrededor. En su interior se ubicaban uno o dos operarios, según el tamaño de la misma, y caminaban en su interior para generar la rotación del eje de bobinado.
- La última pieza es la **viga de sección circular** de la zona inferior de la estructura. Sus extremos están cortados de forma que encaje con las vigas principales.

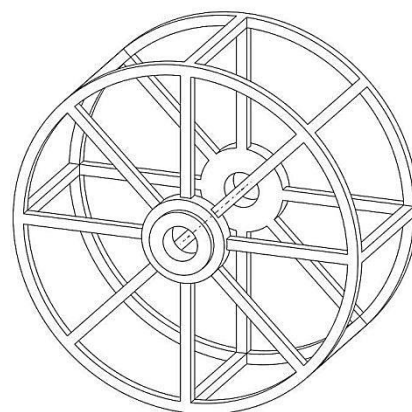


ILUSTRACIÓN 15. DETALLE DEL INTERIOR DE LAS RUEDAS DE TRACCIÓN HUMANA

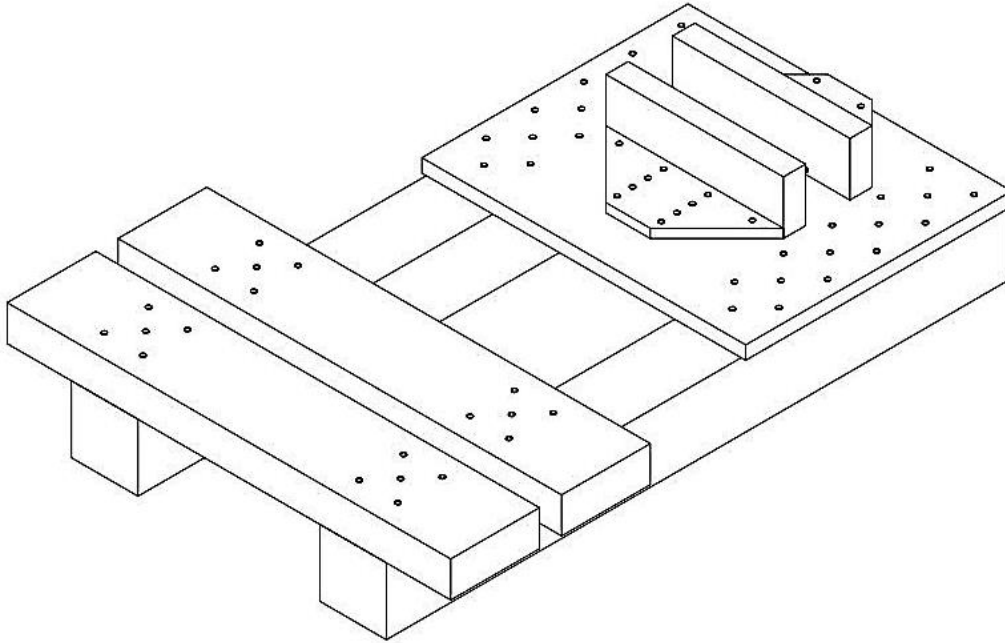


ILUSTRACIÓN 16. PARTE B DE LA GRÚA ROMANA

La parte B del modelo reconoce los siguientes componentes:

- Las **vigas estructurales base**, son las vigas más grandes de la parte B y presentan una sección cuadrada, soportan todo el peso de la grúa.
- La **plancha base**. Se ubica en el extremo norte de las vigas estructurales con el espacio especificado en el plano de despiece 01-01C, y se unen mediante unos clavos de hierro forjado (recordemos que en este proyecto se plantean cotas y formas ideales, pero en la época original lo más probable es que estas medidas fueran todas distintas y los clavos no presentarían patrones exactos de ubicación).
- Los **soportes guía**, colocados sobre la plancha base, que actúan como contención para que no se desplace la estructura de la parte A. De esta forma, la parte A mantiene la posición y logra que su única articulación sea de rotación.

*Nota: se desprecia el desplazamiento lateral de la parte A debido al peso de las piezas.*

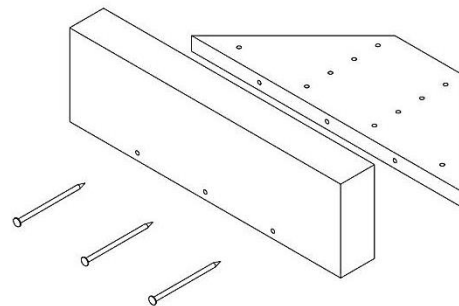


ILUSTRACIÓN 17. DETALLE DE MONTAJE DE LOS SOPORTES GUÍA

Estos soportes se componen de dos piezas unidas por clavos, que quedan en disposición de "L" como podemos apreciar en la ilustración 17.

- Las **vigas de contrapeso**, ubicadas en el otro extremo de las vigas estructurales, que se utilizan para colocar sobre ellas bloques de peso para evitar que venza la estructura por la carga que se quiere manipular, al tratar de elevarla.



## Materiales propuestos para el producto acorde con la Edad Media

Según el trabajo de investigación que se ha realizado, se ha sacado en claro que la materia prima que se utilizaba para llevar a cabo la construcción de estas estructuras era la madera, pero esto es un término muy genérico. Tratando de concretar un poco más en qué materiales eran susceptibles de ser utilizados para estructuras de este calibre, aparece esta lista:

- Abeto
- Madera de balsa
- Madera de cedro
- Ciprés
- Haya
- Madera de nogal
- Pino

Se registra una abundante cantidad de estas clases de especies arbóreas por las fechas de la Edad Media, frecuentadas para producir muebles (en mayor o menor escala) así como infraestructuras de mayor calibre como es, por ejemplo, una grúa. Vemos claros ejemplos de ello en los museos de historia medieval.

Cada uno de los materiales presenta unas propiedades distintas y se tendría que desarrollar un cálculo estructural para ver cuál sería el material idóneo para cada componente, pero se ha hecho una valoración aproximada a mi criterio basado en las fichas técnicas de cada material.

Comparando las propiedades de los diferentes tipos de madera, vemos que la materia prima pierde mucha calidad en las propiedades que nos interesan cuando se trata de cortes transversales a las vetas naturales de la madera, entonces se ha decidido descartar la posibilidad de usar la madera con corte transversal de ningún tipo.

Se ha decidido valorar tres propiedades clave del material para la selección del tipo de madera para cada componente:

- **Densidad.** Es importante saber si el objeto va a pesar mucho porque, por ejemplo, las ruedas de tracción han de ser más ligeras y flexibles que no robustas y pesadas, pero para las vigas principales de la estructura no se contempla tanto su peso como más su capacidad de tolerar tensiones.
- **Módulo de Young.** Es muy importante conocer si un material es más elástico o menos puesto que, dependiendo de su función, la pieza puede necesitar más flexibilidad o menos (por ejemplo, la viga base de la estructura triangular no necesita ser elástica puesto que cuenta con apoyo total, pero la viga de rotación sí que debería ser algo más elástica puesto que se somete a varias tensiones y cargas).
- **Resistencia a tracción.** Las tensiones generadas por las cuerdas y las poleas, así como también la carga a manipular, generan una serie de tensiones que la estructura debe soportar.



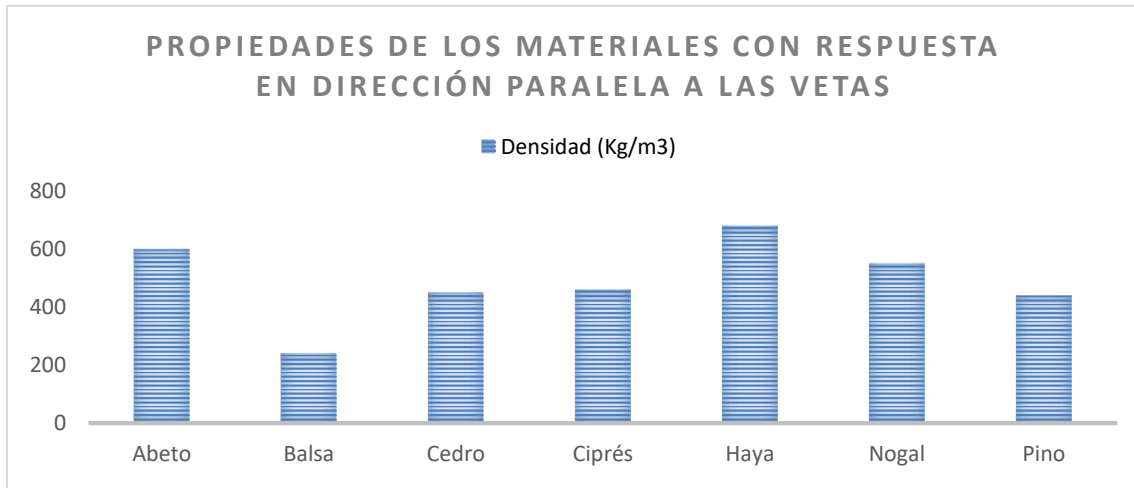


ILUSTRACIÓN 18. COMPARACIÓN DE DENSIDAD DE LAS MADERAS

Material de menor densidad: madera de balsa

Material de mayor densidad: madera de haya

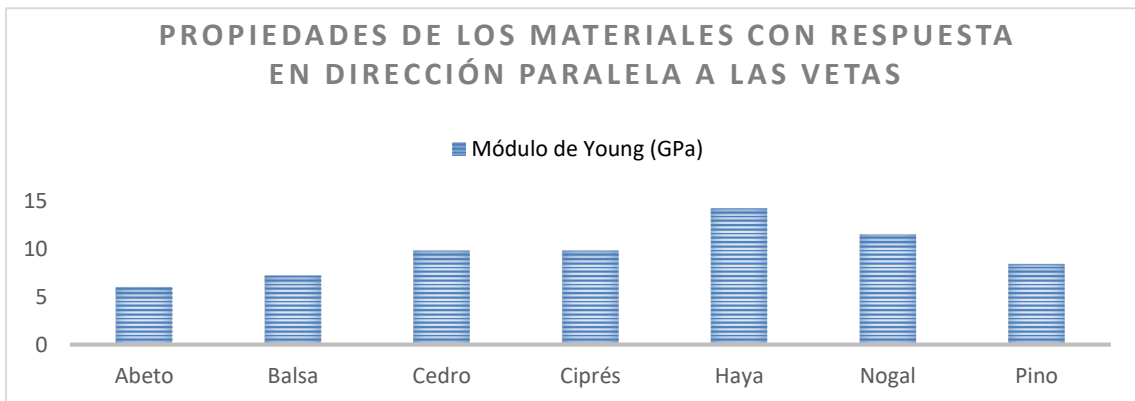


ILUSTRACIÓN 19. COMPARACIÓN DEL MÓDULO DE YOUNG DE LAS MADERAS

Material con menor M. Young: madera de abeto

Material con mayor M. Young: madera de haya

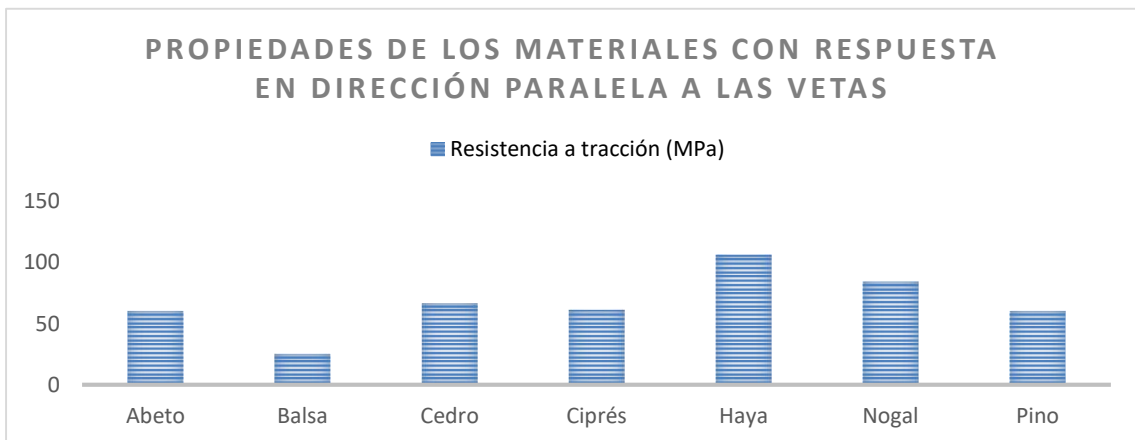


ILUSTRACIÓN 20. COMPARACIÓN DE RESISTENCIA A TRACCIÓN DE LAS MADERAS

Menor resistencia a tracción: madera de balsa

Mayor resistencia a tracción: madera de haya

## Valoración del análisis

Tras comparar las propiedades de los diferentes materiales, se ha concluido que el material idóneo **para los componentes estructurales principales** (esto es, toda la estructura a excepción de las vigas horizontales auxiliares y las ruedas de tracción) **se propone la madera de haya** con corte paralelo a la veta de la madera.

**Para las ruedas de tracción**, se propone utilizar la **madera de balsa**, puesto que se trata de la madera más ligera con diferencia, y presenta un buen comportamiento elástico para lo que tiene que soportar, como es el peso de una persona. De esta forma se reduce el peso de las ruedas y la viga de rotación tendría menos fuerza de fricción con el agujero de las vigas principales y, como consecuencia afín, menor desgaste.

Las **vigas horizontales** auxiliares podrían ser de cualquier madera con propiedades parecidas a las de la madera de haya, pero con una densidad algo menor, para aligerar un poco el peso de la estructura, y así reducir la necesidad de usar un contrapeso de mayor valor para compensar el peso de la misma estructura, y no el peso que se quiere manipular con la grúa. La **madera de Nogal** sería una buena opción.

## 6.3.2. Cálculos del modelo de la grúa romana diseñado

### Ventaja mecánica del modelo

Para poder realizar los cálculos adecuadamente hay que establecer ciertas premisas puesto que el modelo de grúa romana que se plantea contiene 4 juegos de poleas dobles (cada juego contiene dos poleas dobles, independientes entre sí, en la plataforma, que controlan la inclinación de la parte A, así como también un par de poleas triples conectadas directamente a la carga que se quiere manipular. Establezcamos que los juegos de poleas dobles están fijos.

Recordando los cálculos del apartado 4.2 y 4.3 para saber cuál sería nuestra ventaja mecánica en la grúa que se ha diseñado, empezamos por llevar a cabo los cálculos de la rueda de tracción humana.

Radio mayor: 2500mm

Radio menor: 250mm

$$VM = \frac{R}{r} = \frac{2500}{250} = \mathbf{10:1}$$

Vamos ahora con los cálculos de la ventaja mecánica que ofrecen los sistemas de poleas de triple eje que irán en el extremo superior de la estructura de la parte A de la grúa. Contamos con dos poleas triples, una fija y una móvil. Aplicando la fórmula de la ilustración 9, contemplamos que:

$$F = W/2n$$

Donde F=fuerza aplicada, W=fuerza resultante, y n=número de poleas móviles. Nuestra ventaja mecánica en este caso reside en el valor de  $2n$ , contando con tres ejes de la polea móvil esto sería una equivalencia a tres poleas móviles independientes sujetadas por algún tipo de estructura externa, pero sólo dos de las tres se usarán como parte del sistema de manipulación (los otros son anclajes), luego nuestra ventaja mecánica por parte de las poleas sería de **4:1**.

Entrando en la suposición de que en cada rueda de tracción hay un operario, y que desde cada rueda se accionan aproximadamente unos 50kg de fuerza, eso nos daría una **fuerza generada total de 100kg**.

$$\begin{aligned} W_{m\acute{a}xima} &= F_{total} \times VM_{ruedas\ de\ tracci\acute{o}n} \times VM_{poleas} = \\ &= 100kg \times \frac{4}{1} \times \frac{10}{1} = \mathbf{4.000kg} \end{aligned}$$

Se plantea entonces el caso de que este modelo de grúa romana (en condiciones ideales) pudiese manipular hasta 6 toneladas de carga si contara con dos operarios.

**Suponiendo una pérdida del 20%** por cuestiones de fricción, tendríamos una masa máxima de carga de **3.200kg**.

### 6.3.3. 3D final de la grúa a escala 1:100

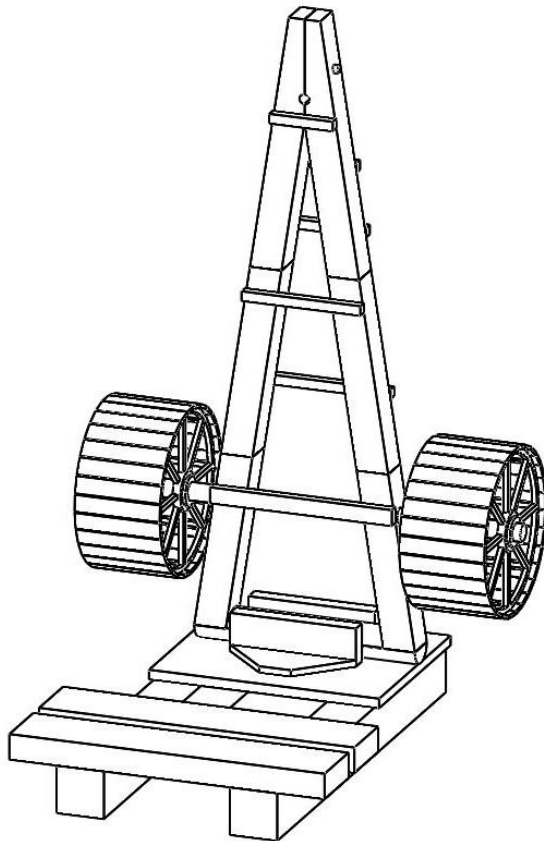


ILUSTRACIÓN 21. 3D DE LA MAQUETA

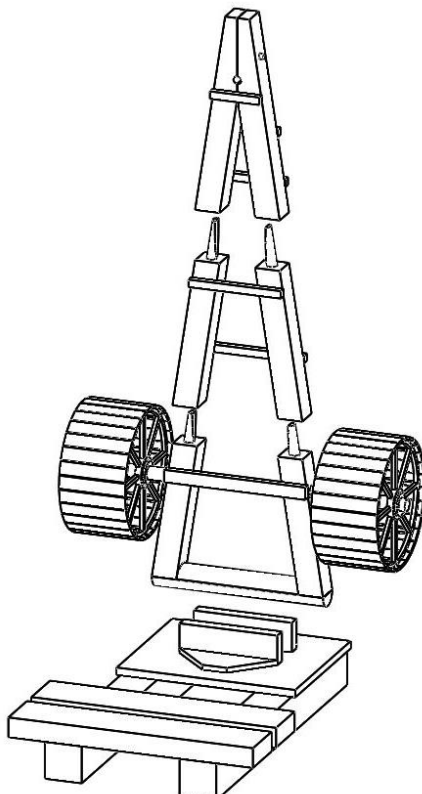


ILUSTRACIÓN 22. EXPLOSIONADO 3D DE LA MAQUETA

Como se puede apreciar, la morfología de la grúa escalada para la maqueta es idéntica a la grúa a escala real, pero prescinde de los complementos de unión, es decir, de los clavos, ya que ésta se subdivide en tres piezas macizas. Esto ha sido así para simplificar el proceso de montaje, puesto que los clavos a escala iban a ser elementos muy endeble y la estabilidad de la maqueta se veía comprometida.

Entonces, la maqueta de la grúa romana diseñada ha quedado definida por cuatro piezas:

- La primera pieza es la que queda en la posición superior. De manera manual, ahí hay que añadirle cuerda para incorporar los puntos de anclaje de las poleas.
- La segunda pieza es la estructura central, presenta una continuidad de forma con la primera pieza.
- La tercera pieza incluye las ruedas de tracción. Técnicamente se podría decir que son dos piezas en un conjunto, pero se imprimirán en 3D por sinterizado láser como una sola pieza, puesto que al ser un proceso de polimerización por capas se generarán capas de polvo entre el eje y el árbol de rotación que nos permitirán que las ruedas tengan algo de juego para girar, y así poder bobinar las cuerdas de las poleas.
- La cuarta pieza es la plataforma de soporte de toda la estructura. En un extremo se sostienen las tres piezas anteriores una vez montadas entre sí, y en el otro se ofrece un espacio para incorporar contrapesos que compensen el peso que se va a manipular. En la zona de contrapeso se anclarán las poleas dobles como se ha explicado con anterioridad.

Se ofrecen más detalles del montaje de la maqueta en los planos 03-05 y 03-06, anexos al final del proyecto.

### 6.3.4. Prototipo – montaje



ILUSTRACIÓN 26. PIEZAS SINTERIZADAS PARTE A

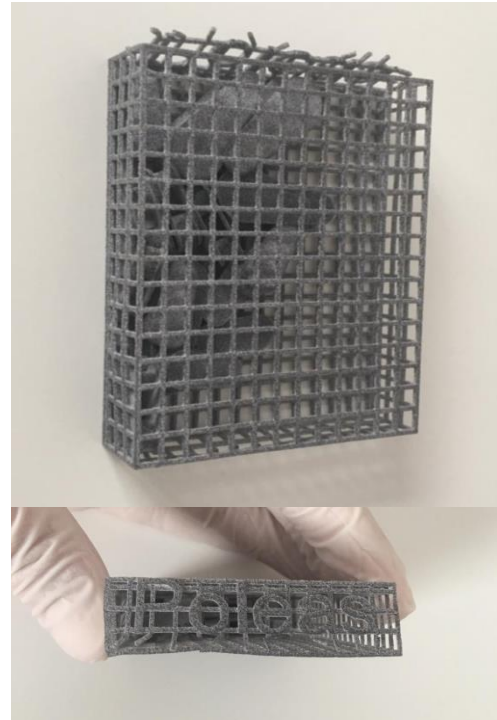


ILUSTRACIÓN 26. JAULA DE LAS POLEAS PARA LA EXTRACCIÓN DE RESIDUOS



ILUSTRACIÓN 26. PARTE B. PLATAFORMA



ILUSTRACIÓN 26. PARTE B. POLEAS DE LA MAQUETA

Como se ha mencionado con anterioridad, la maqueta se agrupa en dos partes: la parte A, donde se incluyen las piezas 1, 2 y 3 de la grúa (Ilustración 23), y la parte B, en la que encontramos la plataforma de soporte de la grúa (Ilustración 25) y las poleas del sistema de elevación. (Ilustración 26).

Las poleas se han impreso dentro de una jaula muy endeble que actúa como contenedor de seguridad tras la impresión. Cuando las piezas ya están sinterizadas han de pasar por un proceso de soplado con aire comprimido para retirar el polvo de poliamida sobrante, y para piezas tan pequeñas como es el caso de las poleas, esta jaula ayuda a localizarlas dentro del bloque de polvo, y a mantenerlas agrupadas para que sea más fácil y rápido su limpieza. Una vez



han pasado por el proceso de soplado la jaula se puede romper fácilmente para retirar las piezas de su interior.

Pasamos al proceso de montaje de la grúa. En primer lugar se encolan las piezas de la parte A, para luego proceder al montaje con cuerdas. Se ha seleccionado un adhesivo extrafuerte universal instantáneo y un cordel de Nylon trenzado.



ILUSTRACIÓN 28. MONTAJE PARTE A DE LA MAQUETA



ILUSTRACIÓN 28. MATERIAL DE APOYO PARA EL MONTAJE

Se acordona el extremo superior de la grúa como punto de anclaje para las poleas, y a continuación se anclan las poleas dobles por la parte interior y una polea triple en la zona exterior. Los nudos serán de tipo deslizante para poder ajustar el apriete de éstos, y luego se calientan los extremos para fundir el nylon y que éste no se mueva o se deshagan los nudos.



ILUSTRACIÓN 30. ACORDONADO EXTREMO SUPERIOR DE LA GRÚA



ILUSTRACIÓN 30. ANCLAJE POLEAS DOBLES



ILUSTRACIÓN 31. DETALLE NUDO DESLIZANTE. ANCLAJE POLEAS DOBLES A LA PLATAFORMA

Cuando las poleas dobles se han fijado, se realiza el montaje de cuerdas que mantiene conectada la parte A de la grúa con la parte B.

Al final solamente se montarán dos juegos de poleas dobles anclados a la plataforma en vez de cuatro, puesto que las poleas soportan bien el peso solamente con dos juegos, y la cuerda es bastante gruesa y montar los otros dos juegos restantes serían muy engorrosos, visualmente costaría más entender el funcionamiento de la maqueta en un primer vistazo.

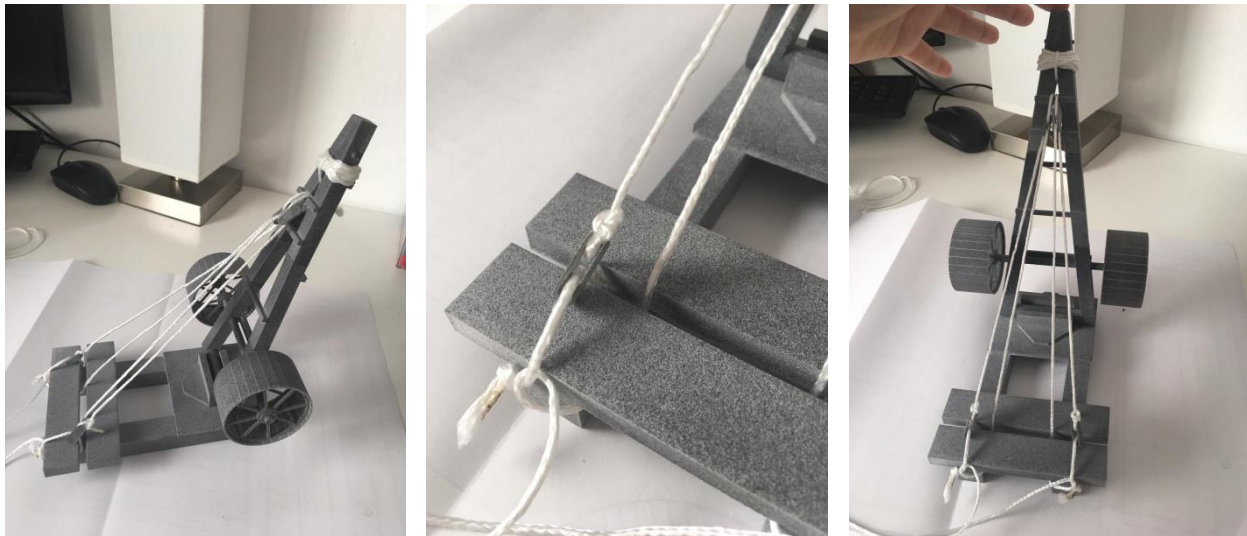


ILUSTRACIÓN 32. DETALLES MONTAJE DE CUERDAS PARA POLEAS DOBLES

Para probar el bobinado de las ruedas de tracción, se ha aprovechado la jaula de las poleas y se le ha metido en su interior un par de piezas de metal (llaveros) para generar peso y poder generar una tensión suficiente para que se tensen las cuerdas y se recojan correctamente.

Las poleas triples solamente usan dos de los tres ejes para el sistema de elevación, el tercer eje es un punto de anclaje.

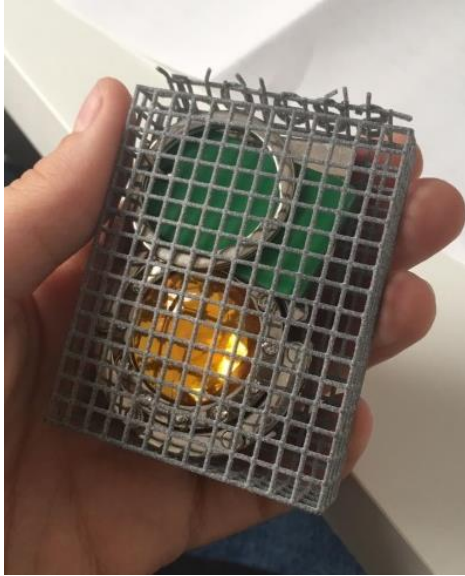


ILUSTRACIÓN 34. CARGAS DE METAL PARA PRUEBAS



ILUSTRACIÓN 34. DETALLE BOBINADO CUERDA

### 6.3.5. Funcionamiento

Como se ha comentado con anterioridad, la grúa se acciona en dos fases:

- 1ª fase. Las cuerdas de los juegos de poleas anclados a la plataforma se tensan y recogen hasta conseguir la altura deseada para la manipulación de la carga, y se atan los cabos para fijar la posición. Si se tensa más corto una cuerda que la otra, la de mayor extensión quedará holgada, se han de ajustar a tensiones lo más similares posible.
- 2ª fase. Se ata una de las poleas triples a la carga, se monta el sistema de poleas con la cuerda y, seguidamente, se accionan las ruedas de tracción para activar el sistema de poleas y elevar la carga.



### 6.3.6. Pruebas reales con el prototipo

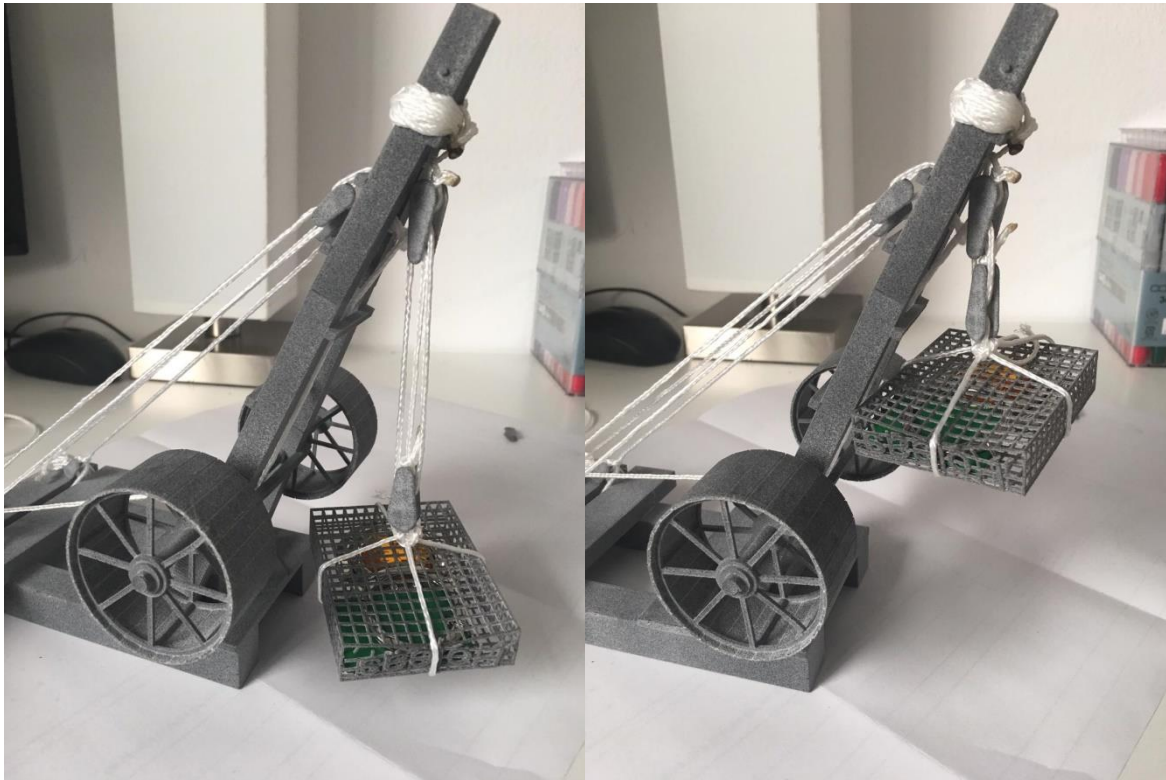


ILUSTRACIÓN 36. GRÚA MONTADA CON LA CARGA BAJA

ILUSTRACIÓN 36. GRÚA MONTADA CON LA CARGA ELEVADA

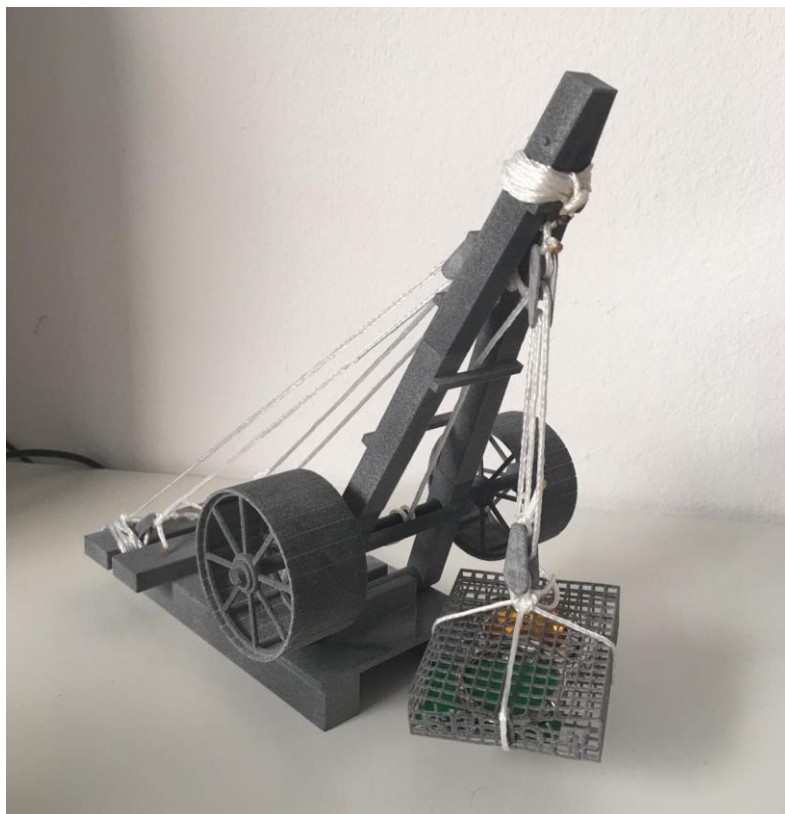


ILUSTRACIÓN 37. GRÚA ACABADA. PERSPECTIVA



ILUSTRACIÓN 38. GRÚA ACABADA. CONTRAPICADO



ILUSTRACIÓN 39. GRÚA ACABADA. PERFIL

### 6.3.7. Limitaciones

El modelo de grúa romana desarrollado es funcional, ligero, y presenta una forma muy cercana a lo que fue en su día el modelo real, pero presenta algunas limitaciones que cabe comentar:

- Las ruedas de tracción limitan el ángulo de inclinación máximo de la grúa a  $45^\circ$ , y por lo tanto también el alcance longitudinal del sistema de elevación. De inclinar la grúa a un ángulo menor de  $45^\circ$  con respecto del eje de referencia horizontal, las ruedas de tracción entrarían en contacto con el suelo y se bloquearía su movimiento o incluso se podría romper la estructura.
- Su transporte ha de realizarse con la grúa desmontada y las cuerdas recogidas para evitar enredos y obstaculizaciones con elementos del entorno.
- La carga ha de ser manipulada en un espacio limitado por el intervalo del ángulo de inclinación de la grúa.
- El movimiento de la grúa siempre ha de hacerse en dos fases: primero posicionar la parte A de la grúa en la inclinación que se necesita, y luego ejercer el juego de bobinado de la cuerda que manipula la carga mediante las ruedas de tracción accionadas por los operarios.
- Los sistemas de poleas de doble eje tienen que accionarse los cuatro a la vez, así que para la grúa de tamaño real se necesitan cuatro grupos de operarios coordinados, y para la maqueta se necesitan cuatro manos que manipulen la maqueta si se quiere hacer el movimiento coordinado y a semejanza de lo que habría sido, por aquel entonces, su manipulación.

## 7. Conclusiones del trabajo

El desarrollo de cualquier proyecto se presenta como un reto tanto profesional como personal, teniendo que llevarlo a cabo en un periodo determinado con tantas variables por abarcar como la ambición y productividad de uno mismo permita. En el caso de este proyecto final de grado, el requisito principal del profesorado era el desarrollo de una grúa romana a escala para su posterior impresión 3D.

Los primeros retos que surgieron fue decidir qué modelo de grúa se iba a llevar a cabo, así como el método de impresión que se utilizaría para obtener el prototipo físico. La temporización del desarrollo del proyecto completo ha sido muy buena, pero si bien el resultado del prototipo también es muy satisfactorio, la espera de su obtención, al realizarse por fuentes externas a la universidad, ha sido un problema para mí puesto que ha provocado un recorte de tiempo de trabajo tanto en la memoria como en ensayos de funcionamiento, y también me habría privado de poder repetir la impresión en caso de error, comprometiendo el resultado final de la maqueta.

En cuanto al diseño de la maqueta, se ha suprimido la realización de cálculos estructurales y simulaciones de esfuerzo sobre la estructura por varios motivos: en un primer momento se realizó una simulación de prueba para estudiar las dimensiones de algunos de los elementos de la estructura, pero esta prueba contenía muchos errores, y la inversión de tiempo que debía hacer para corregirlos, así como para hacer correctamente los cálculos y simulaciones del resto de piezas a estudiar era demasiado grande, habría generado retrasos de temporización y, tratándose de un elemento del contenido que no constaba como requisito del proyecto, prescindí de él dadas las circunstancias.

Por otro lado, pese a que me habría gustado desarrollar un modelo con simulaciones que verificaran que es viable construirlo y usarlo, se trata de un diseño concepto, basado en unas proporciones de algunas imágenes y muchas premisas y suposiciones. Pero estoy muy satisfecha con el resultado final del proyecto, ya que en resumidas cuentas el objetivo era desarrollar una maqueta funcional del modelo de la grúa, y al haberse impreso en Poliamida 12, mucho más ligera que la madera y con propiedades diferentes, y que se hayan hecho piezas macizas y más simples (esto es, sin clavos ni tornillos), efectivamente el modelo funciona.

## 8. Líneas futuras

El modelo de grúa romana que se seleccionó para desarrollar e imprimir en 3D se ajusta todo lo que me ha sido posible a las ilustraciones que reflejan su morfología en la Edad Media, pero analizando la estructura hay ciertas modificaciones que, como diseñadora industrial, habría aplicado en la estructura y que considero que igual habrían simplificado y mejorado su construcción.

En primer lugar, considero que las ruedas de tracción podrían ser independientes a la parte A del modelo, esto es, la estructura triangular reclinable. De esta forma eliminaríamos la limitación de movimiento que presentábamos anteriormente de la estructura, ya que las ruedas estarían a una distancia constante del suelo y de esta forma se podría inclinar la grúa a más de  $45^\circ$ . Se podrían hacer una serie de soportes anclados a la plataforma, o incluso que quedaran independientes a toda la grúa, detrás de la plataforma, y que el eje de rotación quedara encima de estos, de modo que pueda girar y recoger la cuerda de igual modo pero excluyendo el peso de las ruedas en la grúa. Si esto se aplicara:

- Las vigas principales no tendrían que perforarse para pasar el eje de rotación.
- Las poleas que fijan la posición de la grúa soportarían unas tensiones menores.
- La inclinación de la grúa ya no estaría limitada a  $45^\circ$ .

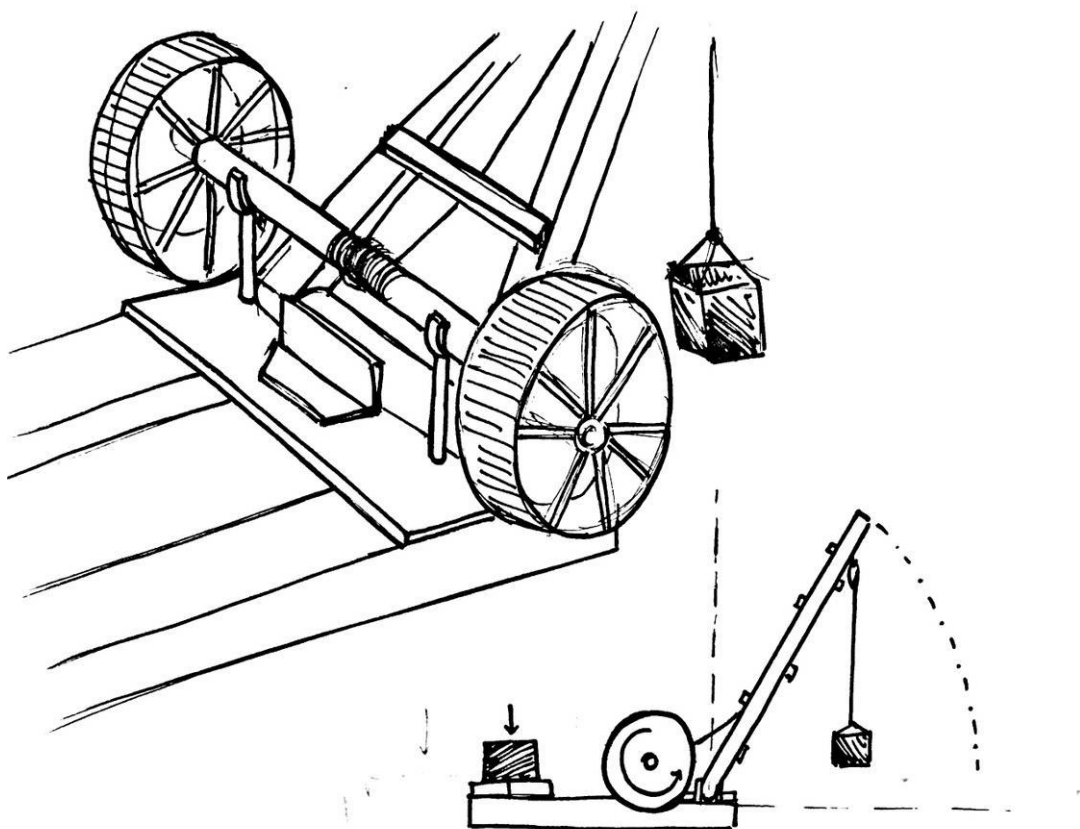


ILUSTRACIÓN 40. SKETCH CONCEPTO DE MEJORA 1



Por otro lado, el soporte que evita el deslizamiento de la parte A de la grúa parece ser bastante inestable, o incluso podría no ser suficiente. Para sustituir estos soportes se propone modificar las vigas base de la plataforma y eliminar la plancha y los soportes del diseño. Como vemos en las ilustraciones de a continuación, la propuesta es unificar las vigas base en el eje de simetría, y generar un corte de media sección circular de manera que uniendo dos piezas se crearía un espacio de contención para la estructura triangular. De este modo:

- Se reduciría el número de piezas necesario de la estructura, ya no solo de madera sino el número de clavos necesarios para anclar las piezas entre sí.
- Se simplificaría el montaje.
- Aumentaría la seguridad ya que se evitaría por completo un posible deslizamiento de la parte A de la estructura de la grúa por la plataforma.
- También sería más fácil adaptar la solución anterior de las ruedas de tracción a la plataforma teniendo menos elementos sobre ella.

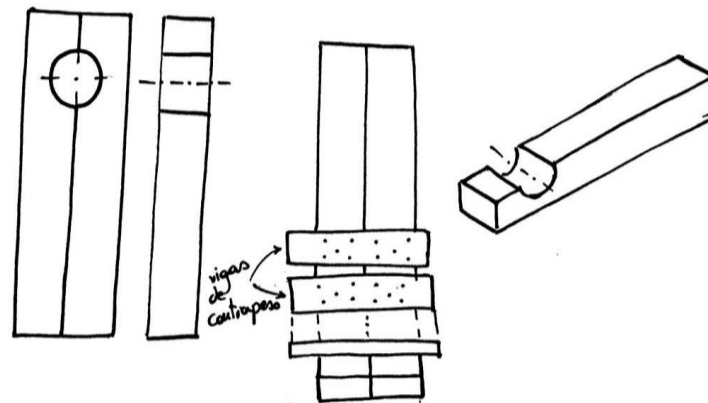


ILUSTRACIÓN 41. SKETCH CONCEPTO DETALLE CONCEPTO DE MEJORA 2

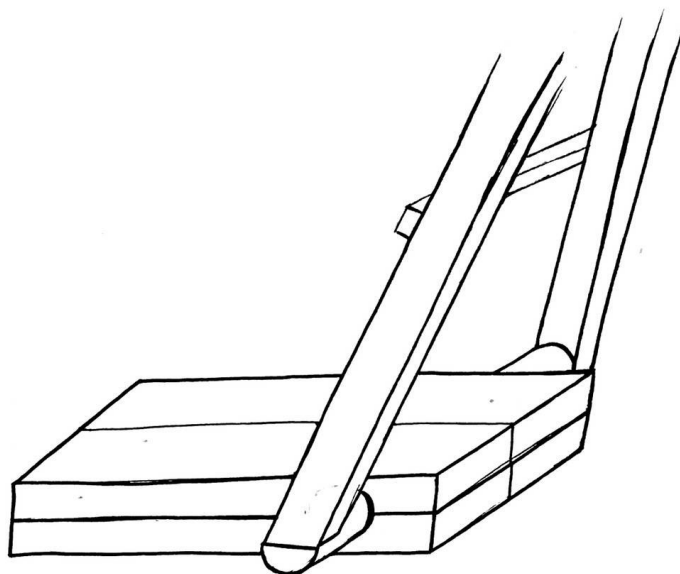


ILUSTRACIÓN 42. SKETCH CONCEPTO DE MEJORA 2

## 9. Referencias bibliogràfiques

¿En qué se diferencian las tecnologías de impresión 3D FDM y SLA? (s. f.). Recuperado 21 de marzo de 2019, de [https://filament2print.com/es/blog/38\\_tecnologias-impresion-3D-FDM-SLA.html](https://filament2print.com/es/blog/38_tecnologias-impresion-3D-FDM-SLA.html)

(20) Pinterest. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <https://www.pinterest.es/pin/270708627584756560/?autologin=true>

(3) Práctica No. 3 Poleas UNAM FI - YouTube. (s. f.). Recuperado 26 de febrero de 2019, de [https://www.youtube.com/watch?v=jCK52dYW\\_zc](https://www.youtube.com/watch?v=jCK52dYW_zc)

3DSYSTEMS. (s. f.). *Charles W. Hull Co-Founder and Chief Technology Officer*. Recuperado 26 de febrero de 2019, de <http://www.3dsystems.com/files/downloads/3D-Systems-Charles-W-Hull-Executive-Bio.pdf>

Alouf, M. M. (1999). *History of Baalbek*. Book Tree.  
*Baalbek, Baalbek-Hermel, Lebanon (populated place)*. (s. f.). Recuperado 26 de febrero de 2019, de <http://www.chinci.com>

Breve historia de la impresión 3D - impresoras3d.com. (s. f.). Recuperado 8 de marzo de 2019, de <https://www.impresoras3d.com/breve-historia-de-la-impresion-3d/>

Burns, M. (1993). *Automated fabrication : improving productivity in manufacturing*.

Charles Hull: Stereolithography (3D Printing). (s. f.). *Inductees*. Recuperado 8 de marzo de 2019, de <http://invent.org/inductees/hull-charles/>

Charles W. Hull Profile. (s. f.). *Forbes.com*. Recuperado 8 de marzo de 2019, de <https://people.forbes.com/profile/charles-w-hull/135>

Colosos de Memnón - Wikipedia, la enciclopedia libre. (s. f.). Recuperado 3 de febrero de 2019, de [https://es.wikipedia.org/wiki/Colosos\\_de\\_Memnón](https://es.wikipedia.org/wiki/Colosos_de_Memnón)

Coulton, J. J., & Coulton, J. J. (1974). Lifting in early Greek Architecture. *The Journal of Hellenic Studies*, 94, 1-19. Recuperado 3 de febrero de 2019, de <https://doi.org/10.2307/630416>

De, G., Viccns, I., Flórez, A., & Pérez, J. L. J. (s. f.). *Medios de elevación de materiales en la construcción medieval*. Recuperado 3 de febrero de 2019, de [http://www.sedhc.es/biblioteca/actas/CNHC3\\_127.pdf](http://www.sedhc.es/biblioteca/actas/CNHC3_127.pdf)

Dienel, H.-L., Dienel, H.-L., & Meighörner, W. (1997). Der Tretradkran. *Publication of the Deutsches Museum («Technikgeschichte» series)*.

Export to STL file format - Solid Utopia. (2015). *solidutopia.com*. Recuperado 12 de enero de 2019, de <http://solidutopia.com/export-to-stl-format>

Grimm, T. (2004). *User's guide to rapid prototyping*. Recuperado 12 de enero de 2019, de

<https://books.google.com/books?id=o2B7OmABPNUC&pg=PA55&lpg=PA55&f=false>



Grúa (Żuraw) - departamento del Museo Marítimo Central - Pomorskie atrakcje dla dzieci, Atrakcje Kaszuby, Gdynia, Atrakcje na weekend, w Polsce. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <https://pomorskie.travel/es/-/zuraw-oddzial-nmm>

Hiller, J. D., & Lipson, H. (2009). *STL 2.0: A Proposal for a Universal Multi-Material Additive Manufacturing File Format*. Recuperado 12 de enero de 2019, de <https://sffsymposium.engr.utexas.edu/Manuscripts/2009/2009-23-Hiller.pdf>

Historia del Puente Grúa | Ciaman Formación. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <http://www.cursoscarretilerozaragoza.es/2013/08/13/historia-del-puente-grua/>

Impresoras 3D por extrusión: FFF - Toni Nadal. (s. f.). Recuperado 17 de marzo de 2019, de <http://toninadal.frax3d.com/impresoras-3d-extrusion-fff>

Ingeniería civil en la Antigua Roma - Wikipedia, la enciclopedia libre. (s. f.). Recuperado 22 de febrero de 2019, de [https://es.wikipedia.org/wiki/Ingeniería\\_civil\\_en\\_la\\_Antigua\\_Roma](https://es.wikipedia.org/wiki/Ingeniería_civil_en_la_Antigua_Roma)

Lancaster, L., & Lancaster, L. (1999). Building Trajan's Column. *American Journal of Archaeology*, 103(3), 419. Recuperado 17 de marzo de 2019, de <https://doi.org/10.2307/506969>

Las tolerancias en Impresión 3D. (s. f.). Recuperado 20 de marzo de 2019, de [https://www.3dfils.com/es/blog/31\\_tolerancia3d](https://www.3dfils.com/es/blog/31_tolerancia3d)

Matthies, A. L., & Matthies, A. (1992). Medieval Treadwheels: Artists' Views of Building Construction. *Technology and Culture*, 33(3), 510. Recuperado 17 de marzo de 2019, de <https://doi.org/10.2307/3106635>

Medieval Grúa Zuraw Servido También Como Puertas De La Ciudad De Gdansk, Polonia Fotos, Retratos, Imágenes Y Fotografía De Archivo Libres De Derecho. Image 15246511. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de [https://es.123rf.com/photo\\_15246511\\_medieval-grúa-zuraw-servido-también-como-puertas-de-la-ciudad-de-gdansk-polonia.html](https://es.123rf.com/photo_15246511_medieval-grúa-zuraw-servido-también-como-puertas-de-la-ciudad-de-gdansk-polonia.html)

Mendel Max XL PRO - impresoras3d.com. (s. f.). Recuperado 21 de marzo de 2019, de <https://www.impresoras3d.com/producto/mendel-max-xl-pro/>

Nobel 1.0 A | Impresoras 3D | XYZprinting. (s. f.). Recuperado 21 de marzo de 2019, de <https://www.xyzprinting.com/es-ES/product/nobel-1-0a>

Polipastos: teoría y aplicaciones - Granvertical. (s. f.). Recuperado 26 de febrero de 2019, de [http://www.granvertical.com/2015/05/23/98/#Tipos\\_de\\_polipastos](http://www.granvertical.com/2015/05/23/98/#Tipos_de_polipastos)

Rababeh, S. (2015). Technical Utilization of Lifting Devices for Construction Purposes in Ancient Gerasa, Jordan. *International Journal of Architectural Heritage*, 9(8), 1023-1036. Recuperado 26 de febrero de 2019, de <https://doi.org/10.1080/15583058.2014.910283>

Salibi, K. S. (Kamal S. (1977). *The modern history of Lebanon*. Caravan Books.

Sistemas de elevación: Grúa (I) – KOSHER LEVENOT. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <https://kosherlevenot.wordpress.com/2016/01/12/sistemas-de-elevacion-grua-i/>

Sistemas de poleas | Aprendemos tecnología. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <https://aprendemostecnologia.org/2008/08/18/sistemas-de-poleas/>

*SLC File Specification*. (1994). 3D Systems, Inc.

SLS y SLA: que son y en qué se distinguen - impresoras3d.com. (s. f.). Recuperado 13 de marzo de 2019, de <https://www.impresoras3d.com/sls-y-sla-que-son-y-en-que-se-distinguen/>

STL 2.0 May Replace Old, Limited File Format. (s. f.). *RapidToday*. Recuperado 13 de marzo de 2019, de <http://www.rapiddtoday.com/stl-file-format.html>

STL File Format for 3D Printing - Explained in Simple Terms. (2016). *All3DP*. Recuperado 13 de marzo de 2019, de <https://all3dp.com/what-is-stl-file-format-extension-3d-printing/>

TORMENTARIA: Grúa medieval. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <http://www.artetormentaria.es/2010/02/grua-medieval.html>

TORMENTARIA: Pontona marina con grúa. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <http://www.artetormentaria.es/2018/12/pontona-marina-con-grua.html>

Voolen, E. van. (2011). *Joods leven : thuis en in de synagoge*. Recuperado 12 de enero de 2019, de <https://revistadehistoria.es/polyspastos-las-gruas-de-roma/>

Weblet Importer. (s. f.). Recuperado 12 de enero de 2019, de <http://www.histarmar.com.ar/InfGral-6/Cranes.htm>

## 10. Referencias bibliográficas del contenido gráfico

### **Ilustración 1. Rampas auxiliares en las pirámides**

855.jpg (1324×803). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <http://k36.kn3.net/taringa/2/7/0/9/8/8/5/cris1196/855.jpg?2038>

### **Ilustración 2. Pentaspastos en uso**

figure-fig6\_Q320.jpg (320×320). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de [https://www.researchgate.net/profile/Shaher\\_Rababeh/publication/261027018/figure/fig6/AS:307931145883650@1450427914224/figure-fig6\\_Q320.jpg](https://www.researchgate.net/profile/Shaher_Rababeh/publication/261027018/figure/fig6/AS:307931145883650@1450427914224/figure-fig6_Q320.jpg)

### **Ilustración 4A. Sistema de elevación por torno**

200px-Cage\_à\_écureuil-principe.JPG (200×179). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/ac/Cage\\_à\\_écureuil-principe.JPG/200px-Cage\\_à\\_écureuil-principe.JPG](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/ac/Cage_à_écureuil-principe.JPG/200px-Cage_à_écureuil-principe.JPG)

### **Ilustración 4B. Cabrestante**

depositphotos\_104035466-stock-illustration-capstan-vintage-engraving.jpg (1023×806). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de [https://st2.depositphotos.com/1041725/10403/v/950/depositphotos\\_104035466-stock-illustration-capstan-vintage-engraving.jpg](https://st2.depositphotos.com/1041725/10403/v/950/depositphotos_104035466-stock-illustration-capstan-vintage-engraving.jpg)

### **Ilustración 5. Interior de la grúa de Gdansk**

Gdansk-Grua-de-Rueda-nedieval-Treadwheel-crane-plano.jpg (748×529). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <https://quierodecorarte.com/wp-content/uploads/2018/10/Gdansk-Grua-de-Rueda-nedieval-Treadwheel-crane-plano.jpg>

### **Ilustración 6. Grúa medieval de hierro**

220px-Gruapuertodesevilla.JPG (220×165). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b3/Gruapuertodesevilla.JPG/220px-Gruapuertodesevilla.JPG>

### **Ilustración 7. Polea fija**

pfija.png (300×150). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <https://i2.wp.com/www.granvertical.com/wp-content/uploads/2015/05/pfija.png?resize=300%2C150>

### **Ilustración 8. Polea móvil**

images (238×211). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <http://tbn0.google.com/images?q=tbn:FxFZFnL1vxaC5M:http://personal.telefonica.terra.es/web/jesustarrafeta/images/poleamov.jpg>

### **Ilustración 9. Formulario de cálculos de fuerza de poleas**

resumen-poleas.jpg (1439×1482). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <https://fisicajm15.files.wordpress.com/2015/06/resumen-poleas.jpg>

**Il·lustració 10. Càlculs de distribució de carges**

poleas-2-300x264.png (300×264). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <https://www.tecnologia-informatica.es/wp-content/uploads/2012/10/poleas-2-300x264.png>

**Il·lustració 11. Model a seguir de grúa medieval polispastos**

5a2d8ebcdf1652a5ddd148bdf573294.jpg (239×211). (s. f.). Recuperado 9 de junio de 2019, de <https://i.pinimg.com/564x/5a/2d/8e/5a2d8ebcdf1652a5ddd148bdf573294.jpg>

*Las imágenes no referenciadas son de propiedad del autor del trabajo, incluidos los dibujos.*