

Trabajo de Fin de Máster

## Máster en Ingeniería Industrial especialidad eléctrica

### Estudio de resonancias y estabilidad en parques eólicos con enlaces de alta tensión en continua (HVDC)

**Autor:** Álvaro Fernández Llobell  
**Director:** Luiz Sainz Sopera  
**Convocatoria:** Septiembre de 2019



Escola Tècnica Superior  
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



## Índice

Índice.....	2
1. Índice de figuras .....	4
2. Índice de tablas .....	6
3. Motivación .....	7
4. Objetivo y alcance .....	9
5. Parques eólicos .....	10
5.1. Descripción.....	10
5.2. Centrales Onshore.....	11
5.3. Centrales Offshore .....	12
6. Redes de distribución HVDC.....	13
6.1. Armónicos .....	17
6.1.1. Índices Armónicos .....	17
6.1.2. Fuente de armónicos.....	18
6.2. Frecuencia de resonancia.....	19
6.2.1. Resonancia serie.....	20
6.2.2. Resonancia paralelo .....	20
7. Modelado de elementos .....	22
7.1. Cables .....	22
7.2. Transformadores.....	22
7.3. Aerogeneradores.....	22
7.4. Modelos de convertidores .....	23
7.4.1. MODELO VSC del WT.....	23
7.4.2. MODELO VSC del HVDC.....	28
8. Método de análisis modal de resonancias.....	31
8.1. Modos de resonancia.....	31
8.2. Sensibilidad .....	34
8.2.1. Sensibilidad en los convertidores.....	37
8.3. Estabilidad .....	41
8.3.1. Criterio de amortiguamiento positivo neto .....	42
9. Caso de estudio. Ejemplo FP .....	45
9.1. Ejemplo 1.....	46
9.1.1. Estudio de resonanciai .....	46
9.1.2. Estudio de resonancia: Caso 1.....	50
9.1.3. Estudio de resonancia: Caso 2.....	51
9.1.4. Estudio de estabilidad .....	54

9.2.	Incorporación de los convertidores .....	55
9.2.1.	VSC del HVDC .....	55
9.2.2.	VSC del WT .....	60
9.2.3.	Caso con dos convertidores juntos .....	66
9.2.3.2.	Estudio de la estabilidad .....	73
10.	Caso de estudio. Caso con más de 2 convertidores.....	76
10.1.	Estabilidad .....	79
11.	Conclusiones y trabajos futuros .....	81
12.	Diagrama de Gantt .....	82
13.	Presupuesto .....	84
	Coste de los recursos materiales.....	84
	Coste de los recursos humanos.....	84
	Coste total .....	85
14.	Agradecimientos .....	86
15.	Referencias.....	87

## 1. Índice de figuras

Figura 1. Esquema de parque eólico .....	11
Figura 2. Esquema de los elementos de enlace entre una WT y la instalación eléctrica Fuente: [16] .....	11
Figura 3. Pérdida de potencia de las líneas de alterna [2] .....	14
Figura 4. Reducción de elementos a grandes distancias usando líneas HVDC .....	14
Figura 5. Reducción de espacio e impacto visual usando líneas HVDC.....	15
Figura 6. Onda distorsionada debido a la suma de varios armónicos. Fuente: [3].....	17
Figura 7. Circuito alimentado por una fuente de corriente. ....	19
Figura 8. Circuito alimentado por una fuente de tensión .....	19
Figura 9. Disposición en paralelo, izquierda y en serie, derecha .....	20
Figura 10. Reactancias que coinciden en la frecuencia de resonancia de 300 Hz .....	21
Figura 11. Modelo del circuito PI para cables .....	22
Figura 12. Representación del transformador .....	22
Figura 13. Diagrama de bloques del convertidor VSC de las turbinas. ....	23
Figura 14. Curva característica de la parte real e imaginaria del modelo de convertidor de la parte de los aerogeneradores .....	26
Figura 15. Diagrama de bloques del convertidor VSC de la red HVDC.....	28
Figura 16. Curva característica de la parte real e imaginaria del modelo de convertidor de la parte de la línea HVDC.....	30
Figura 17. Caracterización de las ramas respecto a la conductancia y susceptancia. a) de nudo a nudo b) de nudo a tierra .....	34
Figura 18. Impedancia inductiva .....	35
Figura 19. Impedancia capacitiva .....	35
Figura 20. Red VSC conectado a un sistema SISO .....	42
Figura 21. Esquema multiterminal del VSC basado en redes de CA. ....	43
Figura 22. Circuito patrón.....	46
Figura 23. Voltajes que aparecen en cada Bus inyectando en nudo 2.....	46
Figura 24. Voltajes que aparecen en cada Bus inyectando en nudo 1.....	47
Figura 25. Voltajes que aparecen en cada Bus inyectando en nudo 3.....	47
Figura 26. Resonancias del sistema. Modo y frecuencia.....	47
Figura 27. Cambio de valor de la impedancia modal y a su vez pequeño desliz de la frecuencia de resonancia al incrementar en un 5% el valor de la capacitancia del condensador .....	51
Figura 28. Disminución de la impedancia modal a causa del aumento de la resistencia de un 7% ....	53
Figura 29. Parte real de las impedancias modales (abajo) y módulo de la impedancia modal (arriba) para cada modo que se estudia. ....	54
Figura 30. Circuito red de ejemplo con convertidor del HVDC .....	55

Figura 31. Resultados de las tensiones de nudo (arriba) y las impedancias modales (debajo).....	56
Figura 32. Disminución de la impedancia modal al aumento de la inductancia y pequeña variación de la frecuencia de resonancia .....	57
Figura 33. Aumento de valor de la impedancia modal del modo 3 debido al aumento del valor de $K_{pv}$	58
Figura 34. . Parte real de las impedancias modales (abajo) y módulo de la impedancia modal (arriba) para cada modo que se estudia. ....	59
Figura 35. Diagrama de Nyquist que resulta de la matriz propuesta para el estudio de la estabilidad, explicado en la teoría .....	59
Figura 36. Circuito red de ejemplo con convertidor del WT .....	60
Figura 37. Valores de las tensiones de bus e impedancias modales del circuito de la Figura 36 .....	61
Figura 38. Criterio de Nyquist generalizado. Inestable. ....	64
Figura 39 Criterio de estabilidad de VAPs. ....	65
Figura 40. Criterio de Nyquist generalizado. Estable. ....	65
Figura 41. Red estudiada con la incorporación de los dos modelos de convertidor. Referencia: tfm modelo 1 .....	66
Figura 42. Asignación de cada modelo real en la red.....	66
Figura 43. Tensiones e impedancias modales ampliados para que se muestren mejor la resonancia en la que caen los picos.....	67
Figura 44. Circuito de la red de la Figura 41 calculado a la frecuencia fundamental de 50 Hz.....	70
Figura 45. Circuito de la red de la Figura 41 calculado a una frecuencia de 608 Hz .....	70
Figura 46. Figura resultante de las simplificaciones llevadas a cabo en la explicación anterior. ....	71
Figura 47. Circuito final resultante después de los pasos anteriores.....	71
Figura 48. Circuito de la red de la Figura 42 calculado a una frecuencia de 403 Hz .....	72
Figura 49. Circuito de la red de la Figura 42 calculado a una frecuencia de 936.7 Hz .....	72
Figura 50. Circuito de la red de la Figura 42 calculado a una frecuencia de 936.7 Hz .....	73
Figura 51. Criterio de estabilidad de VAPs de la red de la Figura 41.....	74
Figura 52. Criterio GNC para la red de la Figura 41.....	74
Figura 53. Criterio de VAPs positivos donde se muestra que la corrección de la inestabilidad se ha producido .....	75
Figura 54. GNC que se obtiene (arriba a la derecha) y ampliado para el entorno del -1.....	75
Figura 55. Red de estudio constituida por dos ramales, cada uno a un aerogenerador. ....	76
Figura 56. Tensiones de bus y resonancias de la red de la Figura 55.....	77
Figura 57. Criterio de estabilidad de la positividad de VAPs.....	80
Figura 58. Criterio Generalizado de Nyquist .....	80

## 2. Índice de tablas

Tabla 1. Datos de testeo de los elementos del convertidor de WT .....	27
Tabla 2. Datos de testeo del modelo de convertidor de HVDC .....	30
Tabla 3. Impedancias en pu de los parámetros de la red propuesta.....	46
Tabla 4. . Resultados de la red de estudio de la Figura 22.....	48
Tabla 5. Sensibilidades del sistema en las frecuencias de resonancia.....	49
Tabla 6. Sensibilidades de la reactancia del condensador C1.....	50
Tabla 7. Reactancia aumentada un 5% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia.....	50
Tabla 8. Reactancia aumentada un 10% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia.....	51
Tabla 9. . Sensibilidades de la impedancia de la rama 5.....	52
Tabla 10. Resistencia aumentada un 7% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia .....	52
Tabla 11. Reactancias aumentadas un 7% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia .....	53
Tabla 12. Impedancias en pu de los parámetros de la red con VSC del HVDC. ....	55
Tabla 13. Sensibilidades de los elementos del convertidor respecto a los dos modos. ....	56
Tabla 14. Cambio de valor de la inductancia con el respectivo VAP.....	57
Tabla 15. Cambio de valor de la constante de proporcionalidad Kpv con el respectivo VAP a ese cambio57	
Tabla 16. Cambio de valor del tiempo de retado Td con el respectivo VAP a ese cambio.....	58
Tabla 17. Datos del circuito con la implementación del VSC de WT en el nudo 3.....	60
Tabla 18. Sensibilidades de los elementos del convertidor .....	61
Tabla 19. Cambio de valor del ancho de banda y el consecuente cambio del VAP en el modo 3.....	62
Tabla 20. Cambio de valor del ancho de banda y el consecuente cambio del VAP en el modo 3.....	62
Tabla 21. Cambio de valor de la inductancia de filtro y el consecuente cambio del VAP en el modo 3 63	
Tabla 22. Cambio de valor del tiempo de retardo del convertidor y el consecuente cambio del VAP en el modo 3 .....	63
Tabla 23. Parte real de las impedancias modales del criterio de estabilidad (debajo) y módulo de las impedancias modales (arriba).....	64
Tabla 24. Tabla con los datos de la red de la Figura 41.....	67
Tabla 25. Frecuencias de resonancia de la red de la Figura 41.....	67
Tabla 26. Resultados de los factores de participación del circuito en estudio .....	69
Tabla 27. Datos de los elementos del circuito de la Figura 55.....	76
Tabla 28. Frecuencias de resonancias apreciadas en la Figura 56.....	77
Tabla 29. Factores de participación y Factores de participación ponderados del modo 7.....	78
Tabla 30. Coste de los recursos materiales.....	84
Tabla 31. Coste de los recursos humanos.....	85
Tabla 32. Resumen coste total.....	85

### 3. Resumen

El presente trabajo se va a realizar con el propósito de describir las principales características de las redes de distribución de alta tensión en continua, así como las características de los parques eólicos offshore y los elementos que los forman. Se introducirán los modelos matemáticos que se utilizarán y mediante el software de Matlab se procederá al análisis de circuitos.

Asimismo, se va a tratar uno de los principales problemas en los circuitos eléctricos tales como las resonancias, que pueden llevar a elevados valores de tensión y corriente que podrían llegar a dañar el circuito. Existen varios métodos para analizar dicho fenómeno de aplicación no trivial y en este caso se ha optado por hacer un estudio utilizando el método de análisis modal; un método que facilita el estudio de detección de las frecuencias de resonancia y su análisis posterior. A su vez, y aprovechando el método modal, se va a introducir la sensibilidad que tienen los distintos elementos al sistema en cuanto a la afectación de los modos de resonancia.

Por último, junto a la problemática de las resonancias, se suma el problema de la estabilidad del circuito, puesto que se empiezan a añadir elementos con retardo y controlados. Por ello, en este trabajo también se explicará este fenómeno y se analizará mediante otros métodos distintos la estabilidad de los circuitos propuestos.

## 4. Motivación

Las motivaciones que han inspirado este trabajo son varias:

En primer lugar, la pasión hacia el mundo de la electricidad y, en concreto, por el análisis de redes de líneas eléctricas que he ido descubriendo dentro de mi especialidad, así como los fenómenos y efectos que tienen lugar en estos sistemas. A todo ello, con la certeza y la confianza depositada en el tutor debido a su experiencia y conocimiento del tema. También, el poder utilizar el software de Matlab, un programa del que ya tenía nociones y con el que he podido incrementar mis conocimientos en cuanto al análisis de datos y estructuración de resultados.

En segundo lugar, el planteamiento propuesto ha sido de gran ayuda, ya que ha contribuido a la proyección de un objetivo claro en el trabajo, sumado a la oportunidad de pulir conocimientos e incluso adquirir otros nuevos, puesto que se incluyen temas extraacadémicos de naturaleza más específica.

Por último, se trata de un trabajo que aborda los sistemas de generación en parques eólicos offshore, cuyo transporte se efectúa generalmente en HVDC, una tecnología muy presente en la actualidad debido a la existencia de muchos proyectos de electrificación de plantas eólicas offshore a nivel mundial ya que al estar muy alejadas de los puntos de consumo utilizan este medio de transporte de energía, además de lo que conlleva a nivel de electrónica de potencia y transformación de la energía.

Es un trabajo que se me reveló interesante además de las ventajas que me ofrece a nivel laboral en mi futuro como ingeniero profesional, aportándome una idea básica de los sistemas de generación eólicos, los elementos que ocupan y algunos de los problemas que se planteados desde un punto de vista académico.

## 5. Objetivo y alcance

¿Cómo se pretende ayudar al lector en el seguimiento de este trabajo?, ¿Hasta dónde se espera llegar en el análisis de estos sistemas eléctricos?, y ¿Qué es lo que se pretende con la realización del presente trabajo? Son algunas de las cuestiones que al final y durante el estudio que se llevará a cabo quedarán resueltas, y podrán ser utilizadas como referencia en la posible continuidad del proyecto, ya sea por afinidad o por retomar e indagar en el tema de la manera más eficiente posible.

El presente proyecto abordará los conceptos básicos de las redes eléctricas realizando una breve explicación teórica que incluirá los conceptos de matriz de admitancias, método de los nudos, modelado matemático de convertidores, resonancias, estabilidad y análisis modal. Sin pretensiones de confabular con nuevas teorías, se adoptará un estilo riguroso y metódico ceñido a las investigaciones de análisis existentes.

Se pretende finalizar el proyecto habiendo transmitido los conceptos anteriormente mencionados de manera clara y transversal con la finalidad de sumar a la comprensión no sólo este tipo de sistemas sino de muchos otros.

## 6. Parques eólicos

Un parque eólico, WPP en adelante, es una agrupación de aerogeneradores, WT en adelante, que tiene por objeto la producción de energía eléctrica a partir de la energía cinética del aire. No sólo son necesarios los WTs, las instalaciones necesitan ciertas características para llevar a cabo esta generación.

### 6.1. Descripción

Una central eólica es la concatenación de diferentes WT en filas (llamados strings) en una zona determinada.

Como ejemplo de parque eólico, se puede observar la Figura 1 podemos ver un ejemplo de una WPP formada por  $N_c$  strings con  $N_r$  WTs cada uno separados por cables electrificados al mismo voltaje. En el Colector de MT es donde se produce la primera elevación y vuelve a realizarse otro entre el Colector de AT.

La electricidad producida por generador como Corriente alterna (CA) se convierte en corriente continua (CC) mediante un rectificador. Posteriormente, se vuelve a convertir en CA a baja tensión (BT) gracias a un inversor. Al conjunto AC/DC+Condensador+DC/AC se le denomina convertidor en fuente de tensión (Voltage Source Converter, VSC) y permite controlar la potencia suministrada por el aerogenerador gracias a la electrónica de potencia del convertidor y a su control (Figura 2). Un transformador eleva la tensión de BT a media tensión (MT) para poder transportarla por el interior del parque (tensión del colector). Desde cada WT, la AC es conducida por cables subterráneos hasta la subestación transformadora. En ella se eleva nuevamente a la tensión de acometida hasta un nivel de media o alta tensión (AT) con un transformador para, seguidamente, convertirla en corriente continua de alta tensión con un inversor e inyectarla a la red de transporte HVDC en el caso de las centrales Offshore que se centra el trabajo (ver Figura 1).

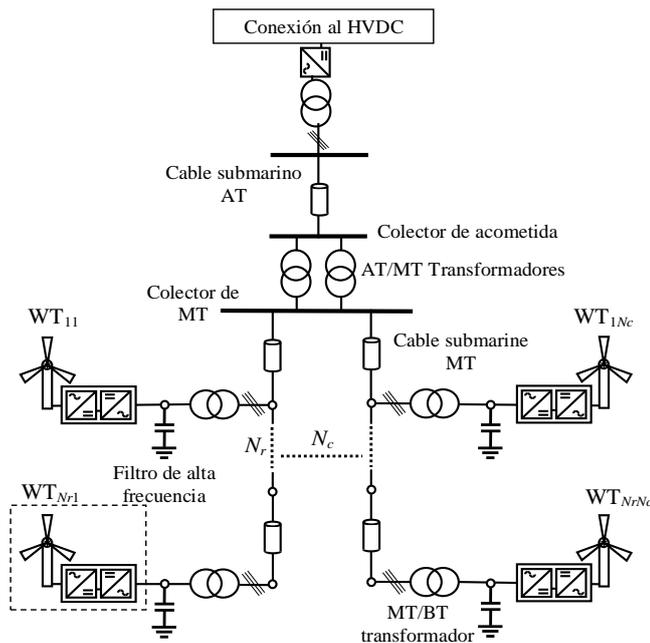


Figura 1. Esquema de parque eólico

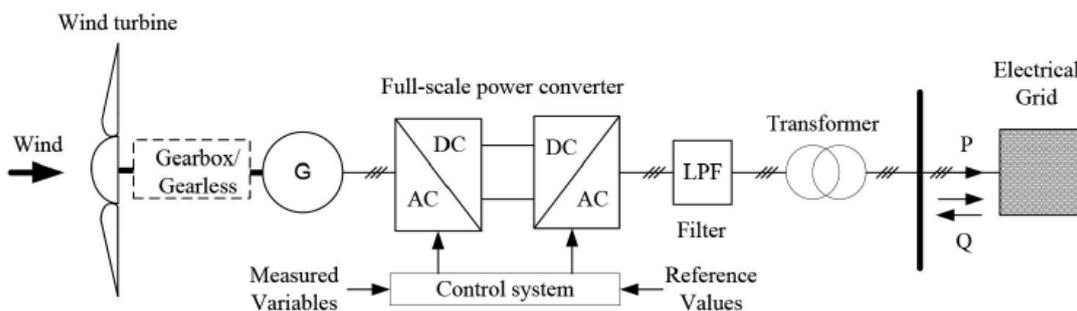


Figura 2. Esquema de los elementos de enlace entre una WT y la instalación eléctrica Fuente: [16]

Existen dos tipos de WPPs, las centrales que se encuentran en zona terrestre (Onshore WPPs) y las que están ubicadas a varios kilómetros de la costa en el mar (Offshore WPPs).

### 6.2. Centrales Onshore

Las centrales Onshore WPPs son aquellas que se encuentran en tierra. La mayoría de WPPs en el mundo son onshore, debido principalmente a que su construcción es más fácil que las offshore, aunque estas últimas tengan un potencial eólico más elevado.

La estructura de un WPP onshore es prácticamente igual que el offshore, mientras este no contenga un enlace HVDC (Explicado más adelante en el apartado Redes de distribución HVDC), la única diferencia es que los cables que van de las WTs a la subestación (pasando por un VSC y un transformador) son subterráneos. De la subestación hasta la red eléctrica el cableado es aéreo.

### 6.3. Centrales Offshore

Prácticamente su tecnología se basa en la de los parques terrestres. Las turbinas se encuentran en el agua y se construyen bases de hormigón para sostener su estructura. La parte superior se acostumbra a pintar de un color llamativo para alertar de su presencia a los barcos.

Mediante cables submarinos se transporta la tensión hasta la subestación y de la subestación se conecta con la red eléctrica.

En el caso particular de las Offshore WPPs grandes podemos distinguir entre dos tipos de enlace distintos, las WPPs marinas con enlace HVDC y las que no tienen enlace HVDC.

El enlace HVDC es una tecnología que se utiliza para transmitir electricidad a largas distancias mediante líneas de transmisión aéreas o cables submarinos.

En el caso de las Offshore WPPs sin HVDC son similares a las Onshore WPPs, la única diferencia reside en que la transmisión de la tensión se realiza mediante cables submarinos.

En el caso de las Offshore WPPs con HVDC, se tiene una estructura similar a los WPPs que no tienen HVDC pero entre el Main grid y el HV ('High Voltage') submarine cable hay un enlace HVDC basado en VSCs. Este tiene como objetivo principal fijar la tensión del parque [16].

## 7. Redes de distribución HVDC

Desde el descubrimiento de la electricidad y las discusiones entre Edison y Tesla por imponer el tipo de corriente más versátil, se optó por el uso de la corriente alterna para el transporte dado que por sus propiedades era más fácil de transportar en largas distancias. Con la llegada de los nuevos convertidores y la mejora funcional de éstos en la reducción de pérdidas en la conmutación ayudado en gran parte por el desarrollo de los dispositivos semiconductores, la conversión de corriente alterna a continua y viceversa ha sido cada vez menos laboriosa y por tanto el transporte de energía mediante corriente continua se ha empezado a ver con buenos ojos sobretodo en largas distancias.

Una línea de corriente alterna con unos determinados hilos permite transportar menos energía que una de corriente continua porque en la corriente alterna hay una mayor caída de tensión a causa de la inductancia de los conductores. También existe el efecto capacitivo que hace que la corriente que entra por un lado no salga en su totalidad por el otro. Cuando la línea es grande, este efecto puede ser elevado y hay una distancia máxima la cual no tiene sentido hacer la línea y para solucionar el problema se colocan subestaciones intermedias con bobinas llamadas *Flexible Alternating Current Transmission Systems*, en adelante dispositivos FACTS, para compensar este efecto, por ello el transporte en corriente continua puede llegar más lejos que en alterno, o utilizando menos elementos [2].

Así, por ejemplo, por los beneficios mencionados, el transporte en HVDC se emplearía para cables submarinos de más de 50 km de longitud, ya que la HVAC es poco práctica por las altas capacitancias del cable.

A continuación, se detallan las características de las HVDC frente a las HVAC:

- El principal problema del transporte a grandes distancias de las HVAC es el consumo de potencia reactiva, esta potencia representa el flujo de energía que continuamente carga y descarga los campos eléctrico y magnético de la línea para acomodarse a la oscilación periódica de la tensión y la intensidad. Aunque no se desperdicia directamente puesto que la energía se recupera al descargarse los campos, la intensidad y tensión adicionales en la línea restan su capacidad económica útil. Al aumentar la capacitancia y la inductancia con la longitud con la longitud de la línea, la energía reactiva aumenta igualmente hasta que se alcanza una distancia crítica (como se ha comentado anteriormente) en que el transporte comercial deja de ser viable, en la figura HJB (mirar comentario en la figura) se puede ver la pérdida de potencia al llegar a una cierta distancia. Este inconveniente no existe en las líneas de HVDC ya que no transportan energía reactiva, por lo que, tienen mayor capacidad de transmisión de potencia por conductor, mejoran el control de la potencia activa de forma más

sencilla y rápida y aumentan la estabilidad de la red, evitando así las desconexiones en cascada que pueden derivar en grandes apagones.

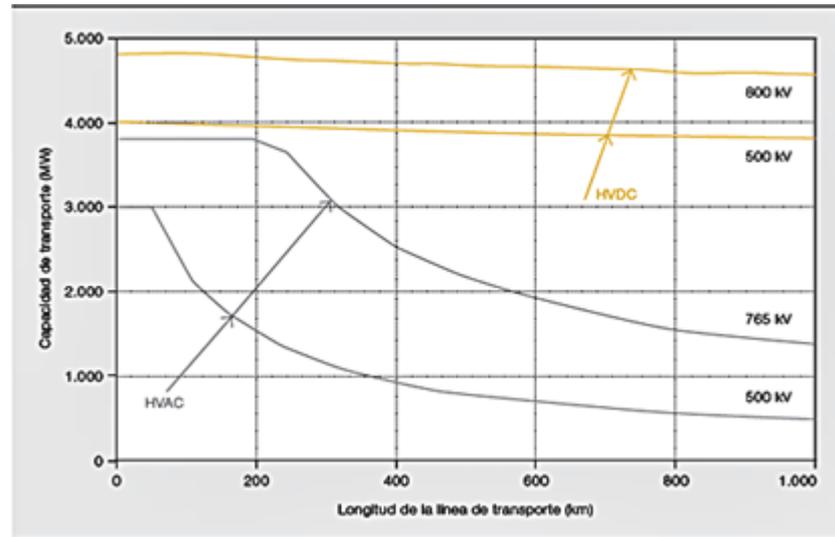


Figura 3. Pérdida de potencia de las líneas de alterna [2]

Por tanto, la distancia crítica representaría la máxima distancia a la cual el cable no puede transportar energía útil porque la corriente capacitiva llega a alcanzar el valor de la intensidad máxima admisible por el cable. Estas distancias se reducen drásticamente en los cables subterráneos o submarinos a valores de 60 km para una tensión de 400 kV siendo necesarios dispositivos FACTS mencionados.

Sin embargo, el HVDC elimina el problema dada la naturaleza de la corriente continua.

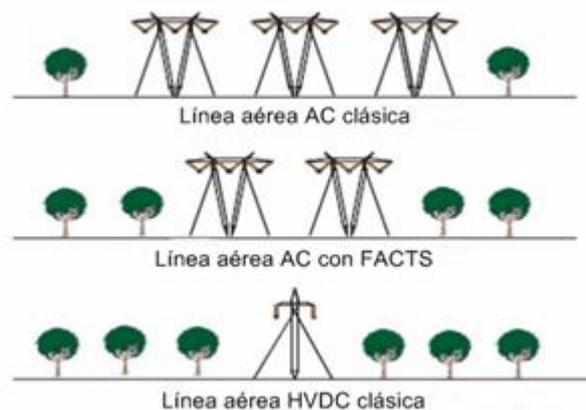
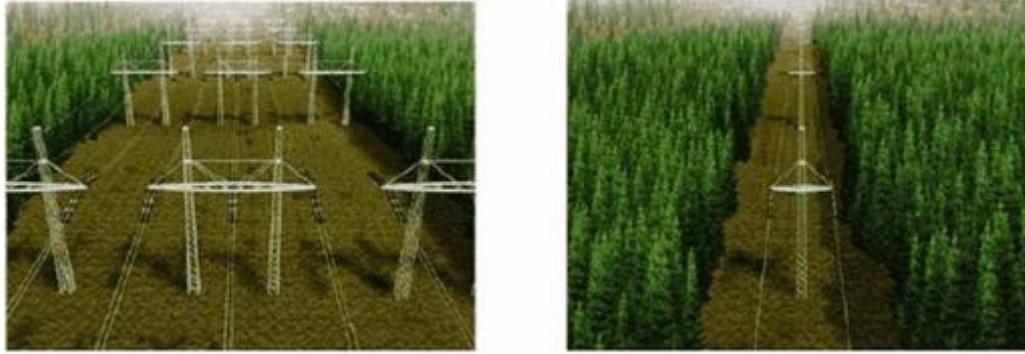


Figura 4. Reducción de elementos a grandes distancias usando líneas HVDC

- El transporte de electricidad en corriente continua a larga distancia también ocupa menos espacio: un enlace de CC de 2.000 km con una potencia de 6.000 MW (MW), necesita una sola línea, mientras que para el transporte equivalente en CA se requerirían tres líneas. En la Figura 5 se evidencia esta característica.



*Figura 5. Reducción de espacio e impacto visual usando líneas HVDC.*

- Las subestaciones de conversión HVDC generan armónicos de corriente y de tensión, mientras que el proceso de conversión es acompañado por el consumo de potencia reactiva. Como resultado, es necesario instalar caras unidades de filtro-compensación y de compensación de potencia reactiva.
- Un sistema de transporte HVDC necesita básicamente un convertidor CA-CC, una línea de transporte y otro convertidor CC-CA, y es precisamente en éstos elementos donde se puede comparar la HVDC con la HVAC. Puesto que la energía eléctrica se produce generalmente en corriente alterna (máquina síncrona) es necesaria la conversión a corriente continua en las estaciones de conversión, con un coste elevado, y el inconveniente de la generación de armónicos y la pérdida de potencia, aun así, los costes del transporte en CC respecto al de CA, se hace patente cuando se trata de grandes distancias, a partir de 600 km en líneas aéreas y de 50 km en líneas sumergidas o subterráneas.
- Respecto al coste de mantenimiento, las líneas largas de HVDC requerirán menos mantenimiento puesto que contienen menos elementos intermedios.
- El efecto corona, las interferencias de radio, así como los efectos magnéticos de la línea, enunciados en los párrafos anteriores, son mucho menores en la transmisión HVDC que en la HVAC [4].

Ya se ha comentado que los convertidores utilizados actualmente para las HVDC son muy eficientes, pero también complicados y caros y eso hace que solamente se puedan poner 2 o en algunos casos 3 o 4.

Las energías renovables (puesto que analizamos una red de aerogeneradores offshore) son altamente variables y a menudo no encontramos que en un continente hace viento en una zona y en otra hace sol y en otra tercera frío y nieve y los climatizadores van al límite. Si existieran grandes redes intercontinentales se podría producir en un sitio para consumirla en otro, y puesto que con HVDC se puede, surge la idea de superred.

Una superred de corriente continua a muy alta tensión que une nudos principales de las redes de corriente alterno de las zonas por donde pasa. De esta manera se puede llevar energía de las zonas con excedente a las deficitarias de forma muy eficiente. Además, en la corriente continua se puede controlar muy bien el flujo de potencia y su dirección cosa casi imposible en corriente alterna.

Como ejemplo de superredes ya existen algunas en el mundo como por ejemplo en Xina, un tramo alemán y existe una propuesta de superred intercontinental global [1] [2].

## 7.1. Armónicos

Las matemáticas demuestran que cualquier onda periódica puede ser descompuesta en una suma de modos periódicos, entendiéndose estos modos, a los que denominaremos armónicos, como ondas periódicas cuyas frecuencias son múltiplos del primer modo al que llamamos modo fundamental u onda fundamental en este caso. La descomposición de la onda (ver imagen de la Figura ), se conoce como desarrollo de Fourier en honor al matemático y físico que la formuló Jean-Baptiste-Joseph Fourier.

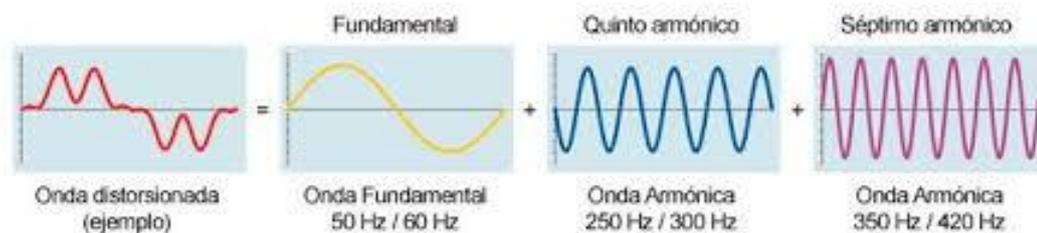


Figura 6. Onda distorsionada debido a la suma de varios armónicos. Fuente: [3]

Concretamente en las señales eléctricas los armónicos pueden ser de diferente orden (múltiplos de 2,3,4...n) y la onda fundamental se fija en 50 o 60 Hz, dependiendo del país, debido a la manera que el generador síncrono genera la onda.

$$I = I_1 \sin(\omega t) + I_2 \sin(\omega t + \varphi_2) + I_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + I_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

### 7.1.1. Índices Armónicos

Hay dos índices muy comunes para describir el contenido armónico en el dominio temporal de una onda numéricamente: La distorsión armónica total (TDH, del inglés) y la Distorsión de demanda total (TDD, del inglés).

TDH expresa los valores rms de los armónicos relativizados al valor fundamental de la onda según la expresión (1).

$$TDH = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N V_{rms}^2}}{V_{1,rms}} \quad (1)$$

Cuando más cercano a 0 es este valor, menos distorsión armónica tendrá la onda en cuestión.

El TDD, es un índice que está calculado sobre el voltaje o corriente real actual de la línea y por tanto, puede dar informaciones más útiles.

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N V_{rms}^2}}{V_{L,rms}} \quad (2)$$

### 7.1.2. Fuente de armónicos

Actualmente, en términos generales, los armónicos, interarmónicos y subarmónicos se producen debidos a varios fenómenos, por ejemplo, saturación magnética, resonancia subsíncrona, cargas no lineales, ferro resonancia y cargas eléctricas intermitentes, aunque la que domina por excelencia son los armónicos emitidos a través de cargas no lineales.

De entre lo descrito anterior, en los sistemas de potencia los dispositivos electrónicos son donde se encuentran las principales emisiones de armónicos. Podemos incluir en este grupo los convertidores de potencia (rectificadores y convertidores) y los elementos de electrónica de potencia como diodos, diacs, triacs, GTOs etc. [8]

Estos dispositivos de potencia están controlados en su gran mayoría por técnicas de modulado del ancho de pulso (PWM). Esos convertidores que se controlan por PWM suelen dividir en tres grupos: Convertidores de fuentes de voltaje (VSC), convertidores de fuente de corriente (CSC) e inversores de fuente de impedancia (ZSC).

En los casos de estudio que se analizan en el trabajo, se utilizan modelos de convertidor VSC en las redes eólicas de potencia, en los debidos capítulos se presentarán y se modelizarán para poder adaptarlos al estudio que se quiere ofrecer.

## 7.2. Frecuencia de resonancia

El presente trabajo se ha basado, entre otras cosas, en el análisis de las resonancias de un sistema dado, un fenómeno que ocurre entre dos elementos reactivos (bobinas y condensadores) cuando son recorridos por una corriente alterna de una frecuencia tal que hace que la reactancia (parte imaginaria de la impedancia o de la admitancia) se anule [18]. Generalmente, las resonancias se pueden asociar con mínimos y máximos de la impedancia del sistema (resonancias serie y paralelo respectivamente)

Un valor muy elevado de la impedancia puede llevar a sobretensiones en un circuito como puede ocurrir en el caso de la

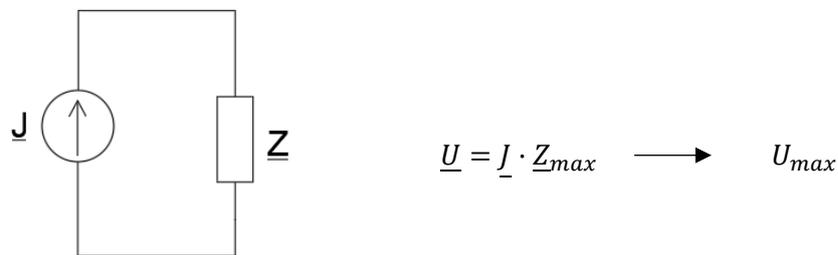


Figura 7. Circuito alimentado por una fuente de corriente.

Un valor muy pequeño de la impedancia puede llevar a valores muy grandes en la intensidad en circuitos alimentados por fuentes de tensión.

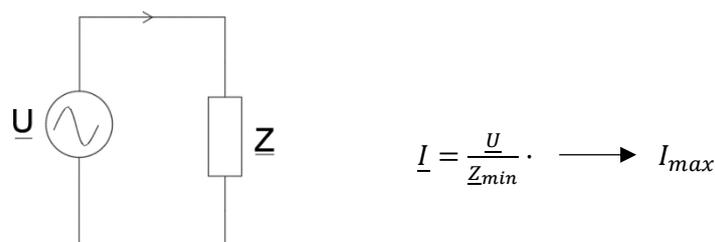


Figura 8. Circuito alimentado por una fuente de tensión

A continuación, se explican los casos detalladamente estudiados relacionados con la impedancia máxima o mínima.

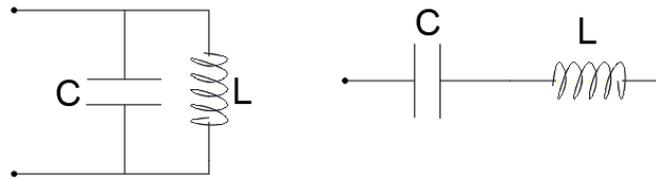


Figura 9. Disposición en paralelo, izquierda y en serie, derecha

### 7.2.1. Resonancia serie

Supongamos que se tiene una inductancia en serie con una capacitancia, la resonancia se produce cuando la reactancia equivalente se anula ( $X_s = 0$ ), un caso en el que la impedancia sería mínima y causarían los efectos descritos en la Figura 8. Por tanto, se escribe lo siguiente:

$$Z_s = \frac{-j}{\omega C} + j\omega L = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = jX_s$$

$$j\omega L = \frac{j}{\omega C} ; f_s^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 CL}$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \quad (3)$$

De aquí se obtiene que existe una frecuencia de resonancia en la que ocurre este fenómeno.

### 7.2.2. Resonancia paralelo

Supongamos ahora que se tiene una inductancia en paralelo con una capacitancia, esta vez trabajando con admitancias por su comodidad al operar con elementos en paralelo, la resonancia se produce cuando la admitancia equivalente se anula ( $Y_p = 0$ ) y por tanto la impedancia es infinita, en este caso el fenómeno sería el que se describe en la Figura 7 y es el caso que ocupa el estudio modal que se desarrolla.

$$Y_p = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{-j}{\omega L} + j\omega C = jY_p$$

$$Y_p = \frac{-1}{\omega L} + \omega C = 0 ; \omega^2 = \frac{1}{CL}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \quad (4)$$

Como se puede observar la frecuencia de resonancia en la resonancia serie (3) y paralelo salen idénticas en los dos casos.

Con estas expresiones se puede hacer un pequeño ejemplo: Imponiendo que se quiere una frecuencia de resonancia de 300 Hz con una inductancia de 5 mH, se necesitaría una capacitancia de 56.29  $\mu\text{F}$ . Observando la Figura 10, se ve el ejemplo de resonancia serie anterior, donde se tiene un comportamiento inductivo en la parte de frecuencias bajas, un comportamiento capacitivo en la parte de frecuencias altas y lo que correspondería a una impedancia nula en la frecuencia de resonancia de 300 Hz impuesta por tanto, también se ve que en la frecuencia de resonancia se alcanza un valor de la intensidad muy elevado.

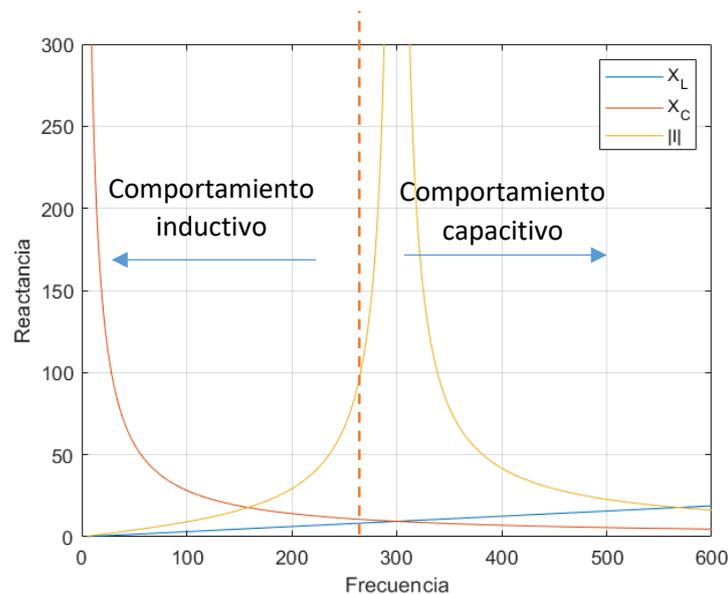


Figura 10. Reactancias que coinciden en la frecuencia de resonancia de 300 Hz

El fenómeno de resonancia vemos que es bastante particular y es una preocupación ante la presencia de armónicos de tensión y corriente en el sistema ya que puede provocar corrientes y tensiones muy elevadas como se acaba de observar.

Aprovechando las expresiones de módulo de las impedancias de condensadores y bobinas, se puede obtener la expresión de la frecuencia de resonancia de otro aspecto útil para aquellos casos que den los datos como impedancias.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \text{ y } X_L = \omega L$$

$$f_r = f \sqrt{\frac{X_c}{X_L}} \quad (5)$$

## 8. Modelado de elementos

En este apartado se explicará cómo se ha modelado los elementos del trabajo utilizados para formar los sistemas estudiados. [17]

### 8.1. Cables

El modelo PI es considerado un modelo apropiado en el análisis modal, aunque no para el análisis dinámico que no es objeto de estudio. A parte el esquema mantiene los mismos nodos para la utilización del método de los nudos a diferencia de utilizar un modelo en T que reduciría la cantidad de nudos. Los elementos del modelo PI del cable se describen en la Figura 11.

$$Z_{cable}(j\omega_f) = R_{cable} + j \left( \frac{\omega_f}{\omega_1} \right) \omega_1 \cdot L_{cable} \quad (6)$$

$$Y_{cond}(j\omega) = j\omega C$$

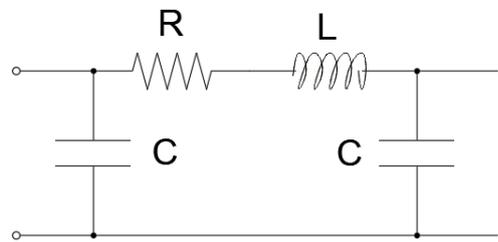


Figura 11. Modelo del circuito PI para cables

### 8.2. Transformadores

Simplemente se representarán como una inductancia como se muestra en la Figura 12.

$$Z_{tr}(j\omega_f) = j \left( \frac{\omega_f}{\omega_1} \right) \omega_1 \cdot L_{tr} \quad (7)$$

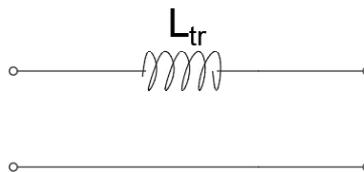


Figura 12. Representación del transformador

Se ha considerado la opción de modelar los transformadores a partir de los datos de cortocircuito

### 8.3. Aerogeneradores

Los aerogeneradores son la parte de la red de estudio que introducirán corriente y dado que a causa de la generación de energía producen electricidad y voltaje, se decanta por la modelización de éstos como fuentes de corriente con su impedancia, que se unirá a la impedancia del convertidor que les acompañe.

### 8.4. Modelos de convertidores

Seguidamente y basándose en el modo de control, se definirán los convertidores y sus modelos de la siguiente manera [13]:

#### 8.4.1. MODELO VSC del WT

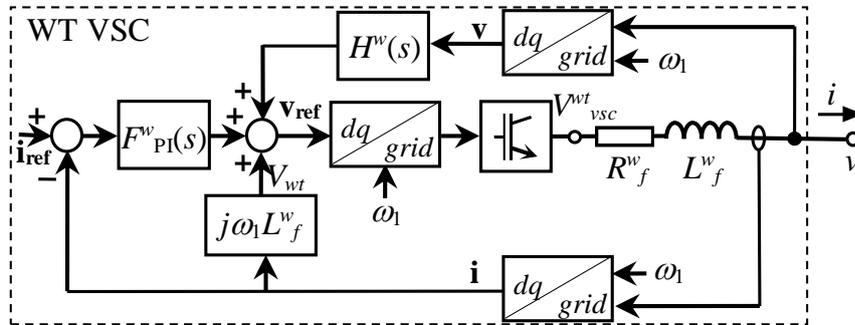


Figura 13. Diagrama de bloques del convertidor VSC de las turbinas.

En la Figura 13 se puede observar el convertidor de los WT en el lado de la red con su filtro  $Z_f(s) = R_f^w + L_f^w s$  y el controlador de corriente síncrono (o referencia d-q) y que es el que servirá para el análisis de frecuencia que se hará en el rango de 0,2-3 kHz. Los fasores espaciales tendrán sus componentes indicados con  $d$  y  $q$ . El balance de voltaje a través del filtro usando los fasores complejos espaciales  $d - q$  en el dominio de tiempo continuo  $s$  es:

$$v_{vsc}^{wt} = (R_f^w + L_f^w s + jL_f^w \cdot \omega_1) \cdot i_{wt} + v_{wt} \quad (8)$$

Donde  $v_{wt}$  es el voltaje de la red de la frecuencia angular fundamental  $\omega_1 = 2\pi f_1$ ,  $i_{wt}$  es la corriente de línea y  $v_{vsc}^{wt}$  es el voltaje de salida del convertidor VSC. El voltaje de referencia del convertidor puede determinarse como:

$$v_{ref} = F_{PI}(s) \cdot (i_{ref} - H_i(s) \cdot i_{wt}) + jL_f^w \cdot \omega_1 \cdot H_i(s) \cdot i_{wt} + H_v(s) \cdot v_{wt} \quad (9)$$

El voltaje  $v_{vsc}^{wt}$  generado por el VSC y el voltaje de referencia del convertidor están comúnmente relacionados a la función de transferencia de tiempo de retardo del convertidor  $D(s)$  (i.e.  $v_{vsc}^{wt} = D(s) \cdot v_{ref}$ ) debido a las conmutaciones que sufre en el proceso y con un valor de  $T_d \cong 1.5T_s$  con  $T_s = 1/f_s$  siendo  $f_s$  la frecuencia de conmutación del convertidor, a la vez si no hay retardo  $v_{vsc}^{wt} = v_{ref}$ . En (9),  $i_{ref}$  es la corriente de referencia del convertidor, y se usa un una realimentación a través de un controlador  $F_{PI}(s)$ .

$$D(s) = e^{-sT_d} \quad (10)$$

$$F_{PI}(s) = K_p^h + \frac{K_i^h}{s} \quad (11)$$

donde  $K_p$  y  $K_i$  son las ganancias proporcional e integral del controlador PI, respectivamente. Además, la influencia de la realimentación y el paso de la señal filtrada en las señales de corriente y voltaje medidas también se considera a través de la función de transferencia de filtros pasa bajos  $H_i(s)$  y  $H_v(s)$ .

$$H_x(s) = \frac{x_m}{x} = \frac{\alpha_{fx}}{s + \alpha_{fx}} \quad (x = i, v) \quad (12)$$

donde  $x$  expresa las señales de corriente de línea y voltaje de red,  $x_m$  representa la salida de los filtros y  $\alpha_{fx}$  es el ancho de banda del filtro pasa bajos. Para elevados anchos de banda,  $x$  no se filtra (i.e.  $H_x(s) \cong 1$  y por tanto  $x \cong x_m$ ). Para pequeños anchos de banda,  $x$  es completamente filtrada (i.e.  $H_x(s) \cong 0$  y por tanto  $x_m \cong 0$ ).

Relacionando las expresiones (8) y (9) teniendo en cuenta el tiempo de retardo del convertidor  $D(s)$ , se obtiene la siguiente expresión.

$$(R_f^h + L_f^h s + jL_f \cdot \omega_1) \mathbf{i}_{wt} + \mathbf{v}_{wt} = D(s)[F_{PI}(s)(i_{ref} - \mathbf{i}_{wt}) + jL_f^h \omega_1 \cdot \mathbf{i}_{wt} + H_v] \quad (13)$$

Reorganizando la expresión (13) se obtiene:

$$\mathbf{i}_{wt} = G_{VSC}(s) \cdot \mathbf{i}_{ref} - Y_{VSC}(s) \cdot \mathbf{v}_{wt}$$

Donde:

$$G_{WT}(s) = \frac{D(s) \cdot F_{PI}(s)}{R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1 - jL_f^h \cdot \omega_1 \cdot D(s) + D(s) \cdot F_{PI}(s)}$$

$$Y_{WT}(s) = \frac{1 - D(s) \cdot H_v(s)}{R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1 - jL_f^h \cdot \omega_1 \cdot D(s) + D(s) \cdot F_{PI}(s)} \quad (14)$$

donde  $G_{WT}(s)$  es la función de transferencia de lazo cerrado y  $Y_{WT}(s)$  es la admitancia equivalente del VSC como se deduce.

En este momento en el que  $Y_{VSC}(s)$  es la admitancia equivalente, se puede escribir que  $Z_{WT}(s) = 1/Y_{WT}(s)$  :

$T_d$  se puede considerar muy pequeña.

$$D(j\omega) = e^{-jT_d\omega} = \cos(T_d\omega_s) - j\text{sen}(T_d\omega_s) \quad (15)$$

$$D(j\omega) \cong \cos(T_d\omega_s)$$

Calculando el término del denominador utilizando (15).

$$1 - D(j\omega_s)H(j\omega_s) = 1 - \cos(T_d\omega) \cdot \frac{\alpha_f}{j\omega_s + \alpha_f} =$$

$$\frac{j\omega_s + \alpha_f - \alpha_f}{j\omega_s + \alpha_f} = \frac{j\omega_s}{j\omega_s + \alpha_f} \quad (16)$$

Juntando la expresión (16), en (14).

$$Z_{WT}(j\omega) = \frac{1}{Y_{WT}} =$$

$$\left(1 - \frac{j\alpha_f}{\omega_s}\right) \left[ R_f + jL_f^h\omega_s + jL_f^h\omega_1 + \cos(T_d\omega_s) \left( K_p - \frac{jK_i}{\omega_s} - jL_f^h\omega_1 \right) \right] =$$

Suponiendo una  $K_i$  muy pequeña.

$$R_f + K_p \cos(T_d\omega_s) + L_f^h\alpha_f \left( 1 + \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\cos(T_d\omega_s)\omega}{\omega_s} \right) +$$

$$j \left( L_f^h(\omega_s + \omega_1 - \omega_1 \cos(T_d\omega_s)) - (R_f + K_p \cos(T_d\omega_s)) \frac{\alpha_f}{\omega_s} \right)$$

Sustituyendo la  $K_p = L_f^h\alpha_c$ .

$$Z_{WT}(j\omega) = \underbrace{R_f^h + L_f^h\alpha_c \cos(T_d\omega_s) + L_f^h\alpha_f}_R + j \underbrace{\left[ L_f^h\omega_s - \frac{(R_f^h + L_f^h\alpha_c)\alpha_f}{\omega_s} \right]}_X \quad (17)$$

Por último, se pasa a referencia abc ( $\alpha$ - $\beta$ ) equivalente a sustituir al cambio  $\omega_s = \omega - \omega_1$ .

$$Z_{WT}(j\omega) = \underbrace{R_f^h + L_f^h\alpha_c \cos(T_d(\omega - \omega_1)) + L_f^h\alpha_f}_R$$

$$+ j \underbrace{\left[ L_f^h(\omega - \omega_1) - \frac{(R_f^h + L_f^h\alpha_c)\alpha_f}{(\omega - \omega_1)} \right]}_X \quad (18)$$

En este caso la expresión (18) definiría completamente el modelo que se va a usar en el análisis del proyecto y para cerciorarnos del buen funcionamiento se comprobaran cálculos de referencia que deberían cumplir ciertos valores estimados con el ánimo de ver si se está utilizando bien el modelo.

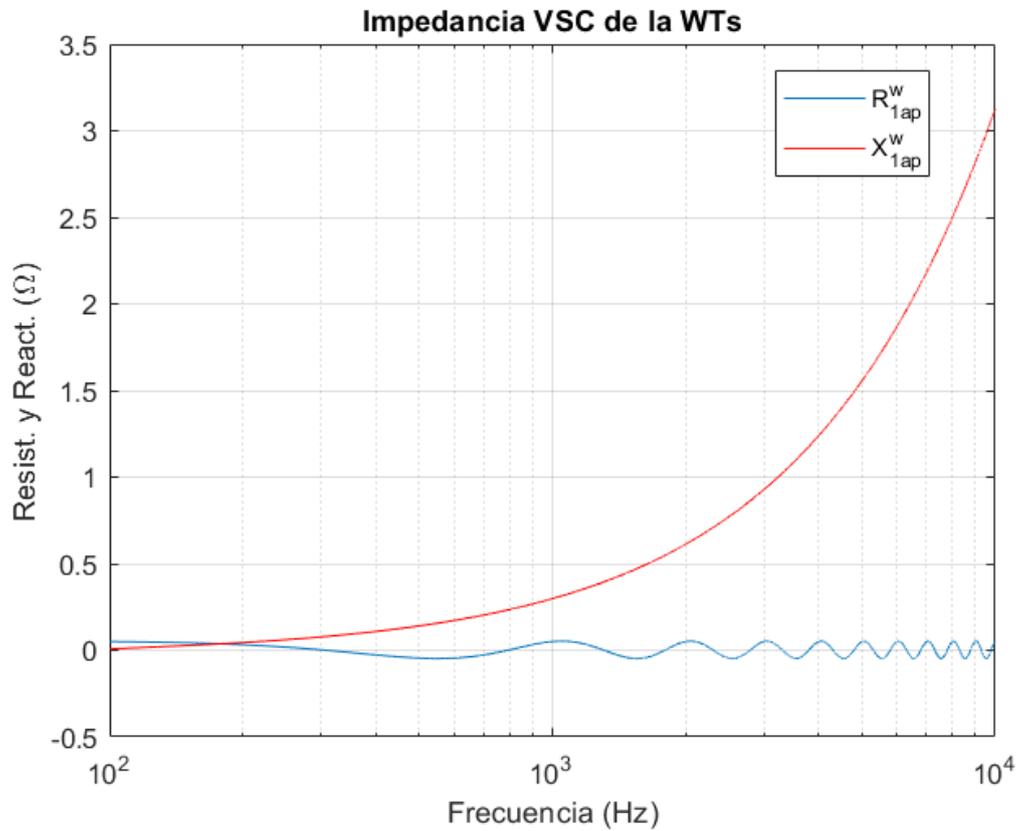


Figura 14. Curva característica de la parte real e imaginaria del modelo de convertidor de la parte de los aerogeneradores

El modelo del convertidor está probado con los siguientes datos:

$\alpha_f$	$\alpha_c$	$T_{dw}$	$R_f$	$L_f$
50	1000 $\Omega$	0.000075 s	0.00002	0.0000253 H

Tabla 1. Datos de testeo de los elementos del convertidor de WT

Tal y como se puede observar en la Figura 14, la reactancia del convertidor tiene un comportamiento inductivo y va aumentando en el tiempo cada vez que se testea una nueva frecuencia en el sistema. Por otro lado, la resistencia se ve que va alternando su valor positivo y negativo debido a la naturaleza del retardo que presenta este comportamiento, esto será un problema a comentar a la hora de analizar los sistemas puesto que puede introducir inestabilidades en la red.

## 8.4.2. MODELO VSC del HVDC

El convertidor VSC del HVDC controla el voltaje alterno de la red offshore basado en el control representado en la Figura 15. [13]

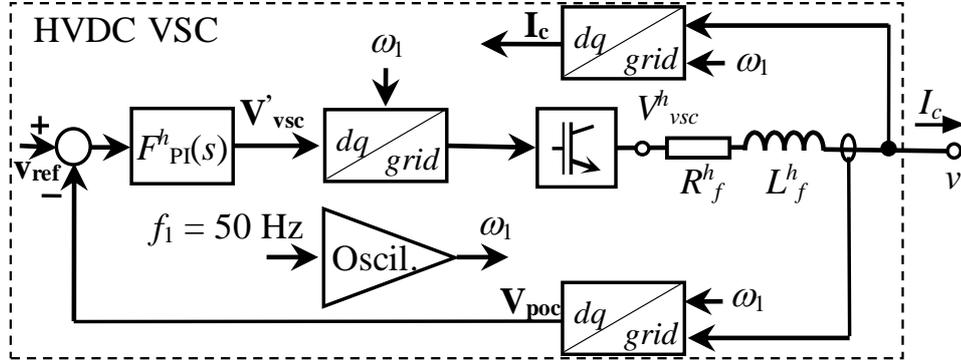


Figura 15. Diagrama de bloques del convertidor VSC de la red HVDC.

Procediendo de la misma manera que en el caso del convertidor anterior, en la definición del modelo para el convertidor VSC de la red HVDC se obtiene:

$$v_{vsc}^h = (R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1) \cdot i_c + v_{poc} \quad (19)$$

Donde  $v_{poc}$  es el voltaje de la red de la frecuencia angular fundamental  $\omega_1 = 2\pi f_1$ ,  $i_c$  es la corriente que sale del convertidor HVDC y  $v_{vsc}^h$  es el voltaje de salida del convertidor. Por otro lado, el voltaje a la salida del convertidor puede determinarse como:

$$v'_{vsc} = F_{PI}(s) \cdot (v_{ref} - v_{poc}) \quad (20)$$

Donde como se ha explicado en la parte del convertidor WT.

$$F_{PI}(s) = K_p^h + \frac{K_i^h}{s} \quad (21)$$

La inductancia de acoplamiento es a su vez: Donde  $L_{brazo}^h$  es la inductancia del convertidor multinivel que se está usando y  $L_{tr}^h$  es la inductancia equivalente de los transformadores HVDC offshore.

$$L_f^h = \frac{L_{brazo}^h}{2} + L_{tr}^h \quad (22)$$

Si juntamos las expresiones (19) y (20), teniendo en cuenta  $v_{vsc}^h = D(s) \cdot v'_{vsc}$  ya que el convertidor de por sí proporciona un retardo.

$$D(s) \cdot F_{PI}(s) \cdot (v_{ref} - v_{poc}) = (R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1) \cdot i_c + v_{poc}$$

$$v_{poc}(1 + D(s) \cdot F_{PI}(s)) = D(s) \cdot F_{PI}(s) \cdot v_{ref} - (R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1) \cdot i_c$$

$$\mathbf{v}_{poc} = G_c^h \cdot \mathbf{v}_{ref} - \mathbf{i}_c \cdot Z_c^h \quad (23)$$

Donde

$$G_c^h(s) = \frac{D(s) \cdot F_{PI}(s)}{1 + D(s) \cdot F_{PI}(s)} \quad (24)$$

$$Z_c^h(s) = \frac{R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1}{1 + D(s) \cdot F_{PI}(s)} \quad (25)$$

donde (24) es la ecuación de la función de transferencia de lazo cerrado y (25) es la ecuación de la impedancia equivalente del VSC como se deduce.

Convirtiéndolo a dominio de frecuencias donde  $s = j\omega_s$ .

$$D(j\omega) = e^{-jT_d\omega_s} = \cos(T_d\omega_s) - j\text{sen}(T_d\omega_s)$$

$$Z_c^h(s) = \frac{R_f^h + L_f^h s + jL_f^h \cdot \omega_1}{1 + e^{-sT_d} \cdot (K_p^h + \frac{K_i^h}{s})}$$

$$Z_c^h(j\omega_s) = \frac{R_f^h + jL_f^h\omega + jL_f^h \cdot \omega_1}{1 + e^{-jT_d\omega_s} \cdot (K_p^h + \frac{K_i^h}{j\omega_s})} = \frac{R_f^h + jL_f^h(\omega_s + \omega_1)}{1 + (\cos(T_d\omega_s) - j\text{sen}(T_d\omega_s)) \cdot (K_p^h - j\frac{K_i^h}{\omega_s})} \cong$$

Se supone, según el criterio escogido, que  $R_f^h$  y  $K_i^h$  son despreciables al ser muy pequeños.

$$\cong \frac{jL_f^h(\omega_s + \omega_1)}{1 + K_p^h \cos(T_d\omega_s) - jK_p^h \text{sen}(T_d\omega_s)} = \frac{jL_f^h(\omega_s + \omega_1)[1 + K_p^h \cos(T_d\omega_s) + jK_p^h \text{sen}(T_d\omega_s)]}{(1 + (K_p^h \cos(T_d\omega_s))^2 + (K_p^h)^2 \text{sen}^2(T_d\omega_s))} \quad (26)$$

$$Z_c^h(j\omega_s) = \frac{jL_f^h(\omega_s + \omega_1)[1 + K_p^h \cos(T_d\omega_s) + jK_p^h \text{sen}(T_d\omega_s)]}{(1 + (K_p^h \cos(T_d\omega_s))^2 + (K_p^h)^2 \text{sen}^2(T_d\omega_s))}$$

El denominador

$$\begin{aligned} (1 + (K_p^h \cos(T_d\omega_s))^2 + (K_p^h)^2 \text{sen}^2(T_d\omega_s)) &= \\ &= 1 + (K_p^h)^2 (\cos^2(T_d\omega_s) + \text{sen}^2(T_d\omega_s)) + 2K_p^h \cos(T_d\omega_s) = \\ &= 1 + (K_p^h)^2 + 2K_p^h \cos(T_d\omega_s) \end{aligned}$$

$$Z_c^h(j\omega_s) = -\frac{L_f^h(\omega_s + \omega_1)K_p^h \text{sen}(T_d\omega_s)}{1 + (K_p^h)^2 + 2K_p^h \cos(T_d\omega_s)} + j\frac{L_f^h(\omega_s + \omega_1)(1 + K_p^h \cos(T_d\omega_s))}{1 + (K_p^h)^2 + 2K_p^h \cos(T_d\omega_s)}$$

Teniendo en cuenta que se va a hacer el estudio en frecuencias altas  $\omega > \omega_1$  se puede simplificar la expresión.

$$Z_c^h(j\omega_s) \cong -\frac{L_f^h \omega_s K_p^h \text{sen}(T_d \omega_s)}{1 + (K_p^h)^2 + 2K_p^h \cos(T_d \omega_s)} + j \frac{L_f^h \omega_s (1 + K_p^h \cos(T_d \omega_s))}{1 + (K_p^h)^2 + 2K_p^h \cos(T_d \omega_s)} \quad (27)$$

Por último, se pasa la ecuación (27) a referencia abc ( $\alpha$ - $\beta$ ), equivalente a sustituir al cambio  $\omega_s = \omega - \omega_1$ . Donde  $T_d$  se puede considerar muy pequeña. Para obtener la ecuación (28).

$$Z_c^h(j\omega) = \underbrace{\frac{-(\omega - \omega_1) \cdot L_f^h \cdot K_p^h \text{sen}(T_d(\omega - \omega_1))}{1 + (K_p^h)^2}}_R + j \underbrace{\frac{L_f^h(\omega - \omega_1)}{1 + (K_p^h)^2}}_{\tilde{X}} \quad (28)$$

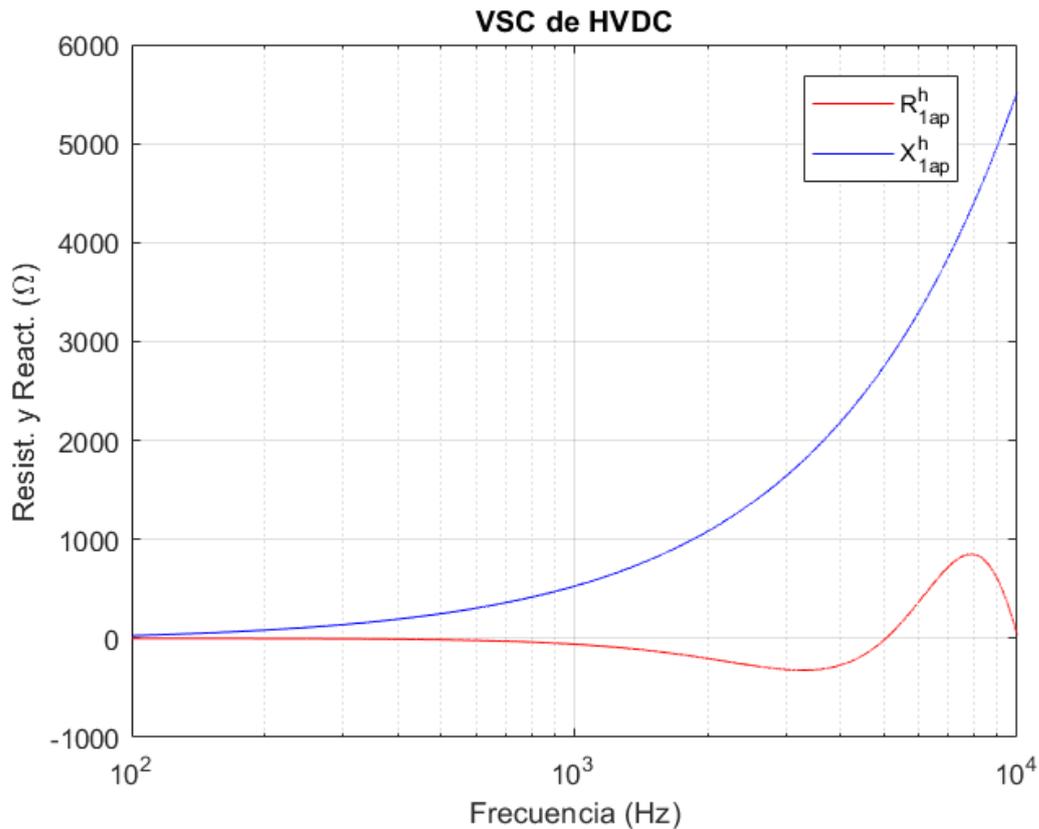


Figura 16. Curva característica de la parte real e imaginaria del modelo de convertidor de la parte de la línea HVDC.

El modelo del convertidor está probado con los siguientes datos:

$L_f$ [H]	$K_{pv}$	$T_D$ [s]
0.09185	0.2	0.0001

Tabla 2. Datos de testeo del modelo de convertidor de HVDC

Se puede observar también el comportamiento inductivo que tiene aumentando el valor de la reactancia a mayores frecuencias y el comportamiento negativo de la resistencia a causa del retardo fruto de la conmutación del convertidor.

## 9. Método de análisis modal de resonancias

Seguidamente se desarrollará la teoría de cálculo utilizada para uno de los objetivos del trabajo y conocida como el método de análisis modal [11] [12] [7].

Cómo se ha procedido para ejecutar el cálculo de las resonancias y de los parámetros que permitirán situar los nudos de resonancia más influyentes respecto a los modos de resonancia, el peso que estos tienen en la totalidad de la malla y la afectación que tiene cada elemento sobre esa resonancia en concreto.

### 9.1. Modos de resonancia

El análisis se ha basado en la forma matricial y el sistema del método de los nudos:

$$V_f = Y_f^{-1} \cdot I_f \quad (29)$$

Donde  $f$  representa la frecuencia a la cual el sistema se está calculando.

Como se ha comentado anteriormente y dada la distribución de la red que se quiere estudiar, el fenómeno de resonancia que predomina en el análisis es la resonancia paralela, correspondiente a máximos de impedancia, en tales casos se puede estudiar la resonancia buscando simplemente los máximos de la matriz inversa de admitancias. El método de los nudos, relaciona tensión y matriz de admitancias y tales máximos coincidirán con los máximos de tensión al inyectar corriente en los nudos del sistema.

A continuación, se muestra el método utilizado para calcular la matriz de admitancias.

Dado los nudos de partida y llegada en una rama y el valor de la impedancia que debe ir en su interior, la matriz de admitancias ha sido construida de la siguiente manera:

$$Y_n = \sum_{k=i}^N Y_k (A_k \cdot A_k^T) \quad (30)$$

Siendo  $N$  el número total de ramas del sistema,  $Y_k$  la admitancia de la rama en cuestión y la matriz  $A$  de dimensión  $m \times 1$ , siendo  $m$  el número de nudos, correspondiente a sustituir por 1 la posición del nudo si es el nudo de partida y -1 en la posición del nudo si es el nudo de llegada.

Por tanto, para estudiar el problema de la resonancia se puede optar por buscar la matriz de admitancias del sistema obtenida según la expresión (30), calcular su inversa y estudiar la respuesta frecuencial para localizar donde están esos picos que corresponderían a frecuencias de resonancia. Para facilitar el estudio, el mismo método de análisis modal propone trabajar con la matriz diagonalizada (al ser simétrica es diagonalizable) y por tanto con los valores propios de ésta, VAP de ahora en adelante. Los VAPs más pequeños serán los que al invertir la matriz, se

conviertan en los picos de la impedancia modal,  $Z_m$  y permitirán identificar las resonancias del sistema. Seguidamente se explicará el desarrollo matemático del método.

El primer paso consistirá en la descomposición de la matriz de admitancia.

$$Y = L \cdot D \cdot T \quad (31)$$

Donde,

$D$  es la matriz diagonal que contiene los VAPs de  $Y$ .

$L$  y  $T$  son, respectivamente, los vectores propios, en adelante VEP, izquierdo y derecho asociados a los VAPs y que verifican  $T = L^{-1}$  y también  $T = L^T$ .

Sustituyendo (31) en (29):

$$V = L \cdot D^{-1} \cdot T \cdot I \quad \rightarrow \quad T \cdot V = D^{-1} \cdot T \cdot I \quad (32)$$

Renombrando:

$$T \cdot V = U \quad (33)$$

$$T \cdot I = J \quad (34)$$

Donde:

$U$  es el vector de voltajes modales

$J$  es el vector de intensidades modales

$D^{-1}$  es la inversa de los VAPs y se llamarán impedancias modales,  $Z_m$ .

Quedando la siguiente expresión:

$$U = D^{-1} \cdot J \quad (35)$$

Los modos críticos del sistema serán aquellos en los que en un rango de frecuencias presenten un valor pico en la matriz  $D^{-1}$ . Si un modo no tiene valor máximo se dice que no será crítico. La expresión (35) deja ver que si un valor modal es muy alto, automáticamente supondrá un valor alto en la correspondiente tensión del modo.

La corriente modal  $J$  es la proyección lineal de las corrientes físicas de cada nodo en la dirección de su vector propio y se expresa así:

$$J_1 = T_{11}I_{11} + T_{12}I_{12} + T_{13}I_{13} + \dots + T_{1n}I_{1n} \quad (36)$$

Esto es tal que por ejemplo si  $T_{12}$  tiene el valor más alto, la corriente nodal  $I_{12}$  tendrá la mayor contribución en el modo de corriente  $J_1$  y se concluiría que el bus 2 es donde el modo 1

se puede excitar más fácilmente, por tanto los componentes de los VEPs derechos dan lo que se llama la excitabilidad del modo crítico.

Los voltajes modales se relacionan con el valor real de la tensión de los nodos según la siguiente expresión:

$$V = L \cdot U \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} \\ \dots \\ L_{n1} \end{bmatrix} \cdot U_1 + \begin{bmatrix} L_{12} \\ \dots \\ L_{n2} \end{bmatrix} \cdot U_2 + \dots + \begin{bmatrix} L_{1n} \\ \dots \\ L_{nn} \end{bmatrix} \cdot U_n \cong \begin{bmatrix} L_{11} \\ \dots \\ L_{n1} \end{bmatrix} \cdot U_1$$

La anterior simplificación es posible si  $U_1$  tiene un valor mucho mayor que los otros voltajes modales. La ecuación por tanto, revela que la contribución de  $U_1$  al voltaje físico puede ser caracterizada usando los VEPs izquierdos. Si  $L_{21}$  tiene el valor más elevado, el bus 2 tendrá también el mayor valor. Esto implica que el bus 2 es la localización donde el modo de resonancia 1 más fácilmente puede ser observado. Si  $L_{21} = 0$ , el voltaje del nodo 2 no estaría afectado por el voltaje modal 1. Por tanto, se puede decir que el VEP izquierdo puede representar la observabilidad del modo crítico.

Si se recuerda la igualdad  $T = L^T$  se deduce que el bus desde donde se observe mejor la resonancia modal será el mismo que el que presente mayor excitabilidad y viceversa.

Dicho eso, es posible combinar la excitabilidad y observabilidad para representarlas en un mismo índice. Este índice se llama factor de participación, FP de ahora en adelante, y se calcula como:

$$FP_{bm} = L_{bm} T_{mb} \quad (38)$$

Donde b y m correspondería a l número de bus y modo, respectivamente. Los FP son buenos índices para medir la participación de los diferentes buses a un modo en particular. También es interesante y útil introducir un índice que pueda probar el grado de influencia de cada bus en los diferentes modos. Este índice facilitará la comparación también y nos referiremos a él como factor de participación ponderado, FPP en adelante, que se calculará de la siguiente manera:

$$FPP_{bm} = D^{-1} FP_{bm} = Z_m FP_{bm} \quad (39)$$

El FPP, al incluir el efecto de la impedancia modal, muestran la aportación de cada modo a la impedancia vista desde un nudo:

$$Z_{bb} = FPP_{b1} + FPP_{b2} + \dots + FPP_{bn} \quad (40)$$

Del mismo modo que el FP nos dice cuál es el modo más influyente y más afectado por el fenómeno de la resonancia, se pueden determinar otros indicadores que expresen por ejemplo cuanto es el grado de implicación de un elemento de la red a un modo en particular, a estos indicadores les llamaremos sensibilidades y se hablará detalladamente a continuación.

## 9.2. Sensibilidad

Las impedancias de las ramas conectadas a un nudo se modelan a través de su admitancia equivalente como una conductancia **G** en paralelo con su susceptancia **B**. Según esta suposición, se puede averiguar cuán sensible es el modo crítico tanto a G como a B derivando respecto a las mismas variables tal y como se ve en la expresión (41). Dicha derivada equivaldría a calcular la variación del modo respecto la variación de G y B. [19]

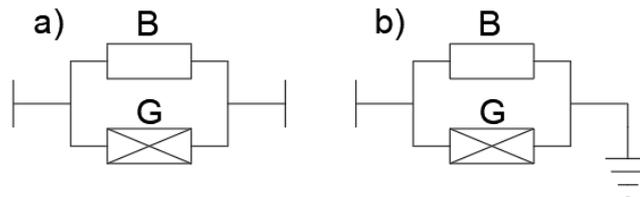


Figura 17. Caracterización de las ramas respecto a la conductancia y susceptancia. a) de nudo a nudo b) de nudo a tierra

Definiremos la sensibilidad  $S_{k,ij}$  como la magnitud que cuantifica el cambio de valor en los modos de resonancia al variar, y se entiende por variar el incrementar o disminuir, en pequeñas cantidades los elementos que hay en una red que estén o bien entre dos nodos j e i o entre un nodo y la referencia la y como se muestra en la Figura 17.

$$\frac{\partial|\lambda|}{\partial G} \text{ y } \frac{\partial|\lambda|}{\partial B} \quad (41)$$

Pero finalmente y a modo eficaz y práctico, interesa obtener la sensibilidad no respecto a valores como G o como B sino a valores como R o X, resistencias y reactancias, tanto si los elementos estudiados están en serie o paralelo ya que es así como se dan los datos de la red. Por tanto, se debe desarrollar una serie de facilidades matemáticas que conviertan las expresiones de (41) en lo que se desea. Por ello, se realiza el siguiente truco, consistente en aplicar la regla de la cadena con el uso de una función F de apoyo.

$$\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial R} = \frac{\partial|\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} + \frac{\partial|\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \quad \frac{\partial|\lambda_k|}{\partial X} = \frac{\partial|\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial X} + \frac{\partial|\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \quad (42)$$

$$\text{donde } \frac{\partial|\lambda|}{\partial G} = \frac{\partial|\lambda|}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial G} = \mu; \quad \frac{\partial|\lambda|}{\partial B} = \frac{\partial|\lambda|}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial B} = \nu \quad (43)$$

Para empezar a resolver las expresiones de la ecuación (42) se debe ir paso a paso y primero calcular la expresión de las admitancias respecto a las resistencias y reactancias tanto para bobinas como condensadores, ya que cada tipo presenta una impedancia distinta como se verá. Se empieza por los elementos inductivos.



Figura 18. Impedancia inductiva

$$\underline{Z} = R + jX_L; \quad Y = \frac{1}{R + jX_L} = \underbrace{\frac{R}{R^2 + X_L^2}}_G - j \underbrace{\frac{X_L}{R^2 + X_L^2}}_B \quad (44)$$

De la expresión (44) se pueden sacar las derivadas parciales siguientes:

$$\frac{\partial G}{\partial R} = \frac{X_L^2 - R^2}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad \frac{\partial G}{\partial X_L} = \frac{-2RX_L}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad (45)$$

$$\frac{\partial B}{\partial R} = \frac{2RX_L}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad \frac{\partial B}{\partial X_L} = \frac{X_L^2 - R^2}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad (46)$$

Seguidamente se calculan las expresiones para los elementos capacitivos.



Figura 19. Impedancia capacitiva

$$\underline{Z} = R - jX_C; \quad Y = \frac{1}{R + jX_C} = \underbrace{\frac{R}{R^2 + X_C^2}}_G + j \underbrace{\frac{X_C}{R^2 + X_C^2}}_B \quad (47)$$

Al igual que antes, de la expresión (47) se pueden obtener las derivadas parciales siguientes:

$$\frac{\partial G}{\partial R} = \frac{X_C^2 - R^2}{(R^2 + X_C^2)^2} \quad \frac{\partial G}{\partial X_C} = \frac{-2RX_C}{(R^2 + X_C^2)^2} \quad (48)$$

$$\frac{\partial B}{\partial R} = \frac{-2RX_C}{(R^2 + X_C^2)^2} \quad \frac{\partial B}{\partial X_C} = \frac{R^2 - X_C^2}{(R^2 + X_C^2)^2} \quad (49)$$

Una vez vistas las expresiones anteriores, hay que relacionar el modo respecto a G y respecto a B. Para ello se utilizará una función F que representará el módulo al cuadrado del modo a la frecuencia correspondiente y se tendrá en cuenta también lo siguiente:

$$F = |\lambda|^2 \quad \lambda_k = \lambda_r + j\lambda_i \quad (50)$$

$$S_{k,ii} = S_r + jS_i \quad Y = G + jB$$

Si el elemento se encuentra entre un nudo y tierra se opera según la expresión (51).

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Y} = t_k \frac{\partial Y}{\partial \alpha} l_k = S_{\lambda,ii} \quad (51)$$

Si el elemento se encuentra entre un nudo i y otro nudo j, se opera según la expresión (52).

$$\frac{\partial \lambda}{\partial Y} = t_k \frac{\partial Y}{\partial Y_{ii}} \frac{\partial Y_{ii}}{\partial Y_{sh}} l_k = S_{\lambda,ii} + S_{\lambda,jj} - S_{\lambda,ij} - S_{\lambda,ji} \quad (52)$$

La función auxiliar F permitirá obtener una magnitud representativa del modo sin parte imaginaria y con la que se podrá operar con facilidad para aquellos incrementos de valor que se quieren estudiar.

Se procede de la siguiente manera. Para la componente imaginaria B.

$$\begin{aligned} \Delta F &= |\lambda + \Delta \lambda|^2 - |\lambda|^2 = |\lambda_r + j\lambda_i + j(S_r + jS_i)\Delta B|^2 - |\lambda|^2 \\ &= |\lambda_r - S_i\Delta B + j(\lambda_i + S_r\Delta B)|^2 - |\lambda_r + j\lambda_i|^2 \\ &= \left( \sqrt{(\lambda_r - S_i\Delta B)^2 + (\lambda_i + S_r\Delta B)^2} \right)^2 - \left( \sqrt{\lambda_r^2 + \lambda_i^2} \right)^2 \\ &= 2\Delta B(\lambda_i S_r - \lambda_r S_i) + (S_r^2 + S_i^2)\Delta B^2 \end{aligned}$$

Los incrementos de orden superior a uno se desprecian.

$$\frac{\Delta F}{\Delta B} = 2(\lambda_i S_r - \lambda_r S_i) \quad (53)$$

Si se hiciese respecto al elemento G.

$$\frac{\Delta F}{\Delta G} = 2(\lambda_i S_i + \lambda_r S_r) \quad (54)$$

Y se obtiene la derivada de los modos respecto a F utilizando las características de F mencionadas en las expresiones (50).

$$\frac{\partial |\lambda|}{\partial F} = \frac{\partial \sqrt{F}}{\partial F} = \frac{-1}{2\sqrt{\lambda_r^2 + \lambda_i^2}} = \frac{1}{2\sqrt{\lambda_r^2 + \lambda_i^2}} \quad (55)$$

Como es una raíz, en la expresión (55) se puede coger el resultado negativo para eliminar el signo de la derivada. Resolviendo las expresiones de las ecuaciones (42), se obtiene las expresiones de  $\mu$  y  $\nu$ .

$$\frac{\partial |\lambda|}{\partial G} = \frac{S_r \lambda_r + S_i \lambda_i}{\sqrt{\lambda_r^2 + \lambda_i^2}} = \mu \quad (56)$$

$$\frac{\partial |\lambda|}{\partial B} = \frac{S_r \lambda_i - S_i \lambda_r}{\sqrt{\lambda_r^2 + \lambda_i^2}} = \nu \quad (57)$$

Recuperando la expresión (43) y sustituyendo en ella las expresiones (56) y (57), se puede obtener las expresiones de las sensibilidades que se buscaban respecto a R y X.

Para el caso que la reactancia sea una inductancia, se obtienen las expresiones (58) y (59).

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial R} = \frac{\mu(X_L^2 - R^2) + 2\nu R X_L}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad (58)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial X_L} = \frac{-2\mu R X_L + \nu(X_L^2 - R^2)}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad (59)$$

Para el caso que la reactancia sea una capacitancia, se obtienen las expresiones (60) y (61).

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial R} = \frac{\mu(X_C^2 - R^2) - 2\nu R X_L}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad (60)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial X_C} = \frac{\nu(R^2 - X_C^2) - 2\mu R X_L}{(R^2 + X_L^2)^2} \quad (61)$$

### 9.2.1. Sensibilidad en los convertidores

Para acabar, queda el caso de los convertidores. Las variables de referencia respecto a las que se quiere calcular su sensibilidad son las resistencias, reactancias de los filtros de estos y sus variables propias como el ancho de banda o el tiempo de retardo, es decir, respecto a  $R_f^h, L_f^h, K_{pv}, T_d, L_f^w, R_f^w, \alpha_f$  y  $\alpha_c$ . Para ello se deberá replantear la forma de llegar a sus expresiones correspondientes con los recursos matemáticos para no derivar a expresiones tan largas.

Por tanto, para el convertidor VSC de WT, usando la regla de la cadena.

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial R_f^w} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial R_f^w} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial R_f^w} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial R_f^w} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial R_f^w} \quad (62)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial L_f^w} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial L_f^w} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial L_f^w} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial L_f^w} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial L_f^w} \quad (63)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial \alpha_c} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \alpha_c} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \alpha_c} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha_c} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha_c} \quad (64)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial \alpha_f} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \alpha_f} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \alpha_f} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha_f} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha_f} \quad (65)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial T_d} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial T_d} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial T_d} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial T_d} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial T_d} \quad (66)$$

Las respectivas derivadas parciales que se obtienen de la expresión (18), son:

$$\frac{\partial R}{\partial R_f^w} = 1 \quad (67)$$

$$\frac{\partial R}{\partial L_f^w} = \alpha_c \cdot \cos(T_d(\omega - \omega_1)) + \alpha_f \quad (68)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha_c} = L_f \cdot \cos(T_d(\omega - \omega_1)) \quad (69)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha_f} = L_f \quad (70)$$

$$\frac{\partial R}{\partial T_d} = -L_f \alpha_c \sin(T_d(\omega - \omega_1))(\omega - \omega_1) \quad (71)$$

$$\frac{\partial X}{\partial R_f^w} = -\frac{\alpha_f}{\omega - \omega_1} \quad (72)$$

$$\frac{\partial X}{\partial L_f^w} = -(\omega - \omega_1) - \frac{\alpha_f \cdot \alpha_c}{\omega - \omega_1} \quad (73)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \alpha_c} = -\frac{\alpha_f \cdot L_f}{\omega - \omega_1} \quad (74)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \alpha_f} = -\frac{R_f + (\alpha_c \cdot L_f)}{\omega - \omega_1} \quad (75)$$

$$\frac{\partial X}{\partial T_d} = 0 \quad (76)$$

Para el convertidor VSC de HVDC, usando la regla de la cadena, se obtienen las expresiones de las derivadas parciales siguientes:

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial R_f^h} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial R_f^h} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial R_f^h} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial R_f^h} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial R_f^h} \quad (77)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial L_f^h} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial L_f^h} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial L_f^h} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial L_f^h} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial L_f^h} \quad (78)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial K_{pv}} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial K_{pv}} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial K_{pv}} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial K_{pv}} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial K_{pv}} \quad (79)$$

$$\frac{\partial |\lambda_k|}{\partial T_d} = \frac{\partial |\lambda|}{\partial G} \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial T_d} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial T_d} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial T_d} + \frac{\partial |\lambda|}{\partial B} \frac{\partial G}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial T_d} \quad (80)$$

Las respectivas derivadas parciales obtenidas de la expresión (28), son:

$$\frac{\partial R}{\partial R_f^h} = 0 \quad (81)$$

$$\frac{\partial R}{\partial L_f^h} = 0 \quad (82)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial K_{pv}} &= \\ &= \frac{-(\omega - \omega_1) \sin(T_d(\omega - \omega_1))L_f(1 + k_{pv}^2) + L_f(\omega - \omega_1) \sin((\omega - \omega_1)T_d)k_{pv}^2 \cdot 2}{(1 + k_{pv}^2)^2} \end{aligned} \quad (83)$$

$$\frac{\partial R}{\partial T_d} = \frac{-(\omega - \omega_1)L_f K_{pv} \cos((\omega - \omega_1)T_d)(\omega - \omega_1)}{1 + k_{pv}^2} \quad (84)$$

$$\frac{\partial X}{\partial R_f^w} = 0 \quad (85)$$

$$\frac{\partial X}{\partial L_f^w} = -\frac{(\omega - \omega_1)}{1 + k_{pv}^2} \quad (86)$$

$$\frac{\partial X}{\partial K_{pv}} = -\frac{2 \cdot K_{pv} \cdot L_f(\omega - \omega_1)}{(1 + k_{pv}^2)^2} \quad (87)$$

$$\frac{\partial X}{\partial T_d} = 0 \quad (88)$$

Por tanto, sustituyendo las expresiones de derivadas parciales del convertidor HVDC [(81) - (88)] a las expresiones [(77) - (80)] y las expresiones de las derivadas parciales del convertidor del WT [(67) - (76)] a las expresiones [(62) - (66)] incluyendo las derivadas parciales ya calculadas en los apartados anteriores (ver expresiones (44)), se obtienen las sensibilidades de los modos respecto a las variables de los modelos de los convertidores escogidos.

$$\begin{array}{cc} \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial R_f^w} & \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial R_f^h} \\ \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial L_f^w} & \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial L_f^h} \\ \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial \alpha_c} & \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial K_{pv}} \\ \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial \alpha_f} & \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial T_d} \\ & \frac{\partial |\lambda_k|}{\partial T_d} \end{array}$$

Es verdad que para los cálculos y comprobaciones de las sensibilidades se va a utilizar estrictamente los VAPs obtenidos. Para nuestro estudio, aun así, podría ser más interesante mirar las sensibilidades de las impedancias modales directamente, que son las que se dibujan, en vez de los modos. Aunque en el estudio no se ha hecho así, el paso de las sensibilidades a impedancia modal es sencillo y se obtiene aplicando simplemente la relación.

$$Z_m = \frac{1}{\lambda} \quad (89)$$

Y su derivada

$$\frac{\partial Z_m}{\partial \lambda} = -\frac{1}{\lambda^2} \quad (90)$$

Por tanto.

$$\frac{\partial Z_m}{\partial \alpha} = \frac{\partial Z_m}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = \left(-\frac{1}{\lambda^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha}\right) \quad (91)$$

Si se mira el valor normalizado, queda de la misma manera en la que se ha estudiado, pero con diferente signo, cosa que concuerda pues el signo solo indica si aumenta o disminuye y siempre que aumenta el Valor propio disminuirá la impedancia modal.

$$\frac{\partial Z_m / |Z_m|}{\partial \alpha / |\alpha|} = \frac{\partial Z_m / |Z_m|}{\partial \lambda / |\lambda|} \cdot \frac{\partial \lambda / |\lambda|}{\partial \alpha / |\alpha|} = \lambda^2 \cdot \frac{\partial Z_m}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda / |\lambda|}{\partial \alpha / |\alpha|} = -\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \cdot \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) \quad (92)$$

Donde  $\alpha$  es cualquier elemento respecto el cual se mira la sensibilidad.

### 9.3. Estabilidad

En cuanto a la estabilidad, es un asunto que va asociado a la resonancia y va unido a valores de resistencias negativas que solo pueden aparecer si existen dispositivos controlados como los convertidores que presentan impedancias virtuales (impedancias cuyo origen proviene de elementos físicos y del control de los convertidores por lo que no está estricta y directamente asociada a elementos físicos como pueden ser líneas o transformadores) [5].

A diferencia del problema del apartado anterior de las resonancias que son producidas a causa de inyecciones de armónicos en el sistema y que como consecuencia pueden provocar valores altos en voltajes de ciertos nodos de la red o mal funcionamiento en dispositivos como motores, aquí el problema es otro. La existencia de una inestabilidad (valores negativos de resistencia) unida a una determinada frecuencia de resonancia y se produce cualquier perturbación como la apertura de un interruptor, la conexión o desconexión de una red nueva o aerogenerador en funcionamiento etc, el transitorio derivado de esta perturbación dependiendo de si el sistema es pasivo o no (el comportamiento resistivo de la red) hará que la oscilación del transitorio debido a la perturbación amortigüe o aumente.

Los convertidores VSC, como se ha explicado en apartados anteriores, están siendo ampliamente usados en sistemas de conversión de energía renovable y en sistemas de almacenamiento de energía para mejorar la controlabilidad de los sistemas de potencia y las plantas eólicas. Las inestabilidades de resonancia que aparecen con el uso de estos convertidores como se explicaba en el párrafo anterior en general se pueden clasificar en dos tipos: (i) Las que se producen en un rango de entre 0.75 a 3 kHz y son causadas debidas al tiempo de retardo de convertidor y el controlador de corriente y (ii) las inestabilidades producidas cerca de la frecuencia síncrona en rangos de entre 50 y 300 Hz y son debidas a los controladores de corriente y otros tipos de control. Como ya se ha explicado durante la memoria, el trabajo se centra en los rangos de frecuencia de (i) y por tanto el primer tipo de inestabilidad.

Existen diferentes métodos que pueden analizar la estabilidad de un sistema como por ejemplo:

*Método basado en impedancias (Impedance-based model stability criterion): [17]* Este criterio da información del sistema en lazo cerrado y de sus modos oscilatorios a partir de la respuesta frecuencial del lazo abierto y se centra sobre todo en el margen de fase de la fuente y el ratio entre las impedancias de las cargas.

*Criterio basado en el amortiguamiento del sistema (Positive net-damping criterion, PND en adelante):* Evalúa la resistencia (damping) del sistema a las frecuencias de resonancia, de forma que si dicha resistencia presenta valores negativos existirá una inestabilidad del sistema a esa frecuencia.

9.3.1. Criterio de amortiguamiento positivo neto

El sistema SISO de la Figura 20 muestra la red, el convertidor VSC y la fuente de corriente que inyecta representada por el aerogenerador y que simplificado se puede expresar como el circuito de la derecha [9] [10].

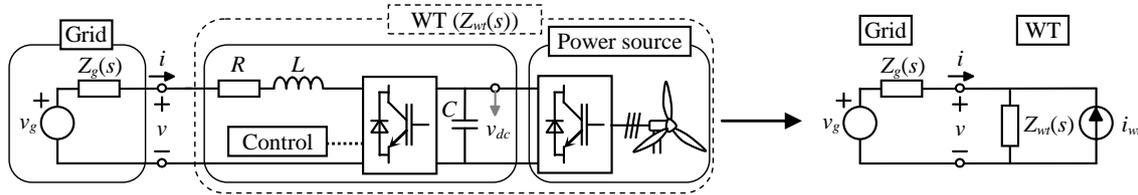


Figura 20. Red VSC conectado a un sistema SISO

La función de transferencia queda de la siguiente manera:

$$i = \frac{1}{Z_g(s) + Z_{wt}(s)} (v_g - i_{wt} Z_{wt}(s)) \tag{93}$$

$$= \frac{D_g(s) D_{wt}(s)}{N_g(s) D_{wt}(s) + N_{wt}(s) D_s(s)} (v_g - i_{wt} Z_{wt}(s))$$

$$v = \frac{Z_g(s) Z_{wt}(s)}{Z_g(s) + Z_{wt}(s)} \left( \frac{v_g}{Z_g(s)} - i_{wt} \right) \tag{94}$$

$$= \frac{D_g(s) D_{wt}(s)}{N_g(s) D_{wt}(s) + N_{wt}(s) D_s(s)} \left( \frac{v_g}{Z_g(s)} - i_{wt} \right)$$

Cuyo estudio de estabilidad se centra en:

$$Z_E(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \gamma \frac{N(s)}{s^k \prod_{i=1}^{i_p} (s - p_i) (s - p_i^*) \prod_{h=1}^{h_p} (s - p_h)} \tag{95}$$

Donde  $p_i = \sigma_i \pm j\omega_i$  y  $p_h$  son los polos de la función de transferencia  $Z_E(s)$ . La inestabilidad se produce si  $\sigma_i = \sigma_0$  es positivo, y  $\omega_i = \omega_0$  es la frecuencia de resonancia.

Se puede demostrar que  $\omega_0$  coincide aproximadamente con la frecuencia  $\omega_r$  de los puntos de resonancia de  $Z_E(s)$ , y la oscilación es inestable ( $\sigma_0 > 0$ ) si  $Re\{Z_E(\omega_r)\} < 0$ , es negativo [5].

El circuito de la Figura 21 muestra el esquema multiterminal del convertidor VSC conectado a una red de transmisión de corriente alterna (CA) donde la red está caracterizada mediante una matriz de admitancias  $Y_G(s)$  donde los componentes que se adhieren están representados por sus equivalentes Norton. Los terminales de 1 a  $b$  sin ningún elemento externo conectado se representan como circuitos abiertos los cuales se caracterizan con un valor nulo en la fuente de corriente y en la admitancia del equivalente de Norton. Las relaciones

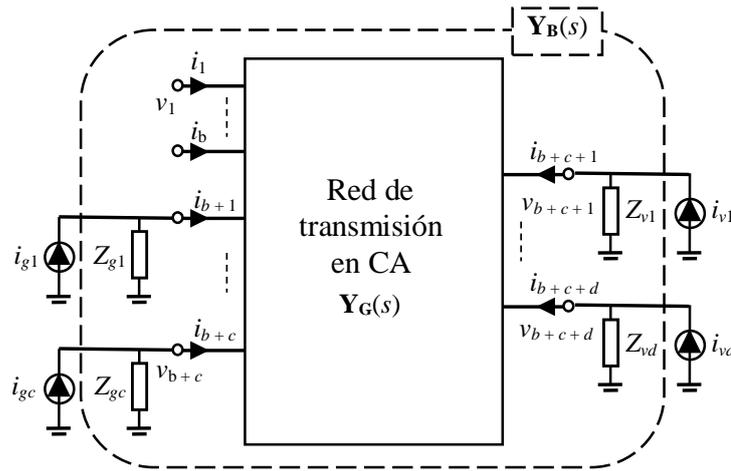


Figura 21. Esquema multiterminal del VSC basado en redes de CA.

Puesto que los sistemas de estudio que se proponen en el trabajo son MIMO (Multiple-Inputs Multiple Outputs) se considerará que se tienen n funciones SISO para poder aplicar criterio PND. Las relaciones entre los voltajes y corrientes de los terminales de la red de CA se expresan como:

$$i = Y_G(s)v \tag{96}$$

$$i = i_E - Y_E(s)v$$

$$i_E = (Y_G + Y_E)v \Rightarrow v = Z_B(s)i_E \tag{97}$$

Vista de otra manera:

$$v = (Y_G + Y_E)^{-1}i_G = \left( I + \frac{Z_G Y_E}{GH} \right)^{-1} Z_G i_G \tag{98}$$

Donde:

$$Y_E = \begin{pmatrix} Y_{e1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ej} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{en} \end{pmatrix}; Z_G = Y_G^{-1} \tag{99}$$

La matriz  $Y_E$  es la matriz cuya diagonal comprende todas las admitancias de los convertidores.

Y donde la impedancia del sistema  $Z_B(s)$  es la inversa de la admitancia de matriz de nodos, es decir:

$$Z_B(s) = Y_B^{-1}(s) = (Y_G(s) + Y_E(s))^{-1} \tag{100}$$

Basándonos en la explicación de se puede decir que diagonalizando la expresión (100) se puede analizar con el PND los VAPs del sistema y decretar la estabilidad en función de si la parte real de esos polos es negativa o positiva, siendo estable cuando sea positiva e inestable cuando sea negativa, siempre en las frecuencias de resonancia. [10]

Por otro lado, la estabilidad también se puede analizar desde el dominio frecuencial recuperando la expresión (98) y considerando (99). Considerando que la impedancia de la red  $Z_G$  siempre

es estable (ya que solo contiene admitancia de elementos sin retardo), la estabilidad del lazo cerrado de (98) puede ser estudiada con el criterio generalizado de Nyquist (GNC), el cual extiende el tradicional criterio de Nyquist a las curvas que trazan los VAPs de  $L(s) = Z_G(s)Y_E(s)$ . El GNC permite estudiar la estabilidad con menos datos que el PND que analiza los VAPs mirando las vueltas que hacen las curvas en sentido horario alrededor del -1, siendo inestable si estas dan una vuelta [9].

Nota: Las estabilidades de las redes que se analizarán a lo largo del trabajo van a seguir principalmente los criterios de la estabilidad debido a la positividad o negatividad de los VAPs de  $Y_b$  (ver (100)) y la aplicación del GNC a los VAPs de GH (ver (98)).

## 10. Caso de estudio. Ejemplo FP

Una vez explicada la teoría de factores de participación y la sensibilidad y la manera de calcularlos, es hora de aplicarlo en un caso de estudio sencillo para ver las conclusiones que se derivan y ver cómo todo al final todo valor numérico guarda una interesante relación física y con sentido respecto a lo que está sucediendo en la red.

Se van a estudiar diferentes casos de ejemplo que se van a organizar siguiente el índice expuesto a continuación:

- Ejemplo 1: Red sin convertidores
  - Estudio de resonancia: Caso 1: Rama número 2
  - Estudio de resonancia: Caso 2: Rama número 5
- Ejemplo2: Incorporación de los convertidores
  - Caso 1: VSC del HVDC.
  - Caso 2: VSC del WT.
  - Caso 3: Caso con dos convertidores juntos.
- Ejemplo 3: Caso de estudio. Caso con más de 2 convertidores.

El caso de ejemplo que se va a estudiar corresponde con la Figura 22. Una red con 3 nudos contando la tierra como nudo de referencia o '0' en negro y cuyas ramas se enumeran en azul.

### 10.1. Ejemplo 1

En este primer ejemplo se tiene una red formada por 5 ramas y 3 nudos, formado por elementos que no inducirán al sistema a una inestabilidad, pero en el que se podrá aplicar la teoría desarrollada para comprobar resultados.

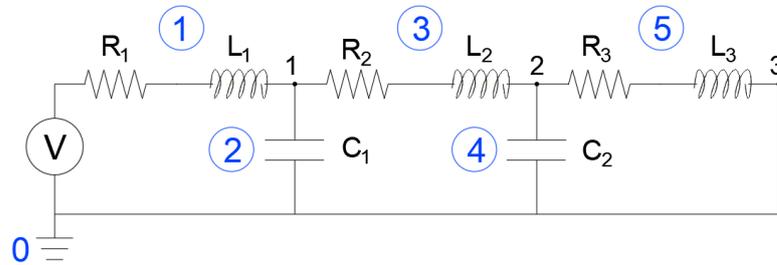


Figura 22. Circuito patrón

#### PARÁMETROS NUMÉRICOS

	$R_1$	$X_{L1}$	$R_2$	$X_{L2}$	$R_3$	$X_{L3}$	$1/X_{C1}$	$1/X_{C2}$
<b>PU</b>	0.04	0.3	0.835	4	0.835	4	0.0013	0.0013

Tabla 3. Impedancias en pu de los parámetros de la red propuesta.

#### 10.1.1. Estudio de resonancia

Si se representan los voltajes de cada bus inyectando una corriente de 1pu por el nudo 2 se obtiene la Figura 23, inyectando en el nudo 1 y 3 se obtienen la Figura 24 y la Figura 25, respectivamente.

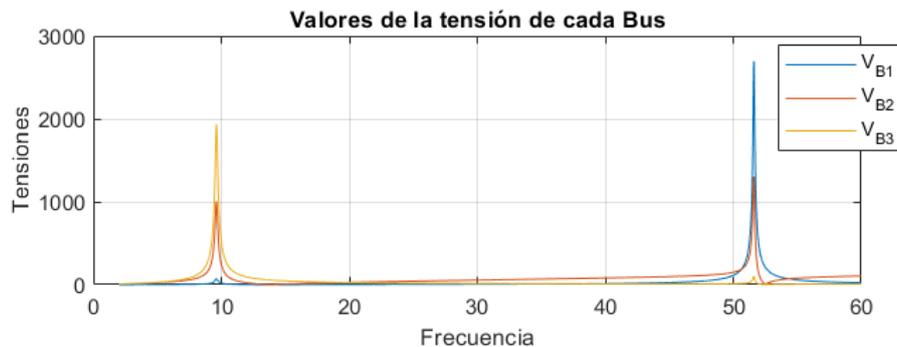


Figura 23. Voltajes que aparecen en cada Bus inyectando en nudo 2



Figura 24. Voltajes que aparecen en cada Bus inyectando en nudo 1

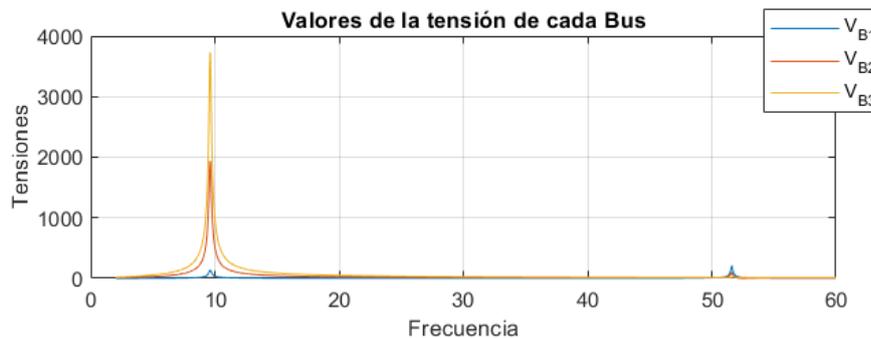


Figura 25. Voltajes que aparecen en cada Bus inyectando en nudo 3

En la Figura 26 se representan las resonancias o impedancias modales ( $Z_m$ ) para un rango de frecuencias entre 0.1 – 3kHz caracterizadas con el método de análisis modal y que posteriormente se puede separar para obtener las distintas características de la red que sean de interés.



Figura 26. Resonancias del sistema. Modo y frecuencia.

En las figuras anteriores se pueden observar dos resonancias en dos frecuencias diferentes, una a 481Hz (9.62 pu) y la otra a 2581Hz (51.62 pu). Estas provocan tensiones elevadas en los diferentes buses cuando se inyecta una corriente a esa frecuencia, tal y como se aprecia en la Figura 23 La resonancia del modo 3 provoca tensiones elevadas en el bus 3 y el bus 2 y la resonancia del modo 2 provoca tensiones elevadas sobretudo en el bus 1 y después bus 2, pero eso se verá más adelante al ver los factores de participación.

En la Tabla 4 se recogen los resultados de los diferentes elementos de análisis que se han explicado con anterioridad para cada una de las frecuencias de resonancia. Se muestra cómo los factores de participación indica las relaciones anteriores y como la ponderación de estos factores cuantifican la aportación de cada modo a cada impedancia modal.

Frecuencia de resonancia (pu)			9.62 (modo 3)		51.62 (modo 2)	
Valor propio crítico (pu)			0.00021085 0.9179°		0.00014386 6.2482°	
<b>Vectores propios críticos (pu)</b>	L	Bus 1	L <sub>12</sub>	0.0332 0.5692°	L <sub>13</sub>	0.9009 -0.3071°
	VEP	Bus 2	L <sub>22</sub>	0.4602 0.1467°	L <sub>23</sub>	0.4329 0.5069°
	Izquierdo	Bus 3	L <sub>32</sub>	0.8872 -0.1104°	L <sub>33</sub>	0.0337 -179.3758°
	T	Bus 1	T <sub>21</sub>	0.0332 0.6796°	T <sub>31</sub>	0.9008 0°
	VEP	Bus 2	T <sub>22</sub>	0.4602 0.2570°	T <sub>32</sub>	0.4329 0.8141°
	derecho	Bus 3	T <sub>23</sub>	0.8872 0°	T <sub>33</sub>	0.0337 -179.0687°
<b>Factores de Participación FP (pu)</b>		Bus 1	FP <sub>12</sub>	0.0011	FP <sub>13</sub>	0.8116
		Bus 2	FP <sub>22</sub>	0.2118	FP <sub>23</sub>	0.1874
		Bus 3	FP <sub>32</sub>	0.7871	FP <sub>33</sub>	0.0011
<b>Factores de participación ponderados FPP (pu)</b>		Bus 1	FPP <sub>12</sub>	0.2	FPP <sub>13</sub>	5582.6
		Bus 2	FPP <sub>22</sub>	1009.5	FPP <sub>23</sub>	1294.3
		Bus 3	FPP <sub>32</sub>	3732.9	FPP <sub>33</sub>	31.2

Tabla 4. . Resultados de la red de estudio de la Figura 22.

Una manera de comprobar los resultados obtenidos de las frecuencias de resonancia en el nudo 2 y en el nudo 3 es mirando la red desde estos nudos. La resonancia de 2581 Hz por ejemplo, aparece afectando principalmente al bus 1, puesto que si se calcula la frecuencia de resonancia desde este bus entre los elementos capacitivos y reactivos de su alrededor se obtiene la frecuencia 2581 Hz. Aprovechando los resultados de los factores de participación que se obtienen y la simplicidad del circuito, se identifica que toda la influencia del modo 2 se concentra en el bus 1 y casi nada en el bus 2 y 3 a causa de los valores tan altos de las impedancias entre esos nodos, por tanto utilizando la expresión (5) se calcula la frecuencia del modo 2.

$$f_r \cong f \sqrt{\frac{X_{C1}}{X_{L1}}} = 50 \cdot \sqrt{\frac{769.23}{0.3}} = 2531.84 \text{ Hz} \quad (101)$$

En el cálculo anterior se debe de considerar, como se ha comentado, que las ramas 3 y 4 del circuito presentan impedancias muy elevadas a esas frecuencias y por tanto aproximadamente se pueden despreciar frente a las impedancias de la rama 1 y 2.

Haciendo lo mismo para el bus 3 donde afecta mayoritariamente el modo 3, se ve que la  $X_{C2}$  está en paralelo con  $X_{L3}$  y  $X_{L4}$ , que tienen el mismo valor, y con  $X_{L1}$ . Por tanto:

$$f_r \cong f \sqrt{\frac{X_{C2}}{2X_{L2} + X_{L1}}} = 50 \cdot \sqrt{\frac{769.23}{2 \cdot 4 + 0.3}} = 481.34 \text{ Hz} \quad (102)$$

Los resultados confirman que la información proporcionada por el análisis modal realmente revela las posiciones donde es más fácil excitar u observar los armónicos de resonancia. Es decir, los nudos que están más relacionados con cada una de las resonancias estudiadas.

Una vez recogidos los resultados, vale la pena comprobar las sensibilidades de los elementos del sistema que provocan variaciones en los modos usando la teoría explicada anteriormente.

Seguidamente en la Tabla 5 se muestran los valores de las sensibilidades normalizadas de cada rama a cada modo en cuestión.

Rama		Modo 2	Modo 3
1	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial R}$	0.9406	0.0251
	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial X}$	-0.8989	-0.0544
2	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial R}$	0	0
	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial X}$	-1.0205	0.00015
3	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial R}$	0.0297	0.4871
	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial X}$	0.1542	-0.669
4	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial R}$	0.0297	0.4873
	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial X}$	-0.2507	-0.2762
5	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial R}$	0	0
	$\frac{\partial \lambda_k}{\partial X}$	0.0158	-1.002

Tabla 5. Sensibilidades del sistema en las frecuencias de resonancia.

Viendo estas sensibilidades y a modo de ejemplo, se emplearán los resultados de dos ramas distintas para interpretar los resultados en detalle.

### 10.1.2. Estudio de resonancia: Caso 1

En la rama 2 se tiene un condensador desde el nudo 2 al nudo 0 y las sensibilidades que provoca dicho condensador (ver Tabla 6) en el modo 2 corresponde a un valor significativo que indica una clara influencia de dicho elemento en la resonancia del modo 2, tal como se ha analizado en la expresión (101), y en el modo 3 es 0.00015, un valor poco significativo tal como se ha visto al calcular la expresión (102) que no acarreará a ningún cambio sustancial en los valores de las impedancias modales..

	Modo 2	Modo 3
$\partial\lambda_k/\partial R$	0	0
$\partial\lambda_k/\partial X$	-1.0205	0.00015

Tabla 6. Sensibilidades de la reactancia del condensador  $C_1$

Obtener un valor de -1.0205 de sensibilidad en el modo 2 significa que si por ejemplo se varia el valor de la reactancia en un incremento pequeño del 5%, de 769.23 a 807.6915, según la teoría el valor propio del modo 2 quedará modificado de la siguiente manera, indicando el signo negativo un decremento del VAP pero incremento de la impedancia modal:

$$\partial\lambda_2/\partial X_{C_1} = S_{2,20}; \partial\lambda_2 = -1.0205 \cdot 0.05 = -0.051 = -5.1\% \quad (103)$$

Para verificarlo, se obtienen los valores del VAP del modo 2 con la reactancia actual y con la reactancia aumentada un 5%.

Reactancia	VAP modo 2
769.23 pu	0.00014386
807.6915 pu	0.00013691

Tabla 7. Reactancia aumentada un 5% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia

$$\% \partial\lambda_2 = \frac{0.00013691 - 0.00014386}{0.00014386} \cdot 100 = -4.83\% \cong -5.1\% \quad (104)$$

En la expresión (104) se observa que se obtiene un valor próximo al que se había previsto que prueba la veracidad de la sensibilidad. El valor no es exacto puesto que las reactancias presentan una sensibilidad añadida a la frecuencia de resonancia haciendo variarla a un valor de 2644.25 Hz tal y como se puede ver en la Figura 27.

A continuación (ver Tabla 8) , se presenta lo que ocurre al aumentar un 10% el valor de la capacitancia.

Reactancia	VAP modo 2
769.23 pu	0.00014386
846.153 pu	0.0001373

Tabla 8. Reactancia aumentada un 10% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia

$$\% \partial \lambda_2 = \frac{0.0001373 - 0.00014386}{0.00014386} \cdot 100 = -4.56\% \quad (105)$$

Esta vez se ha querido ejemplificar con el resultado de la expresión (105) que incrementos más grandes en los elementos pecan de imprecisión en la predicción de la variación del valor del modo.

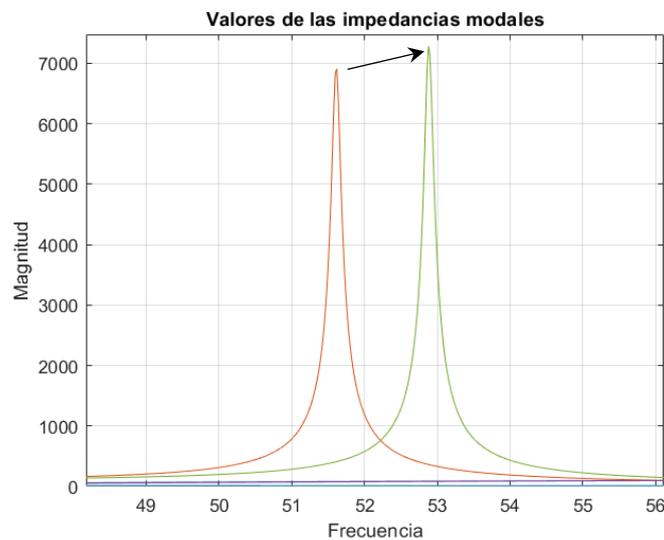


Figura 27. Cambio de valor de la impedancia modal y a su vez pequeño desliz de la frecuencia de resonancia al incrementar en un 5% el valor de la capacitancia del condensador

En la Figura 27 se aprecia el aumento del valor de la impedancia modal en la frecuencia crítica del modo 2 debido al incremento en la reactancia que ya se preveía con el valor de la sensibilidad negativo.

A parte del cambio de valor en la impedancia modal, se ha comentado que se aprecia un cambio en la frecuencia de resonancia, eso es debido a que también existe el concepto de sensibilidad de las frecuencias de resonancia a los elementos reactivos ya que los resistivos no lo modifican. Esto no se ha estudiado en el trabajo.

### 10.1.3. Estudio de resonancia: Caso 2

Si se hace lo mismo con la rama 5 del ejemplo, también se puede llegar a prever el cambio de valor que tendrá el VAP tanto en la frecuencia crítica del modo 2 como en el modo 3 ya que ambas sensibilidades tienen valores significativos (ver Tabla 9).

Modo 2	Modo 3
--------	--------

$\frac{\partial \lambda}{\partial R}$	0.0297	0.4873
$\frac{\partial \lambda}{\partial X}$	-0.2507	-0.2762

Tabla 9. . Sensibilidades de la impedancia de la rama 5

Para el caso de la resistencia, un incremento en su valor se puede observar que causará un cambio en el VAP del modo 3 mayor que en el modo 2, el cual será muy pequeño, y además se puede decir por el signo positivo que provocará un incremento en el VAP que supone una disminución de la impedancia modal. Para el modo 3 un incremento de 7% variará de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial R_3} = S_{3,23}; \quad \partial \lambda_3 = 0.4873 \cdot 0.07 = 0.0341 = 3.41\% \quad (106)$$

A modo de comprobación se procede de la misma manera que el ejemplo anterior, se escoge el VAP del modo 3 actual y el obtenido una vez aumentado el valor de la resistencia.

Resistencia	VAP modo 3
<b>0.835 pu</b>	0.00021085
<b>0.89345 pu</b>	0.00021804

Tabla 10. Resistencia aumentada un 7% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.0002180 - 0.00021085}{0.00021085} \cdot 100 = 3.41\% = 3.41\% \quad (107)$$

La impresión de los resultados se muestra en la Figura 28.

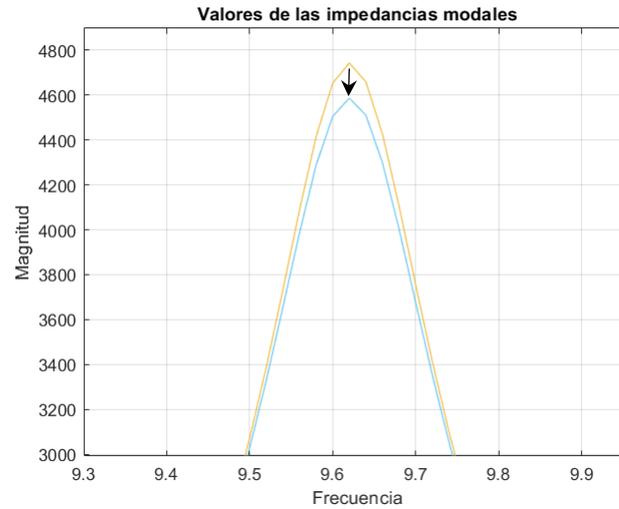


Figura 28. Disminución de la impedancia modal a causa del aumento de la resistencia de un 7%

Se puede observar que esta vez la frecuencia crítica no se ha visto modificada sino solamente el valor de la impedancia modal que como bien se predijo ha disminuido de valor.

Por otra parte, lo que cabe esperar en el modo 2 y 3 si se modifica el componente reactivo, se puede deducir de forma similar a los ejemplos anteriores. Se calcula el resultado para un aumento de 5% de la reactancia que se muestra en las expresiones (108) y (109).

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial X_3} = S_{3,23}; \partial \lambda_2 = -0.2507 \cdot 0.05 = -0.012 = -1.2535\% \quad (108)$$

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial X_3} = S_{3,23}; \partial \lambda_3 = -0.2762 \cdot 0.05 = -0.01381 = -1.38\% \quad (109)$$

Reactancia	VAP modo 2	VAP modo 3
<b>4 pu</b>	0.00014386	0.00021085
<b>4.2 pu</b>	0.000142108	0.00020795

Tabla 11. Reactancias aumentadas un 7% junto al valor del VAP en la frecuencia de resonancia

$$\% \partial \lambda_2 = \frac{0.000142108 - 0.00014386}{0.00014386} \cdot 100 = -1.217\% \cong -1.253\% \quad (110)$$

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.00020795 - 0.00021085}{0.00021085} \cdot 100 = -1.39\% \cong -1.38\% \quad (111)$$

Después de unos cuantos ejemplos, las sensibilidades del circuito prevén de manera precisa los cambios en los modos de resonancia a una variación de los elementos del circuito e indica a su vez cuales son los más influyentes a este cambio y en qué modo.

#### 10.1.4. Estudio de estabilidad

En primer lugar, cabe destacar que un sistema simple como el del ejemplo no puede ser inestable a no ser que pongamos un valor físicamente imposible de una resistencia negativa. Según el criterio de estabilidad que se usa en sistemas MIMO (de múltiples entradas y múltiples salidas) se analiza el valor propio en la frecuencia de resonancia y el sistema será inestable si la parte real del valor propio es negativa, como se ha explicado en el apartado 9.341. Seguidamente se mostrarán los gráficos de todas las impedancias modales donde se distinguirán las resonancias. Tal como se puede ver, los VAPs de los modos 2 y 3 a las frecuencias de resonancia presentan partes reales positivas confirmando la estabilidad del sistema.

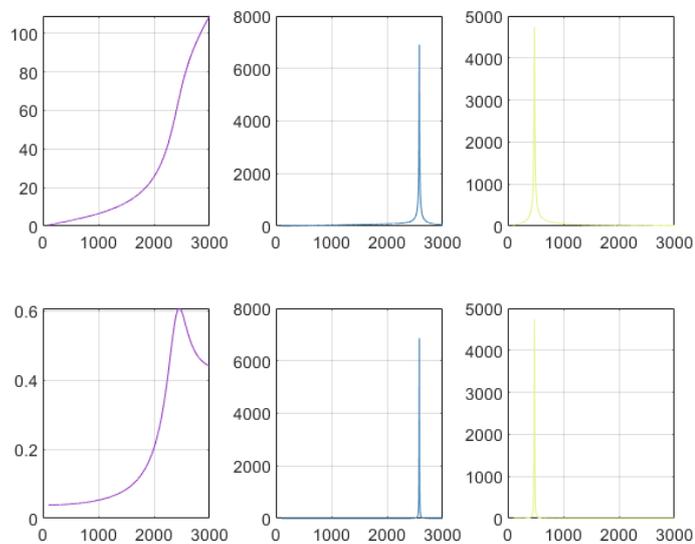


Figura 29. Parte real de las impedancias modales (abajo) y módulo de la impedancia modal (arriba) para cada modo que se estudia.

## 10.2. Incorporación de los convertidores

Para provocar la inestabilidad en el sistema, se plantean los siguientes ejemplos:

- 1) Se conecta en el nudo 1 un VSC de un enlace HVDC.
- 2) Se conecta en el nudo 3 un VSC de un enlace a un WT.

### 10.2.1. VSC del HVDC

Una vez incorporado el convertidor en el nudo 1 en paralelo con los condensadores, se analizará la estabilidad más a fondo y las sensibilidades respecto a los elementos de los convertidores puesto que los resultados respecto a los otros elementos se asemejarán bastante a los del ejemplo patrón. Al incorporar el convertidor, se va a introducir un control con retardo que puede hacer que la resistencia global de la red varíe y se vuelva negativa.

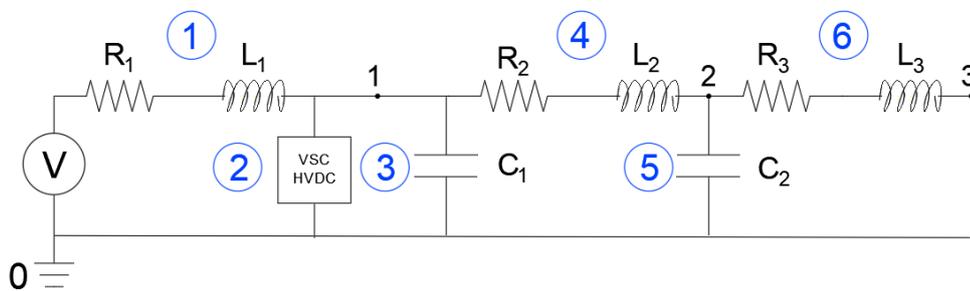


Figura 30. Circuito red de ejemplo con convertidor del HVDC

	$R_1$	$X_{L1}$	$R_2$	$X_{L2}$	$R_3$	$X_{L3}$	$1/X_{C1}$	$1/X_{C2}$	$L_F$ [H]	$K_{PV}$	$T_D$ [S]
<b>PU</b>	0.04	0.3	0.835	4	0.835	4	0.0013	0.0013	0.09185	0.2	0.0001

Tabla 12. Impedancias en pu de los parámetros de la red con VSC del HVDC.

#### 10.2.1.1. Estudio de resonancia

Añadiendo el modelo del VSC del HVDC (presentado en el apartado de modelos pu de convertidores) en el nudo 1, hace que las frecuencias de resonancia de la red varíen muy poco, siendo una frecuencia de resonancia de 2594 Hz (51.88 pu) para el modo 2 y 481 Hz (9.62 pu) para el modo 1.

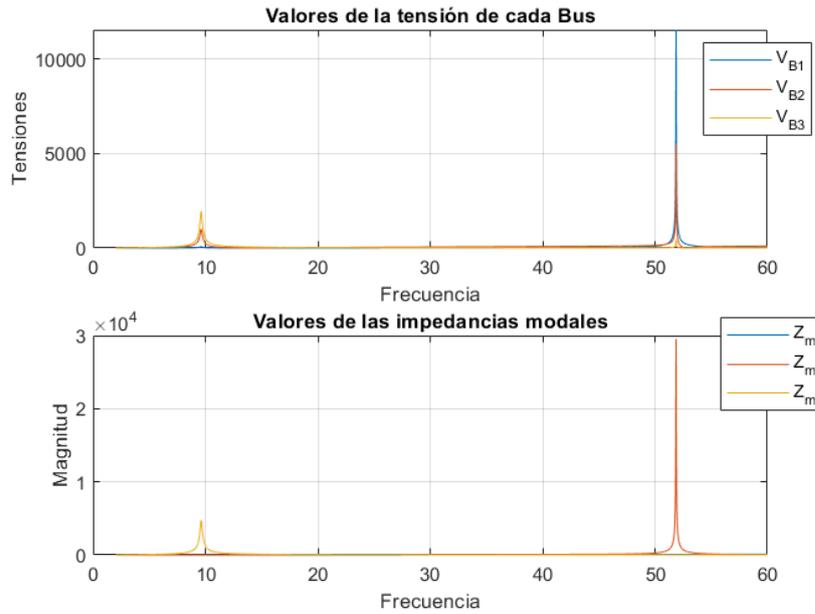


Figura 31. Resultados de las tensiones de nudo (arriba) y las impedancias modales (debajo)

Como se aprecia en la Figura 31, respecto al ejemplo patrón solamente ha cambiado la resonancia del modo 2 que es precisamente la que afecta en mayor grado en el bus 1, bus donde se ha añadido la rama del convertidor.

Rama	Modo 2 (9.62 pu)	Modo 3 (51.88 pu)
$\frac{\partial \lambda_k}{\partial R_f}$	0	0
$\frac{\partial \lambda_k}{\partial L_f}$	0.001058	3.48368
$\frac{\partial \lambda_k}{\partial k_{pv}}$	-0.0012	-3.457
$\frac{\partial \lambda_k}{\partial T_d}$	-0.0011	0.14

Tabla 13. Sensibilidades de los elementos del convertidor respecto a los dos modos.

En el caso de los elementos del convertidor, queda visto mediante los resultados de las sensibilidades de la Tabla 13, que el modo 3 es el único que será sensible a éstos, como ya se había intuido. Ahora se comprobará las variaciones del modo 3 a un cambio del 5% en los valores de los elementos.

Observando la Figura 32, al variar un 5% el valor de la inductancia del filtro del modelo, de 0.09185 H a 0.0964425 H, la frecuencia de resonancia se ha modificado a un valor de 2593 Hz. Según la teoría el valor propio del modo 3 quedará modificado de la siguiente manera.

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial L_f} = S_{2,20}; \partial \lambda_2 = 3.48368 \cdot 0.05 = 0.01742 = 17.42\% \quad (112)$$

Para verificarlo, se obtienen los valores del VAP del modo 3 con la inductancia de inicio y con la inductancia aumentada un 5%.

Inductancia (H)	VAP modo 3
<b>0.09185</b>	0.000031947455
<b>0.0964425</b>	0.00003724855

Tabla 14. Cambio de valor de la inductancia con el respectivo VAP

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.00003724855 - 0.000031947455}{0.000031947455} \cdot 100 = 16.59\% \cong 17.42\% \quad (113)$$

No coincide exactamente por la sensibilidad de la resonancia a elementos inductivos que introduce cambios con una influencia en el nuevo valor del VAP pero con buenos resultados.

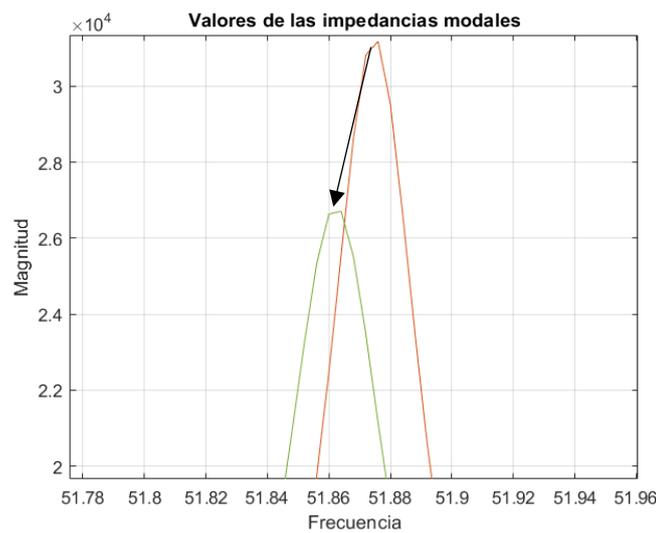


Figura 32. Disminución de la impedancia modal al aumento de la inductancia y pequeña variación de la frecuencia de resonancia

Se hace lo mismo con el coeficiente de proporcionalidad del controlador PI y se obtiene la Figura 33.

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial K_{pv}} = S_{3,20}; \partial \lambda_3 = -3.457 \cdot 0.05 = -0.01728 = -17.28\% \quad (114)$$

$k_{pv}$	VAP modo 3
<b>0.2</b>	0.000031947455
<b>0.21</b>	0.000026425

Tabla 15. Cambio de valor de la constante de proporcionalidad  $K_{pv}$  con el respectivo VAP a ese cambio

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.000026425 - 0.000031947455}{00.000031947455} \cdot 100 = -17.28\% \quad (115)$$

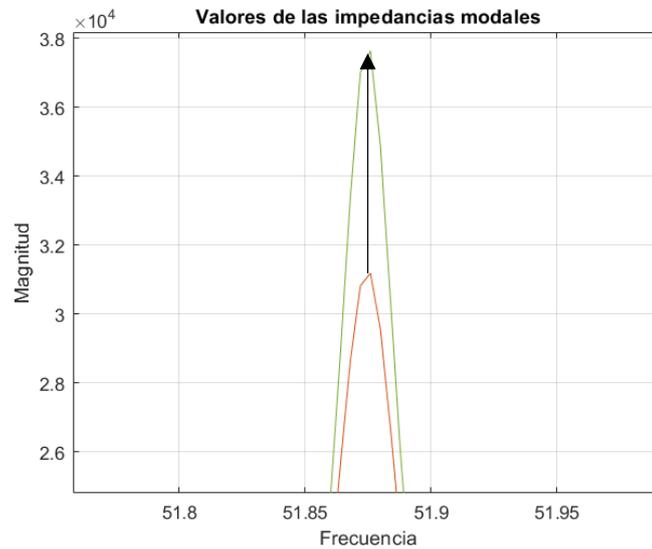


Figura 33. Aumento de valor de la impedancia modal del modo 3 debido al aumento del valor de  $K_{pv}$

Ahora con el tiempo de retardo  $T_d$

$$\partial \lambda_3 / \partial T_d = S_{3,20}; \partial \lambda_2 = 0.14 \cdot 0.05 = 0.007 = 0.7\% \quad (116)$$

$T_d$	VAP modo 3
<b>0.0001</b>	0.000031947455
<b>0.000105</b>	0.000032496531

Tabla 16. Cambio de valor del tiempo de retado  $T_d$  con el respectivo VAP a ese cambio

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.000032496531 - 0.000031947455}{00.000031947455} \cdot 100 = 1.7\% \neq 0.7\% \quad (117)$$

En el resultado de la expresión (117) se debe tener en cuenta que se está analizando una variable cuya derivada está afectada por la acción de una función sinusoidal, que en un entorno pequeño puede tener mucha variación o poca dependiendo de la zona de la onda en la que realicemos la derivada y eso puede afectar mucho a la sensibilidad y por tanto no ser exacta. Esto se entiende si buscamos un menor incremento de la variable  $T_d$  por ejemplo del 1%.

Si se hace todo el procedimiento se prevé a que el modo debería aumentar un 0.14% y con el mismo procedimiento se llega a que realmente aumenta un 0.18%, un valor mucho más preciso que antes.

### 10.2.1.2. Estudio de estabilidad

Según el criterio de estabilidad que se usa en sistemas MIMO (de múltiples entradas y múltiples salidas) se analiza el valor propio en la frecuencia de resonancia y el sistema



será inestable si la parte real del valor propio es negativa, como se puede apreciar en la Figura 34 no hay ningún valor de VAP con la parte real negativa en ningún modo, en concreto, ni en el modo 2 ni en el 3 que es donde se producen las resonancias. Concluyendo que el sistema es estable en las frecuencias de resonancia.

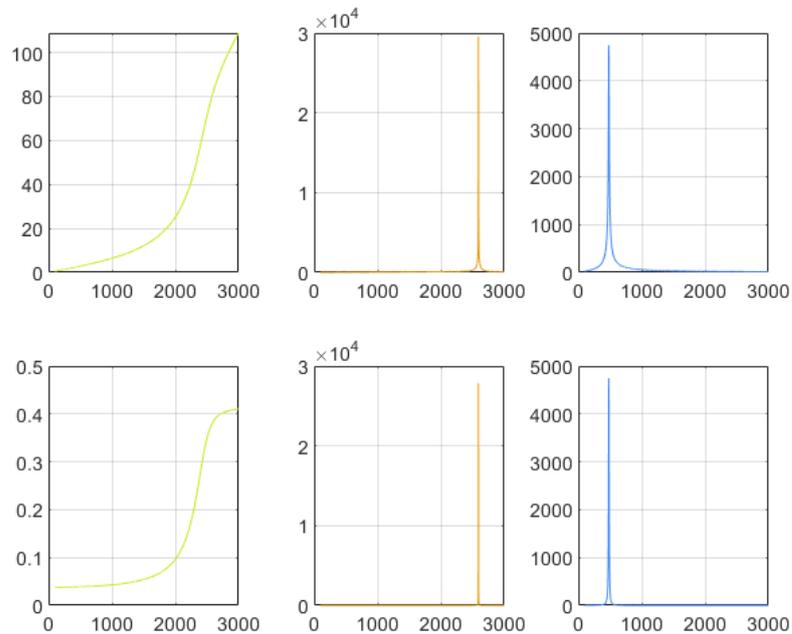


Figura 34. . Parte real de las impedancias modales (abajo) y módulo de la impedancia modal (arriba) para cada modo que se estudia.

Aplicando el criterio general de Nyquist se puede ver en la Figura 35 que el VAP propio de la función de transferencia a analizar en el criterio no realiza ninguna vuelta a -1, por tanto no existe ninguna inestabilidad debida al convertidor y el sistema funciona correctamente.

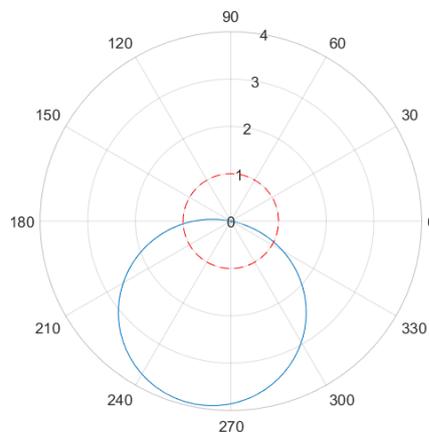


Figura 35. Diagrama de Nyquist que resulta de la matriz propuesta para el estudio de la estabilidad, explicado en la teoría

10.2.2. VSC del WT

Siguiendo un posible esquema de una red de un campo eólico offshore. Se va a probar de introducir al esquema patrón el convertidor del WT en el nudo 3, como si este fuera el nudo donde se instalarán los aerogeneradores.

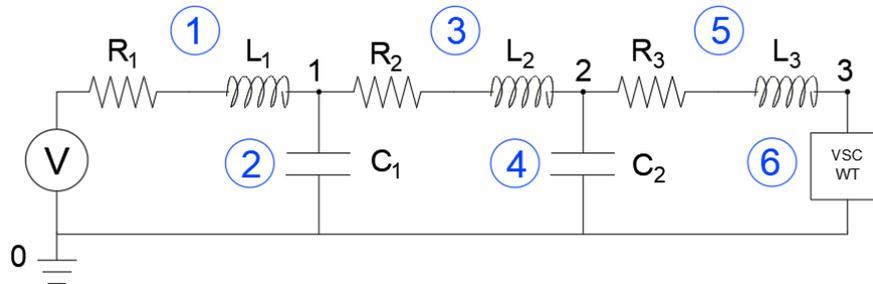


Figura 36. Circuito red de ejemplo con convertidor del WT

	$R_1$	$X_{L1}$	$R_2$	$X_{L2}$	$R_3$	$X_{L3}$	$1/X_{C1}$	$1/X_{C2}$
PU	0.005	0.01	0.01	0.03	0.835	0.03	0.2	0.2

$L_f$ [H]	$\alpha_c$	$\alpha_f$	$L_f$	$R_f$	$T_D$ [S]
<b>0.09185</b>	1000	50	0.00005	0.00002	0.00075

Tabla 17. Datos del circuito con la implementación del VSC de WT en el nudo 3

10.2.2.1. Estudio de las resonancias

En este caso, dado que los datos del convertidor que se utiliza tiene unos valores pequeños, se han adaptado los valores de todos los elementos de la red para que influya un poco la acción del convertidor. Por tanto, al ser un nuevo circuito, las nuevas frecuencias de resonancia en este caso son de 1242 Hz (24.84 pu) en el modo 2 y 984 Hz (19.68 pu) en el modo 3 como se observa en la Figura 37. El modo 3 es el que afectaría más por el convertidor puesto que es el Bus 3 el más afectado y donde conecta la rama del convertidor.

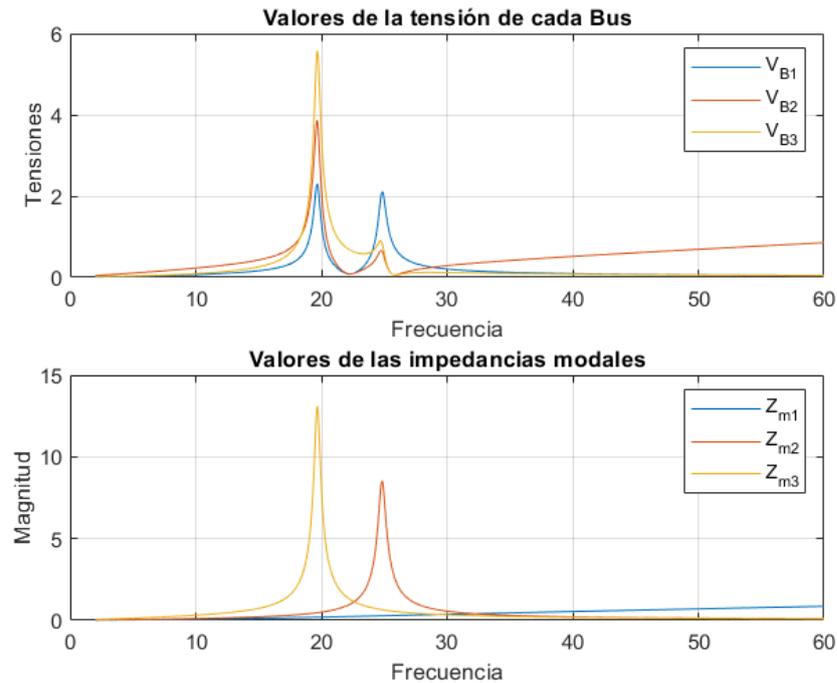


Figura 37. Valores de las tensiones de bus e impedancias modales del circuito de la Figura 36

Las sensibilidades de los elementos del convertidor quedan reflejadas en la Tabla 18.

Rama	Modo 2 (1242 Hz)	Modo 3 (984 Hz)
$\partial\lambda_k/\partial\alpha_c$	0.28647	1.36049
$\partial\lambda_k/\partial\alpha_f$	0.01807	-0.232339
6 $\partial\lambda_k/\partial L_f$	-1.0601	7.6591
$\partial\lambda_k/\partial R_f$	0.0013	-0.001786
$\partial\lambda_k/\partial T_d$	-0.1	-18.662

Tabla 18. Sensibilidades de los elementos del convertidor

Queda visto que el modo 3 es el más sensible a los elementos del convertidor como ya se había intuido. Ahora se comprobará las variaciones de los modos a un cambio del 5% en los valores de los elementos.

Se incrementa a los anchos de banda del modelo.

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial \alpha_c} = S_{2,20}; \partial \lambda_3 = 1.36049 \cdot 0.05 = 0.06802 = 6.802\% \quad (118)$$

$\alpha_c$	VAP modo 3
1000	0.07636569
1050	0.081535966

Tabla 19. Cambio de valor del ancho de banda y el consecuente cambio del VAP en el modo 3

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.081535966 - 0.07636569}{0.07636569} \cdot 100 = 6.77\% \quad (119)$$

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial \alpha_c} = S_{2,20}; \partial \lambda_3 = -0.232339 \cdot 0.05 = -0.0116 = -1.16\% \quad (120)$$

$\alpha_f$	VAP modo 3
50	0.07636569
52.5	0.0754786

Tabla 20. Cambio de valor del ancho de banda y el consecuente cambio del VAP en el modo 3

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.0754786 - 0.07636569}{0.07636569} \cdot 100 = -1.16\% \quad (121)$$

Al variar un 5% el valor de la inductancia del filtro del modelo, de 0.00005 H a 0.0000525 H, la frecuencia de resonancia se ha modificado a un valor de 967 Hz nuevamente por de la sensibilidad a la resonancia que también existe. Según la teoría, el valor propio del modo 2 quedará modificado de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial L_f} = S_{2,20}; \partial \lambda_3 = 7.6591 \cdot 0.05 = 0.03829 = 38.29\% \quad (122)$$

Para verificarlo, se obtienen los valores del VAP del modo 3 con la inductancia actual y con la inductancia aumentada un 5%.

$L_f$ (H)	VAP modo 3
<b>0.00005</b>	0.07636569
<b>0.0000525</b>	0.104528

Tabla 21. Cambio de valor de la inductancia de filtro y el consecuente cambio del VAP en el modo 3

$$\% \partial \lambda_3 = \frac{0.104528 - 0.07636569}{0.07636569} \cdot 100 = \mathbf{36.87\%} \quad (123)$$

No coincide exactamente porque al modificarse un elemento inductivo se sabe que también existe una sensibilidad de éstos a los modos propios que en nuestro estudio no se tiene en cuenta.

Ahora se analiza la resistencia del filtro  $R_f$ , dado que tiene una sensibilidad muy pequeña de 0.001786 no vale la pena calcularlo porque se verá que la variación del modo se sitúa en el -0.009% una variación despreciable.

Ahora con el tiempo de retardo  $T_d$

$$\frac{\partial \lambda_3}{\partial T_d} = S_{2,20}; \partial \lambda_3 = -18.662 \cdot 0.05 = -0.9331 = \mathbf{-93.31\%} \quad (124)$$

$T_d$	VAP modo 3
<b>0.00075</b>	0.07636569
<b>0.0007875</b>	0.0000393981

Tabla 22. Cambio de valor del tiempo de retardo del convertidor y el consecuente cambio del VAP en el modo 3

$$\% \partial \lambda_2 = \frac{0.0000393981 - 0.000031947455}{0.000031947455} \cdot 100 = \mathbf{-94.84\%} \quad (125)$$

En este caso y como el anterior, es una variable que también depende de la función sinusoidal, pero dada la precisión que se ha obtenido es debido a que la frecuencia de resonancia está en un valor donde la función seno no varía mucho, aun así, se ve que se modifica la frecuencia de resonancia a 980 Hz.

#### 10.2.2.2. Estudio de la estabilidad

Mediante el criterio de VAPs se puede observar que para la frecuencia de resonancia que nos introduce el convertidor, es inestable.

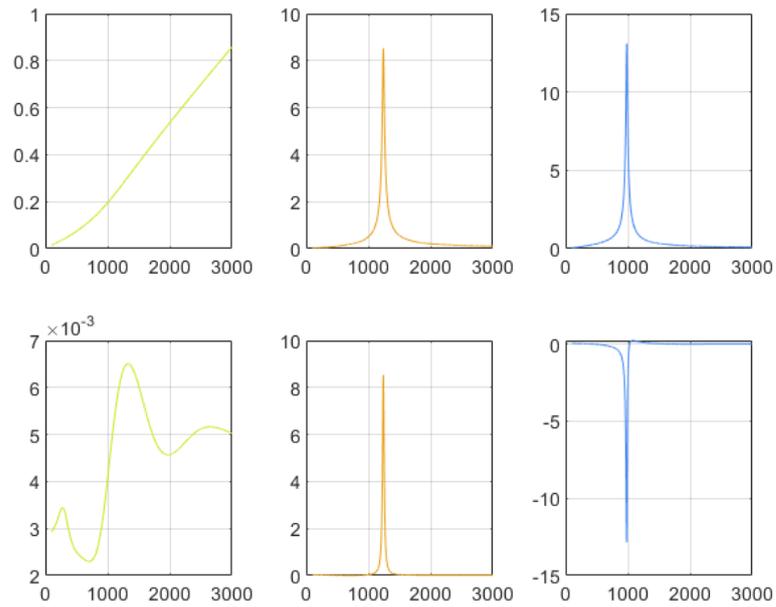


Tabla 23. Parte real de las impedancias modales del criterio de estabilidad (debajo) y módulo de las impedancias modales (arriba)

Si ahora nos fijamos en el criterio de Nyquist generalizado, también se puede observar que da una vuelta alrededor del -1, se confirma la inestabilidad.

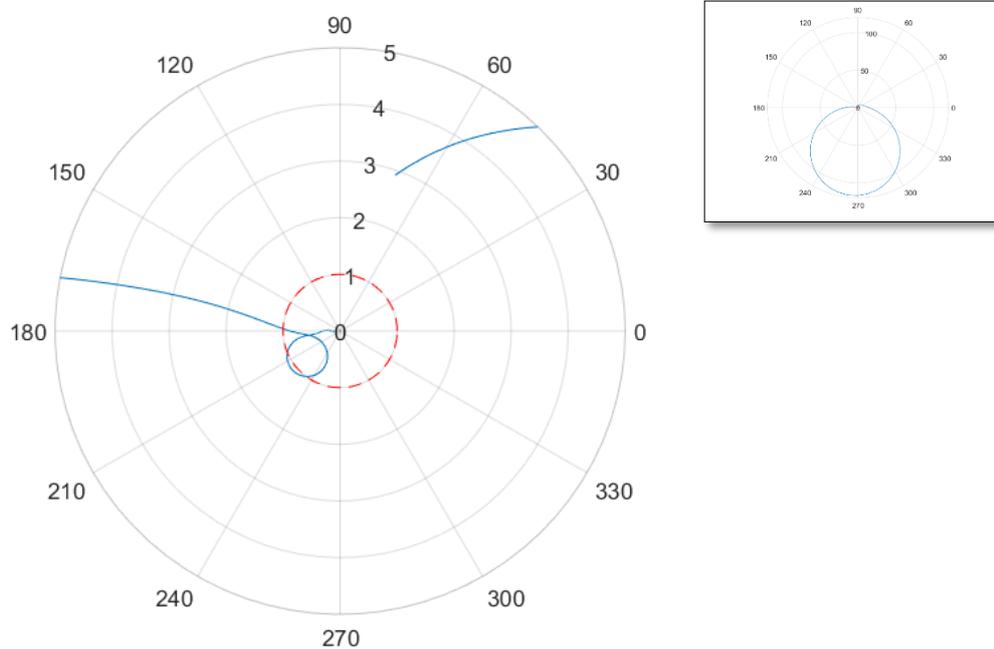


Figura 38. Criterio de Nyquist generalizado. Inestable.

Si se quisiera hacer estable el sistema, se puede aumentar el valor de la resistencia de filtro, a un valor de  $0.05 \Omega$  por ejemplo, para aumentar el valor de la resistencia del sistema y que se vuelva estable en la resonancia. Así como vemos en la Figura 39 por el criterio de VAPs, ninguna parte real es positiva en las resonancias por lo que el sistema sería estable

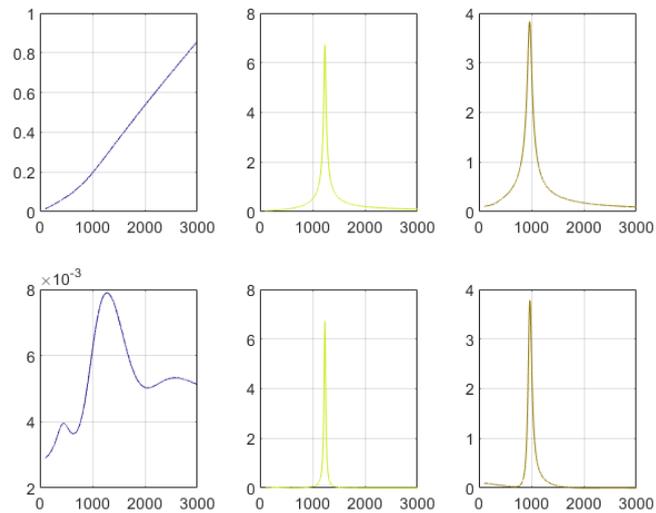


Figura 39 Criterio de estabilidad de VAPs.

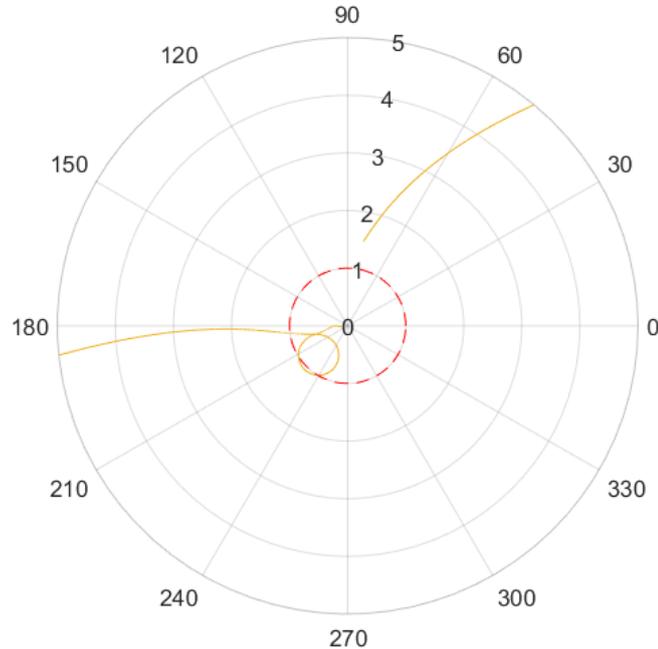


Figura 40. Criterio de Nyquist generalizado. Estable.

Fijándonos en la Figura 40, la curva del Nyquist correspondiente al convertidor, no rodea el -1. Por tanto, se confirma que el sistema se ha vuelto estable.

10.2.3. Caso con dos convertidores juntos

Una vez probados los modelos de los convertidores y que la teoría es acorde con los resultados obtenidos en un circuito relativamente pequeño y fácil de manejar, se va a estudiar la coherencia de la teoría de factores de participación en un circuito más extenso para decir con seguridad que el programa creado con base teórica ya funciona con total fiabilidad para cualquier otra red y ver que los resultados son fiables.

El siguiente modelo de la Figura 41, [17], es el que se propone estudiar en cuanto a factores de participación y estabilidad para demostrar el significado físico de estos y ver lo que ocurre con una combinación de los modelos de convertidor. En la Figura 42 se tiene un esquema donde se asigna cada parte de la red al elemento que correspondería.

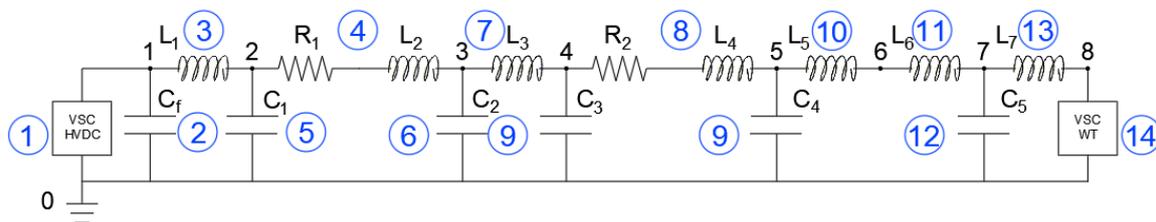


Figura 41. Red estudiada con la incorporación de los dos modelos de convertidor. Referencia: tfm modelo 1

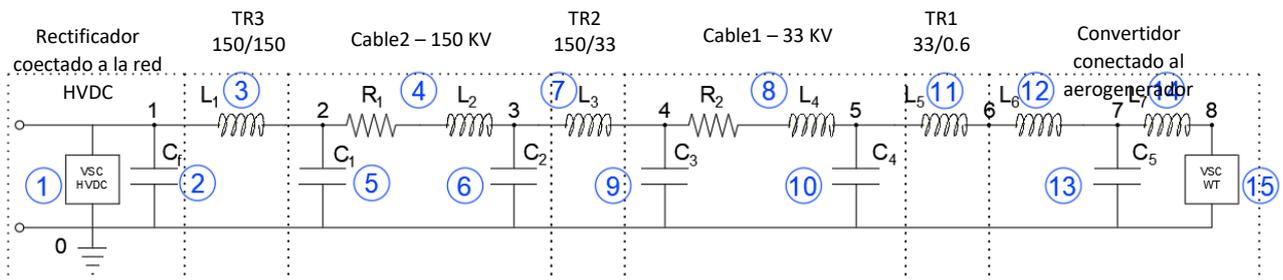


Figura 42. Asignación de cada modelo real en la red.

Elemento	Valor	Elemento	Valor
$R_{fh}$	0.0193 $\Omega$	$L_5$	51.568 mH
$L_{fh}$	0.2 H	$L_6$	0.641H
$T_{dw}$	0.000075 s	$C_5$	149.1 nF
$C_f$	5.658 $\mu$ F	$L_7$	1.2 H
$L_1$	19.338 mH	$\alpha_f$	50
$C_1$	0.52 /2 $\mu$ F	$\alpha_c$	1000 $\Omega$
$R_1$	0.056 $\Omega$	$T_{dw}$	0.000075 s
$L_2$	1 mH	$R_f$	0.00002

$C_2$	0.52/2 $\mu$ F	$L_f$	0.0000253 H
$L_3$	38.376 mH		
$C_3$	57.09/2 $\mu$ F		
$R_2$	0.372 $\Omega$		
$L_4$	18.181 mH		
$C_4$	57.09/2 $\mu$ F		

Tabla 24. Tabla con los datos de la red de la Figura 41

### 10.2.3.1. Estudio de las resonancias

Con estos datos y esta configuración a continuación en la Figura 43 se muestra los resultados de aplicar una corriente entrante en el nudo 2, que solo afectará en los valores de las tensiones, no en las características propias de la red como la estabilidad ni factores de participación ni sensibilidad.

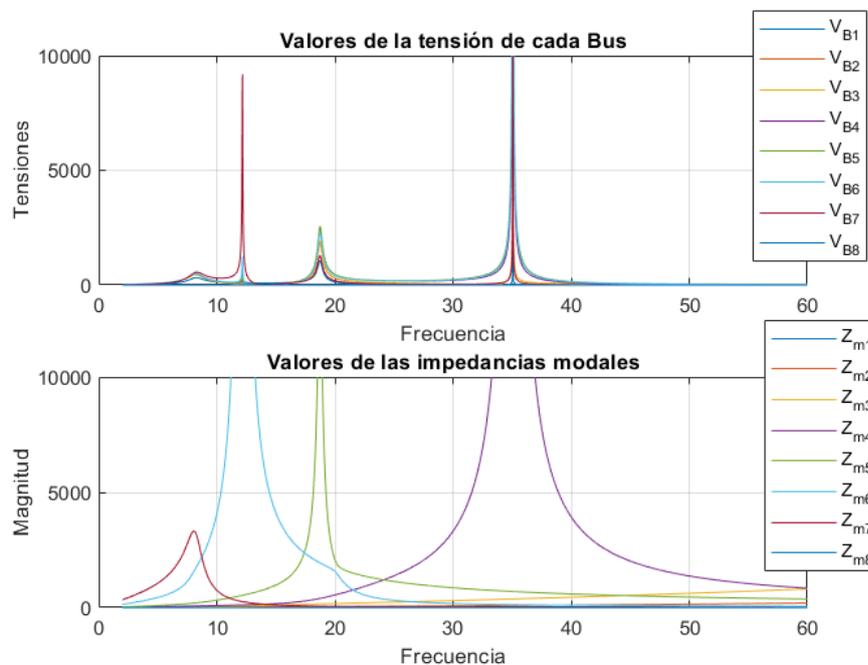


Figura 43. Tensiones e impedancias modales ampliados para que se muestren mejor la resonancia en la que caen los picos.

Se puede apreciar que aparecen 4 frecuencias de resonancia cada una asociada al modo en el cual aparece, estas quedan resumidas en la Tabla 25

Modo	Frecuencia[Hz]
4	1753 (35.06 pu)
5	937 (18.74 pu)
6	609 (12.18 pu)
7	403 (8.06 pu)

Tabla 25. Frecuencias de resonancia de la red de la Figura 41

A continuación, se va a poner una tabla resumen de todos los resultados de factores de participación para explicar de un modo más físico y detallado el porqué de los números que aparecen y el sentido que le dan al análisis para que se entienda mejor.

Frecuencia de resonancia (pu)		35.06 (modo 4)		18.74 (modo 5)		12.18(modos 6)		8.06 (modo 7)	
Valor propio crítico		0.00000031609 -60.87 °		0.0000664137 0.125°		0.0000021523371 159.8°		0.00030171601046 -148.8°	
<b>Factores de Participación</b> <b>FP</b>	Bus 1	FP <sub>14</sub>	4.8236e-5	FP <sub>15</sub>	0.0409444901	FP <sub>16</sub>	0.0014071196	FP <sub>17</sub>	0.0699058240
	Bus 2	FP <sub>24</sub>	6.09766e-3	FP <sub>25</sub>	0.1228806608	FP <sub>26</sub>	0.0004011408	FP <sub>27</sub>	0.1472096075
	Bus 3	FP <sub>34</sub>	5.27541e-3	FP <sub>35</sub>	0.1342882573	FP <sub>36</sub>	0.0003556415	FP <sub>37</sub>	0.1499654422
	Bus 4	FP <sub>44</sub>	0.2428306	FP <sub>45</sub>	0.2223209089	FP <sub>46</sub>	0.0016399234	FP <sub>47</sub>	0.1809674214
	Bus 5	FP <sub>54</sub>	0.4025251	FP <sub>55</sub>	0.2375438684	FP <sub>56</sub>	0.0044235836	FP <sub>57</sub>	0.1906462520
	Bus 6	FP <sub>64</sub>	0.3398663	FP <sub>65</sub>	0.1876335452	FP <sub>66</sub>	0.0182002459	FP <sub>67</sub>	0.1994642762
	Bus 7	FP <sub>74</sub>	3.35658e-3	FP <sub>75</sub>	0.0582012287	FP <sub>76</sub>	0.9738470891	FP <sub>77</sub>	0.3205838727
	Bus 8	FP <sub>84</sub>	1.41e-12	FP <sub>85</sub>	2.3264e-11	FP <sub>86</sub>	3.8179e-10	FP <sub>87</sub>	1.07159e-10

Tabla 26. Resultados de los factores de participación del circuito en estudio



Comprobaciones del análisis modal:

En primer lugar se va a poner de manifiesto algunas observaciones en cuanto a los resultados de la Tabla 26.

- Los buses 5 y 6 son los que más influyen en el modo 4.
- El bus 8 no influye en ningún modo ya que, como se verá más adelante, la impedancia del convertidor de la parte de los aerogeneradores comparada con el resto de la red es muy pequeña
- El bus 7 es el más influyente en el modo 6
- El modo 7 es influido de una manera relativamente equitativa entre todos los buses
- El modo 5 está influido por los buses 4 y 5 en mayor cantidad y 2, 3 y 6 en menor cantidad.

A continuación, se va a estudiar cada modo con los componentes del circuito calculados a su frecuencia y se va a determinar la frecuencia de resonancia del modo observando el circuito desde los nudos que más influyen para, de esta manera, poder reafirmar la teoría a través de una previsión previamente objetada.

*10.2.3.1.1. Valores en el estado fundamental*

El circuito de la Figura 44 muestra los valores de las impedancias de cada elemento calculadas a una frecuencia fundamental de 50 Hz y en cualquier caso son los valores que se deberán utilizar para calcular las frecuencias de resonancia una vez hechas las simplificaciones oportunas si se quisiera hacer a mano y sin utilizar el método de los nudos.

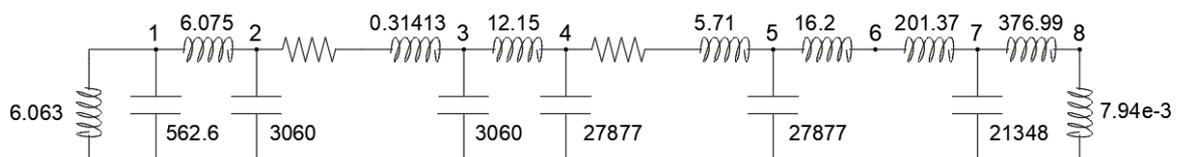


Figura 44. Circuito de la red de la Figura 41 calculado a la frecuencia fundamental de 50 Hz

*10.2.3.1.2. Para el modo 6: 608 Hz*

El circuito con los componentes calculados a dicha frecuencia quedaría como la Figura 45:

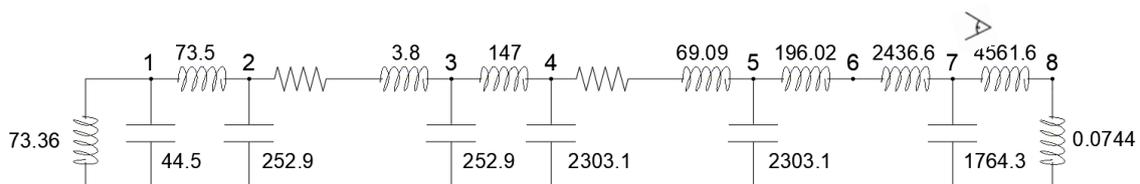


Figura 45. Circuito de la red de la Figura 41 calculado a una frecuencia de 608 Hz

Como se ha descrito anteriormente, nos vamos a fijar en el nudo de influencia para este modo de resonancia que según los factores de participación es el bus 7.

Desde el bus 7 hasta el bus 5 nos encontramos con dos impedancias inductivas en serie con un valor en conjunto de:

$$X_r = 196.02 \, \Omega + 2436.6 \, \Omega = 2632.62 \, \Omega \quad (126)$$

La impedancia capacitiva que va del bus 5 a tierra, se desprecia puesto a que es muy grande en comparación con las reactancias de la izquierda. Y luego, en cuanto a las reactancias de la izquierda, se desprecia por ser muy pequeñas respecto a  $X_r$ . Por tanto, nos quedaríamos con la Figura 46.

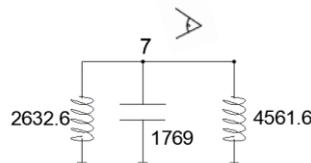


Figura 46. Figura resultante de las simplificaciones llevadas a cabo en la explicación anterior.

Quedando el circuito resultante aún se puede juntar matemáticamente el valor de las dos impedancias inductivas en paralelo de la siguiente manera:

$$X_L = \frac{2632.6 \, \Omega \cdot 4561.6 \, \Omega}{2632.6 \, \Omega + 4561.6 \, \Omega} = 1669.2 \, \Omega \quad (127)$$

Finalmente, fijándose en la Figura 47, se puede calcular la frecuencia de resonancia respecto el bus 7 utilizando la expresión (5) vista y los valores de  $X_L$  y  $X_C$ .

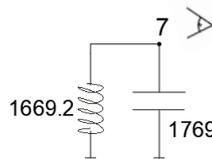


Figura 47. Circuito final resultante después de los pasos anteriores.

$$f_r = f \sqrt{\frac{X_c}{X_L}} = 50 \cdot \sqrt{\frac{21348}{137.94}} = 622 \, \text{Hz} \quad (128)$$

Un resultado de frecuencia que se puede considerar igual al obtenido en el análisis modal después de todas las simplificaciones llevadas a cabo. Por tanto, el factor de participación del bus 7 al modo 6  $FP_{76} = 0.9738$  queda justificado haciendo un sencillo análisis de impedancias estudiadas en dicha frecuencia.

### 10.2.3.1.3. Para el modo 7: 403 Hz

Los valores de las impedancias a dicha frecuencia quedan representados en el circuito de la Figura 48.

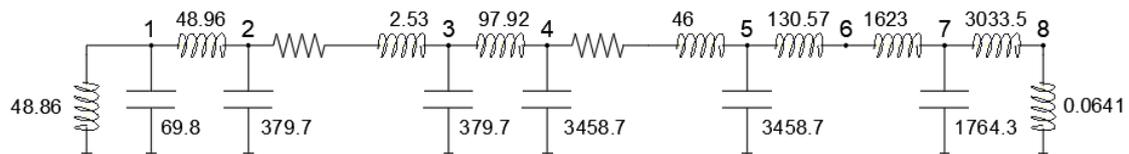


Figura 48. Circuito de la red de la Figura 42 calculado a una frecuencia de 403 Hz

En esta configuración los valores están bastante repartidos en cuanto a magnitudes y no sería tan sencillo hacer un análisis rápido para ver la frecuencia de resonancia y comprobar los factores de participación, pero el hecho de esta situación queda coherente el que los factores de participación sean tan parecidos en referencia a todos los buses.

### 10.2.3.1.4. Para el modo 5: 936.7 Hz

Seguidamente quedan representados los valores en la Figura 49.

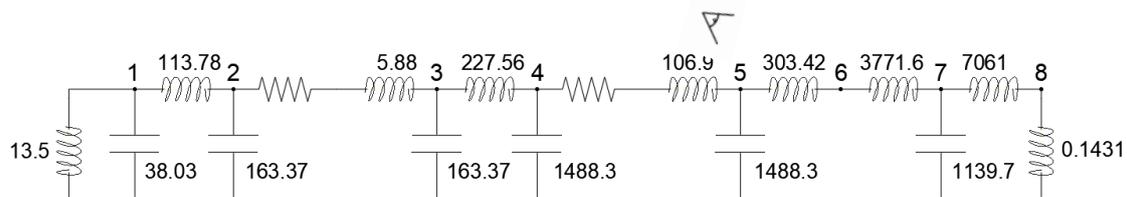


Figura 49. Circuito de la red de la Figura 42 calculado a una frecuencia de 936.7 Hz

La configuración de esta resonancia obtiene unos factores de participación repartidos en todos los buses menso el 1, el 7 y el 8.

Respecto al nudo 1 de la izquierda se puede obtener la siguiente impedancia:

$$X = \frac{13.5 \cdot (-38.03)}{13.5 - 38.03} = 20.92 \Omega$$

Puesto que  $20.92 \Omega$  es mucho menor a  $113.78 \Omega$ , se puede considerar que no está y la no influencia del nudo 1 está bien justificada.

Respecto el nudo 8, ya se ha comentado anteriormente. El nudo 7 por otra parte, la impedancia capacitiva tiene un valor de  $1139.7 \Omega$  que es mucho menor a la impedancia inductiva de entre el nudo 5 y 7 de  $4091 \Omega$ , esto hace que el nudo 7 se pueda ver como que está conectado directamente a tierra y tampoco influiría.

El resto de valores una vez hecha las simplificaciones tienen unas magnitudes similares que hace muy difícil su cálculo analítico sin ningún método y por tanto se acepta el repartimiento equitativo en sus factores de participación.

#### 10.2.3.1.5. Para el modo 4: 1753 Hz

La Figura 50 muestra la configuración de impedancias a esta frecuencia.

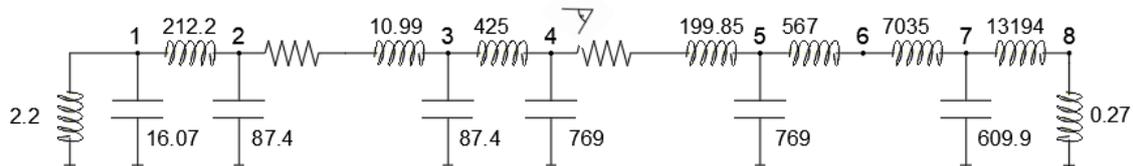


Figura 50. Circuito de la red de la Figura 42 calculado a una frecuencia de 936.7 Hz

Respecto a este caso y siguiendo el modo operandi que hemos estado viendo. Mirando desde el nudo 4, uno de los que se puede ver que ha salido como influyente, se puede considerar que el nudo dos está conectado a tierra. Posteriormente, la impedancia inductiva a la izquierda del nudo 4, de 425  $\Omega$ , se considera superior a los valores que quedaría a la izquierda del circuito por tanto todos los factores de participación de esos buses salen como no influyentes. Respecto a los otros buses de la derecha del circuito, no se pueden hacer más simplificaciones que las propuestas al inicio. Por tanto, se considera que el repartimiento de los factores de participación es coherente.

Finalmente, mostrados estos resultados y análisis, se van a considerar buenos y coherentes todos los resultados de próximas redes eléctricas en cuanto a los factores de contribución de cada bus (y por ende de cada elemento cuya rama esté tocando o cerca del bus en cuestión) y la frecuencia de resonancia la cual se le asigna mediante el método del análisis modal

#### 10.2.3.2. Estudio de la estabilidad

En el criterio de la estabilidad de los VAPs nos da una configuración como la de la Figura 51.

Se ven los 8 modos del circuito y en las cuatro resonancias que aparecen, se observan inestabilidades en dos de ellas al apreciarse que el valor de la parte real del VAP asociado es negativo a su frecuencia de resonancia.

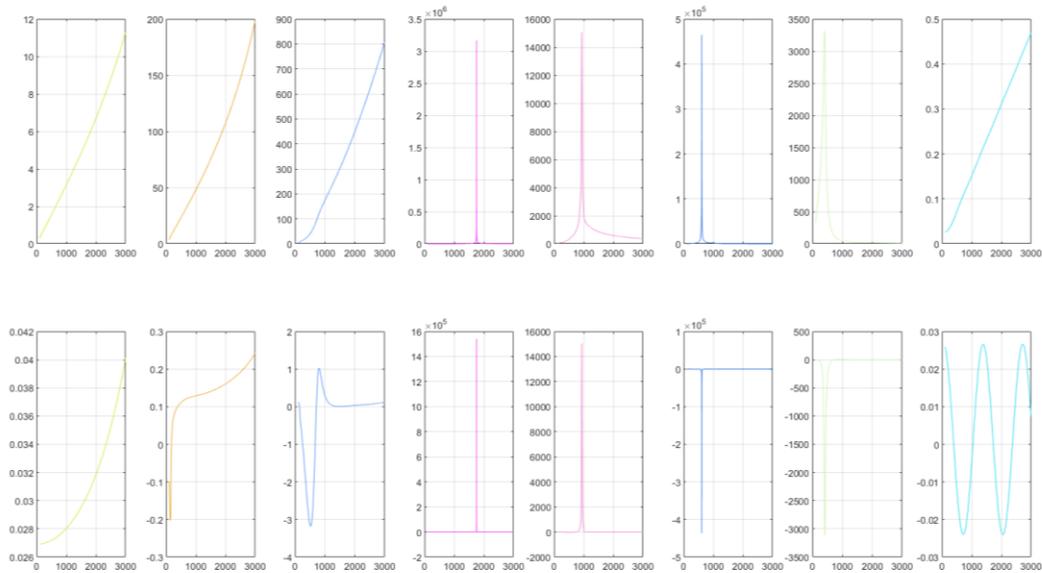


Figura 51. Criterio de estabilidad de VAPs de la red de la Figura 41

Con el criterio generalizado de Nyquist mostrado en la Figura 52 se confirma que hay dos bucles que envuelven el -1, por tanto 2 inestabilidades.

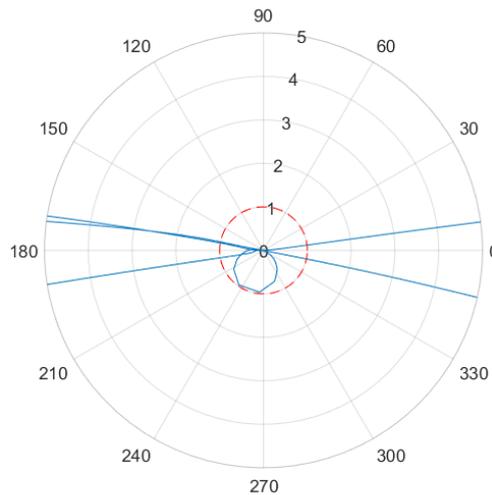


Figura 52. Criterio GNC para la red de la Figura 41

Para volver el sistema estable haciendo varias pruebas no basta con reducir el tiempo de retardo del convertidor puesto que no quita todas las inestabilidades y al final se decide decrementar el valor de la inductancia de filtro del modelo del VSC del HVDC que influye bastante en la reducción de la negatividad de la resistencia. Se consigue la estabilidad del sistema reduciendo a un valor de 0.00002 H. Las siguientes figuras de las comprobaciones muestran el resultado.

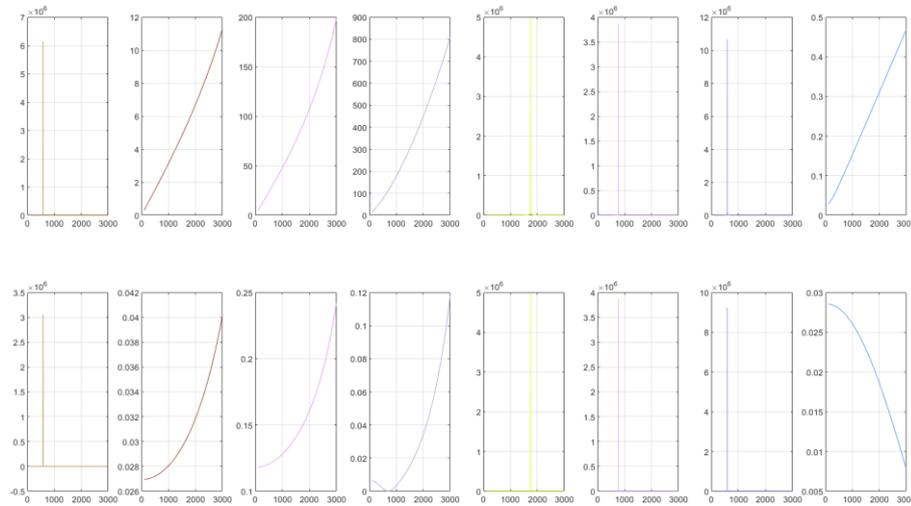


Figura 53. Criterio de VAPs positivos donde se muestra que la corrección de la inestabilidad se ha producido

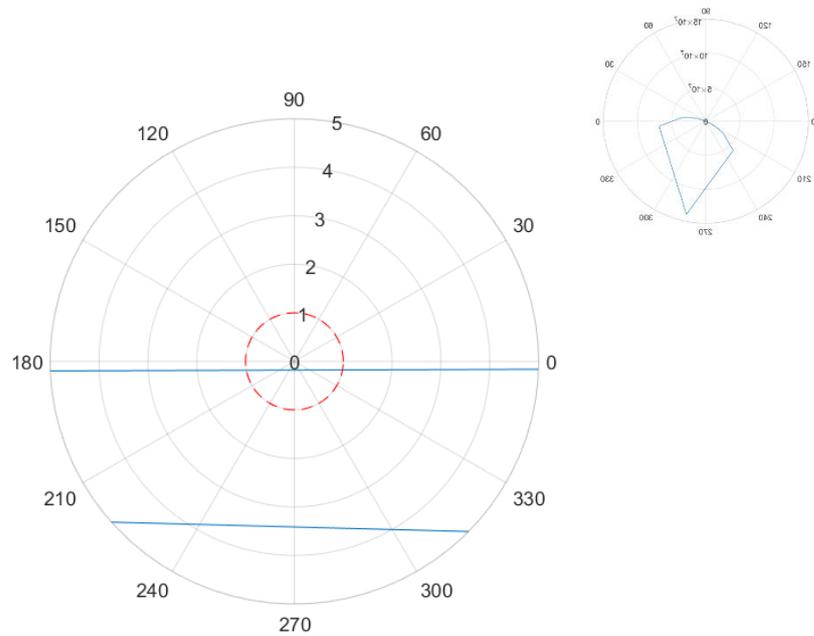


Figura 54. GNC que se obtiene (arriba a la derecha) y ampliado para el entorno del -1

En la Figura 54 se observa que la línea que antes envolvía al -1 ahora pasa por debajo si envolverlo indicando que la disminución de la inductancia del filtro conduce a la estabilidad del sistema, tal y como se puede comprobar a su vez en la Figura 53 donde el sistema se ha vuelto estable a las nuevas frecuencias de resonancia.

## 11. Caso de estudio. Caso con más de 2 convertidores.

A continuación, se va a realizar una propuesta de modificación del circuito de la Figura 41, añadiendo de forma distinta otra rama con un convertidor VSC de WT, es decir, simulando la adhesión de otro aerogenerador para visualizar el cambio en las resonancias que pueden ocurrir y las diferencias que hay.

El circuito se presenta en la Figura 55 y los datos aparecen en la Tabla 27.

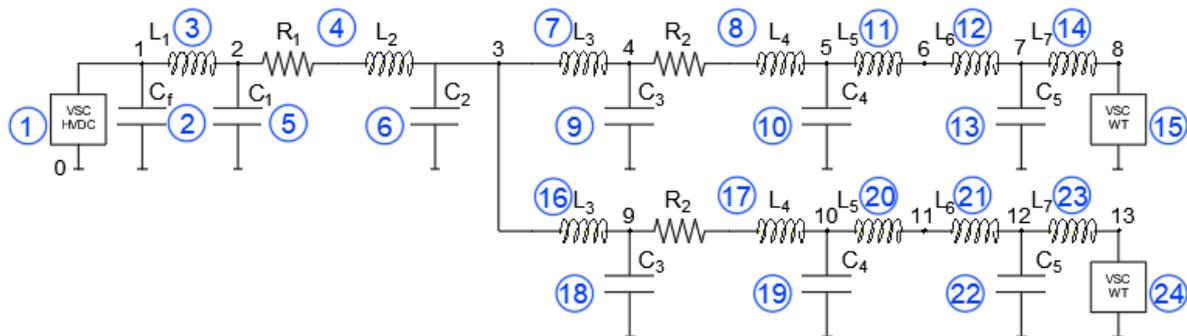


Figura 55. Red de estudio constituida por dos ramales, cada uno a un aerogenerador.

Elemento	Valor	Elemento	Valor	Elemento	Valor
$R_{fh}$	0.0193 $\Omega$	$L_5$	51.568 mH	$L_3$	38.376 mH
$L_{fh}$	0.2 H	$L_6$	0.641H	$C_3$	57.09/2 $\mu\text{F}$
$T_{dw}$	0.00075 s	$C_5$	149.1 nF	$R_2$	0.372 $\Omega$
$C_f$	5.658 $\mu\text{F}$	$L_7$	1.2 H	$L_4$	18.181 mH
$L_1$	19.338 mH	$\alpha_f$	50	$C_4$	57.09/2 $\mu\text{F}$
$C_1$	0.52 /2 $\mu\text{F}$	$\alpha_c$	1000 $\Omega$		
$R_1$	0.056 $\Omega$	$T_{dw}$	0.000075 s		
$L_2$	1 mH	$R_f$	0.00002		
$C_2$	0.52/2 $\mu\text{F}$	$L_f$	0.0000253 H		

Tabla 27. Datos de los elementos del circuito de la Figura 55.

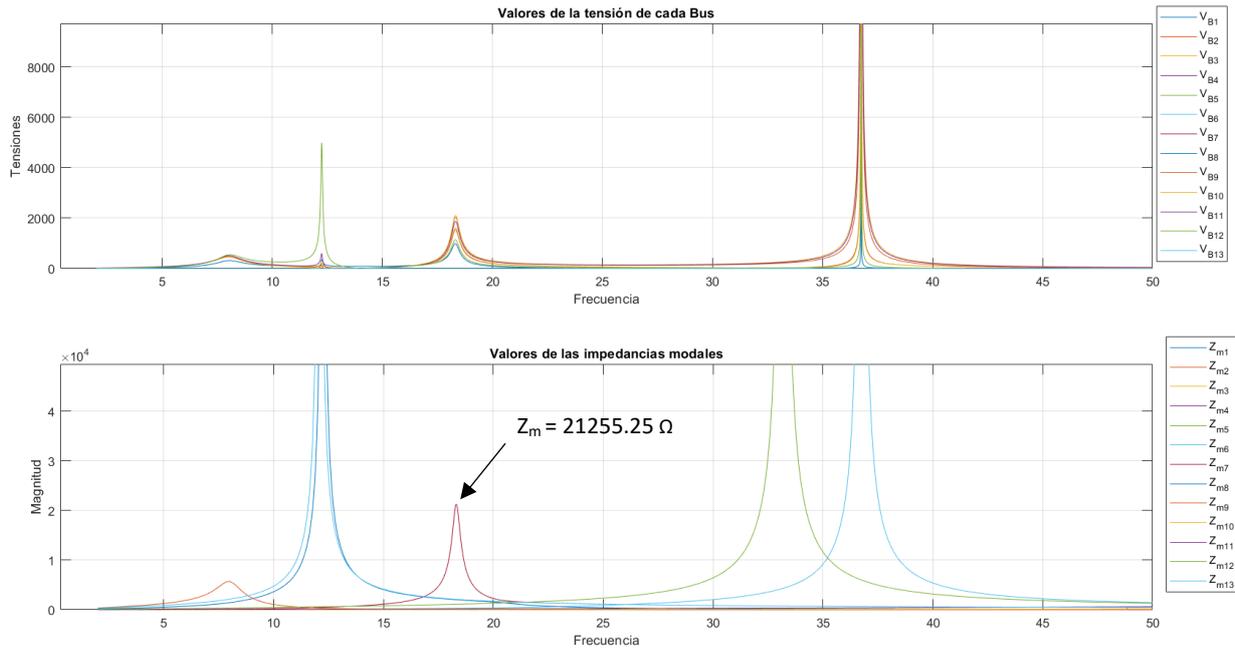


Figura 56. Tensiones de bus y resonancias de la red de la Figura 55

Modo	Frecuencia[Hz]
6	1837.76 (36.75 pu)
7	915.8 (18.31 pu)
8	612.14 (12.24 pu)
9	397.91 (7.96 pu)
12	1658.8 (33.17 pu)
13	604.6 (12.09 pu)

Tabla 28. Frecuencias de resonancias apreciadas en la Figura 56

Se ha considerado que al ser un ejemplo que ha sido cogido en su mayor parte del estudio hecho en [17], solamente se va a proceder al análisis de 1 modo de los varios que han salido para no ser repetitivo en el estudio. Se ha escogido hacer el análisis del modo 7 (la frecuencia de 915.8 Hz) y en las seguidamente se van a imprimir los resultados.

Frecuencia de resonancia (pu)		18.31 (modo 7)	18.31 (modo 7)		
Valor propio crítico		0.0000470472   -0.17°		0.0000470472   -0.17°	
Factores de Participación FP	FP <sub>17</sub>	0	FPP <sub>17</sub>	0 Ω	
	FP <sub>27</sub>	0	FPP <sub>27</sub>	0.098 Ω	
	FP <sub>37</sub>	0.006525772	FPP <sub>37</sub>	138.7 Ω	
	FP <sub>47</sub>	0.089414401	FPP <sub>47</sub>	1900.5 Ω	
	FP <sub>57</sub>	0.281559543	FPP <sub>57</sub>	5984.3 Ω	
	FP <sub>67</sub>	0.106252503	FPP <sub>67</sub>	2258.4 Ω	
	FP <sub>77</sub>	0.016564808	FPP <sub>77</sub>	352 Ω	
	FP <sub>87</sub>	0	FPP <sub>87</sub>	0 Ω	
	FP <sub>97</sub>	0	FPP <sub>97</sub>	0 Ω	
	FP <sub>107</sub>	0.007495143	FPP <sub>107</sub>	159.3 Ω	
	FP <sub>117</sub>	0.251070265	FPP <sub>117</sub>	5336.5 Ω	
	FP <sub>127</sub>	0.234454399	FPP <sub>127</sub>	4983.4 Ω	
	FP <sub>137</sub>	0.006980386	FPP <sub>137</sub>	148.3 Ω	

Factores de Participación Ponderados  
FPP

Tabla 29. Factores de participación y Factores de participación ponderados del modo 7



Según la Tabla 29 la influencia a este modo está ejercida notoriamente por los buses 5, 11 y 12. Y en la expresión (129) vemos que el peso en la impedancia de cada factor coincide con el valor total de la impedancia modal.

$$Z_{77} = 21255.25 \Omega \cong \sum_{b=1}^{b=13} FPP_{b7} = 21261.4\Omega \quad (129)$$

Por tanto, se puede decir que para una señal sinusoidal inyectada a través del nudo 2 con una frecuencia de 915.8 Hz debida a la contaminación de elementos como convertidores, puede acarrear a problemas de calentamiento en los buses 5, 11 y 12 puesto que son los que tienen una influencia en la frecuencia de resonancia de la red

### 11.1. Estabilidad

Si se observa la Figura 57 el sistema tendría dos inestabilidades, estas inestabilidades se relacionarían con las frecuencias de 612.14 Hz (Modo 8) y 397.91 Hz (Modo 9).

Unas inestabilidades que provocarían en esas resonancias el mal funcionamiento de la red e incluso el deterioro de elementos como cables o convertidores.

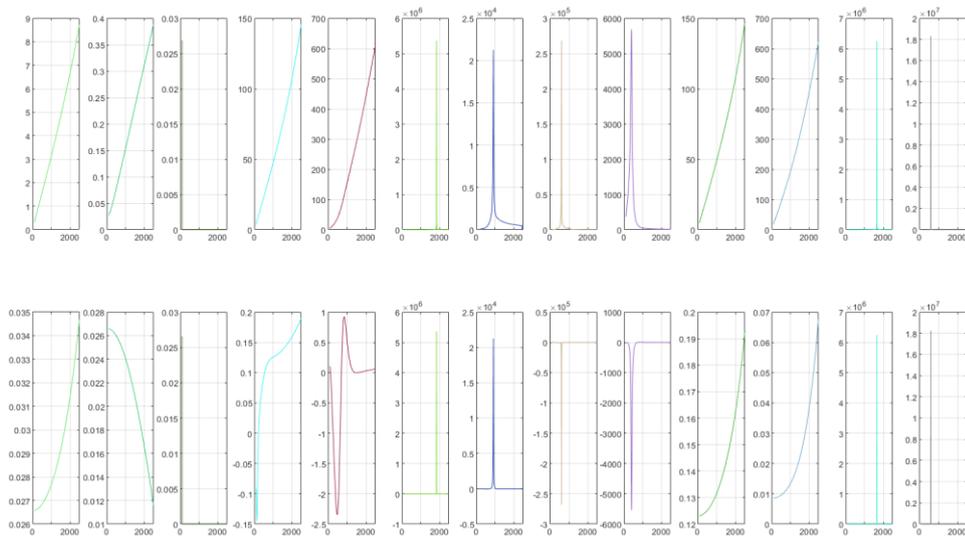


Figura 57. Criterio de estabilidad de la positividad de VAPs

En la Figura 58 se puede ver el GNC aplicado a la red.

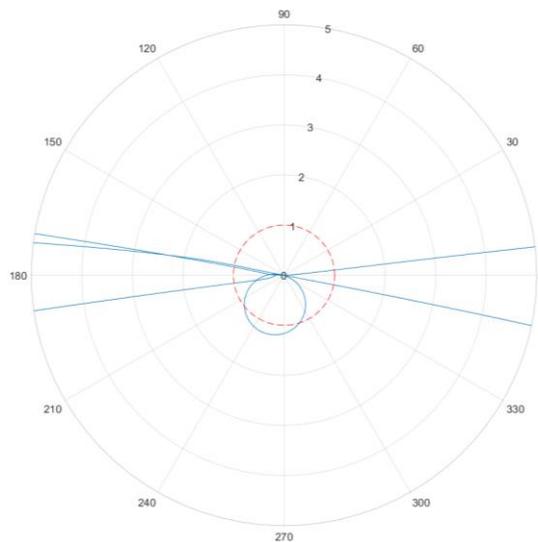


Figura 58. Criterio Generalizado de Nyquist

## 12. Conclusiones y trabajos futuros

Este trabajo ha estudiado el problema de las resonancias e inestabilidades en parques eólicos con enlaces HVDC proporcionando unas herramientas para el estudio, análisis y detección de dichas inestabilidades provocadas por resonancias armónicas mal amortiguadas.

Para ello, se han estudiado conceptos básicos de análisis de circuitos como la aplicación del método de los nudos y la obtención de la matriz de admitancias de un sistema eléctrico, también se han introducido conceptos más complejos y más avanzados como el análisis modal de resonancias y el estudio de la estabilidad de un sistema a partir del positive-net damping criteiron y del criterio de Nyquist generalizado.

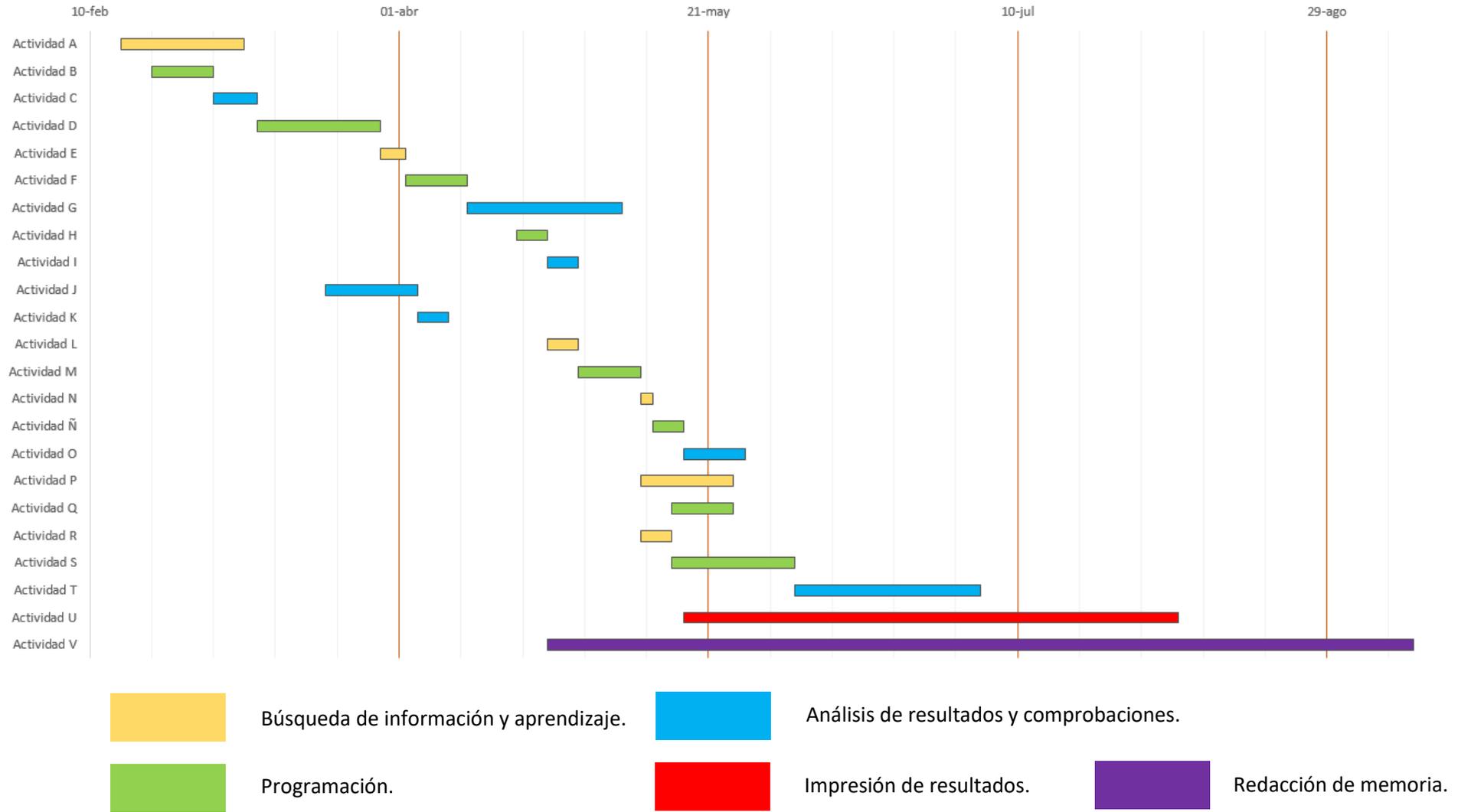
Dichos conceptos han permitido aplicar los conocimientos adquiridos en asignaturas de grado como la *electrotecnia* y la *dinámica de sistemas*, así como con asignaturas de máster como *Métodos y técnicas de análisis para la ingeniería eléctrica*, *análisis de sistemas eléctricos*, *conversión de energía eléctrica* y *Control de Procesos*. Además, se han ampliado los conocimientos de los estudios modales y de la estabilidad de un sistema por procedimientos más avanzados.

Como propuesta de continuad del presente trabajo, sería de utilidad profundizar en el análisis de la frecuencia de resonancia y la sensibilidad de los elementos vinculados a dicha frecuencia; también la ampliación en el análisis de la estabilidad de sistemas MIMO, aplicando lo desarrollado en el proyecto con la finalidad de utilizarlo en la aplicación de técnicas para mitigar las posibles inestabilidades.

### 13. Diagrama de Gantt

A continuación, se detallan las actividades que se han realizado en el proyecto durante todo el transcurso de tiempo y el diagrama correspondiente.:

Actividad A	Lectura de textos y artículos sobre el tema
Actividad B	Programación del método de los nudos en un circuito sencillo
Actividad C	Análisis de primeros resultado
Actividad D	Mejoras y automatización de la creación de la matriz y programa
Actividad E	Primera información sobre modelos de convertidores
Actividad F	Estudio de los modelos de convertidor de algunos artículos
Actividad G	Comprobación de resultados de los modelos
Actividad H	Uso de nuestro propio modelo de convertidor
Actividad I	Pruebas de nuestro modelo en circuitos
Actividad J	Análisis de las resonancias de circuitos de prueba con todos los elementos
Actividad K	Comprobación de resultados
Actividad L	Introducción a los factores de participación
Actividad M	Programación de los factores de participación
Actividad N	Introducción a la ponderación de los factores
Actividad Ñ	Programación de los factores de participación ponderados
Actividad O	Comprobaciones de los resultados obtenidos en los circuitos de prueba
Actividad P	Introducción a la sensibilidad
Actividad Q	Programación de la sensibilidad
Actividad R	Introducción de la sensibilidad a los modelos de convertidor
Actividad S	Programación y comprobaciones
Actividad T	Cálculo de circuitos y variantes
Actividad U	Impresión de resultados
Actividad V	Redacción del Informe



## 14. Presupuesto

En este apartado se va a realizar un pequeño presupuesto del coste que supone la realización del trabajo. Consta principalmente de dos partes:

- Coste de los recursos materiales necesarios para la realización del trabajo.
- Coste de los recursos humanos entendidos como horas de dedicación necesarios para el desarrollo del proyecto.

Puesto que el proyecto se debe enfocar como un posible encargo de una entidad hacia el profesional que lo realiza. Se tendrá en cuenta la cantidad económica requerida para las dos partes definidas, así como los impuestos.

### Coste de los recursos materiales

Se ha tenido en cuenta la adquisición de software, material y desplazamientos para reuniones en transporte público.

DESCRIPCIÓN	Cantidad [Ud]	Precio unitario [€/Ud]	Subtotal [€]
<b>Matlab versión estudiante</b>	1	2400	2.400
<b>AutoCad versión estudiante</b>	1	2000	2.000
<b>Subscripción Microsoft office</b>	1	150	150
<b>Material de oficina</b>	1	100	100
<b>Recursos energéticos</b>	Partida alzada	50	50
<b>Desplazamientos (viajes T-10)</b>	40	1,03	41,2
<b>TOTAL:</b>			<b>4.741,2€</b>

Tabla 30. Coste de los recursos materiales

### Coste de los recursos humanos

A continuación, se muestra el desglose en horas de dedicación en cada fase del proyecto. Se ha tenido en cuenta las horas totales correspondientes a la convalidación de los 12 ECTS requeridos para el TFM y el precio medio por hora de los honorarios de un ingeniero que trabaje como autónomo según [6].

DESCRIPCIÓN	Cantidad [h]	Precio unitario	
		[€/h]	Subtotal [€]
Información y aprendizaje previo	86	18	1.548
Programación	64	18	1.152
Análisis de resultados y mejoras	80	18	1.440
Impresión de resultados	30	18	540
Redacción del informe	100	18	1.800
<b>TOTAL:</b>			<b>28.332 €</b>

Tabla 31. Coste de los recursos humanos

### Coste total

Seguidamente, se refleja la suma de las dos partes, y además la parte correspondiente a los impuestos (IVA 21%).

DESCRIPCIÓN	Coste
Coste total de los recursos materiales	4.741,2 €
Coste total de los recursos humanos	28.332 €
<b>Subtotal</b> (Base imponible)	<b>33.073,2 €</b>
+IVA 21%:	6.945,32 €
<b>TOTAL:</b>	<b>40.018,57 €</b>

Tabla 32. Resumen coste total

El coste total del proyecto es de:

**40.018,57 €**

CUARENTA MIL DIECIOCHO EUROS CON CINCUENTA Y SIETE CÉNTIMOS.

## 15. Agradecimientos

Quisiera empezar este apartado y dar las gracias a todas aquellas personas que me han ayudado durante toda la realización de este trabajo, sobre todo a nivel anímico y al nivel de interesarse por mis avances.

Por encima de todo, agradecer a mi tutor del proyecto, Luís Sainz, por haber tenido la paciencia y profesionalidad al guiarme durante este trabajo habiendo dado claras explicaciones a las muchas dudas que le iba planteando y los difíciles conceptos que iban apareciendo.

Para acabar, me gustaría agradecer a mi familia y amigos más íntimos por el apoyo recibido y las buenas palabras que me iban regalando que me daban fuerzas para seguir y luchar por terminar el trabajo.

Simplemente gracias y espero haber estado a la altura y expectativas con el trabajo realizado.

## 16. Referencias

- [1]. Boix, O. (Deseembre de 2015). *Parlem d'electricitat i energia*. Obtenido de <https://oriol-boix.blogspot.com/2015/12/la-superxarxa-es-va-fent-gran.html>
- [2]. Boix, O. (Mayo de 2019). *Parlem d'electricitat i energia*. Obtenido de <http://oriol-boix.blogspot.com/2019/05/aclarim-conceptes-sobre-el-transport.html>
- [3]. Circutor. (s.f.). *Pagina web de fabricante*. Obtenido de <http://circutor.es/es/formacion/armonicos-electricos>
- [4]. Granero, A. (18 de Agosto de 2016). *ingenieria.blogspot*. Obtenido de <http://imseingenieria.blogspot.com/2016/08/ventajas-e-inconvenientes-de-las.html>
- [5]. Hamefors, L. (2011). Proof and application of the positive net damping stability criterion. *IEEE Trans. on power system*, 481-482.
- [6]. ingenieros industriales de Alava, B. G. (2016-2017). *Encuesta de Salarios y actividad profesional*. Obtenido de <http://www.ingeniariak.eus/wp-content/uploads/2017/04/Encuesta-salarios-Ingenieros-Industriales-2016-2017.pdf>
- [7]. Isabelle, A. (Junio de 2019). Programa para el estudio de resonancias en circuitos eléctricos. *Trabajo de find e Grado*. UPC.
- [8]. J.Das. (2015). *Power System Harmonics and Passive Filter Designs*. *IEEE Press Series on Power Engineering*.
- [9]. L. Orellanda, L. S.-B. (Not publicated). *Mode Analisis approach for harmonic stability assessment of Multi Terminal VSC-based AC grids*. UPC.
- [10]. Luis Sainz, M. C.-M.-B. (2017). *Positive-Net-Damping Stability Criterion in Grid-Connected VSC Systems*. *IEEE JOURNAL*.
- [11]. Luis Sainz1, L. M.-M.-B. (2016). Effect of wind turbine converter control on wind power plant harmonic response and resonances. *IET Electric Power Applications*.
- [12]. Marc Cheah-Mane, L. S. (2017). Criterion for the Electrical Resonance Stability of Offshore Wind Power Plants Connected Through HVDC Links. *IEEE Transactions on Power systems*.
- [13]. Marc Cheah-Manea, L. S.-A.-B. (2019). Electrical Power and Energy Systems. En L. S.-A.-B. Marc Cheah-Manea, *Electrical Power and Energy Systems* (págs. 420-431). elsevier.
- [14]. Piolet, F. (1 de Octubre de 2015). *sectorelectricidad*. Obtenido de [sectorelectricidad: http://www.sectorelectricidad.com/13810/armonicos-que-son-y-como-nos-afectan/](http://www.sectorelectricidad.com/13810/armonicos-que-son-y-como-nos-afectan/)
- [15]. Rauma, K. (Febrero de 2012). Electrical Resonances and Harmonic in a Wind Power Plant. Finland: Thesis submitted for examination for the degree of Master of Science in Technology Espoo.
- [16]. Romagosa, M. (Julio de 2019). *Estudio mundial de los parques eólicos con potencia nominal superior o igual a 100MW*. Obtenido de <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/167863>

- [17]. Sowa, I. (July de 2016). Impedance analysis of harmonic resonance in HVDC connected Wind Power Plants. *Master Thesis Project*. Thesis.
- [18]. *wikipedia*. (s.f.). Obtenido de [https://es.wikipedia.org/wiki/Resonancia\\_eléctrica](https://es.wikipedia.org/wiki/Resonancia_eléctrica)
- [19]. Zhenyu Huang, Y. C. (2007). Application of Modal Sensitivity for Power System Harmonic Resonance Analysis. *IEEE Transactions on power systems*.