

Treball de Fi de Grau

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

Modelat, simulació i control d'un manipulador de cables paral·lels

MEMÒRIA

Autor: Jordi Borbon Campoy
Director: Arnau Dòria Cerezo i Josep Maria Olm
Convocatòria: 04/2019



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resum

L'objectiu troncal de la present memòria, i a partir del qual s'estructura tot el seu contingut, és la comprovació de la viabilitat de l'ús dels manipuladors de cables paral·lels, un tipus de manipuladors que posiciona i orienta la seva plataforma de treball a partir del control de diversos cables que s'hi ancoren, en la indústria actual o bé en aplicacions d'enginyeria o tecnològiques. A més, s'estudia la seva capacitat de substituir de manera no diferenciable un manipulador tradicional, com podria ser un braç robòtic, pel que fa l'acompliment de funcions, similitud de mobilitat, seguiment de trajectòries... També es descarta que la seva major complexitat en quant a disseny i control respecte dels manipuladors tradicionals no sigui un impediment pel seu ús massiu en la indústria en un futur.

Per a aconseguir l'arribada a tots aquests objectius, en primer lloc es realitza un estudi de la situació actual en el mercat d'aquest tipus de manipulador així com de les seves aplicacions i utilitats. En segon lloc, i amb la idea de conèixer els principis del seu funcionament, es realitza un model matemàtic d'un manipulador de cables paral·lels simplificat que posteriorment s'utilitza per a la obtenció del seu model cinemàtic, estàtic i dinàmic. Aquests models i el seu anàlisi permeten comprendre el funcionament de l'aparell i detectar possibles punts conflictius.

A continuació, i a partir del model dinàmic del manipulador simplificat, es dissenya un sistema de control, senzill i fàcil d'obtenir però que és útil per a les aplicacions requerides, que permet imposar les característiques desitjades al manipulador. Tot seguit es desenvolupa un model informàtic del manipulador utilitzant Simulink, el qual engloba el model matemàtic i dinàmic del sistema, així com el controlador obtingut. Amb aquest sistema es realitzen simulacions a partir de les quals es millora el model, assimilant-lo cada cop més a la realitat i millorant-ne el control per a una realització de desplaçaments punt a punt i seguiment de trajectòries el més acurats possibles. A partir de la realització de simulacions també sorgeixen les principals problemàtiques d'aquesta tipologia de manipuladors, les quals s'analitzen i es solucionen de manera sempre senzilla però eficaç.

Finalment, com a resultat, a més de tot el coneixement obtingut de l'anàlisi del manipulador i del seu desenvolupament i millora en simulacions, s'estableix una estructura i procediment d'anàlisi vàlids no tan sols per a les simplificacions tractades en el treball sinó per a futurs models de major complexitat. Així mateix es determinen les línies que prosseguirien aquest treball i es defineixen els següents punts que caldria analitzar i se'n proposen unes primeres pinzellades de la seva solució. Es conclou per últim la viabilitat de la implementació d'aquests manipuladors.

Sumari

1. Glossari	3
2. Prefaci	7
2.1. Origen del projecte.....	7
2.2. Motivació.....	7
2.3. Requeriments previs	8
3. Introducció	9
3.1. Estat de l'art	12
3.2. Objectius del projecte	13
4. Modelat i anàlisi del manipulador	15
4.1. Introducció del manipulador objecte d'estudi.....	15
4.2. Cinemàtica del manipulador	17
4.2.1. Cinemàtica de posició.....	18
4.2.2. Cinemàtica de velocitat.....	20
4.3. Estàtica del manipulador.....	24
4.3.1. Model matemàtic i solució de l'equilibri de forces	24
4.4. Dinàmica del manipulador	26
4.4.1. Dinàmica de la plataforma del manipulador.....	28
4.4.2. Dinàmica dels cables de control	29
4.4.3. Dinàmica en la actuació del manipulador	30
4.4.4. Dinàmica del conjunt plataforma-actuadors.....	31
5. Control del manipulador estudiat	35
5.1. Modificació de la equació de la dinàmica del sistema	36
5.2. Introducció als controladors de sistemes dinàmics.....	37
5.3. Paràmetres de disseny del controlador: Temps d'establiment i Sobrepic màxim	39
5.4. Mètode de disseny del controlador: Assignació de pols	40
5.5. Recerca dels pols desitjats en el sistema	43
6. Modelat del sistema físic amb l'ús d'eines de simulació	47
6.1. Introducció a la metodologia de simulació.....	48
6.2. Introducció del model del manipulador al programa MATLAB (Simulink).....	48
6.2.1. Model de partida en Simulink.....	48
6.2.1.1. Resultats de la simulació	50
6.2.2. Addició de la funció de càlcul d'angles θ	53
6.2.2.1. Resultats de la simulació	55

6.2.3.	Addició del càlcul de la força combinada sobre els eixos de referència	56
6.2.3.1.	Resultats de la simulació	59
6.2.4.	Construcció del llaç de realimentació del sistema	62
6.2.4.1.	Addició del controlador dissenyat al model.....	64
6.2.4.2.	Resultats de la simulació sense restriccions.....	65
6.2.4.3.	Imposició de restriccions sobre la força dels cables	69
6.2.4.4.	Resultats de la simulació amb restriccions	70
6.2.5.	Modificació de les variables d'entrada al controlador	73
6.2.5.1.	Resultats de la simulació sense restriccions.....	74
6.2.5.2.	Resultats de la simulació amb restriccions	77
6.2.6.	Addició de soroll o distorsions a la posició de la plataforma.....	80
6.3.	Seguiment de trajectòries de la plataforma del manipulador.....	83
6.3.1.	Modificació de les característiques del controlador	84
6.3.2.	Resultats i anàlisi de les simulacions realitzades	86
6.3.3.	Modificació de les característiques del controlador per a un millor seguiment de trajectòries.....	89
6.3.4.	Ajust de la trajectòria a la posició inicial de la plataforma.....	95
6.4.	Modelat i simulació del sistema final.....	97
6.4.1.	Addició de les funcions de càlcul de velocitat i acceleració angulars	98
6.4.2.	Addició de la dinàmica de la actuació del manipulador	100
6.4.3.	Resultats i anàlisis de les simulacions realitzades.....	101
7.	Treballs futurs.....	107
8.	Pressupost del projecte i impacte mediambiental.....	111
	Conclusions	115
	Agraïments	117
	Bibliografia	119
	Referències bibliogràfiques.....	119
	Bibliografia complementària.....	120
	Annexos	123
	Annex 1: Codis d'execució de les simulacions	123
	Annex 2: Desenvolupament del controlador per al seguiment de trajectòries.....	138
	Annex 3: Ajust dels paràmetres del controlador per al seguiment de trajectòries	139
	Annex 4: Càlcul de les velocitats angulars dels actuadors	142

1. Glossari

A continuació es mostra el conjunt de símbols i caràcters especials que seran d'ús habitual al llarg del treball, juntament amb una breu definició o element al qual fan referència. Al llarg de la memòria aquests símbols tornaran a aparèixer, mostrant-los de manera gràfica i definint-los més desenvolupadament per a millor comprensió.

- $A_{i,j}$** Posició cartesiana dels punts d'ancoratge entre els cables de control i l'estructura del polígon de subjecció. [$i = 1, \dots, 4$; $j = x, y$]
- L_i** Longituds dels cables de control. [$i = 1, \dots, 4$]
- L_A, L_B** Longituds de cada parella de costats del polígon de subjecció.
- θ_i** Angle entre el cable de control i i l'eix de referència x_0 . [$i = 1, \dots, 4$]
- $\dot{\theta}_i$** Primera derivada temporal dels angles θ_i . [$i = 1, \dots, 4$]
- x, y** Posició cartesiana de la plataforma a controlar.
- \dot{x}, \dot{y}** Primera derivada temporal de la posició cartesiana de la plataforma.
- \ddot{x}, \ddot{y}** Segona derivada temporal de la posició cartesiana de la plataforma. També apareixen expressades al llarg de la memòria com **a_x** i **a_y** .
- q** Vector que denota la posició cartesiana de la plataforma i que conté les variables x i y .
- \ddot{q}** Segona derivada temporal del vector q .
- x_0, y_0** Eixos de referència del sistema, amb origen en el centroide del polígon de subjecció.
- \dot{L}** Vector d'elongacions dels cables de control que conté les primeres derivades temporals de les variables L_i .
- M** Matriu de relacions matemàtiques entre el vector d'elongacions dels cables de control i el vector de velocitats de la plataforma.
- M^*** Matriu pseudoinversa de la matriu de relacions matemàtiques M .
- F** Força aplicada a una partícula.
- m** Massa d'una partícula, component o part del sistema.
- a** Acceleració d'una partícula, component o part del sistema.
- F_R** Força externa aplicada sobre la plataforma del manipulador. $F_R = [f_x \ f_y]^T$.

T_i, t_i	Tensions de cadascun dels cables de control del manipulador. [$i = 1, \dots, 4$]
\vec{L}_i	Direcció unitària de cadascun dels cables de control del manipulador.
S	Matriu de relacions trigonomètriques entre les forces aplicades externament sobre la plataforma i les tensions exercides pels cables de control.
r_i	Radis dels carrets on s'enrotlla el cable de control.
J_i	Inèrcia del sistema motor-carret de cada un dels actuadors.
b_i	Coefficient viscos que representa les friccions existents en el sistema.
F_x, F_y	Força aplicada sobre cada eix de referència.
d_i	Deformació longitudinal en cadascun dels cables de control.
k	Constant elàstica dels cables de control.
β	Angle girat pel sistema motor-carret de cadascun dels actuadors.
$\dot{\beta}$	Primera derivada temporal de la variable β .
η	Parell que realitza cadascun dels sistemes motor-carret.
c	Coefficient de viscositat del sistema físic simplificat.
$r(t)$	Senyal de la comanda introduïda al sistema en un sistema realimentat.
$y(t)$	Senyal de valor actual del sistema en un sistema realimentat.
$e(t)$	Senyal de l'error present en el sistema en un sistema realimentat.
$u(t)$	Senyal aplicada a la planta provinent del controlador en un sistema realimentat.
K_p	Constant de proporcionalitat d'un controlador PID.
K_i	Constant d'integració d'un controlador PID.
K_d	Constant de derivació d'un controlador PID.
t_s	Temps d'establiment d'un sistema dinàmic.
M_p	Sobrepic màxim d'un sistema dinàmic d'ordre 2 o superior.
x_d	Coordenada de referència per a l'eix x_0 .
\dot{x}_d	Primera derivada de la variable x_d .
z_x	Variable que defineix la funció $(x_d - x)$.
\dot{z}_x	Primera derivada de la variable z_x .

- $X(s)$** Coordenada x de la plataforma del manipulador en l'espai de Laplace.
- $X_d(s)$** Coordenada de referència x_d en l'espai de Laplace.
- p_1, p_2, p_3** Pols del sistema en l'espai de Laplace.
- σ_d** Part real dels pols en l'espai de Laplace.
- ω_d** Part complexa dels pols en l'espai de Laplace.
- ω_0** Pulsació natural.
- $F(t)$** Valor de la força en funció dels temps que defineix les excitacions exteriors arbitràries imposades al sistema en les simulacions.
- Amp*** Amplitud de la ona de força arbitrària imposada al sistema en les simulacions.
- Freq*** Freqüència de la ona de força arbitrària imposada al sistema en les simulacions.
- Phase*** Desfasament de la ona de força arbitrària imposada al sistema en les simulacions.
- t** Temps de duració de la simulació.
- F_1, F_2, F_3, F_4** Forces aplicades sobre la plataforma per cadascun dels cables de control.
- $F_{x, combi}, F_{y, combi}$** Forces compostes aplicades sobre la plataforma en els seus eixos de referència x_0 i y_0 .
- x_{ref}, y_{ref}** En les simulacions, coordenades x i y de referència de la plataforma.
- x_{real}, y_{real}** En les simulacions, coordenades de x i y que ocupa la plataforma en un determinat instant de temps.
- R** Radi de la circumferència que fa de trajectòria de referència en el seguiment de trajectòries.
- ω** Pulsació d'oscil·lació de la circumferència que fa de trajectòria de referència en el seguiment de trajectòries.

2. Prefaci

En aquest punt del treball es definirà l'objecte d'estudi del present projecte així com l'origen i motivació que van dur a tractar-lo.

2.1. Origen del projecte

En el moment de cercar tema d'estudi per al treball final de grau es buscaven temes que d'alguna manera relacionessin aspectes de mecànica, control de sistemes i robòtica, els aspectes que més havien sigut d'interès al llarg del grau, i que alhora comprenguessin una forta component innovadora o de noves tecnologies. En aquesta recerca, i fixant-se en la indústria actual, va sorgir la idea de centrar el projecte en un manipulador del tipus "braç robòtic" ja que cada cop son més presents en la indústria i son part fonamental en la automatització de processos. Durant la recopilació d'informació d'aquest primer tema, per a veure la viabilitat de dur a terme el projecte sobre aquest, es va descobrir un tipus de manipulador del qual fins aleshores no tenia coneixement, menys estès a la indústria però amb un bon potencial, decidint finalment realitzar el projecte sobre els "cable-driven parallel robots" o manipuladors paral·lels amb posicionament per cables, que d'ara en endavant seran anomenats per a major comoditat, "parallel cable robots" o manipuladors de cables paral·lels.. La recerca de les primeres dades sobre aquest tipus de manipuladors va resultar fructífera i es va seguir amb l'ampliació de la recerca d'informació.

2.2. Motivació

La motivació per a la realització del treball final de grau sobre els manipuladors de cables paral·lels sorgeix fonamentalment de veure la possible implantació en la indústria d'un tipus de manipulador menys estès i que just en els darrers anys ha començat a obrir-se camí en nous camps. També la recerca de nous àmbits d'aplicació d'aquesta tipologia de manipuladors en sectors o indústries on les seves possibilitats i avantatges podrien tenir gran potencial, així com el fet de treballar al voltant d'un tema que, tot i ser desconegut fins al moment de realitzar el treball, va cridar la atenció des del primer moment.

També resulta motivador el fet de desenvolupar un sistema i un controlador per a un sistema real o amb aplicació directa a la realitat i no tan sols casos acadèmics o teòrics, a més de la possibilitat de, en un moment donat, materialitzar el projecte en un manipulador real i utilitzable.

2.3. Requeriments previs

Els requeriments previs necessaris per a la realització del treball final de grau sobre els manipuladors de cables paral·lels, a més d'interès i uns certs coneixements bàsics sobre manipuladors, són coneixements de mecànica i matemàtiques per a poder realitzar els càlculs necessaris en la cinemàtica i dinàmica del sistema, coneixements adquirits tant a la universitat com en els estudis previs. També resulten vitals els coneixements adquirits directament en el grau en enginyeria en tecnologies industrials, el grau realitzat i que es conclou amb el present TFG, i en concret coneixements en control i dinàmica de sistemes així com de simulació dels mateixos, per a l'elaboració del controlador per al manipulador i la realització de les pertinents simulacions. Coneixements d'informàtica també son rellevants per a la realització del codi que simuli el sistema, així com una certa visió espacial per a tenir clar el comportament del manipulador en totes les situacions plantejades.

3. Introducció

No és possible iniciar la memòria d'aquest treball sense fer una definició i introduir el principal objecte d'estudi d'aquest: els robots manipuladors o robots industrials. Els robots manipuladors es defineixen com aquelles màquines que presenten diversos graus de llibertat en el seu moviment i són multifuncionals i reprogramables per a la realització de diferents tasques com ara manipular peces, eines o altres dispositius especials fent que segueixin unes trajectòries prèviament establertes.

Hi ha diverses maneres de classificar els robots manipuladors, i generalment aquesta classificació es duu a terme partint de les tasques que son capaços de resoldre o de les seves característiques; tot i això en aquest treball es farà una distinció entre els manipuladors sèrie i paral·lel degut a l'interès especial que aquesta classificació presenta per al projecte:

- Els Manipuladors Sèrie es caracteritzen pel fet de tenir les seves juntes o eixos de rotació connectades una després de l'altre. Aquest fet provoca que una rotació en un dels seus eixos provoqui el desplaçament en l'espai de totes les juntes que se situen a continuació de la que s'ha desplaçat. L'exemple tradicional i més conegut de manipuladors sèrie son els braços robòtics, com el de la següent figura:



Figura 1: Imatge d'un braç robòtic (tipus de manipulador sèrie) [1]

- Els Manipuladors Paral·lels es caracteritzen pel fet que els seus actuadors no es troben adherits uns als altres, sinó que s'uneixen de manera directa al cos o plataforma a controlar. Aquest fet provoca que, a diferència dels manipuladors sèrie, el moviment de cada actuator no modifiqui a priori la posició dels altres actuadors del sistema. A més dels manipuladors de cables paral·lels en que es centrarà el projecte, un altre exemple

de manipulador paral·lel seria el manipulador Stewart-Gough mostrat en la següent figura:



Figura 2: Manipulador Stewart-Gough (tipus de manipulador paral·lel) [2]

Els manipuladors de cables paral·lels, o com són més coneguts per la seva denominació anglesa “cable-driven parallel robots”, són una classe particular de manipuladors paral·lels en els quals una plataforma mòbil, la qual serà la que interessarà posicionar per a la realització de les tasques pertinents, es posiciona en l’espai mitjançant la modificació de la longitud dels diferents cables que la controlen. Els quatre components bàsics que componen un manipulador de cables paral·lels són la plataforma que es posiciona en l’espai per a realitzar una tasca específica, els cables que controlen i mouen la plataforma, els motors i corrons que ajusten la longitud dels cables de control i els hi donen tensió i una estructura de subjecció que suporta tot el conjunt i que determina les dimensions màximes de l’espai de treball.

En la següent figura es pot apreciar el diagrama d’un manipulador de cables paral·lels de sis graus de llibertat completament determinats per vuit cables de control, que s’uneixen a la plataforma a controlar i la longitud dels quals és controlada per vuit motors independents adherits a l’estructura de subjecció del manipulador.

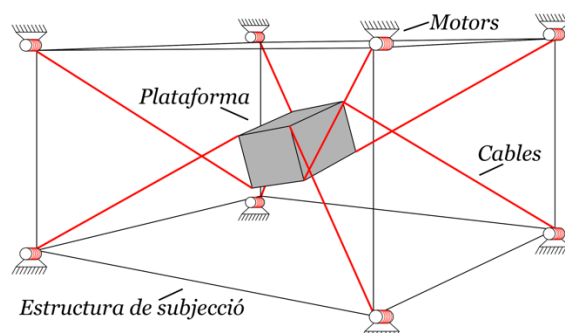


Figura 3: Manipulador de cables paral·lels de 6 graus de llibertat completament determinats

En aquesta classe de manipuladors, i com és necessari si es vol assolir un bon nivell de versatilitat i precisió en el manipulador, existeix la possibilitat d'obtenir un sistema amb sis graus de llibertat (els tres desplaçaments cartesianes en l'espai i les tres rotacions de la plataforma) completament restringits malgrat el fet que els cables de control tan sols poden transmetre forces en la seva tracció i no en la seva compressió. Es tractaria del cas mostrat en la *Figura 3*.

Es fa rellevant notar que, en aquest tipus de manipuladors, la forma de la plataforma a controlar així com la posició dels ancoratges d'unió amb els cables en aquesta plataforma influeix en gran mesura les possibilitats de posicionament d'aquesta. Salta a la vista que la combinació d'ancoratges amb uns o altres cables de control pot facilitar la rotació en algun dels eixos o, pel contrari, impossibilitar la rotació en alguns dels eixos o en tots ells.

Els manipuladors de cables paral·lels presenten unes avantatges notables respecte altres tipus de manipuladors presents en la indústria en l'actualitat i permeten l'automatització de tasques que anteriorment no haurien pogut ser realitzades per manipuladors. Entre aquestes avantatges trobem, per exemple, la possibilitat d'abastar espais de treball de dimensions considerablement majors a les assolibles per un manipulador sèrie, degut al fet que tan sols es requereix major longitud de cable, així com la possibilitat d'augmentar si és necessari aquest espai de treball amb l'únic cost afegit de l'augment de la longitud del cable. Una altre avantatge d'aquesta tipologia de manipuladors, i on disten notablement dels manipuladors sèrie, és en el fet de que els actuadors es troben estàtics i adherits a la estructura del manipulador, de manera que no hi ha un cost energètic perdut en el moviment d'aquests actuadors durant la realització de les tasques del manipulador, fet que alhora permet velocitats i acceleracions de treball majors al haver d'actuar tan sols sobre la massa de la plataforma, dels cables de control i en tot cas de l'objecte o eina a manipular.

Evidentment no tot són avantatges en els manipuladors de cables paral·lels, ja que d'entre altres desavantatges presenten una capacitat de rotació de la plataforma notablement limitada, així com l'inconvenient de la presència dels cables de control en l'espai de treball i les possibles col·lisions que se'n puguin derivar.

Tot i que en l'actualitat es segueixen buscant aplicacions per a aquesta tipologia de manipuladors, han demostrat ser eficaços en la mobilitat i posicionament de carregues pesades en espais de treball amplis, desbancant en aquestes aplicacions manipuladors tradicionalment més utilitzats, com braços robòtics.

3.1. Estat de l'art

En l'actualitat existeixen un nombre elevat d'aplicacions dels manipuladors de cables paral·lels on aquests han demostrat la seva validesa i eficàcia, desbancant als manipuladors o aparells que fins aleshores realitzaven aquelles tasques o obrint nous horitzons en les possibilitats de la indústria al crear nous artefactes abans desconeguts. Algunes d'aquestes aplicacions de rellevància dels manipuladors de cables paral·lels són les següents:

- Desplaçament i posicionament de carregues pesades en espais de treball amplis, com podrien ser naus industrials o plantes de producció, on els manipuladors de cables paral·lels desenvolupen tasques que es poden assimilar a les desenvolupades per les grues-pont. Un dels primers sistemes proposats per al desenvolupament d'aquestes tasques va ser el "NIST Robocrane" [3] que dissenyava un espai de treball de base triangular per a la manipulació de carregues pesades.
- Una de les aplicacions més comercialment esteses dels manipuladors de cables paral·lels és el seu ús en el posicionament i mobilitat de càmeres de vídeo suspeses en l'aire. En aquesta aplicació, una càmera és suspesa en l'aire mitjançant quatre cables de control que la posicionen, podent controlar també la seva altura, obtenint així un punt de vista completament nou. La poca precisió requerida per aquesta aplicació fa perfectes aquests tipus de manipuladors per al seu control. Aquesta aplicació és també coneguda com "Spidercam" [4].
- També s'ha implantat el seu ús en tasques d'inspecció de grans espais, on la manca de necessitat d'una alta precisió en la inspecció ha facilitat la seva implantació. El manipulador s'instal·la en l'espai i s'acobla a la seva plataforma l'instrument de mesura adequat (radar, sonar, ...) per a realitzar la seva inspecció.
- Una altre de les seves aplicacions més esteses és en el posicionament de perfils en túnels de vent, on sorgeix la necessitat de tenir mobilitat en els objectes estudiats per a assimilar la simulació a les condicions reals que patiran aquests objectes. L'ús de manipuladors de cables paral·lels permet controlar de manera precisa la rotació del perfil estudiat alhora de minimitzar la aparició de turbulències no desitjades gràcies a la utilització de cables de control de diàmetre mínim.
- Els manipuladors de cables paral·lels també s'han utilitzat per a aplicacions d'estudi astronòmic. En el "Five Hundred Meter Aperture Spherical Telescope (FAST)" [5], a la Xina, es posiciona i orienta una antena de grans dimensions per a la captura de senyals de diferents regions de l'espai.

- Una altre aplicació d'aquest tipus de manipuladors es en el sector mèdic, on s'utilitzen per a la ajuda al moviment de pacients per a evitar la elevació de càrregues per part del personal mèdic, així com en la ajuda a la rehabilitació per a alliberar al pacient de part de la seva càrrega i així la rehabilitació pugui ser progressiva i més ràpida.
- Teòricament, a més de les operacions ja especificades, un manipulador de cables paral·lels pot realitzar qualsevol tasca que en la actualitat sigui desenvolupada per algun tipus de robot industrial, ja sigui sèrie o paral·lel, si en la plataforma del manipulador de cables paral·lels es situa l'utensili adequat per a la realització de la tasca. Això es degut a que la mobilitat que proporciona aquest tipus de manipulador es comparable a les dels manipuladors d'ús habitual en la indústria actual.

A més d'aquestes aplicacions en la indústria, existeixen també diversos models de manipuladors de cables paral·lels elaborats a nivell acadèmic però que presenten característiques de mobilitat i control espectaculars. Alguns d'aquests models son els següents:

- IPAnema Mini Cable Robot [6]: Manipulador de petites dimensions però que presenta unes característiques dinàmiques molt avantatjades.
- SEGESTA Mark II extreme [7]: Manipulador de mitjanes dimensions que presenta grans acceleracions i bones característiques de posicionament.
- Cable-driven parallel robot by B&R Automation [8]: Manipulador de petites dimensions amb possibilitat de desplaçaments a grans velocitats i acceleracions.
- IPAnema 3 [6]: Manipulador destinat a la mobilitat de càrregues pesades en espais àmplis.
- Cable-driven parallel robot from the Max Planck Institute for Biological Cybernetics (MPI) [9]: Manipulador de grans dimensions destinat a la simulació combinada amb realitat virtual.

Un problema que s'ha trobat al llarg del treball ha sigut la dificultat d'accés a la informació del disseny mecànic i dels controladors utilitzats degut a la poca implantació en la indústria d'aquests manipuladors i el desconeixement, tant a nivell social com d'implantació en la indústria, que se'n té en l'actualitat.

3.2. Objectius del projecte

El que ha estat des d'un inici l'objectiu del present projecte és el fet d'aprofundir en el coneixement i estudi d'una tipologia de manipuladors que encara no es troba àmpliament estesa

en l'actualitat i que deixa veure unes àmplies i innovadores possibilitats, els manipuladors de cables paral·lels, per a veure aquestes possibilitats i les seves aplicacions en la indústria actual.

Per a poder-hi aprofundir i entendre per complert aquests manipuladors s'ha volgut estudiar el seu funcionament des del nivell més bàsic possible, estudiant un model simplificat el màxim possible fins a comprendre'l per a poder posteriorment analitzar-ne models de major complexitat i poder veure on es troben els seus límits.

Així doncs, i amb la idea de començar l'estudi dels manipuladors de cables paral·lels partint de models simples, els objectius principals del projecte resideixen en els següents punts:

- Modelar i analitzar matemàtica i dinàmicament un model simplificat de manipulador de cables paral·lels, un model pla sense presència de gravetat amb quatre cables de control.
- Simular el model simplificat sense presència de controlador per a veure el seu comportament enfront de l'aplicació d'esforços.
- Realitzar un control d'aquest model simplificat de manipulador utilitzant un controlador PID simple.
- Un cop dissenyat el controlador, simular el sistema en la realització de desplaçaments punt a punt.
- Un cop dissenyat el controlador, simular el sistema en la realització de trajectòries establertes.
- Obtenció d'un controlador que optimitzi i minimitzi les forces necessàries per a la realització dels moviments de la plataforma, és a dir, que dins la sobreactuació que presenta el sistema s'optimitzi la aplicació de forces.
- Realitzar el mateix procediment dels anteriors punts per a models de major complexitat, afegint en primer lloc la presència de la gravetat, en segon lloc un tercer eix z i finalment afegint progressivament cables de control.
- Realitzar el mateix procediment dels cinc primers punts per al model complert de 6 graus de llibertat completament determinats per 8 cables de control amb plataforma no simplificada a la puntualitat.
- Fer la construcció del manipulador amb 6 graus de llibertat determinats i el controlador obtingut per poder-ho portar a la practica.

L'abast final del treball podrà distar dels punts anteriorment esmentats en funció de les necessitats de temps per a la realització de cadascun d'ells.

4. Modelat i anàlisi del manipulador

Amb la finalitat de realitzar un anàlisi més acurat i entenedor del comportament del manipulador complet amb 8 cables de control de la plataforma el qual es voldria arribar a estudiar, es faran en primer lloc els anàlisis corresponents a models més simplificats del sistema de control de la plataforma. Això permetrà comprendre pas a pas el funcionament de sistemes similars però més simples fins arribar a l'anàlisi del sistema complet, sempre respectant les hores de dedicació màximes al treball.

En primer lloc s'analitzarà el model més simple possible, el model amb plataforma puntual i quatre cables de control compresos tots en un mateix pla i sense considerar efecte de la gravetat. La idea del treball, si el temps ho permet, seria poc a poc anar afegint variables com la gravetat, major nombre de cables de control, una plataforma no puntual... fins a arribar al manipulador de cables paral·lels final de major complexitat, fins a arribar a realitzar tots els punts objectius definits en el punt 3.2 de la memòria.

4.1. Introducció del manipulador objecte d'estudi

La primera simplificació que es planteja i s'analitza, deixant la porta oberta a l'anàlisi de models de major complexitat progressivament, conté els elements més essencials d'un manipulador de cables paral·lels però simplificats fins al límit. Es tracta d'un manipulador amb els cables de control, que per a aquest model són quatre, continguts en un sol pla, l'horitzontal, i amb una plataforma a controlar simplificada fins a ser puntual, amb la finalitat d'aconseguir evitar els càlculs i conseqüents complicacions de les rotacions de la plataforma provocades per les tensions dels diferents cables i la posició del seu ancoratge.

D'ara en endavant s'anomenarà *polígon de subjecció* o bé *poliedre de subjecció* al polígon o bé poliedre, en funció de si la estructura és bidimensional o tridimensional, el qual té la funció estructural en el manipulador de subjecció dels cables de control de la plataforma. Generalment els cables de control tindran origen en els vèrtex d'aquest polígon de subjecció. El polígon de subjecció defineix també l'àrea o volum de treball màximes possibles degut a la impossibilitat de portar la plataforma fora d'aquest recinte utilitzant únicament cables per al seu control, l'aprofitament de la qual dependrà del nombre de cables de control utilitzats. Tot i que en aquest model més simplificat es podria haver pres un polígon de subjecció de forma triangular, degut a que la idea del treball és arribar a un model final que consti d'un poliedre de subjecció de forma cúbica, a que la reducció en l'espai de treball disponible és alta i a que la simplificació

aportada no és notable, s'ha optat per analitzar de bon començament un polígon de subjecció de forma quadrada.

En la *Figura 4* es pot apreciar l'esquema de la simplificació anteriorment definida:

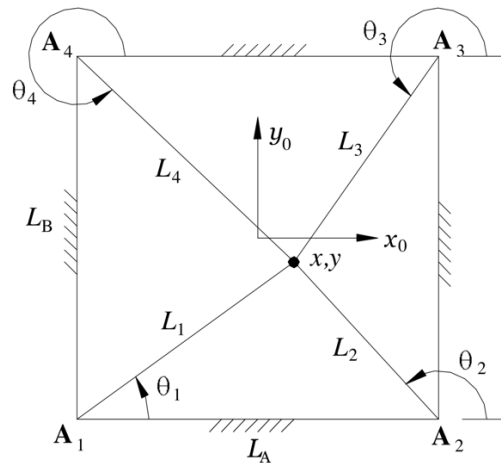


Figura 4: Esquema de la simplificació puntual sense gravetat del manipulador

Tal com es veu en la *Figura 4*, les longituds dels costats del manipulador, és a dir, del polígon de subjecció, són expressades mitjançant els paràmetres L_A i L_B respectivament. Les longituds de cadascun dels cables de control de la plataforma es denominen amb les variables L_i amb $i=1, \dots, 4$. Les posicions de cada punt d'ancoratge entre els cables de control i l'estructura del polígon de subjecció s'expressen amb els paràmetres A_i , amb $i=1, \dots, 4$ i la posició de la plataforma a controlar s'expressa amb el vector q , que conté les coordenades x, y . Les dues últimes variables es troben expressades respecte els eixos de referència x_0y_0 , amb origen de coordenades en el centroid del polígon de subjecció. Els angles θ_i , amb $i=1, \dots, 4$, indiquen l'angle comprès entre l'eix de referència x_0 i cadascun dels cables de control.

Un cop especificat aquest primer model de treball, el més simplificat possible, és bo destacar-ne els aspectes de major rellevància que se'n deriven, així com les hipòtesis utilitzades:

- Derivat de la simplificació de la plataforma a controlar fins la puntualitat, la complexitat resideix tan sols en la translació en les direccions dels eixos x_0y_0 de la plataforma, ja que geomètricament la rotació s'anul·la al no existir en un punt.
- Per a una translació de dos graus de llibertat com la del model calen com a mínim 2 cables de control. Tot i això, degut a la característica dels cables de poder transmetre forces tan sols amb la seva tracció i no compressió, es torna necessari l'ús de més de dos cables (i consegüentment l'addició de redundàncies en l'actuació) per a evitar les configuracions no assolibles amb l'ús de tan sols dos cables de control existents dins dels polígon de subjecció.

A simple vista s'aprecia que la condició necessària per a poder assolir tots els punts compresos dins del polígon de subjecció és que el nombre de cables usats sigui igual al nombre de vèrtexs del polígon de subjecció. De no complir-se aquesta condició existiran configuracions no assolibles dins del polígon de subjecció al no ser possible aplicar una força sobre la plataforma en la direcció del vèrtex en qüestió.

La condició anteriorment ressaltada justifica el fet d'haver utilitzat quatre cables de control en aquest primer model, el qual presenta dues redundàncies en la seva actuació.

- Les redundàncies que presenta el model representen redundàncies en l'actuació però no redundància cinemàtica, és a dir, en el model existeixen motors extra que proporcionen infinites combinacions d'aplicació de força a cada cable però la plataforma a controlar disposa de només dos graus de llibertat cartesianes.
- Teòricament, la plataforma a controlar pot posicionar-se en qualsevol punt comprès en l'interior del polígon de subjecció, gràcies a l'ús de tants cables de control com vèrtex tingui el polígon de control, si s'assumeix la hipòtesis de que els cables poden tenir longitud nul·la i ignorant la geometria de la plataforma a controlar, que en aquest model es puntual.
- Per al model estudiat, es realitza la hipòtesi de que tots els cables de control romanen en tensió positiva en tot moment, assumint també, a priori, que es tracta d'un model de cable no elàstic. Això fa veure que la longitud d'un cable serà sempre la distància en línia recta entre la plataforma puntual a controlar i el vèrtex d'unió amb el polígon de control. Les tensions podran prendre valors teòrics entre 0 i ∞ N al no tenir en compte el material dels cables ni els seus límits de treball. Tot i que els cables es consideraran inelàstics, es presentarà un model de cable elàstic que podrà ser utilitzat en les simulacions posteriors amb la finalitat d'evitar configuracions conflictives que portin a error la simulació, i així poder obtenir resultats vàlids. La constant elàstica serà en tot cas suficientment elevada com per a poder considerar els cables inelàstics.

4.2. Cinemàtica del manipulador

El primer pas per a comprendre el funcionament d'aquest primer model, el model del manipulador amb quatre cables de control en un mateix pla i sense gravetat, és estudiar la seva cinemàtica, és a dir, la relació entre la posició i moviment de la plataforma a controlar i la posició, longitud i elongació dels diversos cables de control.

En aquest punt és rellevant distingir les dues maneres en que es pot enfocar aquesta cinemàtica:

- Cinemàtica inversa de posició i velocitat: L'enfocament invers de la cinemàtica és el que permet realitzar un control eficaç de l'objecte a controlar a partir dels paràmetres de control. En el cas estudiat, aquest enfocament permet conèixer les longituds, posicions i elongacions necessàries en els cables de control donada la posició o velocitat de la plataforma.
- Cinemàtica directa de posició i velocitat: L'enfocament directe de la cinemàtica permet realitzar un control recolzat amb l'ús de sensors i la realització de simulacions. Per al cas estudiat, permet conèixer la posició o velocitat de la plataforma donades les longituds, posicions i elongacions de cadascun dels cables de control.

Com cal esperar, el desenvolupament i resultats matemàtics per a cadascun d'aquests enfocaments disten molt en cadascun d'ells. És per això que cal realitzar-los per separat, diferenciant sempre quin enfocament s'està prenent en la realització dels càlculs i deduccions.

Per a la realització dels següents punts de la memòria es parteix del estudis realitzats en el document de la referència [10].

4.2.1. Cinemàtica de posició

En primer lloc es realitzarà l'anàlisi matemàtic per a l'estudi de la posició de la plataforma mitjançant ambdós enfocaments cinemàtics vistos. En aquest apartat es busca trobar la relació matemàtica existent entre les característiques geomètriques dels cables de control (les longituds L_i i els angles θ_i) i les característiques geomètriques de la plataforma a controlar (en aquest model simplificat, les seves coordenades x i y).

Estudi de la cinemàtica inversa de posició

Com s'ha comentat, la resolució de la cinemàtica inversa de posició tracta de donada la posició cartesiana de la plataforma (les seves coordenades x i y) calcular les longituds dels cables L_i i els seus respectius angles θ_i . Per al càlcul de les longituds dels cables és suficient amb calcular la distància existent entre la posició de la plataforma i el vèrtex d'ancoratge A_i del cable de control amb el polígon de subjecció:

$$L_i = \sqrt{(x - A_{i,x})^2 + (y - A_{i,y})^2} \quad i = 1, \dots, 4$$

(1)

Per al càlcul dels angles dels cables es pot aplicar la relació tangencial relacionant les longituds en la base x_0y_0 per a cada cable:

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{y - A_{i,y}}{x - A_{i,x}}\right) \quad i = 1, \dots, 4$$

(2)

Cal tenir en compte que l'equació (2) per al càlcul d'angles tan sols dona resultats vàlids de forma directa per al cable 1 degut a l'eix de referència triat. Per a corregir aquests resultats és suficient amb particularitzar el càlcul per a cada cable:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1}\left(\frac{y - A_{1,y}}{x - A_{1,x}}\right); & \theta_2 &= \pi + \tan^{-1}\left(\frac{y - A_{2,y}}{x - A_{2,x}}\right); \\ \theta_3 &= \pi + \tan^{-1}\left(\frac{y - A_{3,y}}{x - A_{3,x}}\right); & \theta_4 &= 2\pi + \tan^{-1}\left(\frac{y - A_{4,y}}{x - A_{4,x}}\right) \end{aligned}$$

(3)

Estudi de la cinemàtica directa de posició

La resolució de la cinemàtica directa de posició tracta de fer el procés invers del que s'acaba de veure; facilitades les longituds de tots els cables de control L_i calcular la posició cartesiana de la plataforma (les seves coordenades x i y). En aquest punt s'aprecia que el problema es troba sobredeterminat ja que es disposa de 4 dades per a la recerca de tan sols dues incògnites.

Degut a la hipòtesi presa de tensió constant en els cables inelàstics aquesta problemàtica perd rellevància ja que existirà un únic resultat. Alhora, això fa que es puguin negligir dues de les dades de manera arbitrària sense que això comporti cap pèrdua d'informació, sempre i quan s'assumeixin valors coherents de les longituds dels cables.

Per a major facilitat en els càlculs es prenen com a dades els valors de les longituds L_1 i L_2 i es modifica la posició de l'origen de coordenades (tan sols per a la realització dels següents càlculs) fins a situar-lo al damunt d'un dels vèrtex del polígon de subjecció. Havent situat l'origen de coordenades sobre el vèrtex A_1 , es tracta de trobar la intersecció de dues circumferències (de radis L_1 i L_2 i centres A_1 i A_2 respectivament) en la qual es trobarà la plataforma:

$$x = \frac{L_A^2 + L_1^2 - L_2^2}{2L_A}; \quad y = \sqrt{L_1^2 - x^2}$$

(4)

Tot i que la coordenada y de l'equació (4) té tant solució positiva com negativa, al tractar-se d'una arrel quadrada, cal triar la solució positiva per a aquesta coordenada y per a obtenir una solució coherent, és a dir, que es trobi compresa dins la geometria del polígon de subjecció.

Es nota que la solució per a la coordenada x és única. Aquest fet deriva de que els centres de les dues circumferències triades per a resoldre es troben sobre l'eix de referència x . Si els dos centres triats es trobessin sobre l'eix de referència y , la solució única seria la de la coordenada y , mentre que la solució de la x seria doble.

Per a més seguretat, cabria la possibilitat de verificar els resultats obtinguts mitjançant les longituds dels altres dos cables de control L_3 i L_4 .

4.2.2. Cinemàtica de velocitat

Un cop s'ha comprès la relació matemàtica existent entre la longitud dels cables de control i la posició de la plataforma per als casos estàtics, arriba l'hora d'estudiar el model de manipulador en situacions amb presència de moviment. Per a fer-ho és essencial partir d'una relació matemàtica inequívoca entre les coordenades de la plataforma x i y i les característiques dels cables de control, és a dir, les seves longituds L_i i els seus angles θ_i .

Degut a les hipòtesis preses des de bon principi, es veu que és suficient conèixer les característiques d'un sol cable de control (la seva longitud L i el seu angle θ) per a definir la posició de la plataforma mitjançant relacions trigonomètriques simples. Per a treballar amb major facilitat i compressió es treballa a partir d'aquest punt de manera matricial. Les expressions i generalitzacions d'aquestes relacions per a cadascun dels cables de control són:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i,x} + L_i \cdot \cos \theta_i \\ A_{i,y} + L_i \cdot \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, 4$$

(5)

Coneguda l'equació que imposa la posició de la plataforma en funció de les característiques dels cables de control, continguda en l'equació (5), per a conèixer la seva velocitat en funció de les mateixes variables tan sols cal buscar la derivada temporal del vector $[x \ y]^T$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{L}_i \cdot \cos \theta_i - L_i \cdot \sin \theta_i \cdot \dot{\theta}_i \\ \dot{L}_i \cdot \sin \theta_i + L_i \cdot \cos \theta_i \cdot \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, 4$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -L_i \cdot \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & L_i \cdot \cos \theta_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{L}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, 4$$

(6)

L'equació trobada és rellevant, ja que determina la velocitat de la plataforma en coneixement de les longituds i elongacions dels cables de control (L_i i la seva derivada) i dels seus angles i velocitats angulars (θ_i i la seva derivada), és a dir, el que correspondria a la seva cinemàtica directa de velocitat. Tot i això, els angles i les velocitats angulars venen imposades per les diferents longituds i elongacions que prenen els cables, de manera que no es poden imposar els seus valors; a més, l'interès del problema resideix en conèixer quines són les longituds i elongacions necessàries en coneixement de la velocitat desitjada a la plataforma, i no a la inversa.

Estudi de la cinemàtica inversa de velocitat

Per a la resolució de la cinemàtica inversa de velocitat caldrà calcular les elongacions necessàries en els cables (les derivades temporals de les longituds L_i) usant com a variables d'entrada la velocitat desitjada en la plataforma (les derivades temporals de la posició cartesiana x i y). Per a aconseguir-ho, i partint de l'expressió obtinguda en l'equació (6), tan sols cal invertir la matriu, amb el qual resulta la següent equació:

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i / L_i & \cos \theta_i / L_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, 4$$

(7)

Degut a que els angles característics dels cables de control, com ja s'ha comentat, venen imposats per la geometria adoptada pel conjunt del manipulador i aquesta alhora es determina a partir de les diverses longituds dels cables de control, tan sols interessa disposar de les equacions que determinin quina ha de ser la evolució de la longitud de cada cable ja que, al cap i a la fi, són les úniques variables sobre les quals es podrà actuar. Així doncs, es pot extreure la primera línia de la matriu de l'equació (7) de la següent manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_i \end{bmatrix} = [\cos \theta_i \quad \sin \theta_i] \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \\ \dot{L}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \cos \theta_3 & \sin \theta_3 \\ \cos \theta_4 & \sin \theta_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

(8)

En l'equació (8) s'aconsegueix finalment la definició matemàtica dels paràmetres que es controlen de manera externa en el manipulador, les velocitats d'elongació dels cables de control, tan sols en funció de la posició actual i velocitat desitjada en la plataforma. Cal recordar en aquest punt que els angles θ_i són variables funció de la posició de la plataforma segons l'equació

(3), de manera que les velocitats d'elongació dels cables de control són funció únicament de la posició i velocitat de la plataforma.

És important afegir que la matriu invertida en l'equació (7) no presenta singularitats, dins l'espai de treball del manipulador que posteriorment puguin causar problemes en el control del manipulador.

Estudi de la cinemàtica directa de velocitat

Per a la resolució de la cinemàtica directa de velocitat és necessari obtenir les equacions que defineixen la velocitat desitjada a la plataforma (les derivades temporals de la posició cartesiana x i y) prenent com a variables d'entrada les elongacions presents en els cables de control (les derivades temporals de les longituds L_i). Podria semblar que l'equació (6) defineix aquestes velocitats però, tot i que ho fa, expressa el resultat en funció de la derivada temporal dels angles que formen els cables de control amb la referència, és a dir, ho expressa en funció d'una variable que no es pot controlar de manera directa. Com que les úniques variables que es poden controlar de forma directa, mitjançant motors, són les derivades temporals de les longituds dels cables de control, caldrà buscar unes equacions que expressin la velocitat cartesiana de la plataforma en funció de les derivades temporals de les diverses L_i .

Per a fer-ho, un bon punt de partida és l'equació (8), la qual es pot expressar de manera compacta segons l'estructura següent:

$$\dot{L} = M \cdot \dot{q}$$

(9)

On \dot{L} és el vector d'elongacions dels diversos cables que controlen la plataforma, \dot{q} és el vector que conté la velocitat cartesiana de la plataforma i M és la matriu que conté la relació matemàtica existent entre les dues variables anteriors. S'aprecia fàcilment que si s'aconseguís invertir la matriu M s'obtindria l'expressió de la velocitat de la plataforma tan sols en funció de les elongacions dels diversos cables de control, és a dir, l'expressió:

$$\dot{q} = M^{-1} \cdot \dot{L}$$

(10)

El problema que presenta la inversió d'aquesta matriu és que, degut a la redundància present en la actuació, no és quadrada.

Per a solucionar aquest problema i poder obtenir una expressió per a la cinemàtica directa de velocitat existeixen dues opcions:

- La primera és aplicar la mateixa simplificació utilitzada en l'estudi de la cinemàtica directa de posició, en l'apartat 4.2.1, en la qual, i sempre suposant una entrada coherent de les variables, es negligien dues de les variables d'entrada per a aconseguir un sistema determinat amb una sola solució o, el que seria l'equivalent en l'estudi de la cinemàtica directa de velocitat, una matriu quadrada. Procedint d'aquesta manera, es poden negligir les elongacions corresponents als cables de control 3 i 4, per exemple, tenint la seguretat que la solució és única per a una entrada coherent de les velocitats de control, es triïn les variables que es triïn. Així doncs, la matriu M present en les equacions (9) i (10), seria la mateixa que figura en l'equació (8) però amb les files 3 i 4 eliminades. Així mateix, salta a la vista que caldria eliminar els valors 3 i 4 del vector de velocitats d'elongació per a poder solucionar el sistema.

En aquest procediment es nota una indesitjable pèrdua d'informació en la resolució del sistema, que seria convenient evitar en la mesura del possible per a obtenir solucions més acurades.

- Una segona opció per a la solució del problema és l'ús de mètodes d'inversió alternatius com, per exemple, la pseudoinversa de Moore-Penrose [11], mètodes en els quals no és necessària la supressió de variables del càlcul per a la obtenció de la matriu inversa buscada. Tot i això, el seu càlcul és més complex i es duria a terme mitjançant les següents equacions:

$$\dot{q} = M^* \cdot \dot{L} \quad M^* = (M^T \cdot M)^{-1} \cdot M^T$$

(11)

Un avantatge important que presenten les matrius pseudoinverses és la integració del seu càlcul de manera predefinida en molts dels programes de simulació de sistemes, fet que facilita en gran mesura la resolució del sistema sense la supressió d'informació.

Cal ressaltar que la solució a la cinemàtica directa de velocitat, trobada mitjançant qualsevol dels mètodes anteriors, es troba subjecte a singularitats en alguns punts del seu domini. Aquestes es troben en les configuracions en que dos cables es troben alineats, és a dir, les configuracions en que la plataforma es troba sobre les arestes del polígon de subjecció:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_2 - \theta_1) = 0 & \quad \theta_2 - \theta_1 = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \sin(\theta_3 - \theta_2) = 0 & \quad \theta_3 - \theta_2 = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \sin(\theta_4 - \theta_3) = 0 & \quad \theta_4 - \theta_3 = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \sin(\theta_1 - \theta_4) = 0 & \quad \theta_1 - \theta_4 = k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Cal també destacar que les configuracions conflictives són zones del domini del manipulador que no haurien de ser d'ús habitual al treballar aquest de manera forçada en aquestes zones, de manera que no es tindran en compte aquestes singularitats per a la resta del treball.

4.3. Estàtica del manipulador

En aquest nou punt, i un cop comprès tant el model simplificat estudiat com les equacions que el regeixen, es vol estudiar la distribució de forces entre els diferents cables de control en diverses situacions. La primera d'aquestes situacions, i per extensió la més senzilla, és aquella en la qual la plataforma del manipulador no pateix acceleracions.

$$F = m \cdot a$$

(12)

La manca d'acceleració provoca, tal com es pot veure en l'equació (12), que sigui quina sigui la massa de la plataforma les forces dinàmiques siguin nul·les, permetent així ignorar la massa de la plataforma i convertint el problema en un simple equilibri de forces. Les situacions en que el manipulador pot presentar acceleracions nul·les en la seva plataforma són aquelles en que la plataforma es troba fixada en una posició o bé segueix trajectòries rectilínies a velocitat constant.

Com ja s'ha comentat amb anterioritat, el model de manipulador que s'estudia entén que tots els cables romanen en tensió positiva en tot moment.

4.3.1. Model matemàtic i solució de l'equilibri de forces

Degut a la ja comentada absència d'acceleracions en la plataforma i a les característiques i hipòtesis preses en el model, el model matemàtic de l'estàtica del manipulador parteix de l'equilibri de forces exteriors aplicades sobre la plataforma amb les tensions en els cables de control, havent de ser el resultat d'aquesta igualtat nul·la per a un resultat correcte. En la figura que es mostra a continuació es pot apreciar la situació definida anteriorment:

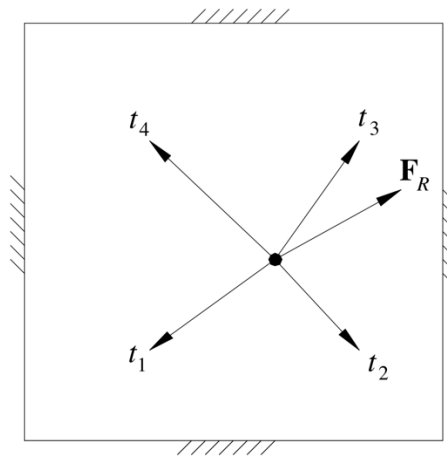


Figura 5: Esquema de la estàtica del manipulador

Aquesta igualtat de forces externes aplicades i forces generades pel manipulador es poden simplificar en la següent expressió:

$$\sum_{i=1}^4 \vec{t}_i = - \sum_{i=1}^4 t_i \vec{L}_i = F_R \quad (13)$$

On tots els vectors es troben expressats respecte la base de referència x_0y_0 . Cadascuna de les tensions t_i representen les tensions en mòdul aplicades sobre cadascun dels quatre cables de control del sistema, mentre que els vectors \vec{L}_i representen la direcció unitària de cadascun d'aquests cables, que poden ser calculades com:

$$\vec{L}_i = [\cos \theta_i \quad \sin \theta_i]^T$$

El producte del mòdul de les tensions aplicades a cadascun dels cables de control amb la seva direcció unitària dona lloc a el vector de tensió de cada cable, que s'expressa amb el símbol \vec{t}_i en l'equació (13), que presenta signe contrari al producte anterior degut al fet de treballar els cables de control sempre a tracció. La força externa aplicada sobre la plataforma es representa amb el vector F_R el qual conté les dues components, corresponents a cadascun dels eixos de referència, de la força externa, és a dir, $F_R = [f_x \quad f_y]^T$.

L'equació (13) es pot generalitzar per a tots els cables de control del sistema en una expressió que agrupi totes les tensions del sistema, de manera que queda l'expressió següent:

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta_1 & -\cos \theta_2 & -\cos \theta_3 & -\cos \theta_4 \\ -\sin \theta_1 & -\sin \theta_2 & -\sin \theta_3 & -\sin \theta_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad S \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad (14)$$

En l'equació (14) ressalta una estructura ja coneguda i vista anteriorment; la matriu S que fa producte amb les tensions unitàries de cada cable de control té una estructura molt similar a la a la matriu M estudiada en punts anteriors de la memòria on es tractava amb la cinemàtica del model. En concret es té que $S = -M^T$.

La solució de la estàtica del sistema, de manera anàloga a la solució del sistema en la seva cinemàtica, passa pel càlcul de la inversa de la matriu S per a trobar les tensions t_1, \dots, t_4 que aconseguen l'equilibri del sistema:

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \cdot S^{-1}$$

La inversa de la matriu S també passa per la utilització d'un dels mètodes explicats en el punt 4.2.2 del treball, preferentment la utilització de càlcul de matrius pseudoinverses. En aquest cas per arribar a l'equilibri, i degut a la redundància en la actuació del sistema, existeixen un nombre indefinit de solucions del sistema que compleixen amb la equació que en defineix la estàtica. Algunes d'elles es materialitzaran en l'aplicació de les mínimes forces necessàries per a equilibrar el sistema mentre que d'altres utilitzaran majors tensions en els cables de control per a arribar finalment al mateix estat. Salta a la vista que des del punt de vista energètic les solucions que apliquin les mínimes forces resulten més eficients, però aquest es un problema d'optimització del sistema el qual no és l'objectiu primordial del treball, per aquest motiu es deixarà per a posteriors punts el seu anàlisi.

4.4. Dinàmica del manipulador

Un cop analitzades la cinemàtica i la estàtica del model de manipulador presentades en les seccions anteriors del treball, és hora de passar a estudiar la seva dinàmica, és a dir, a fixar-se en la relació present entre el moviment cartesià de la plataforma i les diverses forces generades en els cables de control per a així poder aplicar els parells necessaris en els diversos motors per a aconseguir el moviment adequat en la plataforma. L'estudi de la dinàmica del manipulador es fa encara més rellevant si es desitja que es pugui treballar a grans velocitats i acceleracions,

ja que en aquestes condicions es maximitzen les forces necessàries en els cables per a controlar la plataforma.

En primer lloc cal presentar les diverses variables i símbols que s'utilitzaran en el desenvolupament d'aquesta dinàmica del manipulador, tots ells presents en el següent croquis del sistema a estudiar:

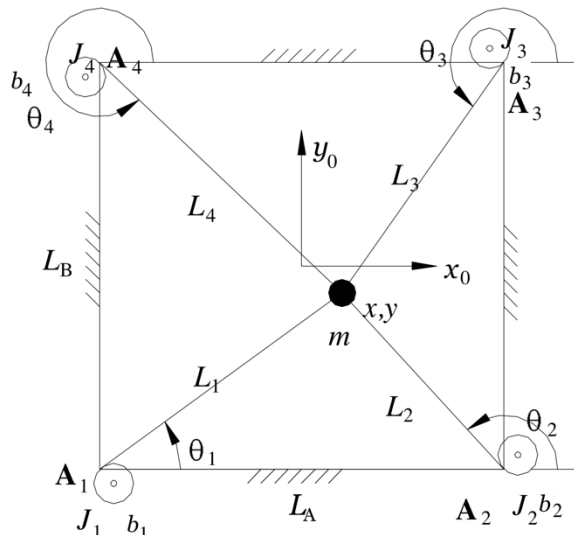


Figura 6: Esquema de la cinemàtica del model

El símbol que prendrà major rellevància en la *Figura 6* serà sens dubte m , la qual correspon a la massa del conjunt de la plataforma (entesa com a puntual en el model de manipulador que s'està tractant en aquest treball). També s'incorporen les variables r_i , corresponents als radis dels carrets on s'enrotllaria el cable per a cadascun dels actuadors del manipulador, i les inèrcies conjuntes J_i dels motors i els carrets. També figura la variable b_i , corresponent a un coeficient viscos que es podrà utilitzar per al modelat de les friccions existents entre les diverses parts mòbils del manipulador. La resta de símbols presents en la *Figura 6* són els ja presentats amb anterioritat en la *Figura 4*.

Un cop especificades les variables amb les quals es treballarà, s'introdueixen les consideracions i hipòtesis preses per a l'estudi de la dinàmica del model de manipulador estudiat:

- Els únics elements amb massa considerada en el sistema són la plataforma, amb massa puntual m , i els motors i carrets, amb massa representada per la seva inèrcia J_i , de manera que es menyspreen per complert les masses dels diversos cables de control i els seus efectes sobre la dinàmica del manipulador.

- Els diversos cables de control, seguint amb les hipòtesis preses per al model estudiat des de l'inici del treball, són completament inelàstics, de manera que no presenten més elongació que la brindada pels motors de control.
- Tot i que en el model matemàtic de la dinàmica del manipulador es tenen en compte les inèrcies i les viscositats citades anteriorment per a la obtenció d'un model dinàmic amb major validesa, aquestes podran ser menyspreades en punts posteriors si la dificultat que impliquen es major que els beneficis aportats.
- Es dona per fet que, gràcies a la adequada construcció del manipulador, el radi dels carrets on s'enrotllen els cables de control no es veu afectat per la longitud de cable que hi hagi enrotllat, mantenint-se així doncs constant en el seu valor r_i . Així mateix, es considera nul el diàmetre dels cables de control a efectes de realitzar els posteriors càlculs.
- Es dona per fet també, com des d'un inici, que els angles que prenen els cables de control respecte els eixos de referència x_0y_0 no són imposats de manera externa i venen determinats tan sols per les diverses longituds dels cables de control L_i .

Per a estructurar la dinàmica del muntatge de la manera més entenedora possible, es presenta a continuació l'estudi dinàmic de cadascuna de les parts principals del manipulador de manera separada, per a finalment posar-ho tot en comú en un sol model dinàmic general.

4.4.1. Dinàmica de la plataforma del manipulador

La dinàmica de la plataforma per al model tractat en el treball, el manipulador en un sol pla sense efecte de la gravetat, és molt simple degut a les hipòtesis preses per a la plataforma a controlar. Degut a que la plataforma s'ha considerat puntual, les inèrcies degudes a la seva rotació són inexistents i tan sols és necessari l'estudi de la seva dinàmica en les possibles direccions cartesianes de desplaçament x_0 i y_0 .

Així doncs, partint de l'equació (12) i degut a que els dos eixos de referència es poden tractar de manera independent, s'obtenen les següents expressions:

$$\begin{aligned} F_x = m \cdot a_x & \quad \rightarrow \quad F_x = m \cdot \ddot{x} \\ F_y = m \cdot a_y & \quad \rightarrow \quad F_y = m \cdot \ddot{y} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad F = m \cdot \ddot{q} \quad \text{on} \quad m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}; q = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

(15)

L'equació (15) mostra la relació existent entre les forces aplicades a la plataforma puntual pels diversos cables de control (unificades i expressades com a dos vectors en les direccions dels eixos de referència x_0 i y_0) i les acceleracions que aquesta plataforma pateix. Cal entendre el

vector F com el vector de forces resultants, és a dir, com un sol vector que conté totes les forces aplicades individualment per cadascun dels cables de control. Aquesta manera de concebre el vector de forces aplicades facilita els càlculs i deduccions que es realitzaran posteriorment, ja que permet agrupar variables que no aporten informació addicional però sí complexitat en la resolució del problema.

4.4.2. Dinàmica dels cables de control

La dinàmica dels cables de control de la plataforma es tracta tan sols a nivell intern del cable, és a dir, de la seva elasticitat, ja que a nivell del sistema global es considerarà la seva massa suficientment petita per a poder ignorar l'efecte de les seves forces i acceleracions sobre el conjunt del sistema del manipulador.

El sistema cinemàtic que s'ha descrit en el punt 4.2 de la memòria considera un sistema on totes les longituds dels cables de control són coherents amb la posició de la plataforma del manipulador, fet factible a nivell teòric. El problema pot sorgir a l'hora de realitzar les simulacions del sistema on petits arrodoniments en els càlculs del programa de simulació poden donar lloc a sistemes incompatibles sense solució, que no permetrien la bona realització de les simulacions o bé resultats erronis. Es per aquest motiu que s'introdueix en aquest nou punt un model de cable elàstic amb la finalitat de suprimir les possibles incompatibilitats en la resolució de les simulacions.

En la següent figura es mostra l'esquema de forces presents en cadascun dels cables del manipulador, tenint en compte que treballaran en tracció i no en compressió:

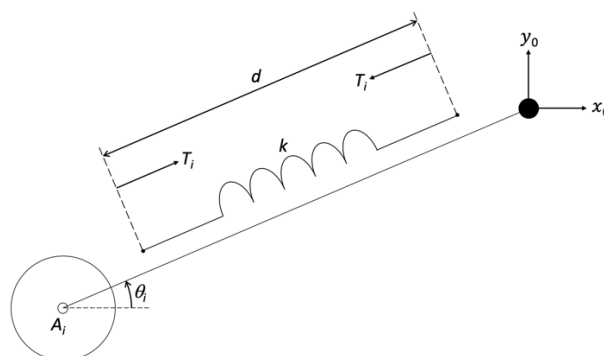


Figura 7: Esquema de forces presents als cables de control

La tensió que acumula cadascun dels cables és proporcional a la seva deformació longitudinal segons la següent equació:

$$T_i = k \cdot d$$

On T_i és la tensió de cadascun dels cables de control, que alhora serà de mòdul igual a la força exercida sobre la plataforma i la realitzada pels carrets corresponents, k és la constant elàstica dels cables de control i d és la deformació longitudinal que presenta el cable.

Cal ressaltar que en els posteriors punts del treball, i per als motius comentats anteriorment, es consideraran els cables de control inelàstics i un sistema determinat, amb configuració de cables de control i posició de la plataforma coherents. La elasticitat dels cables presentada en aquest punt de la memòria serà utilitzada en les simulacions del sistema.

4.4.3. Dinàmica en la actuació del manipulador

Per al cas dels actuadors del manipulador, la dinàmica adquireix un major grau de complexitat al presentar-se més elements participants d'aquesta dinàmica, com són la inèrcia i la viscositat presentades per als diferents elements de l'actuació. En la següent figura es presenta el diagrama del sistema d'actuació i les seves parts i variables més rellevants, a partir de les quals es desenvoluparà la dinàmica de l'actuació:

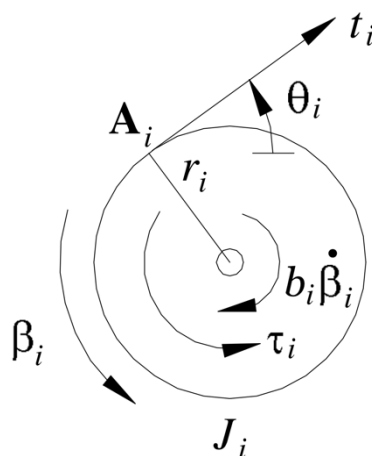


Figura 8: Esquema del sistema motor-carret d'actuació sobre els cables

Cal destacar la variable β_i introduïda en la Figura 8, així com les seves derivades temporals, la qual correspon a l'angle girat per el carret, el qual es podrà relacionar amb facilitat amb la longitud de cable elongat. El coeficient de viscositat, b_i , es podrà relacionar amb la velocitat angular del carret per a representar la força d'oposició al moviment provocada per les diverses friccions presents en el sistema. D'una manera anàloga, es podrà relacionar la inèrcia del sistema motor-carret, J_i , amb la acceleració angular del carret per a representar la oposició al

canvi de velocitat del sistema provocada per la massa del sistema d'actuació. Les altres dues variables presents en la *Figura 8*, són en primer lloc τ_i que representa el parell realitzat pel motor sobre el carret i en segon lloc t_i que representa la tensió del cable que és finalment transmesa com a força a la plataforma.

Per a relacionar totes aquestes variables en una sola equació és necessari realitzar una simplificació matricial del sistema per a compactar les equacions, de manera que es defineixen les següents matrius i vectors que engloben les característiques dels quatre actuadors presents en el model estudiat:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & b_4 \end{bmatrix}; \quad T = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_4 \end{bmatrix}; \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_4 \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_4 \end{bmatrix}$$

(16)

Un cop definides aquestes matrius i vectors, es pot escriure l'equació que relaciona totes les variables presents en el sistema d'actuació, donant per fet que el radi de tots els carrets del sistema és igual, $r_i = r$, per a major facilitat de resolució i control del sistema:

$$J \cdot \ddot{\beta} + B \cdot \dot{\beta} = \tau - r \cdot T$$

(17)

Degut al fet ja comentat amb anterioritat de que els cables tan sols poden exercir tensió en el seu signe positiu degut a les seves característiques físiques, es pot donar per fet que el signe de les components del vector de tensions T serà sempre de signe positiu, de manera que es pot aïllar de l'equació (17) trobant així l'expressió de les tensions a cada cable:

$$T = \frac{1}{r} \cdot (\tau - J \cdot \ddot{\beta} - B \cdot \dot{\beta})$$

(18)

Aquesta equació ens permetrà posteriorment relacionar les tensions necessàries a cada cable amb la posició i moviment de la plataforma, per a poder així controlar-la de manera adequada.

4.4.4. Dinàmica del conjunt plataforma-actuadors

Un cop definits els comportaments dinàmics tant de la plataforma a controlar com del sistema motor-carret d'actuació sobre els cables de control, cal entrecruar els dos sistemes i les seves corresponents variables per a trobar una equació que en caracteritzi el comportament conjunt, definint així el comportament dinàmic del manipulador de cables paral·lels.

Les equacions que caldrà relacionar en una de sola són la (18) i la (15). Tot i això es veu un inconvenient en aquesta relació: el resultat de l'equació (15), F , és un vector de dues components corresponents a la força aplicada en cada eix mentre que el resultat de l'equació (18), T , és un vector de 4 components corresponents a les tensions de cadascun dels quatre cables de control. Tot i que evidentment la relació entre les dues equacions no és directa és senzill de veure que la obtenció de la relació amb la variable F passa per la suma en cada eix de referència de la descomposició en aquests eixos de cadascuna de les components de T , operació senzilla gràcies al coneixement que es té dels angles θ_i entre cada un dels cables de control i l'eix de referència x . D'aquesta manera s'obté la relació:

$$F = S \cdot T \quad \text{on} \quad S = \begin{bmatrix} -\cos \theta_1 & -\cos \theta_2 & -\cos \theta_3 & -\cos \theta_4 \\ -\sin \theta_1 & -\sin \theta_2 & -\sin \theta_3 & -\sin \theta_4 \end{bmatrix} \quad (19)$$

En aquest punt cal eliminar les variables que no es desitja que siguin incògnites del sistema, en concret es vol expressar l'angle girat per cada actuator β_i en funció de la elongació dels cables de control, amb la finalitat d'eliminar les variables β_i del sistema. Degut a que la variació en la elongació dels cables de control correspon a la ja expressada en anteriors punts del treball com la derivada temporal de la longitud dels cables, es pot expressar la variable β_i en funció de la derivada temporal de la longitud dels cables i del radi dels carrets. Apreciant la configuració de la *Figura 8*, es veu que un increment de l'angle β_i provoca un decrement de la longitud del cable de control corresponent a l'actuator. Definint per a tots els angles β_i el zero per a la posició de la plataforma corresponent a l'origen de coordenades es pot escriure:

$$\beta_i \cdot r = -\dot{L}_i \quad i = 1, \dots, 4 \quad (20)$$

A partir de l'anterior equació i agrupant les expressions de β_i en un sol vector que pugui ser introduït com a β en l'equació (18) es troba:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1(q) \\ \vdots \\ \beta_4(q) \end{bmatrix} = \frac{-1}{r} \cdot \begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \vdots \\ \dot{L}_4 \end{bmatrix} \quad \text{on} \quad q = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (21)$$

A partir d'aquest vector β , i seguint amb la idea de completar els components de l'equació (18), es poden trobar les derivades primera i segona d'aquest vector β en funció de la posició de la plataforma:

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= \frac{\partial \beta}{\partial q} \cdot \dot{q} \\ \ddot{\beta} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \right) \cdot \dot{q} + \frac{\partial \beta}{\partial q} \cdot \ddot{q}\end{aligned}\quad (22)$$

Pren rellevància el resultat de la derivada parcial $\partial \beta / \partial q$, el càlcul de la qual resulta en la següent expressió:

$$\frac{\partial \beta}{\partial q} = -\frac{1}{r} \cdot \begin{bmatrix} \frac{x - A_{1,x}}{L_1} & \frac{y - A_{1,y}}{L_1} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x - A_{4,x}}{L_4} & \frac{y - A_{4,y}}{L_4} \end{bmatrix} \quad \text{on } L_i = \sqrt{(x - A_{i,x})^2 + (y - A_{i,y})^2} \quad i = 1, \dots, 4$$

(23)

En aquest punt, i havent trobat les successives derivades de β , es pot realitzar la substitució de variables de l'equació (22) en l'expressió de l'equació (18) trobant com a resultat l'equació per a T mostrada a continuació:

$$T = \frac{1}{r} \cdot \left(\tau - J \cdot \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \right) \cdot \dot{q} + \frac{\partial \beta}{\partial q} \cdot \ddot{q} \right) - B \cdot \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \cdot \dot{q} \right) \right)$$

(24)

Arribats a aquest punt, i havent trobat totes les equacions del sistema en funció de les variables primàries, és a dir, les de les *Figura 6* i *Figura 8*, podem escriure una funció que combini tots els paràmetres dels quals s'han anat trobant les definicions anteriorment. Per a aconseguir aquesta funció, cal combinar l'equació (15), l'equació (19) i l'equació (24) en una de sola, de la manera mostrada a continuació:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} m \cdot \ddot{q} = F \\ F = S \cdot T \end{array} \right\} &\rightarrow m \cdot \ddot{q} = S \cdot T \rightarrow m \cdot \ddot{q} = S \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \left(\tau - J \cdot \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \right) \cdot \dot{q} + \frac{\partial \beta}{\partial q} \cdot \ddot{q} \right) - B \cdot \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \cdot \dot{q} \right) \right) \right] \rightarrow \\ &\left(r \cdot m + S \cdot J \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q} \right) \cdot \ddot{q} + S \cdot \left(J \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \right) + B \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q} \right) \cdot \dot{q} = S \cdot \tau \end{aligned}$$

(25)

Continuant amb el desenvolupament i simplificació de l'equació (25), si s'atribueixen noms als paràmetres que acompanyen als vectors posició de la plataforma, q , i les seves derivades, s'obté la definició dinàmica simplificada del sistema:

$$M_{eq}(q) \cdot \ddot{q} + N(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} = S \cdot \tau \quad \text{on} \quad M_{eq}(q) = r \cdot m + S \cdot J \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q}$$

$$i N(q, \dot{q}) = S \cdot \left(J \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\partial \beta}{\partial q} \right) + B \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q} \right)$$

(26)

L'equació (26) resulta de gran utilitat ja que defineix el comportament dinàmic del sistema a partir d'una sola variable, q , la posició en l'espai de la plataforma, la qual ha de ser coneguda per al bon funcionament i control del manipulador. A més, per a aconseguir aquest control del sistema, caldrà partir d'aquesta mateixa equació que podrà patir algunes modificacions en funció de la influència dels seus components sobre el comportament del sistema.

5. Control del manipulador estudiat

En aquest nou punt de la memòria es buscarà definir i modelar un sistema de control que permeti que el sistema físic, el qual s'ha definit i estudiat en els anteriors punts del treball, es comporti de la manera desitjada en cada cas, és a dir, que el seu moviment entre dos punts o bé en el seguiment de trajectòries el sistema presenti o no oscil·lacions, es realitzi el recorregut en un temps concret, i que la combinació de tensions aplicades als cables de control sigui la que interessa en cada instant i posició.

Per a aconseguir-ho caldrà partir de la equació que defineix el comportament dinàmic del conjunt plataforma-actuadors, ja que és la que defineix el comportament del sistema davant d'una força externa aplicada.

Abans d'entrar en matèria cal presentar un seguit d'hipòtesis i consideracions realitzades en l'estudi i modelat del sistema de control per al manipulador de cables paral·lels simplificat, i que caldrà tenir en compte al llarg de tot aquest punt de la memòria:

- Es consideren indesitjables però no prohibides les oscil·lacions en les trajectòries realitzades per la plataforma. Degut a la aplicació industrial que es vol donar al manipulador no interessa la presència d'oscil·lacions en el sistema, ja que podrien ser perjudicials i fins i tot perilloses en aplicacions amb masses considerables suspeses en l'aire. A més en el sistema ja hi ha elements (que no es tindran en compte en aquest treball) que poden aportar una oscil·lació potencial al sistema, com podrien ser la elasticitat dels cables de control o la flexibilitat de l'estructura de subjecció. Per aquest motiu en el control es buscarà en tot moment la obtenció de sistemes de primer ordre que eliminin, sempre en la mesura del possible, les oscil·lacions de la plataforma del manipulador en el seu moviment.
- L'objectiu del control, a més d'evitar les oscil·lacions del sistema, serà també el de minimitzar l'error que aquest presenti, definint l'error com la diferència entre la comanda de posició introduïda al sistema i la posició real que presenta el mateix.
- L'equació que defineix el comportament dinàmic del sistema, i consegüentment el sistema de control, podran patir simplificacions en funció de la influència que presentin els seus termes en el comportament dinàmic del manipulador i de la dificultat que afegeixin en el seu control.
- Deguda la extensió temporal limitada del treball, es realitzarà en primer lloc un controlador dissenyat i destinat a la execució de trajectòries entre dos punts fixos en l'espai i no al seguiment de trajectòries. Tot i això, es podrà provar la validesa d'aquest

controlador en el seguiment de trajectòries així com deixar la porta oberta a la implementació d'un controlador destinat al seguiment de trajectòries.

Un cop esmentades i tenint en compte les hipòtesis de treball, es pot realitzar l'estudi del control del manipulador.

5.1. Modificació de la equació de la dinàmica del sistema

Com ja s'ha comentat en apartats anteriors de la memòria, on s'analitzava la dinàmica del manipulador, l'equació que defineix el comportament dinàmic del sistema és l'equació (25) ja que engloba tant la dinàmica de la plataforma com la del sistema d'actuació:

$$\ddot{q} \cdot \left(r \cdot m + S \cdot J \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q} \right) + \dot{q} \cdot S \cdot \left(J \cdot \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q} + B \cdot \frac{\partial \beta}{\partial q} \right) = S \cdot \tau$$

Així doncs, la intenció dels pròxims punts de la memòria serà trobar un controlador adient per al sistema definit per aquesta equació, així com acabar simulant aquest sistema. Tot i això, la obtenció d'un controlador per al sistema que defineix podria arribar a ser complicat; per aquest motiu, i en una primera recerca d'un controlador adient, es realitzaran un seguit de simplificacions que es detallaran a continuació sobre l'equació (25). Cal ressaltar que aquestes simplificacions són a priori temporals i d'ajuda a l'anàlisi del controlador, i que finalment s'analitzarà el sistema complet definit per l'equació (25).

La simplificació que facilitarà en major mesura l'anàlisi del controlador per al sistema és la supressió de les variables J i B , és a dir, que es suprimeixen de l'estudi les inèrcies del sistema motor-carret així com les viscositats o friccions del sistema de control. Si s'aplica aquesta simplificació sobre l'equació (25) resulta la següent expressió:

$$\ddot{q} \cdot (r \cdot m) + \dot{q} \cdot S = S \cdot \tau$$

(27)

Realitzant aquesta simplificació sobre la equació que defineix la dinàmica del sistema, s'aconsegueix ignorar els efectes de la dinàmica de la actuació del manipulador analitzats en l'apartat 4.4.3 de la memòria, de manera que la dinàmica del conjunt plataforma-actuador és simplement la dinàmica de la plataforma del manipulador. Aquesta simplificació permet ahora deixar de treballar amb les coordenades angulars β i poder treballar amb les coordenades

cartesianes xy amb les que ja s'havia estudiat la dinàmica de la plataforma en l'apartat 4.4.1 de la memòria, apartat del qual podem recuperar les equacions:

$$F = m \cdot \ddot{q} \quad \text{on} \quad m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}; q = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}; F = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}$$

En aquest punt es decideix fer una incorporació a la anterior equació, una viscositat que tot i no representar el mateix paràmetre que l'anteriorment mencionada viscositat del sistema de control, B , pot desenvolupar una funció similar, que al cap i a la fi és la de representar les diferents friccions presents en qualsevol sistema físic però agrupades en un sol paràmetre. Aquesta viscositat serà considerada amb el paràmetre c i considerada amb unitats $N \cdot s/m$. A continuació es mostra el resultat de la addició d'aquesta viscositat a l'equació (15), a més de la supressió de les equacions corresponents a l'eix de referència y degut al seu comportament idèntic al de l'eix x :

$$F_x - c \cdot \dot{x} = m \cdot \ddot{x} \quad (28)$$

En aquesta equació (28), la F_x representa la força resultant de combinar la força exercida per cadascun dels quatre cables de control (en la direcció de l'eix de referència x_0) sobre la plataforma del manipulador.

Salta a la vista que l'equació (28), amb la qual es trobarà el primer controlador per al sistema, dista de l'equació (25) que defineix la dinàmica del sistema, tot i això el fet de trobar un primer controlador més senzill per a una part del sistema, el corresponent a la dinàmica de la plataforma del manipulador, permetrà poder solucionar el sistema complet mitjançant l'ús d'eines de simulació sense majors complicacions.

5.2. Introducció als controladors de sistemes dinàmics

Tot i que existeixen una gran varietat de mètodes i tècniques de control de sistemes dinàmics que podrien ser vàlids per a un sistema com el que s'estudia en el present treball, s'ha optat per l'ús d'un controlador PID degut a la seva senzillesa. També s'han triat aquests controladors degut a que ja són coneguts i han estat utilitzats en diverses assignatures, fet que ajudarà en la seva utilització i bons resultats.

Un controlador PID (controlador proporcional, integral i derivatiu) és un mecanisme de control simultani de la realimentació usat àmpliament en el control industrial, que basa el seu

funcionament en l'error entre el paràmetre mesurat i el desitjat. En el següent diagrama es pot apreciar el funcionament d'un controlador PID:

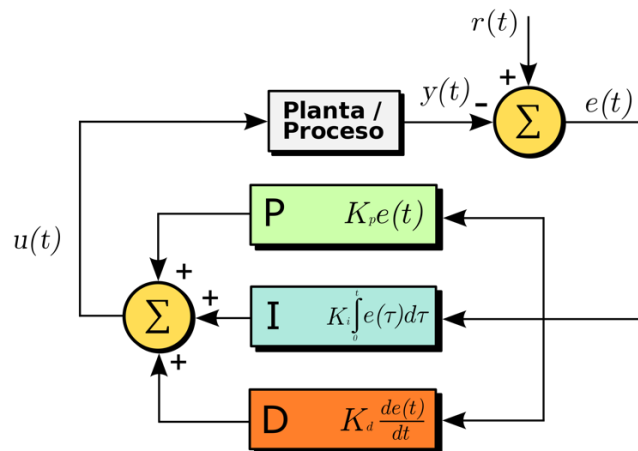


Figura 9: Diagrama de blocs d'un controlador PID en un llaç realimentat [12]

En la Figura 9, el paràmetre $r(t)$ representaria la comanda introduïda al sistema, és a dir, la posició que es desitja que prengui la plataforma del manipulador. El paràmetre $y(t)$ representaria la posició real o mesurada de la plataforma a temps real, de manera que realitzant la operació $r(t)-y(t)$ s'obtidria el paràmetre $e(t)$ que representaria l'error que presenta el sistema i que és la senyal a la qual s'aplicaria el control PID. Pel que fa a la senyal $u(t)$ es tracta de la senyal que arribaria a la planta del sistema per a modificar-ne la posició.

L'algoritme del control PID consisteix en tres parts: el valor proporcional, que depèn de l'error actual, el valor integral, que depèn de l'error passat i el valor derivatiu, que depèn d'una predicció de l'error que presentarà el sistema en el futur. La suma d'aquestes tres accions s'utilitza per a ajustar un procés per mitjà d'un element de control, que en el cas estudiat es tractarà de la posició de la plataforma del manipulador. Els paràmetres que defineixen les tres accions, proporcional, integral i derivativa son respectivament K_p , K_i i K_d . Per mitjà d'un bon ajust d'aquests tres paràmetres es pretendrà que el llaç de control corregeixi eficientment i de la manera més ràpida possible l'error que presenta el sistema. El significat matemàtic d'aquestes tres accions i els seus corresponents paràmetres no es detallarà en la present memòria per motius de limitació d'extensió de la mateixa, tot i això, a continuació s'explica breument l'efecte de cadascuna de les accions de control:

- K_p o constant de proporcionalitat: Es el valor del guany del controlador i afecta el sistema de manera proporcional a l'error que aquest presenta.
- K_i o constant d'integració: Es pot considerar que indica la velocitat amb la qual es repeteix l'acció proporcional.

- K_d o constant de derivació: Fa present la resposta de la acció proporcional, per exemple duplicant-la, sense necessitat que l'error del sistema s'hagi duplicat també.

La recerca del valor d'aquestes constants per a cada una de les accions és la clau per al bon funcionament del controlador. Tot i que existeixen diferents mètodes d'ajustament o sintonització d'un controlador PID, en la present memòria s'utilitzarà l'assignació de pols per a l'ajust d'aquests paràmetres. Aquesta és una tècnica que es basa en el coneixement previ de la posició desitjada dels pols del sistema, per a la recerca dels valors òptims de cadascuna de les components del controlador.

Un cop descrit i comprès el mètode de control que s'utilitzarà en el model estudiat, es pot passar al desenvolupament d'aquest controlador.

5.3. Paràmetres de disseny del controlador: Temps d'establiment i Sobrepic màxim

Els valors dels paràmetres del controlador K_p , K_i i K_d vistos en l'anterior punt de la memòria, provoquen en el sistema un cert comportament que s'ajusta en la mesura del possible al buscat en el sistema. Aquest comportament pot ser descrit o mesurat mitjançant diferents paràmetres, dels quals els que prenen major rellevància són el temps d'establiment, o t_s , i el sobrepic màxim, o M_p . En la següent figura es pot apreciar de manera gràfica el significat d'aquests dos paràmetres en una resposta d'un sistema de segon ordre:

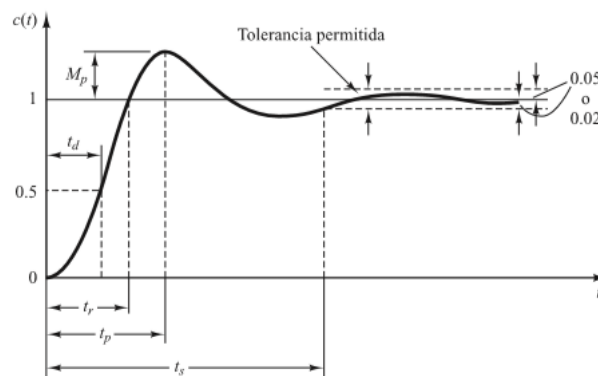


Figura 10: Paràmetres de la resposta d'un sistema de segon ordre

El temps d'establiment, o t_s , representa el temps que triga el sistema a prendre el valor consignat, que en el cas de la Figura 10 és 1, des del valor inicial, que en la figura val 0. En el cas en que la resposta sigui oscil·lant i conseqüentment no arribi a assolir de manera estable el valor consigna, es considera que el temps d'establiment finalitza quan la resposta pren un 95%

(o 98% en alguns casos més estrictes) del valor consigna. Salta a la vista que aquest paràmetre és molt rellevant en el comportament d'un sistema ja que indica el temps que triga en prendre el valor que se li ha imposat de manera externa

Pel que fa al sobrepic màxim, o M_p , representa el tant per u que la resposta del sistema sobrepassa el valor consigna. Aquest paràmetre tan sols tindrà sentit en sistemes oscil·latoris, és a dir de ordre dos o superior, ja que en sistemes de primer ordre no existeix oscil·lació. Aquest paràmetre és també de vital importància ja que descriu com es comporta el sistema al arribar al valor consigna i és un indicador del marge de tolerància i precisió que pot tenir el sistema.

En el cas que s'estudia en el present treball, els paràmetres del controlador PID són desconeguts mentre que els paràmetres que descriuen la resposta, t_s i M_p poden ser ajustats segons quin sigui el comportament desitjat en el sistema. Degut a aquesta condició, el procés que es seguirà serà l'invers: a partir del comportament desitjat en el sistema s'extreuran els valors necessaris en el controlador PID, trobant d'aquesta manera els valors necessaris en les constants K_p , K_i i K_d .

En posteriors punts de la memòria, durant el desenvolupament del controlador, es farà de nou referència al temps d'establiment i al sobrepic màxim, així com a les equacions que defineixen ambdós paràmetres.

5.4. Mètode de disseny del controlador: Assignació de pols

En el sistema del manipulador de cables paral·lels estudiat, i fixant-nos en la plataforma, els dos eixos de referència (x_0 i y_0) es comporten de manera simètrica i independent, de manera que poden ser controlats amb controladors iguals per a cada un dels eixos de referència i independents entre ells. D'aquesta manera, i com ja s'ha comentat amb anterioritat, es dissenyarà i es realitzaran els càlculs per al controlador per a tan sols un dels eixos de referència del sistema (l'eix x_0) i es plasmaran els resultats a l'altre eix de referència.

Com ja s'ha comentat i descrit, el sistema serà controlat mitjançant un controlador PID, del qual el primer que es requereix saber és el valor de les seves tres components K_p , K_i i K_d , les quals es definiran de manera que el sistema compleixi amb un temps d'establiment (t_s) imposat i tolerin tan sols un sobrepic màxim desitjat (M_p).

El punt de partida per a la recerca del controlador és l'equació (28) trobada en el punt 5.1 de la memòria, la qual presentava la següent forma i de la qual ja s'han descrit els components:

$$F_x - c \cdot \dot{x} = m \cdot \ddot{x}$$

Es pot considerar, i es veurà en punts posteriors de la memòria, que la força combinada que arriba a la plataforma dels cables de control ha estat prèviament modificada pel controlador PID present al sistema, de manera que la força F_x es troba d'alguna manera definida pel producte entre l'error que presenta el sistema i els paràmetres del controlador PID, tenint en compte la seva actuació sobre l'error passat, present i futur, de la següent manera:

$$F_x = K_p \cdot (x_d - x) + K_d \cdot (v_x) + K_i \cdot z_x \quad \text{on} \quad \dot{z}_x = x_d - x$$

(29)

En l'equació (29) s'aprecia que la acció proporcional, K_p , s'aplica sobre l'error present en el sistema, és a dir, sobre $(x_d - x)$ on x_d representa la coordenada desitjada i imposada de manera externa al sistema i x representa la coordenada real on es troba la plataforma. De la mateixa manera s'aprecia com la acció derivativa s'aplica sobre l'error passat del sistema (sobre la derivada de l'error present del sistema), és a dir, sobre $(\dot{x}_d - v_x)$ i que la acció integral s'aplica sobre la integral de l'error actual del sistema, és a dir, sobre l'error futur del sistema. Cal ressaltar que la derivada de la coordenada consignada és nul·la degut a que es tracta d'un punt fixe a l'espai de manera que presenta velocitat nul·la.

Prosseguint amb el desenvolupament del sistema de control, es pot substituir l'equació (29) en l'equació (28) amb la finalitat d'aïllar-ne els termes rellevants:

$$m \cdot \dot{v}_x = K_p \cdot (x_d - x) - K_d \cdot v_x + K_i \cdot z_x - c \cdot v_x$$

$$\dot{z}_x = x_d - x$$

(30)

A continuació es pot derivar tota la equació principal amb la finalitat d'introduir la segona equació en el conjunt:

$$m \cdot \ddot{v}_x = K_p \cdot (v_x) - K_d \cdot \dot{v}_x + K_i \cdot (x_d - x) - c \cdot \dot{v}_x$$

(31)

Arribats a aquest punt, és adequat passar totes les variables de velocitat i acceleració a funció de la posició de la plataforma x i les seves successives derivades, així com aïllar-les:

$$m \cdot \ddot{x} + K_p \cdot \dot{x} + K_d \cdot \ddot{x} + K_i \cdot x + c \cdot \dot{x} = K_i \cdot x_d$$

(32)

Per a treballar de manera més còmode en la utilització dels pols del sistema, de manera que els resultats estiguin formats per polinomis i no per equacions derivades, es passa el conjunt a l'espai de Laplace:

$$(m \cdot s^3 + (K_d + c) \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i) \cdot X(s) = K_i \cdot X_d(s)$$

(33)

De l'anterior equació (33) es pot extreure la funció de transferència del sistema, de la qual es podrà extreure el polinomi que expressa el comportament del sistema i que s'obté de la divisió de la coordenada de posició real del sistema entre la coordenada objectiu imposada:

$$G_x(s) = \frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{K_i}{m \cdot s^3 + (K_d + c) \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i}$$

(34)

De l'equació (34), i en concret del denominador de la expressió, es pot extreure el polinomi que defineix el comportament del sistema. Aquest polinomi que descriu el comportament del sistema s'anomena polinomi característic i presenta el següent aspecte en el cas estudiat:

$$P(s) = m \cdot s^3 + (K_d + c) \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i$$

(35)

Igualant el polinomi característic del sistema $P(x)$ a zero, es podran trobar els pols del sistema al cercar els valors de s que compleixin la igualtat:

$$\begin{aligned} P(s) = 0 &\rightarrow m \cdot s^3 + (K_d + c) \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow s^3 + \frac{(K_d + c)}{m} \cdot s^2 + \frac{K_p}{m} \cdot s + \frac{K_i}{m} = 0 \end{aligned}$$

(36)

El polinomi expressat per l'equació (36) té 3 pols, ja que presenta grau de s igual a tres (s^3). També es veu que es disposa de tres paràmetres dels quals cal definir el valor, els quals són K_p , K_i i K_d . En aquest punts doncs es podrà realitzar assignació de pols per a aconseguir que aquests components compleixin amb la posició dels pols del sistema en les posicions desitjades.

Els pols presents en el sistema venen determinats pel denominador de la funció de transferència $G_x(s)$ del sistema, els quals cal igualar amb el polinomi que s'aconsegueix del producte dels pols desitjats al fer la assignació de pols:

$$\begin{aligned}
 s^3 + \frac{(K_d + c)}{m} \cdot s^2 + \frac{K_p}{m} \cdot s + \frac{K_i}{m} &= (s - p_1) \cdot (s - p_2) \cdot (s - p_3) \quad \rightarrow \\
 s^3 + \frac{(K_d + c)}{m} \cdot s^2 + \frac{K_p}{m} \cdot s + \frac{K_i}{m} &= [(s^2 - s \cdot p_2 - s \cdot p_1 + p_1 \cdot p_2) \cdot (s - p_3)]^* \quad \rightarrow \\
 [...] * &\rightarrow s^3 - s^2 \cdot (p_1 + p_2 + p_3) + s \cdot (p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot p_3 + p_2 \cdot p_3) - p_1 \cdot p_2 \cdot p_3
 \end{aligned}$$

(37)

En punts posteriors de la memòria es seguirà desenvolupant el controlador per al sistema a partir de l'equació (37), però en primer lloc sorgeix la necessitat d'especificar els pols que es desitgen en el sistema i a partir dels quals s'acabarà aconseguint el valor de les constants del controlador K_p , K_i i K_d .

5.5. Recerca dels pols desitjats en el sistema

Per a poder realitzar la assignació de pols per a trobar les característiques del controlador PID cal en primer lloc imposar la posició dels pols del sistema en l'espai de Laplace. En aquest espai els pols, als quals ja s'ha fet referència en el punt anterior com p_1 , p_2 i p_3 , s'expressen en el pla complex degut a que poden presentar una part real i una d'imaginària segons la següent forma:

$$p = \sigma + j\omega_d$$

(38)

Segons la posició que prenguin aquests pols en el pla, és a dir segons els seus respectius valors, el sistema es pot comportar de maneres que poden arribar a distar en gran mesura. Per a que el sistema es comporti de la manera desitjada, és a dir, com un sistema de segon ordre tot i la presència de tres pols en el mateix, caldrà que es compleixin tres condicions:

- Els tres pols del sistema han de presentar part real negativa per a assegurar que el sistema es estable i que tendeix sempre a un valor.
- Dos dels pols han de ser pols conjugats que presentin dominància sobre el tercer pol. Això assegurarà la estabilitat del sistema així com la seva assimilació a un sistema de segon ordre. Per assegurar la dominància dels pols conjugats sobre el tercer pol cal que la seva part real presenti mòdul d'entre cinc i set cops el mòdul del tercer pol.
- El tercer pol no ha de tenir part complexa per a evitar la oscil·lació excessiva del sistema.

Si es compleixen aquestes condicions la resposta del sistema serà de forma similar a la descrita per la *Figura 10*, i ajustant els valors del temps d'establiment i del sobrepic màxim es podrà ajustar el comportament dinàmic del manipulador. Si es segueixen aquestes condicions es pot veure que la disposició dels pols en el pla complex ha de ser similar a la de la següent figura:

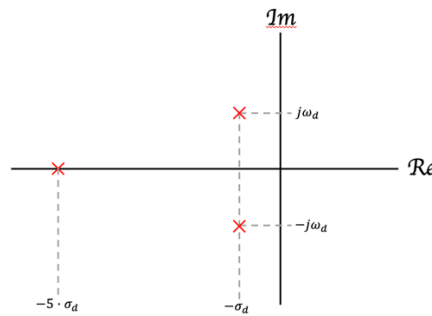


Figura 11: Disposició dels pols desitjats en el pla complex

$$p_1 = -\sigma_d + j\omega_d \quad ; \quad p_2 = -\sigma_d - j\omega_d \quad ; \quad p_3 = -5 \cdot \sigma_d$$

(39)

En aquest punt es coneix quina ha de ser la disposició dels pols en el pla complex, segons la Figura 11, i la forma de les seves expressions, segons l'equació (39), però es desconeixen encara els valors que han de prendre els paràmetres que en formen part σ_d i ω_d . Aquests dos paràmetres s'obtidran de la imposició del temps d'establiment i del sobrepic màxim. Per a fer-ho, en primer lloc és necessari conèixer les expressions d'aquests dos últims paràmetres:

$$t_s = 4 \cdot \sigma_d \quad \rightarrow \quad \sigma_d = t_s/4$$

$$M_p = e^{\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

(40)

Partint de l'equació del temps d'establiment es pot extreure un dels paràmetres, però de l'altre ens manca informació per a poder-lo extreure. És per aquest motiu que resulta necessari l'ús de les següents relacions:

$$\omega_d = \xi \cdot \omega_0$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 \cdot \xi^2 - \omega_0^2} \quad \text{on} \quad \omega_d^2 = \omega_0^2 \cdot \xi^2$$

(41)

Així doncs, si s'apliquen les relacions presentades en l'equació (41) sobre l'equació del sobrepic màxim presentada en l'equació (40) s'obté la següent relació:

$$M_p = e^{\frac{-\pi \cdot \omega_0 \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = e^{\frac{-\pi \cdot \sigma_d}{\omega_d}} \quad \rightarrow \quad \ln(M_p) = -\frac{\pi \cdot \sigma_d}{\omega_d} \quad \rightarrow \quad \omega_d = -\frac{\pi \cdot \sigma_d}{\ln(M_p)}$$

(42)

En aquest punt ja es disposa de les equacions necessàries per a la resolució de l'assignació de pols gràcies a les relacions trobades en les equacions (40) i (42), les quals s'agrupen a continuació:

$$\sigma_d = t_s/4$$

$$\omega_d = -\frac{\pi \cdot \sigma_d}{\ln(M_p)}$$

Resolt aquest apartat on calia trobar els pols desitjats en el sistema amb la finalitat de poder trobar les característiques del controlador per al sistema, es pot procedir amb el desenvolupament que s'especificava en el punt 5.4 de la memòria.

Així doncs, es pot passar a realitzar la assignació de pols per al sistema igualant els termes que acompanyen les s de diferents graus vistos en l'equació (37):

$$\begin{aligned} -(p_1 + p_2 + p_3) &= \frac{K_d + c}{m} && \rightarrow && K_d = -m \cdot (p_1 + p_2 + p_3) - c \\ (p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot p_3 + p_2 \cdot p_3) &= \frac{K_p}{m} && \rightarrow && K_p = m \cdot (p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot p_3 + p_2 \cdot p_3) \\ -p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 &= \frac{K_i}{m} && \rightarrow && K_i = -m \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \end{aligned}$$

(43)

Un cop realitzat el procediment anteriorment detallat, cal fer notar que els valors de les constants del controlador, K_p , K_i i K_d , no es calcularan en aquest apartat de la memòria degut a que són funció de variables que s'imposaran de manera arbitrària al sistema posteriorment i sempre segons les prestacions que es vulguin per al sistema. Totes les relacions matemàtiques trobades en el procediment anterior s'introduiran en un programa de simulació que realitzarà tots els càlculs necessaris per a trobar els paràmetres del controlador. El procediment que seguirà el programa de simulació serà el següent:

- Recepció externa de les variables t_s (temps d'establiment), M_p (sobrepic màxim), m (massa de la plataforma puntual del manipulador) i c (viscositat del sistema de la plataforma).
- Aplicació de les equacions (40) i (42) per a trobar els valors de σ_d i ω_d .
- Construcció dels pols del sistema, p_1 , p_2 i p_3 , utilitzant l'equació (39) i els valors de les variables σ_d i ω_d calculades anteriorment.
- Càlcul dels paràmetres del controlador, K_p , K_i i K_d , utilitzant l'equació (43) així com els valors dels pols p_1 , p_2 i p_3 calculats anteriorment.

La realització d'aquest procediment de manera autònoma per part del programa de simulació permetrà que el controlador present en el sistema sigui l'òptim per a cadascuna de les situacions en que es simuli el sistema, ja que s'adaptarà a aquestes situacions al recalculer les constants del controlador en funció de les variables imposades de manera externa.

Arribats a aquest punt de la memòria, es pot considerar que ja es disposa d'un controlador per a la dinàmica del sistema de la plataforma definit en l'equació (28), de manera que es podria passar a realitzar la simulació del sistema mitjançant programes informàtics de simulació per a comprovar la validesa i bon funcionament del controlador obtingut.

6. Modelat del sistema físic amb l'ús d'eines de simulació

En aquest nou punt de la memòria, havent estudiat tant la cinemàtica com la estàtica i la dinàmica del model de manipulador simplificat, així com havent trobat un controlador PID per al control de la dinàmica de la plataforma, es nota la necessitat de l'ús de programes de simulació per tal de verificar el comportament físic del manipulador de manera prèvia a la seva hipotètica construcció, així com per a poder comprovar el funcionament i utilitat del controlador que s'ha dissenyat en apartats anteriors de la memòria.

Per a poder realitzar aquestes verificacions s'ha triat el programa informàtic MATLAB, i en concret la seva vessant de simulació de sistemes físics Simulink, ja que se'n coneix el funcionament i està comprovada la seva utilitat i senzillesa en aquest tipus de tasques. MATLAB permetrà veure el comportament que prendria en la realitat el sistema, tal i com si s'hagués construït, davant d'impulsos arbitraris, comandes de canvi de posició, seguiment de trajectòries prèviament definides...

La idea d'utilitzar aquest programa és poder simular el sistema físic del manipulador definit per l'expressió del comportament dinàmic del sistema plataforma-actuadors, la qual es va enunciar en punts anteriors del treball i en concret en l'equació (25). Tot i això, per a la realització de les primeres simulacions del sistema i per a poder comprovar la validesa del controlador dissenyat en l'anterior punt de la memòria, aquesta expressió patirà una simplificació notable en que s'eliminarà el component que emulava les inèrcies dels sistemes motor-carret de cadascun dels actuadors i les seves respectives viscositats, suposant aquestes inèrcies nul·les. Les anteriors simplificacions són les definides en el punt 5.1 de la memòria, obtenint l'equació (28) amb la qual s'iniciaran les simulacions. Aquesta simplificació proporciona una notable millora en la simplicitat dels càlculs que caldrà realitzar en els punts posteriors del treball. Posteriorment es podran considerar les inèrcies i viscositats presents en el model del sistema plataforma-actuadors definit per l'equació (25) per aproximar encara més a la realitat les simulacions realitzades.

A continuació es presentarà de manera progressiva el procediment utilitzat per a poder introduir el model físic del manipulador al programa de simulació informàtica, així com les progressives millores incorporades a aquest model informàtic.

6.1. Introducció a la metodologia de simulació

Per a la realització de les simulacions per al primer model es partirà de l'expressió definida per l'equació (28), on la variable física en la qual es centra l'expressió és la posició cartesiana de la plataforma a controlar, x , de manera que serà la variable sobre la qual el programa de simulació haurà de centrar els càlculs. Tot i això, i com es pot apreciar en la mateixa equació (28), no tan sols apareix la posició cartesiana sinó també les seves dues derivades temporals. Així doncs, s'introduirà tot aquest model en el programa Simulink per a verificar-ne i estudiar-ne els resultats.

Amb la finalitat de poder anar introduint de manera ordenada i entenedora el model del sistema del manipulador al programa de simulació Simulink, així com per poder anar comprovant a cada pas el bon funcionament del sistema simulat, s'anirà introduint de manera progressiva el model del manipulador al programa, començant per un model senzill que rep impulsos arbitraris, fins arribar a la simulació del sistema realimentat amb la presència del controlador PID dissenyat en l'apartat 5.5 de la memòria, passant per la introducció del càlcul d'angles, el càlcul de la matriu pseudoinversa...

6.2. Introducció del model del manipulador al programa MATLAB (Simulink)

Com s'ha comentat, en els punts posteriors de la memòria es detallarà la introducció progressiva del model del sistema del manipulador definit per l'equació (28) al programa de simulació Simulink.

6.2.1. Model de partida en Simulink

El primer pas indispensable per a poder començar a treballar sobre un model en Simulink és la introducció del model físic que caracteritza aquest sistema en el programa. Un cop aquest model físic es troba en el programa se li poden aplicar diferents excitacions o realitzar-hi diversos càlculs per a la extracció d'informació i la comprovació de la seva validesa.

En el cas en el que es centren aquestes primeres simulacions, el sistema físic que defineix el comportament del manipulador es troba caracteritzat per l'equació simplificada (28), la qual defineix la dinàmica de la plataforma del manipulador:

$$F_x - c \cdot \dot{x} = m \cdot \ddot{x}$$

Cal recordar que aquesta expressió comprenia tan sols el comportament en l'eix de referència x_0 degut a que el comportament del sistema en l'altre eix de referència, y_0 , és completament simètric. D'aquesta manera, el sistema físic que caldrà introduir a Simulink serà el corresponent als dos eixos de referència, format per les següents expressions:

$$\begin{aligned} F_x - c \cdot \dot{x} &= m \cdot \ddot{x} \\ F_y - c \cdot \dot{y} &= m \cdot \ddot{y} \end{aligned} \quad (44)$$

Així doncs, la introducció d'aquestes funcions al programa Simulink resulta en el següent diagrama de blocs:

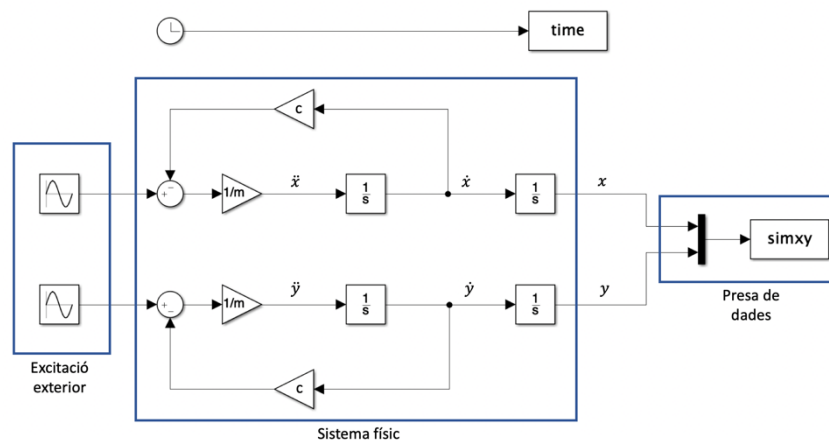


Figura 12: Introducció del sistema físic a Simulink

Com es pot apreciar en la anterior figura, el comportament físic del sistema del manipulador expressat per l'equació (44) es tradueix en el bloc anomenat *Sistema físic* en la Figura 12 al introduir-lo al programa de simulació. El valor de les variables presents en aquest sistema, en concret m i c , seran definides en el moment de l'execució de la simulació. Els elements $1/s$ presents en aquest bloc són els anomenats integradors purs que permeten fer presents les coordenades de posició x i y per a que siguin presents en el sistema juntament amb les velocitats i acceleracions de la plataforma del manipulador. Cal notar que es parteix de les acceleracions en cada eix de referència, les quals s'integren fent ús dels integradors purs anteriorment mencionats per a obtenir les velocitats i posicions en cada eix de referència progressivament.

Pel que fa al bloc *Excitació exterior*, s'imposa al sistema una excitació arbitrària de forma sinusoidal a fi de poder verificar la dinàmica que presenta el sistema a falta encara de la seva realimentació. Aquestes excitacions presenten funcions temporals del següent aspecte:

$$F(t) = Amp * \sin(Freq * t + Phase)$$

(45)

En l'equació (45) $F(t)$ representa el valor de força que rebrà el sistema en cadascun dels seus eixos de referència, Amp és el valor màxim que pren l'ona sinusoidal, $Freq$ representa la freqüència d'oscil·lació d'aquesta ona sinusoidal i $Phase$ el seu desfasament. Aquesta excitació no té mes rellevància que aportar una força al sistema en aquest punt de la simulació ja que en fases més avançades d'aquesta simulació les excitacions arbitràries desapareixeran i el sistema s'excitarà per la seva pròpia realimentació filtrada abans pel controlador PID dissenyat en punts anteriors de la memòria.

El bloc que s'ha anomenat *Presa de dades* representa l'extracció de dades del sistema que seran utilitzades per al seu control, les quals són la posició cartesiana de la plataforma del manipulador, x i y . Se pressuposa la possibilitat de la adquisició d'aquestes dades per mitjà d'algun tipus de sensor que no s'especificarà en aquest treball degut a la seva finalitat acadèmica i no destinada, pel moment, a la construcció. La disponibilitat de la posició cartesiana de la plataforma possibilita la posterior aplicació de les equacions (1) (3) i totes les que se'n deriven. En els punts posteriors de la memòria, tots els blocs de l'aspecte del bloc anomenat *Presa de dades* en la *Figura 12* representaran l'adquisició d'alguna dada de la simulació, on tampoc s'especificarà el mètode d'adquisició de les mateixes pels motius anteriorment esmentats.

L'element present en la part superior de la *Figura 12* fa tan sols la funció de rellotge en el sistema, amb la finalitat de poder representar posteriorment gràfics temporals. Així doncs representa la presa de dades de temps del sistema.

6.2.1.1. Resultats de la simulació

Un cop introduït el sistema físic al programa Simulink es pot procedir a la execució de la seva simulació, no sense abans definir el valor de les variables presents en el sistema i en concret les presents en la *Figura 12*. El valor seleccionat per a aquestes variables són els detallats a continuació:

- Massa de la plataforma del manipulador:

- $m = 0.1 \text{ Kg}$
- Viscositat del sistema:
 - $c = 0.5 \text{ N}\cdot\text{s/m}$
- Excitació exterior eix de referència x_0 :
 - $Amp = 5 \text{ N}$
 - $Freq = 2 \text{ rad/s}$
 - $Phase = -\pi/2 \text{ rad}$
- Excitació exterior eix de referència y_0 :
 - $Amp = 5 \text{ N}$
 - $Freq = 3 \text{ rad/s}$
 - $Phase = \pi/2 \text{ rad}$
- Temps de simulació:
 - $t = 30 \text{ s}$

Tots aquests valors han sigut imposats de manera arbitrària, considerant tan sols una massa de la plataforma petita amb la finalitat que les forces presents al sistema no siguin excessivament elevades i amb la restricció que l'aplicació de forces externes no es tradueixi en una trajectòria que sobrepassi els límits del polígon de subjecció del manipulador.

El codi complert utilitzat per a la realització de la simulació es pot trobar detallat en l'*Annex 1* de la memòria, en el seu primer punt.

Un cop executada la simulació se n'extreuen els gràfics que es presentaran a continuació amb la finalitat d'analitzar i validar el comportament del manipulador i la correcta introducció del model del sistema al programa de simulació.

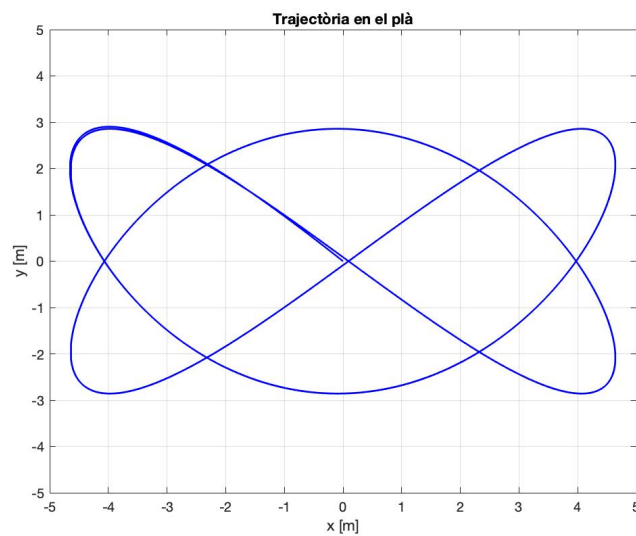


Figura 13: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma del manipulador

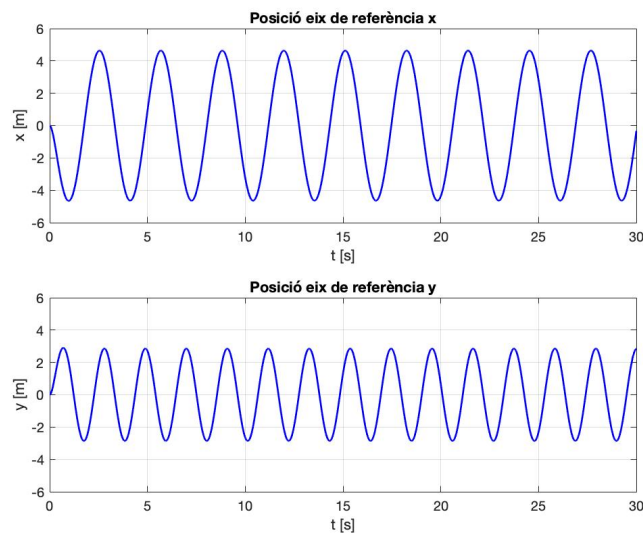


Figura 14: Posició de la plataforma del manipulador en cada eix de referència respecte el temps

En el primer gràfic, mostrat en la *Figura 13*, es pot apreciar la trajectòria recorreguda per la plataforma del manipulador durant el temps transcorregut des de l'inici de la simulació i des de la seva posició inicial de coordenades $(0,0)$ en la base de referència x_0y_0 . La asimetria que s'aprecia en la part superior esquerra del gràfic, on la trajectòria no es troba perfectament superposada, és deguda al canvi d'estat en el sistema des d'un primer estat en repòs fins un amb moviment a més de l'efecte de la viscositat.

Així mateix, en la *Figura 14* es pot apreciar, per a cada un dels eixos de referència, la posició de la plataforma del manipulador al llarg del temps de simulació, podent posicionar la plataforma

en la seva trajectòria en cada instant de temps. Ambdós gràfics anteriors son coherents en el seu contingut amb les forces d'aspecte sinusoidal introduïdes de manera arbitrària per a excitar el sistema. Per a corroborar-ho s'introdueix el següent gràfic que mostra clarament aquest comportament durant els primers 10 s de simulació:

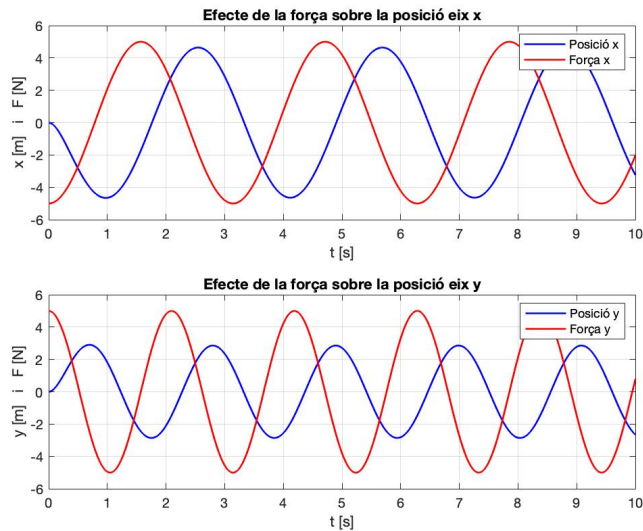


Figura 15: Efecte de la excitació exterior sobre la plataforma per a cada eix de referència i respecte el temps

En la *Figura 15* s'aprecia de manera clara el comportament del sistema enfront de les excitacions exteriors. Per a cadascun dels eixos de referència la posició de la plataforma realitza un seguiment de la forma de la excitació exterior aplicada amb el desfasament propi d'un sistema amb presència de massa, on aquesta s'ha de desaccelerar i tornar a accelerar en el seguiment d'aquestes excitacions. La diferència en la amplitud de les ones en la *Figura 15* que representen la posició de la plataforma en els eixos de referència, les ones blaves, és deguda a la diferència en la freqüència d'oscil·lació de la excitació exterior, la qual per a l'eix de referència y_0 al ser superior no dona el temps suficient a la plataforma per al guany de velocitat que li permeti alhora una amplitud major d'aquesta ona.

Amb les dades aportades pels gràfics anteriors es pot concloure que el sistema es troba introduït de manera correcta al programa de simulació i que el manipulador es comporta de la manera esperada, podent així prosseguir amb el seu desenvolupament i millora.

6.2.2. Addició de la funció de càlcul d'angles θ_i

Un cop comprovat el bon comportament del sistema físic introduït en el programa de simulació Simulink, i havent vist que les coordenades cartesianes de la posició de la plataforma ajusten

el seu moviment al que es podria esperar amb les forces aplicades sobre els seus respectius eixos, es pot ampliar la complexitat d'aquesta simulació amb la addició d'una funció que calculi els valors que prenen els angles θ_i a temps real, els quals figuren i seran utilitzats en diverses de les funcions que caldrà utilitzar en punts posteriors. Aquests angles es calculen a partir de l'equació (3), definida en el punt 4.2.1 de la memòria.

El càlcul dels angles a temps real dins la pròpia simulació s'introdueix a Simulink com una funció de MATLAB, *fcn*, amb variables d'entrada les coordenades cartesianes de la plataforma, x i y , i variables de sortida els quatre angles que presenta el manipulador, de la manera que es presenta en la següent figura:

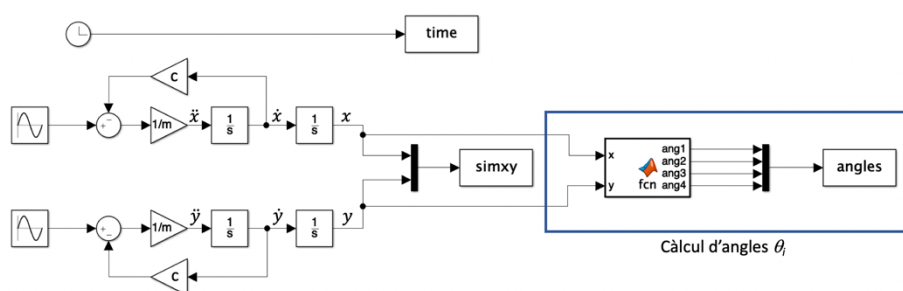


Figura 16: Addició a la simulació del càlcul d'angles θ_i

El contingut del bloc *fcn* en qüestió és l'equivalent a les equacions (3) en el codi que utilitza el programa de simulació, que es materialitza en el següent codi de MATLAB:

```
function [ang1,ang2,ang3,ang4] = fcn(x,y)
%Definició del polígon de control
A1x=-10;
A1y=-10;
A2x=10;
A2y=-10;
A3x=10;
A3y=10;
A4x=-10;
A4y=10;
%Càlcul dels angles
ang1=atan2((y-A1y),(x-A1x));
ang2=atan2((y-A2y),(x-A2x));
ang3=2*pi+(atan2((y-A3y),(x-A3x)));
ang4=2*pi+(atan2((y-A4y),(x-A4x)));
```

Codi 1: Càlcul d'angles

Com es pot apreciar, en la primera part de la funció es defineix la posició cartesiana, en els eixos de referència x_0y_0 , dels quatre vèrtex del polígon de control del manipulador. En el cas del codi indicat s'han imposat unes longituds dels costats del polígon de subjecció del manipulador de valor 10 m . Cal fer notar que es defineix un espai de treball de dimensions considerablement grans ($10\text{ m} \times 10\text{ m}$) i superiors a l'espai que realment utilitzarà per a moure's la plataforma del

manipulador per a evitar que es pugui arribar a configuracions del manipulador no desitjables, on la plataforma se situï fora del quadrat definit pel polígon de subjecció. La segona part del codi es redueix a la traducció de les equacions (3) al codi de MATLAB.

6.2.2.1. Resultats de la simulació

Un cop introduït el càlcul d'angles al model del sistema en Simulink, es pot procedir de nou a l'execució de la simulació. Els valor assignats a les variables del sistema són exactament els mateixos de la simulació realitzada anteriorment, les presentades en l'apartat 6.2.1.1. No es modifiquen degut a que els resultats de la anterior simulació resulten vàlids i en aquest nou apartat tan sols es vol verificar el càlcul dels angles.

Novament el codi complert utilitzat per a la execució d'aquesta simulació es pot trobar detallat en l'Annex 1 de la memòria, en el seu segon punt.

Un cop executada la simulació se n'extreuen els següents gràfics amb la finalitat de comprovar la validesa del càlcul d'angles:

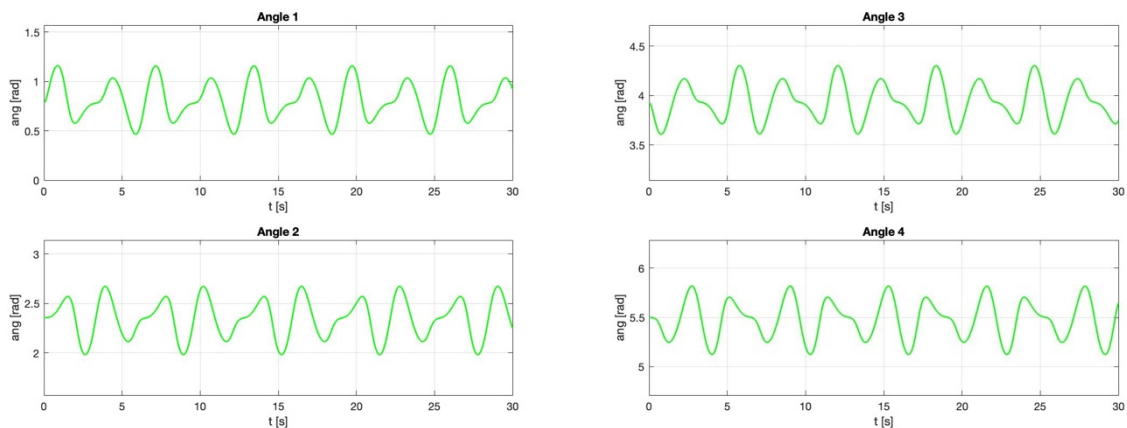


Figura 17: Valors presos al llarg del temps pels angles θ_i

Com es pot apreciar en la Figura 17 el valor dels angles es troba en tot moment dins dels rangs de valors que cabria esperar per a una plataforma amb trajectòria dins el polígon de subjecció del manipulador. Aquests valors són per als angles θ_1 , θ_2 , θ_3 i θ_4 , els compresos entre $[0, \pi/2]$, $[\pi/2, \pi]$, $[\pi, 3\pi/2]$ i $[3\pi/2, 2\pi]$ respectivament. Aquest fet, tot i que demostra que la trajectòria recorreguda per la plataforma del manipulador realment es troba sempre continguda dins el polígon de subjecció, no dona una idea clara de la correcció del càlcul dels angles. Per a aquest motiu es presenta el següent gràfic en el que es mostra l'evolució de l'angle θ_1 junt a la trajectòria de la plataforma:

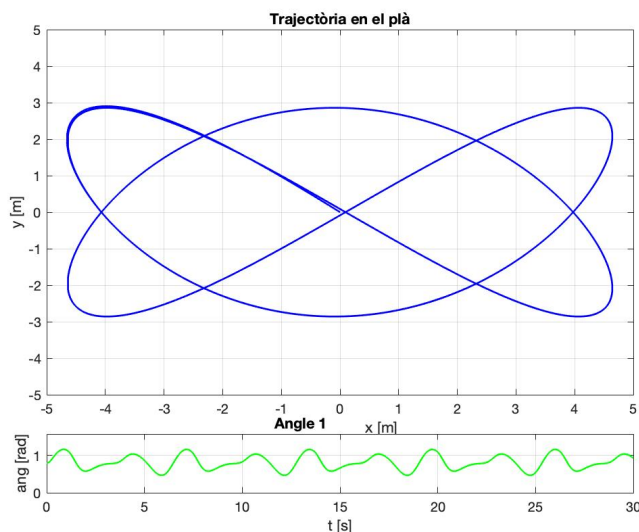


Figura 18: Visualització de la trajectòria de la plataforma junt als valors de l'angle θ_1

El gràfic de l'angle θ_1 de la *Figura 18* està acotat en el seu eix vertical per els valors màxim i mínim que pot prendre aquest angle, és a dir, entre els valors $[0, \pi/2]$. En l'inici de la trajectòria la plataforma es troba situada en l'origen de coordenades de la base x_0y_0 , de manera que el valor de l'angle θ_1 hauria de ser de 45° o bé $\pi/4$, fet que corrobora el gràfic inferior de la *Figura 18*. En la evolució inicial de la plataforma cap a valors creixents en l'eix de referència y_0 i valors decreixents en l'eix x_0 , el valor de l'angle θ_1 , hauria d'augmentar, fet que novament corrobora el gràfic inferior de la figura. Aquest anàlisi aplicat en l'espai de temps entre el zero i els vuit segons de simulació, ja que després es fa periòdica, i aplicat a la resta d'angles, demostra la validesa de l'equació de càlcul d'angles introduïda al model de Simulink.

6.2.3. Addició del càlcul de la força combinada sobre els eixos de referència

El següent pas en la elaboració del model en Simulink, un cop introduït el sistema físic de la dinàmica de la plataforma i coneguts els valors de la seva posició i angles de referència, és la addició d'una funció que realitzi el càlcul de la força combinada dels quatre cables de control sobre cada un dels eixos de referència.

El sistema físic de la plataforma introduït a Simulink en apartats anteriors i visualitzat en les *Figura 12* i *Figura 16* dista lleugerament de la realitat en rebre de manera directa una força sobre cadascun dels seus eixos de referència, dos en total. En el model físic real s'ha vist que aquesta plataforma és controlada per quatre cables de control, de manera que en la realitat

rebria quatre forces en la direcció d'aquests cables. Si bé es cert que aquestes quatre forces són equiparables a dues, gràcies a les hipòtesis del model realitzades en apartats anteriors, i en concret al fet que la plataforma del manipulador s'hagi simplificat fins la puntualitat, cal que en un model de Simulink acurat figurin aquests quatre esforços realitzats pels cables de control. És rellevant establir de manera clara, a més de la direcció d'aplicació d'aquestes noves forces exercides pels cables de control, el seu sentit d'aplicació, de manera que s'introdueix la següent figura per a especificar-los:

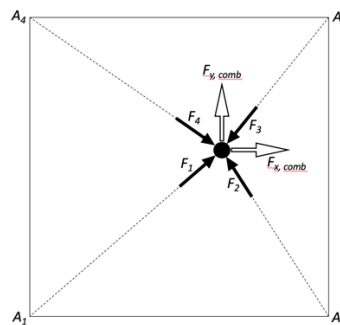


Figura 19: Esquema de direcció i sentit d'aplicació d'excitacions externes a la plataforma

Així doncs, es procedirà a la addició de dues excitacions exteriors, a més de les dues ja presents en els models de Simulink anteriors, fins a obtenir les quatre excitacions exteriors aplicades a la plataforma F_1 , F_2 , F_3 i F_4 referenciades en la Figura 19. També es procedirà a l'addició d'una funció de MATLAB, fcn , que les projecti sobre cadascun dels eixos de referència, obtenint així les forces compostes aplicades a la plataforma referenciades a la mateixa figura com $F_{x,comb}$ i $F_{y,comb}$.

En aquest cas, les variables d'entrada a la funció de MATLAB que combinarà els quatre esforços seran per una banda els angles θ_i calculats per la funció descrita en l'apartat anterior de la memòria i les quatre excitacions exteriors. Les seves variable de sortida seran dues forces, F_x i F_y , una corresponent a cada eix de referència, tal com mostra la següent figura:

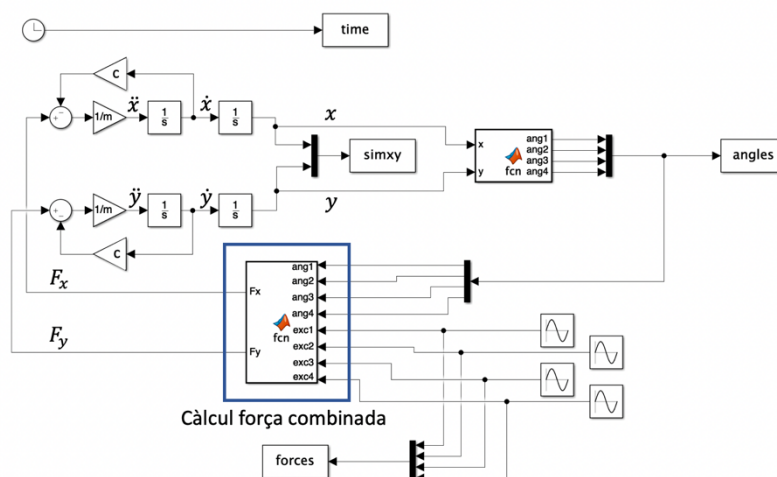


Figura 20: Addició del càlcul de la força combinada sobre els eixos de referència

El contingut del bloc *fcn* enquadrat amb el nom de *Càlcul força combinada* en la *Figura 20*, és a dir de la funció de MATLAB que realitza els càlculs necessaris per a la projecció dels esforços de cada cable sobre els dos eixos de referència x_0 i y_0 , és el següent:

```
function [Fx,Fy] = fcn(ang1,ang2,ang3,ang4,exc1, exc2, exc3, exc4)
%Descomposició de forces per a cada aresta
Fx1=exc1*cos(ang1);
Fy1=exc1*sin(ang1);
Fx2=exc2*cos(ang2);
Fy2=exc2*sin(ang2);
Fx3=exc3*cos(ang3);
Fy3=exc3*sin(ang3);
Fx4=exc4*cos(ang4);
Fy4=exc4*sin(ang4);
%Suma de forces sobre els eixos de referència
Fx=Fx1+Fx2+Fx3+Fx4;
Fy=Fy1+Fy2+Fy3+Fy4;
```

Codi 2: Càlcul de la força combinada aplicada a la plataforma

Com es pot apreciar, la primera part de la funció anterior projecta la força de cadascuna de les excitacions exteriors, que representen la força que exerciria cadascun dels cables de control sobre la plataforma, sobre els dos eixos de referència fent ús del coneixement de l'angle que pren cada cable de control. La segona part de la funció simplement unifica, per a cada eix, la descomposició de forces realitzada per la primera part. D'aquesta manera s'aconsegueix representar la transmissió d'esforços a la plataforma de manera unificada però fent constar la presència de quatre cables de control en el manipulador.

6.2.3.1. Resultats de la simulació

Un cop mostrat el sistema del manipulador millorat que es vol simular en aquest apartat, cal especificar el valor de les noves variables que apareixen en el model de Simulink i en la *Figura 20*. En aquest cas, i degut a l'addició de noves forces al sistema, s'ha vist la necessitat de modificar el mòdul de les forces de les excitacions exteriors per a evitar que la trajectòria del manipulador sortís fora de la zona de treball definida pel polígon de subjecció. Les variables seleccionades són les següents:

- Excitació exterior *exc1*:
 - $Amp = 2\text{ N}$
 - $Freq = 1,2\text{ rad/s}$
 - $Phase = -\pi/2\text{ rad}$
- Excitació exterior *exc2*:
 - $Amp = 2\text{ N}$
 - $Freq = 2,2\text{ rad/s}$
 - $Phase = -\pi/2\text{ rad}$
- Excitació exterior *exc3*:
 - $Amp = 2\text{ N}$
 - $Freq = 1,5\text{ rad/s}$
 - $Phase = \pi/2\text{ rad}$
- Excitació exterior *exc4*:
 - $Amp = 2\text{ N}$
 - $Freq = 2,5\text{ rad/s}$
 - $Phase = \pi/2\text{ rad}$

Els valors anteriors han sigut novament imposats de manera arbitrària amb l'única finalitat d'estimular el sistema.

De nou, el codi complert utilitzat per a l'execució de la simulació es pot trobar detallat en l'*Annex 1* de la memòria, en el seu tercer punt.

Un cop executada la simulació s'extreuen els següents gràfics:

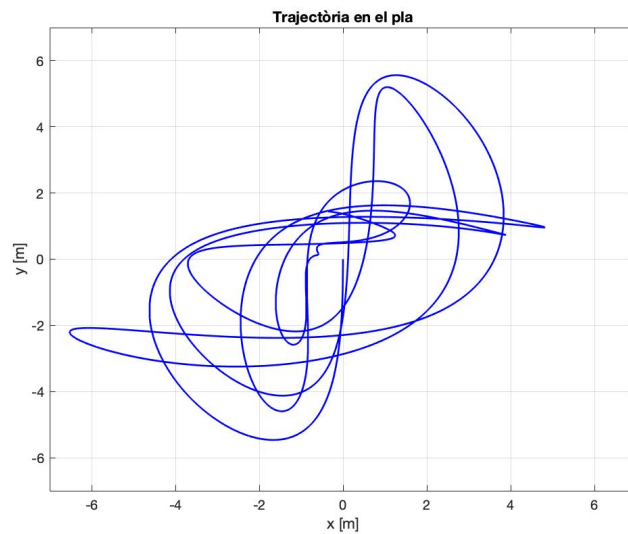


Figura 21: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma del manipulador

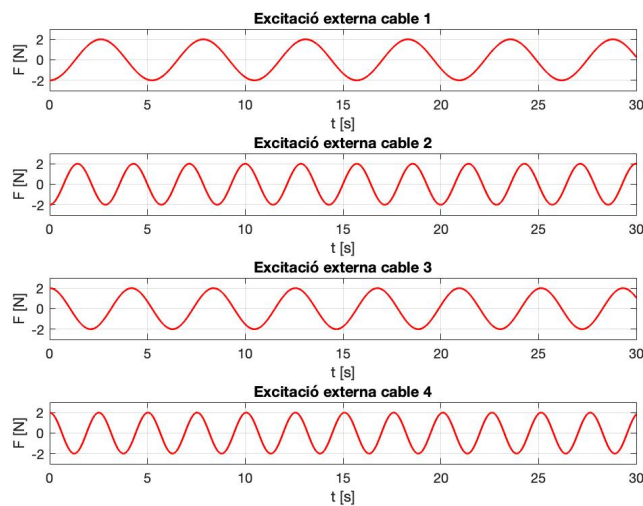


Figura 22: Excitacions exteriors assignades a cada cable de control

En primer lloc, en la *Figura 21*, s'aprecia la nova trajectòria que realitza la plataforma. Al existir en aquesta nova simulació quatre excitacions externes diferents, les mostrades en la *Figura 22*, que es projecten posteriorment sobre els eixos de referència x_0 i y_0 , en lloc de les dues excitacions aplicades de manera directa sobre els eixos de referència com en les simulacions anteriors, la trajectòria que recorre la plataforma del manipulador es molt més caòtica i no periòdica al llarg del temps. Per a visualitzar de manera més clara aquest comportament, es pot elaborar un gràfic que mostri la projecció i suma de les quatre excitacions exteriors sobre els eixos de referència, és a dir, que mostri les forces que realment son aplicades a la plataforma del manipulador:

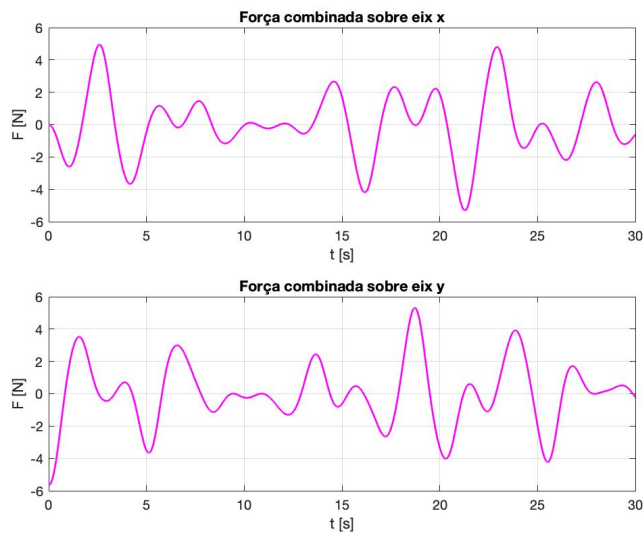


Figura 23: Projectió i suma de les quatre excitacions externes sobre els eixos de referència

Com s'aprecia en la *Figura 23*, les forces resultants que s'apliquen a la plataforma tenen una forma caòtica. Alhora, es pot comprovar per observació directa i de manera senzilla per al primer tram de 5 segons de la simulació, que la descomposició de les excitacions externes mostrades en la *Figura 22* sobre els eixos de referència i la seva suma es coherent amb els resultats mostrats en la *Figura 23*. Derivat d'aquest fet es pot doncs confirmar la validesa del model de càlcul de la força combinada dels cables de control introduïda al model de Simulink.

S'introdueix un últim gràfic per a validar la correlació entre el moviment de la plataforma i les forces combinades dels cables de control aplicades sobre ella:

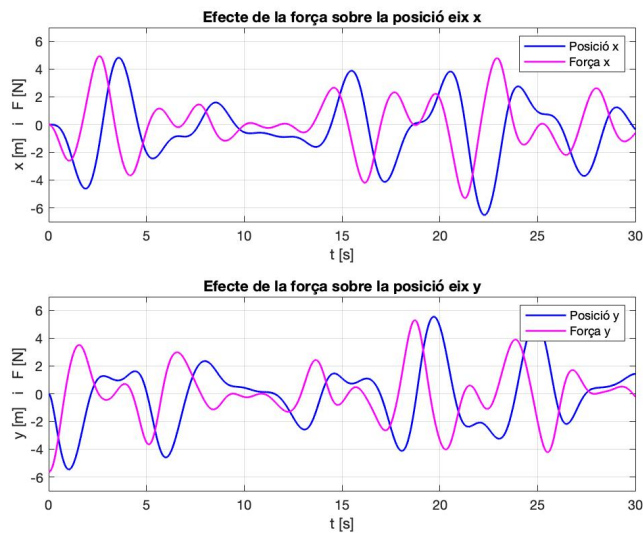


Figura 24: Efecte de les forces combinades aplicades sobre la plataforma per a cada eix de referència

En la *Figura 24* s'aprecia a simple vista la clara relació entre el moviment de la plataforma i les forces aplicades en global pels cables de control. En rebre forces de signe positiu o negatiu sobre cadascun dels eixos de referència x_0 i y_0 , la plataforma es desplaça cap al mateix signe de l'eix de referència corresponent. Aquesta última figura dona validesa al conjunt de la simulació fins al model actual.

6.2.4. Construcció del llaç de realimentació del sistema

Arribats a aquest punt es pot considerar que el sistema que defineix el model físic del manipulador en Simulink ja es troba construït. Un cop definit aquest últim cal començar a construir el sistema de control per a aquest sistema físic, i la part vital d'aquest control és la realimentació que permet que la plataforma assoleixi una posició determinada en l'espai de treball de manera autònoma a partir del coneixement de la seva posició actual.

El disseny de realimentació que s'utilitzarà en les simulacions del manipulador serà la introduïda anteriorment en la memòria, visualitzat en la *Figura 9*, on el paràmetre $y(t)$ equivaldrà a la posició real de la plataforma del manipulador, el paràmetre $r(t)$ correspondrà a la coordenada desitjada de la plataforma, el paràmetre $e(t)=r(t)-y(t)$ correspondrà a l'error o diferència existents entre la coordenada de la plataforma desitjades i real i per últim el paràmetre $u(t)$ farà referència a les forces aplicades sobre la plataforma pels quatre cables de control.

La materialització d'aquesta realimentació del sistema de Simulink, i sempre continuant amb la addició i millora dels models presentats als punts anteriors de la memòria, es mostra en la següent figura:

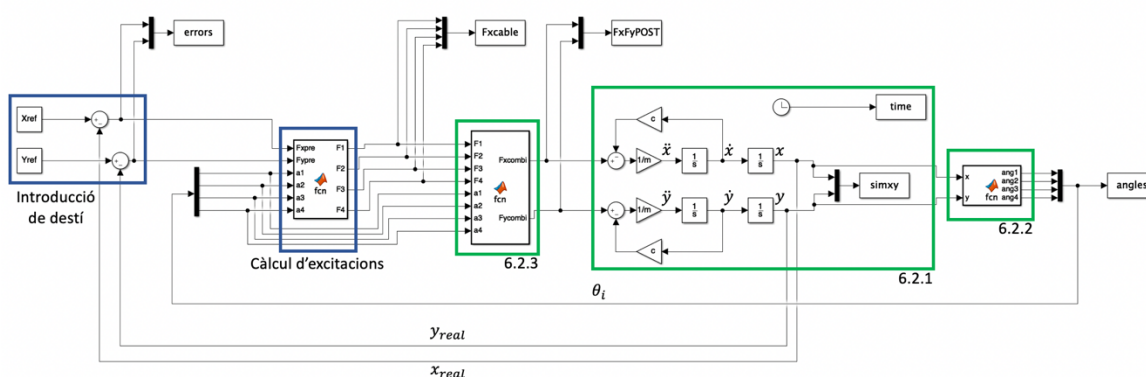


Figura 25: Addició de la realimentació al sistema

El primer que salta a la vista en aquesta *Figura 25*, i a diferència dels sistemes anteriorment simulats, és la inexistència d'excitacions arbitràries exteriors. Aquest fet es deu a que aquestes

excitacions venen ara donades en funció de l'error que presenta el sistema i gràcies a la realimentació realitzada. Les excitacions exteriors es substitueixen per un altre element també definit de manera externa i enquadrat en el quadrat blau anomenat *Introducció de destí*: les coordenades desitjades de la plataforma del manipulador x_{ref} i y_{ref} . Aquestes coordenades es combinen amb la posició real de la plataforma x_{real} i y_{real} (segons $x_{ref}-x_{real}$ i $y_{ref}-y_{real}$), de manera independent en cada un dels eixos de referència, amb la finalitat d'obtenir un valor de referència, l'error del sistema, per a cada eix a partir del qual, i passant pel bloc *Càlcul d'excitacions* que s'explicarà posteriorment, es calculen les forces requerides per la plataforma per a finalment assolir la posició desitjada introduïda de manera externa.

Es pot considerar en la *Figura 25*, tot i que no s'ha representat de manera gràfica, que s'ha realitzat un control del sistema amb un controlador proporcional unitari, ja que es realimenta de manera directe amb el valor de l'error que presenta. Aquest controlador és útil ja que la posició desitjada s'assoleix, però no és òptim ja que s'assoleix en unes condicions i temps no controlables. En el següent punt de la memòria s'introduirà el controlador dissenyat per al sistema que s'ha presentat en punts anteriors de la memòria.

Respecte la simulació realitzada en l'anterior punt 6.2.3 tan sols s'ha afegit una funció, la qual es detallarà més endavant enquadrada en blau amb el nom *Càlcul d'excitacions*. Els altres blocs enquadrats en verd i amb noms 6.2.1, 6.2.2 i 6.2.3 són els blocs i funcions ja introduïts en els respectius punts de la memòria.

El bloc blau anomenat *Càlcul d'excitacions* en la *Figura 25* té el paper de, donada una estimació del valor de força que caldria aplicar en cada eix per a que la plataforma del manipulador assolís la posició desitjada definida per x_{ref} i y_{ref} des de la posició actual x_{real} i y_{real} , crear la distribució de forces en cada cable de control del manipulador que obté una força sobre cada eix igual o proporcional a la donada per la estimació de la realimentació. Per a fer-ho, el bloc s'alimenta amb l'error del sistema així com amb el valor dels respectius angles dels cables de control, necessaris per al càlcul de la matriu S , i dona com a sortida el valor de les forces necessàries en cadascun dels cables. Aquesta distribució de forces en cada un dels cables de control s'obté mitjançant el càlcul i utilització de la matriu pseudoinversa present en la relació expressada en l'equació (14) segons el procediment indicat en el punt 4.2.2 de la memòria. El contingut de la funció de MATLAB, la qual realitza la operació, present en el bloc blau *Càlcul d'excitacions* és el següent:

```
function [F1,F2,F3,F4] = fcn(Fxpre,Fypre,a1,a2,a3,a4)
%Definició de la matriu pseudoinversa:
Aux1=[cos(a1) cos(a2) cos(a3) cos(a4);sin(a1) sin(a2) sin(a3) sin(a4)];
S=Aux1;
Spseinv=pinv(S);
```

```

%Definició de la matriu de les forces:
F=[Fxpre;Fypre];
%Càlcul de les forces de cada cable usant pseudoinversa:
Mfor=Spseinv*F;
F1=Mfor(1);
F2=Mfor(2);
F3=Mfor(3);
F4=Mfor(4);

```

Codi 3: Càlcul de la força aplicada per cada un dels cables de control sobre la plataforma

Com es pot apreciar en el codi anterior, es genera i s'inverteix pel mètode de la pseudoinversa la matriu S i posteriorment se'n fa el producte amb el vector d'estimació de forces necessàries en la plataforma del manipulador, amb el que s'obté un vector de quatre components, anomenats $F1$, $F2$, $F3$ i $F4$ en la *Figura 25*, corresponents a la força necessària en cada cable de control. És rellevant indicar que aquests quatre valors de forces que resulten del bloc *Càlcul d'excitacions* no són les tensions dels cables de control, sinó les forces que rebrà la plataforma, així doncs tindrien la direcció i sentit d'aplicació mostrades en la *Figura 19*.

Aquestes forces posteriorment es projecten sobre els eixos de referència a fi d'unificar-les abans d'introduir-les en el sistema físic, operació realitzada per la funció de MATLAB presentada en l'apartat 6.2.3 de la memòria. La unificació d'aquestes forces de cada cable resulta en les variables F_{xcombi} i F_{ycombi} , que són les que finalment afecten a la plataforma i li provoquen el moviment a l'entrar en el bloc verd de nom 6.2.1 especificat en el corresponent punt de la memòria.

6.2.4.1. Addició del controlador dissenyat al model

Tal i com s'ha comentat, l'arquitectura de sistema realimentat presentada en l'anterior punt manca del controlador desenvolupat per al sistema en el punt 5 de la memòria. Així doncs, s'introdueix aquest controlador en el model de Simulink del sistema, en la posició corresponent indicada per la *Figura 9*, tot utilitzant el bloc de Simulink que simplifica la introducció de controladors PID:

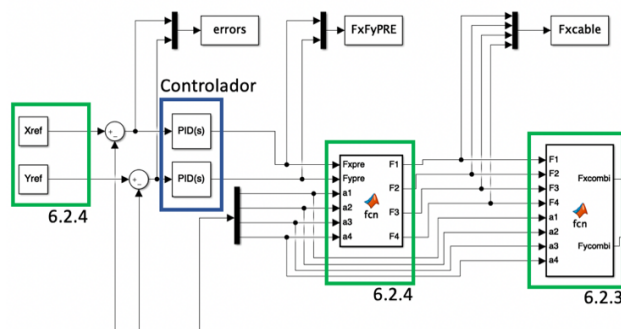


Figura 26: Introducció del controlador PID al model del sistema

Aquests blocs de Simulink, anomenats $PID(s)$, i enquadrats en la Figura 26 en blau i sota el nom de *Controlador*, reben la senyal d'error present en el sistema, és a dir, els valors de $x_{ref} - x_{real}$ i $y_{ref} - y_{real}$, que és alhora l'entrada tradicional que presenta qualsevol controlador PID, i hi apliquen la modulació pròpia del controlador que va ser desenvolupada en el punt 5 de la memòria, donant com a sortida del bloc la configuració de forces necessària per a cada eix de referència per a que la plataforma del manipulador assolixi la posició desitjada en les condicions especificades en el controlador. Aquesta configuració de forces entrarà en el bloc enquadrat en verd i de nom 6.2.4 especificat en el corresponent punt de la memòria, el qual crearà la distribució de forces necessàries en cada cable de control per a aconseguir la configuració de forces necessàries determinada pel controlador.

Els blocs $PID(s)$ tan sols requereixen per al seu funcionament el coneixement del valor dels paràmetres del controlador, és a dir, de les constants K_P , K_I i K_D , les quals es determinen a l'hora de l'execució de les simulacions i segons les equacions definides en el punt 5.5 de la memòria i en concret segons l'equació (43). El càlcul d'aquestes constants del controlador és present en el codi d'execució de les simulacions en l'Annex 1 de la memòria, en el seu quart punt.

La introducció d'aquests blocs que fan present el controlador en el model, milloren notablement les característiques de control del sistema al poder-lo ajustar segons quines siguin les necessitats de temps d'establiment i sobrepic màxims, fet no assolible mitjançant un control proporcional unitari com el present en l'anterior apartat de la memòria.

6.2.4.2. Resultats de la simulació sense restriccions

Un cop vist el model del manipulador realimentat i controlat es pot procedir a l'execució de la seva simulació així com a l'anàlisi dels resultats obtinguts. Com s'aprecia en la Figura 25 les excitacions exteriors han desaparegut de manera que ja no s'utilitzaran els valors definits per a elles en les simulacions anteriorment executades, a canvi cal definir el valor de les coordenades

de destí per a provocar una evolució en el sistema cap a l'estat desitjat. Per a la simulació d'aquest model es decideix imposar les següents coordenades de destí per a la plataforma, de manera arbitrària però sempre dins l'espai de treball definit per la geometria del manipulador:

$$x_{ref} = 5 \text{ m} \quad y_{ref} = 3 \text{ m}$$

Cal també establir els paràmetres desitjats en el control del sistema, el sobrepic màxim i el temps d'establiment introduïts en el punt 5.3 de la memòria, a més del paràmetre de dominància dels pols del sistema. S'imposen els següents valors per a les variables del controlador:

$$t_s = 5 \text{ s} \quad M_s = 0,05 \quad P_d = 5$$

Pel que fa la resta de variables, com la massa de la plataforma o la viscositat present en el sistema, es mantenen els seus valors respecte les anteriors simulacions. El codi complet d'execució es pot trobar novament detallat en l'Annex 1 de la memòria, en el seu quart punt.

Un cop executada la simulació se n'extreuen els següents gràfics:

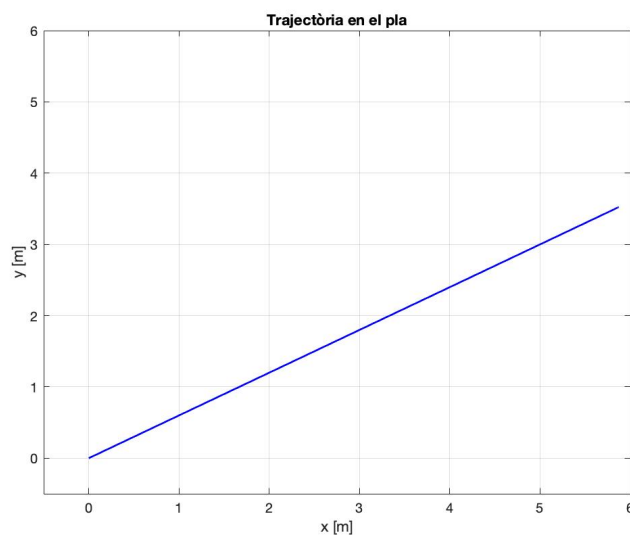


Figura 27: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma del manipulador

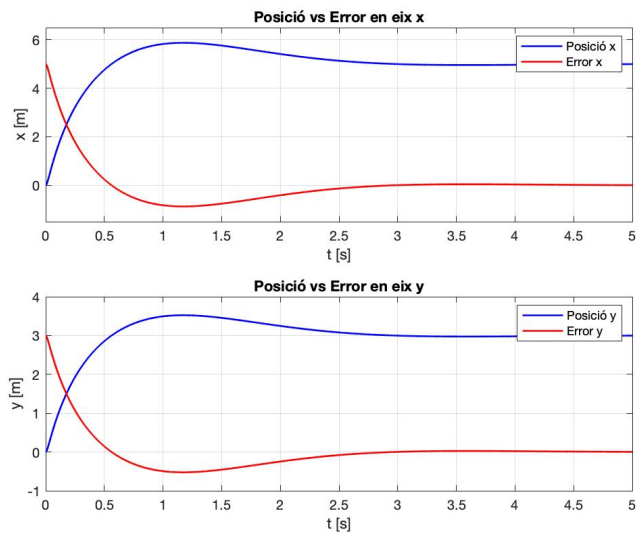


Figura 28: Posició en cada eix i error respecte la coordenada desitjada

En la primera de les figures anteriors, la *Figura 27*, es pot apreciar la trajectòria realitzada per la plataforma del manipulador en el pla x_0y_0 la qual és rectilínia optimitzant així el recorregut a realitzar. També es pot observar en aquesta figura, així com en la *Figura 28*, que hi ha un sobrepic en la trajectòria de la plataforma, és a dir, la plataforma es passa de llarg de les coordenades de destí i en fer-ho torna enrere per a posicionar-s'hi finalment. Aquest sobrepic es podria quantificar de manera aproximada i per observació del gràfic entre un 10 i un 15%, així com també es podria establir un temps d'establiment de 3 segons. Aquestes discrepàncies amb els valors imposats al controlador dels mateixos paràmetres poden ser degudes al mòdul de controlador PID de Simulink utilitzat, on per a la aplicació de l'acció derivativa s'especula amb el valor de la velocitat de la plataforma enlloc de prendre el seu valor real, el qual es una variable fàcilment visualitzable.

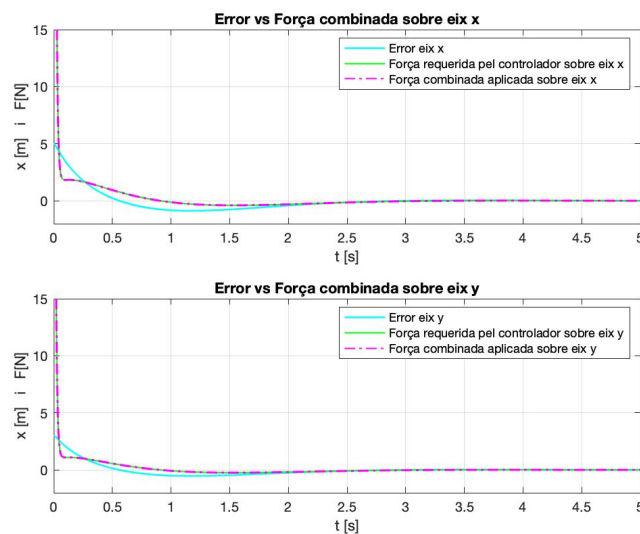


Figura 29: Gràfic d'errors i forces presents en cada eix de referència

Per altre banda, i fixant-se ara en els esforços presents al sistema, es pot observar en la *Figura 29* la modulació que fa el controlador sobre la senyal de l'error present en el sistema per a la obtenció de la força necessària a aplicar sobre la plataforma. La acció tant proporcional com integral i derivativa del controlador sobre la corba cian, la de l'error, fa que la seva forma disti notablement de les corbes verda i magenta. Aquestes dues últimes corbes representen en primer lloc la força requerida pel controlador per al bon posicionament de la plataforma (corba verda) i la força combinada dels quatre cables de control que finalment s'aplica sobre la plataforma (corba magenta). El fet que les dues corbes es trobin perfectament solapades demostra que la distribució de tensions entre els diferents cables de control calculada pel bloc *Càlcul d'excitacions* presentat en el punt 6.2.4 de la memòria és vàlida.

Salta també a la vista el valor inicial de les forces combinades aplicades sobre la plataforma, que en un instant inicial arriben a prendre valors de 197N per a l'eix de referència x_0 i 118N per a l'eix y_0 . El valor d'aquestes forces, i degut a la presència de viscositats en el sistema, decreix en mòdul en pocs segons de l'inici de la simulació, prenent valor de pocs newtons.

La distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diferents cables de control es mostra en les següents figures.

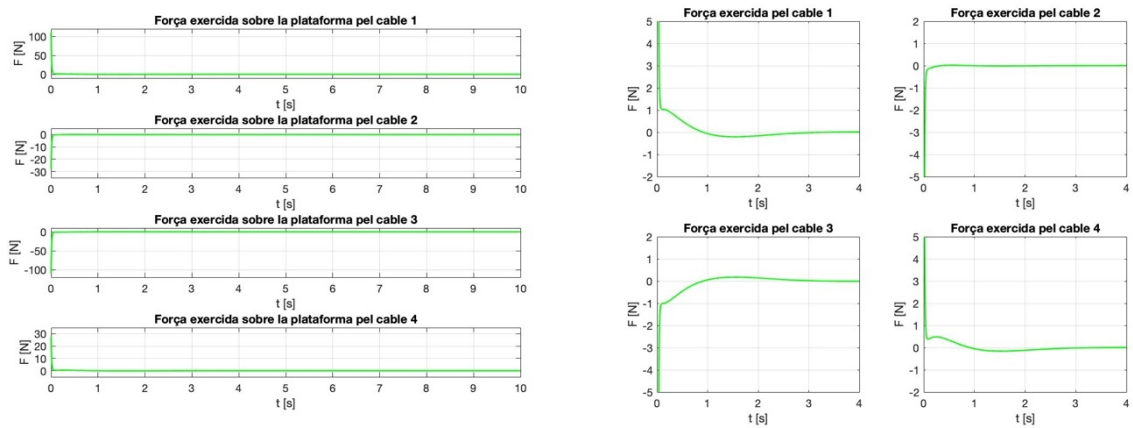


Figura 30: Distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diversos cables de control i ampliació

Com s'ha comentat amb anterioritat, la direcció i sentit de les forces mostrades pels gràfics següents són les mostrades en la *Figura 19*, de manera que les tensions internes dels cables de control seran de signe oposat, segons la *Figura 7*.

Els valors de força màximes i mínimes que apliquen els diversos cables de control, en els instants inicials de la simulació, són 111N, -28N, -111N i 28N consecutivament.

6.2.4.3. Imposició de restriccions sobre la força dels cables

Com s'ha vist en els gràfics de l'apartat anterior i en concret en la *Figura 30*, en les simulacions sense restriccions, hi ha valors de F_1 , F_2 , F_3 i F_4 , les forces que apliquen els diversos cables de control sobre la plataforma, que presenten tant valors positius com negatius, fet que descriuria una situació molt allunyada de la realitat on els cables transmetrien esforços en la seva compressió.

Com s'ha comentat, els cables de control presentarien una gràfica de tensió interna d'igual forma que la mostrada en la *Figura 30* però de signe contrari, de manera que, al no poder els cables transmetre esforços en la seva compressió, els valors positius en la *Figura 30* són anòmals. Per a solucionar aquesta incorrecció cal realitzar una modificació sobre la funció de MATLAB introduïda en l'apartat 6.2.4 de la memòria, modificant-ne el seu codi de la següent manera:

```
function [F1,F2,F3,F4] = fcn(Fxpre,Fypre,a1,a2,a3,a4)
...
%Mateix codi especificat en el codi anterior
...
if (F1 >= 0)
    F1=0;
end
```

```

if (F2 >= 0)
    F2=0;
end
if (F3 >= 0)
    F3=0;
end
if (F4 >= 0)
    F4=0;
end

```

Codi 4: Funció d'acompliment de les hipòtesis del manipulador

Aquesta addició en el codi fa zero el valor de les forces en detectar que el seu valor es superior a zero, és a dir, força a que les tensions dels diferents cables de control romanguin sempre en tensió positiva o nul·la per a assegurar el bon compliment de les hipòtesis de treball inicials. Aquesta manera de procedir no és la òptima ja que el fet d'eliminar alguna de les forces provoca que el sistema assoleixi la seva posició amb major lentitud de la esperada i seguint una trajectòria que possiblement no serà la més curta d'entre les possibles, tot i això és una via senzilla de complir les hipòtesis assegurant que els cables de control romanen sempre en tensió positiva o nul·la però mai negativa, fet que invalidaria per complert els resultats obtinguts al no ser realistes.

6.2.4.4. Resultats de la simulació amb restriccions

Un cop presentat el nou model del manipulador amb tensions de cables únicament positives que compleix les hipòtesis inicials es procedeix a l'execució de la seva simulació i a l'anàlisi dels resultats obtinguts. Per a la simulació d'aquest model s'imposen les mateixes coordenades de destí per a la plataforma que en la simulació anterior:

$$x_{ref} = 5 \text{ m} \quad y_{ref} = 3 \text{ m}$$

Així mateix, s'estableixen els paràmetres de control del sistema en els mateixos valors de la simulació anterior, a més de mantenir els valors de la massa, viscositat i demás paràmetres en els valors utilitzats anteriorment:

$$t_s = 5 \text{ s} \quad M_s = 0,05 \quad P_d = 5$$

El codi complet d'execució es troba un cop mes detallat en l'*Annex 1* de la memòria, en el seu cinquè punt. Un cop executada la simulació se n'extreuen els següents gràfics:

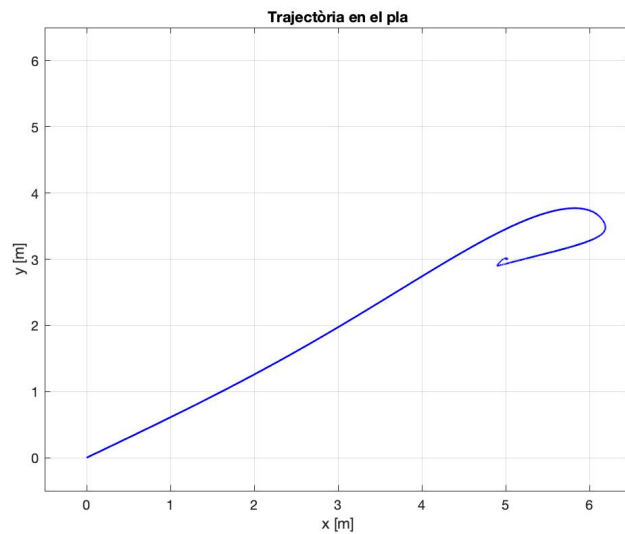


Figura 31: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma del manipulador

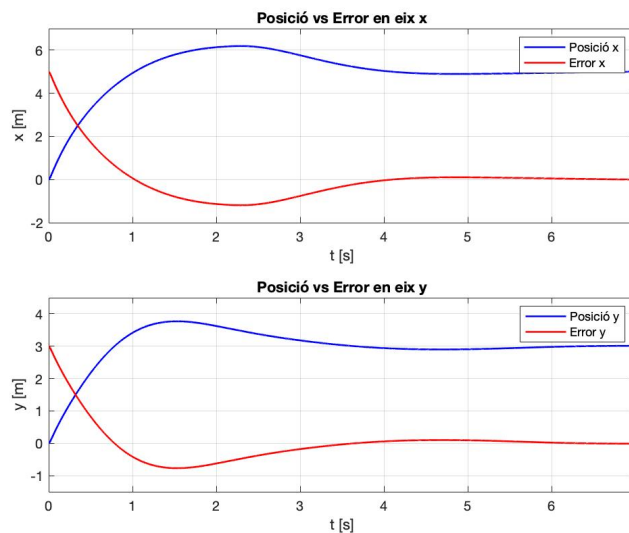


Figura 32: Posició en cada eix i error respecte la coordenada desitjada

En la primera figura, la *Figura 31*, s'aprecia la nova trajectòria realitzada per la plataforma del manipulador en el pla x_0y_0 al suprimir les forces que requerien d'una compressió dels cables de control. S'aprecia que la trajectòria ja no és rectilínia pel fet de retallar-se algunes de les forces que el controlador requereix per a arribar a la posició desitjada de manera rectilínia. La supressió de les components majors a zero dels cables de control provoca un desviament respecte la trajectòria més curta possible que no és detectada pel llaç de realimentació fins que les coordenades reals de la plataforma (x_{real} i y_{real}) no superen en mòdul a les coordenades desitjades (x_{ref} i y_{ref}), moment en el qual hi ha una correcció de la trajectòria provocant el llaç que envolta el punt destí de la plataforma.

S'observa de nou, tant en la *Figura 31* com en la *Figura 32*, que hi ha un sobrepic en la trajectòria de la plataforma que en aquest cas es pot quantificar de manera aproximada i per observació del gràfic entre un 20 i un 25%, així com també es pot establir el temps d'establiment en els 6 segons aproximadament. Aquestes discrepàncies amb els valors imposats al controlador, encara més distants que en la anterior simulació, són degudes a més dels motius anteriorment esmentats al fet d'haver suprimit part de les forces requerides pel controlador per a complir les hipòtesis inicials del manipulador, que provoquen un incompliment de les característiques imposades al controlador.

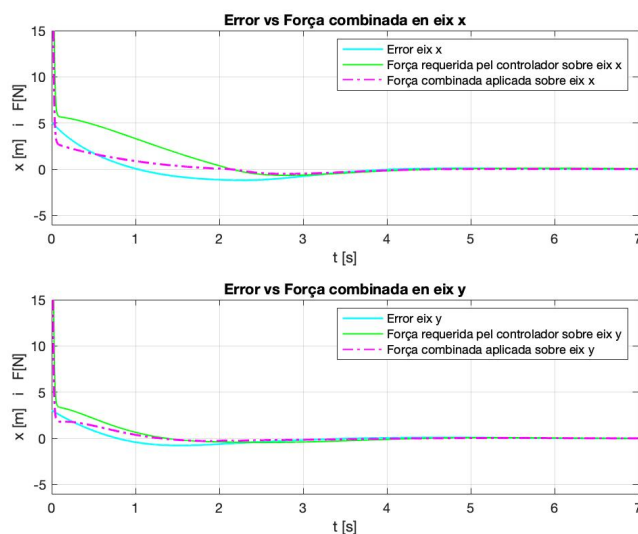


Figura 33: Gràfic d'errors i forces presents en cada eix de referència

Pel que fa als esforços aplicats sobre la plataforma del manipulador, en la *Figura 33* es representa de nou l'error present en el sistema el qual arriba al controlador, així com la modulació que en fa representada en verd. Aquesta modulació es el conjunt de forces que el controlador sol·licita sobre cada eix de referència per al bon posicionament de la plataforma. Tot i això, en crear la distribució de forces a aplicar entre els diferents cables de control i suprimir-ne les components majors a zero per al compliment de les hipòtesis, el conjunt de forces que finalment s'apliquen a la plataforma, representades per les corbes magenta, són de mòdul inferior a les sol·licitades pel controlador a més de presentar una forma notablement diferent a la sol·licitada sobretot en els primers segons de la simulació.

En aquesta simulació els valors de les forces combinades aplicades sobre la plataforma arriben en els primers instants als 98N per a l'eix de referència x_0 i als 59N per a l'eix y_0 , tots dos valors notablement inferiors als obtinguts en la simulació sense restriccions a les tensions dels cables de control.

La distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diferents cables de control es mostra en les següents figures.

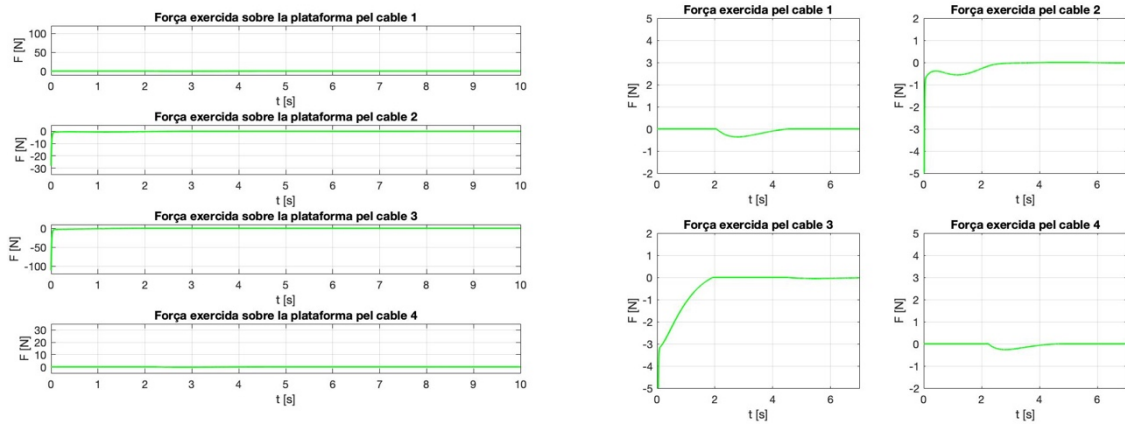


Figura 34: Distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diversos cables de control i ampliació

Novament la direcció i sentit d'aplicació de les forces mostrades en la *Figura 34* són les indicades en la *Figura 19*.

Els valors de força de mòdul major que apliquen els diversos cables de control, en els instants inicials de la simulació, són -28N per al cable de control 2 i -111N per al cable de control 3.

6.2.5. Modificació de les variables d'entrada al controlador

Com s'ha comentat en els punts 6.2.4.2 i 6.2.4.4 una possible font d'error envers al compliment dels paràmetres de M_p i t_s imposats al controlador es la utilització del mòdul de controlador PID de Simulink, on s'interpolava el valor de la velocitat de la plataforma per a aplicar la acció derivativa, enlloc de prendre el seu valor real que és present en el sistema físic. Aquesta interpolació podria resultar en valors de velocitat notablement diferents a la velocitat real que presenta la plataforma, provocant un control de la mateixa poc adequat i que acabaria modificant el temps de posicionament de la plataforma. A més, aquesta interpolació de la velocitat també podria provocar valors anòmals o extrems en les forces aplicades sobre la plataforma.

Per a observar en quin grau afecta aquesta interpolació al comportament del sistema, i millorar-ne en última instància el control, es pot extreure del mòdul del controlador PID de Simulink la acció derivativa en imposar a nivell intern del mòdul un valor de K_d nul i realitzar de manera externa a aquest mòdul el producte de l'error de les velocitats de la plataforma en cadascun dels eixos de referència pel valor de la constant K_d , per a posteriorment sumar aquest producte

a les accions proporcional i integral proporcionades pel mòdul PID. La operació que es realitza de manera externa al controlador PID de Simulink per a cadascun dels eixos de referència és la següent:

$$K_d \cdot (v_d - v) \rightarrow -K_d \cdot v \quad (46)$$

Aquesta modificació en el control del sistema es pot apreciar en la següent figura que mostra les modificacions aplicades al model de Simulink:

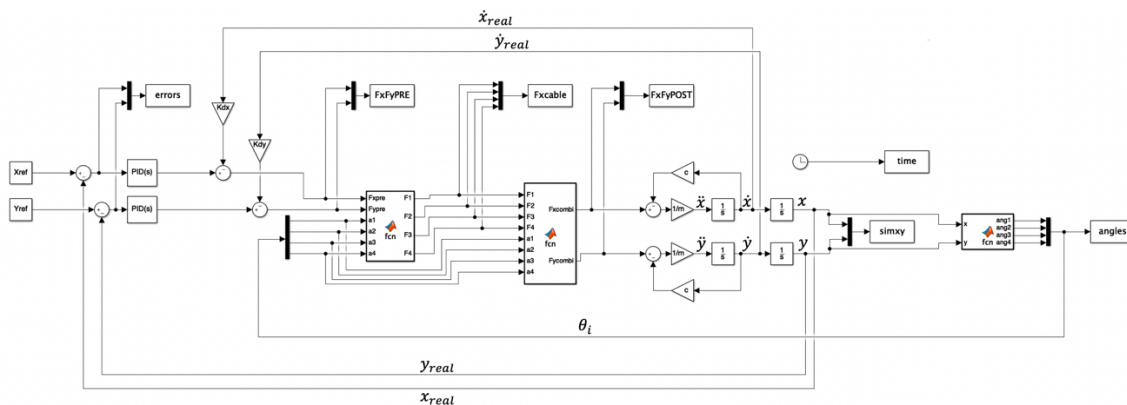


Figura 35: Modificació de les variables d'entrada al control del sistema

Un cop aplicades les modificacions vistes en la *Figura 35* s'executarà una primera simulació del sistema utilitzant el mateix codi d'execució emprat als punts 6.2.4.2 de la memòria, recollit en l'*Annex 1* on no es considera la hipòtesi de tensions dels cables de control sempre positives amb la finalitat de poder comparar els resultats d'ambdues simulacions sense altres factors que afectin en la visualització de les diferències. A continuació d'aquesta, es realitzarà la simulació equivalent tenint en compte la hipòtesis anteriorment esmentada.

Els resultats de la simulació i del nou control es poden visualitzar en els següents gràfics:

6.2.5.1. Resultats de la simulació sense restriccions

S'aplica el codi d'execució equivalent al del punt 6.2.4.2 al sistema mostrat en la *Figura 35* conservant el valor de tots els paràmetres introduïts en aquest mateix apartat, en especial els valors de les coordenades de referència (x_{ref} i y_{ref}) i els del temps d'establiment, sobrepic màxim i la dominància de pols (t_s , M_s i P_d). Els resultats de la simulació i del nou control es poden visualitzar en les següents figures:

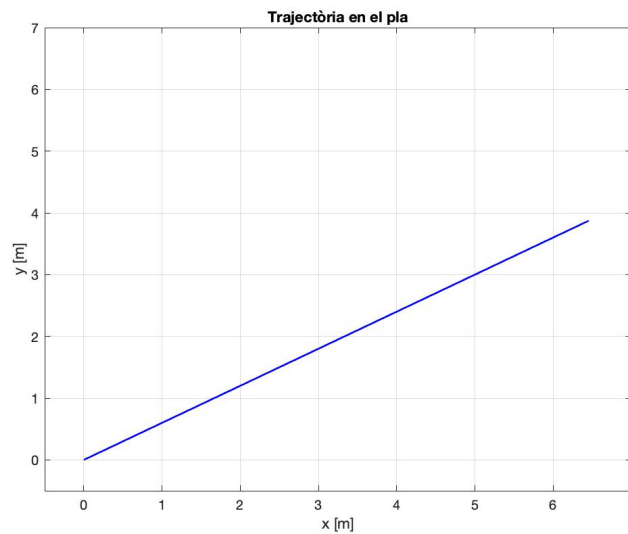


Figura 36: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma del manipulador

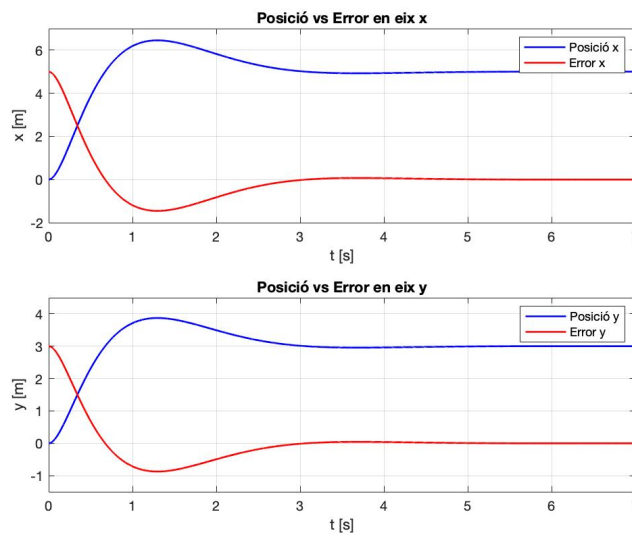


Figura 37: Posició en cada eix i error respecte la coordenada desitjada

En la *Figura 36* s'aprecia de nou una trajectòria rectilínia que optimitza l'aproximació de la plataforma a la posició desitjada, tot i això, i com es pot comprovar en la *Figura 37*, aquesta nova trajectòria presenta un sobrepic major que en el cas de l'anterior controlador. En concret el valor d'aquest sobrepic és d'aproximadament un 25% del valor de la posició final. Per altre banda, el temps d'establiment es pot determinar en 3 segons. S'aprecia de nou una clara discrepància entre els valors imposats al controlador, en quant a temps d'establiment i sobrepic màxims, i els seus valors resultants de la simulació. Això està condicionat pel fet d'haver treballat amb l'error del sistema en el desenvolupament del seu controlador i, en el cas de la

implementació en les simulacions, treballar amb la velocitat per a la realimentació. Aquest fet provoca un error en el sistema que s'aprecia en les gràfiques.

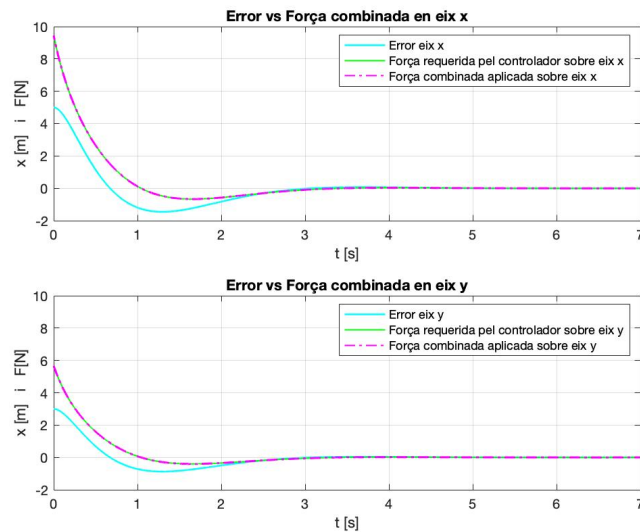


Figura 38: Gràfic d'errors i forces presents en cada eix de referència

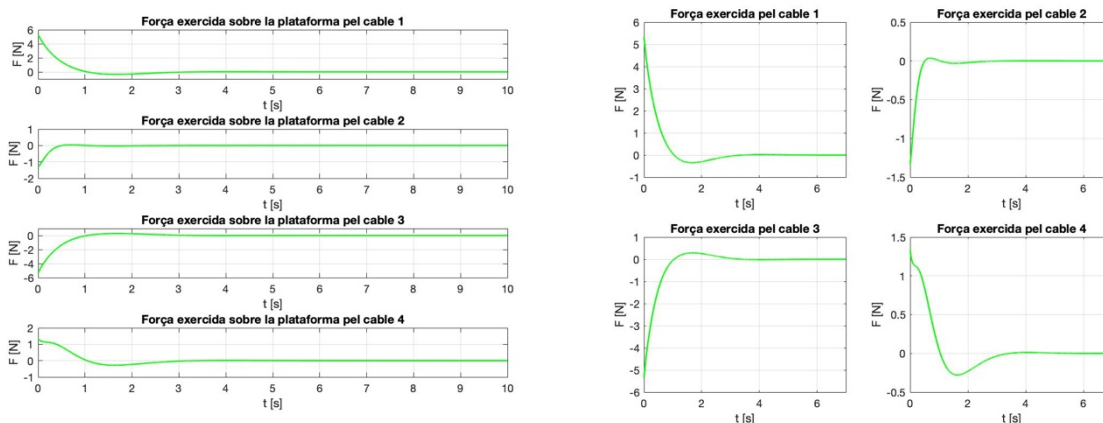


Figura 39: Distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diversos cables de control i ampliació

Fixant-se ara en els esforços presents al sistema, en la *Figura 38* s'aprecia novament la modulació que realitza el controlador de la senyal d'error del sistema. Salta a la vista si es compara aquesta corba amb la de la *Figura 29* que l'ordre de magnitud de les forces combinades aplicades sobre la plataforma és molt inferior al de la simulació realitzada en el punt 6.2.4.2 de la memòria, on el valor inicial d'aquests esforços prenia valors de 197N i 118N per a cadascun dels eixos de referència mentre que en la present simulació aquests mateixos valors no superen els 10N i 6N respectivament.

L'explicació d'aquest fet es troba a l'estudiar la *Figura 39*, on es mostra la distribució de forces entre els cables de control, i apreciar que el considerable pic de tensió que existia en les mil·lèsimes inicials de simulació en tots els cables de la *Figura 30* ha desaparegut, minimitzant així els esforços globals presents al sistema. L'existència d'aquest pic inicial de tensió es pot atribuir de manera clara a la interpolació dels valors de velocitat per part del controlador, on al presentar una velocitat desconeguda a l'inici de la simulació interpolava un valor molt allunyat de la realitat que no es corregia fins passats uns instants, donant fins aleshores valors incoherents de tensió als cables de control. Els valors de força màxims i mínims que apliquen els diversos cables de control per a aquesta nova simulació són 5,4N, -1,3N, -5,4N i 1,3N respectivament.

Es pot concloure doncs que el nou model de controlador introduït en aquest apartat, realimentat tant per l'error de posició com per l'error de velocitat, és millor al presentar característiques de control molt similars a l'anterior controlador a més de facilitar corbes de força més ajustades a la realitat i amb menors pics d'esforç que facilitarien millors característiques al manipulador (estalvi energètic, menor desgast, major seguretat, menor diàmetre de cables...).

6.2.5.2. Resultats de la simulació amb restriccions

S'aplica ara el codi d'execució equivalent al del punt 6.2.4.4 sobre el sistema mostrat en la *Figura 35*, on ja es tenen en compte les hipòtesis de tensió dels cables de control sempre positives, mantenint novament invariables els valors de tots els paràmetres de la simulació utilitzats fins ara. Els resultats de les simulacions són els següents:

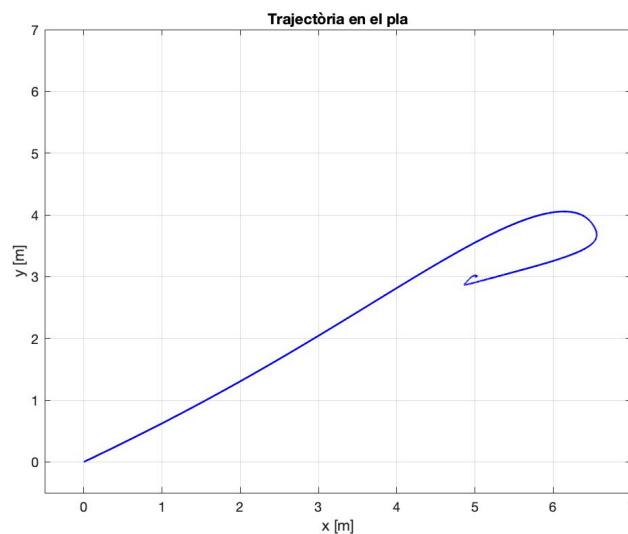


Figura 40: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma del manipulador

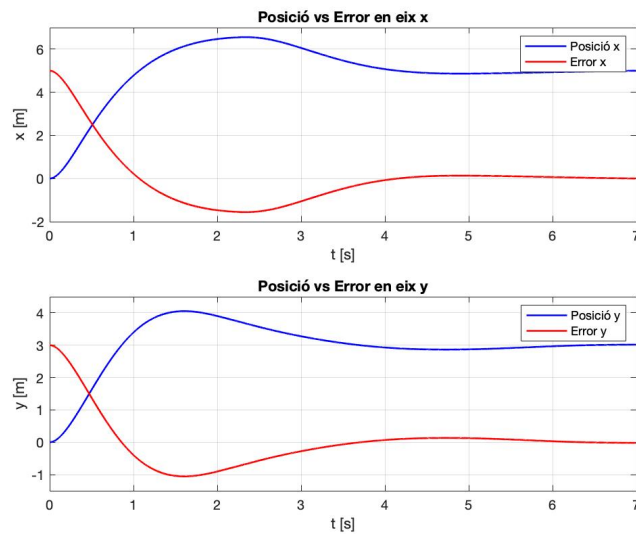


Figura 41: Posició en cada eix i error respecte la coordenada desitjada

En la *Figura 40* s'aprecia la nova trajectòria realitzada per la plataforma del manipulador al suprimir les forces que requerien d'una compressió dels cables de control. Degut a aquesta supressió la trajectòria ha perdut la seva característica rectilínia pel mateix motiu comentat en l'apartat 6.2.4.4 de la memòria.

En aquesta nova situació es pot determinar el temps d'establiment de la plataforma en els 6 segons aproximadament, temps que ha augmentat respecte la simulació del punt 6.2.5.1 degut a la major longitud de la trajectòria així com a la impossibilitat d'aplicació de tots els esforços que el controlador requereix al sistema. Pel que fa al sobrepic de la simulació, es conserva en un 25% del valor final. Aquest valor segueix trobant-se allunyat de les exigències imposades al controlador degut als motius ja comentats en els apartats 6.2.4.4 i 6.2.5.1 de la memòria.

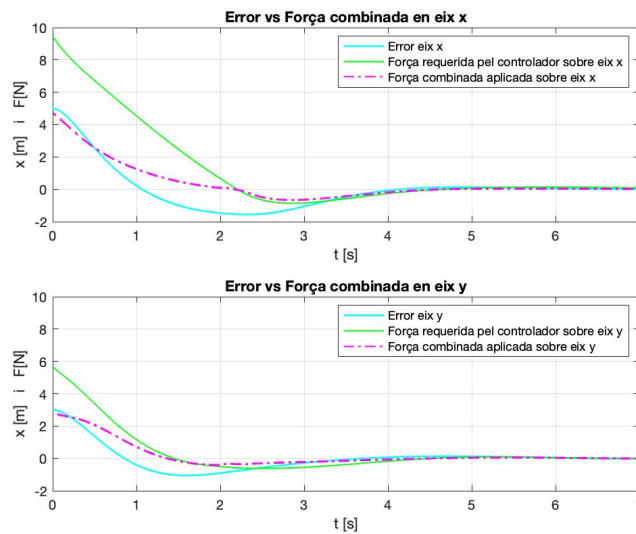


Figura 42: Gràfic d'errors i forces presents en cada eix de referència

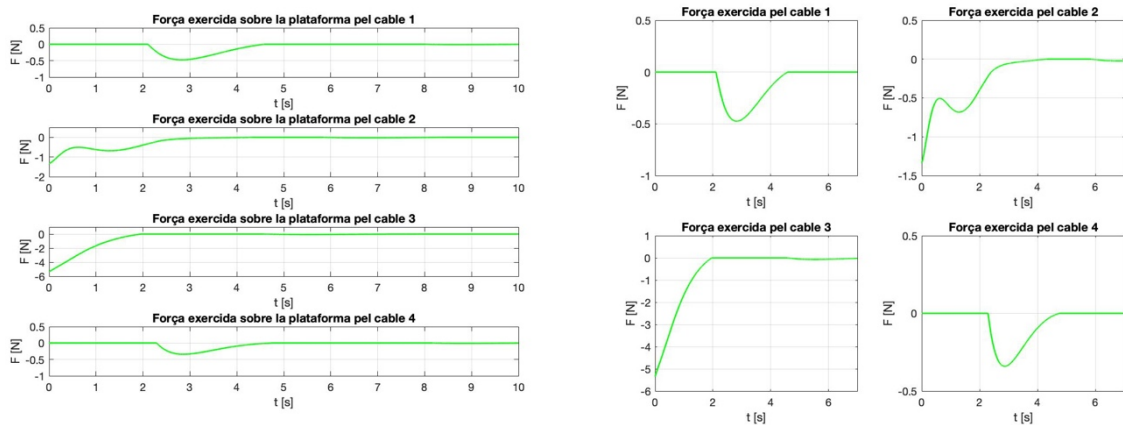


Figura 43: Distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diversos cables de control i ampliació

Pel que fa als esforços aplicats sobre la plataforma en aquesta nova simulació, en la *Figura 42* s'aprecia de nou la modulació que realitza el controlador sobre la senyal d'error per a obtenir les forces necessàries sobre cadascun dels eixos de referència, així com la notable diferència existent entre aquesta força requerida pel controlador i la força combinada dels cables de control que finalment és aplicada sobre la plataforma. Aquesta diferència, com ja s'ha comentat, deriva del compliment de la hipòtesis de tensió sempre positiva en els cables de control per a que no treballin en una hipotètica compressió, fet que provoca una caiguda en el mòdul de les forces aplicades respecte les sol·licitades pel controlador.

En la *Figura 43* es mostra la distribució de forces a aplicar per cadascun dels cables de control sobre la plataforma i s'hi pot apreciar de manera clara la part positiva d'aquestes senyals

retallades per al compliment de les hipòtesis. En aquesta nova simulació els valors de forces màximes de cadascun dels cables de control són $-0,5\text{N}$, $-1,3\text{N}$, $-5,3\text{N}$ i $-0,3\text{N}$.

Es pot concloure que el controlador dissenyat i utilitzat en aquest punt de la memòria és l'adequat per a la tasca a resoldre ja que presenta un comportament proper a l'exigit així com unes forces baixes que proporcionarien una bona eficiència energètica, una major seguretat al sistema pel que fa operaris, menor ús en materials com en el diàmetre dels cables de control o en el reforç de la estructura del manipulador...

6.2.6. Addició de soroll o distorsions a la posició de la plataforma

En aquest nou punt del treball, un cop comprovat el bon comportament del sistema en el canvi de posició entre punts fixos de l'espai i realimentat tant amb les coordenades de posició com de velocitat, s'incorpora una distorsió o soroll de forma aleatòria en la posició de la plataforma, en cadascun dels seus eixos de referència x_0 i y_0 . La finalitat de la addició de soroll al sistema es veure quin és el comportament del controlador amb la presència de petits canvis constants en la posició de la plataforma i assegurar que aquesta és posicionada en les coordenades de destí amb correcció, independentment del soroll que rep.

El soroll que s'incorpora al sistema simula les variacions en la posició de la plataforma que poden ser presents en un sistema real, provocades per diferents factors externs al sistema, com podrien ser vibracions de la superfície que sustenta el manipulador, modificacions del pes de la plataforma, redistribucions del centre de gravetat de la plataforma, forces externes que actuïn sobre la plataforma... Un sistema ben controlat hauria d'estar blindat sobre aquestes petites variacions de les coordenades de control.

La senyal de soroll que s'incorpora al sistema és la següent:

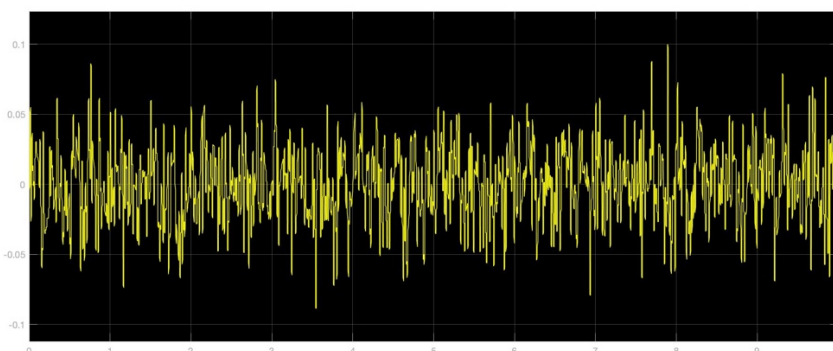


Figura 44: Senyal de soroll incorporada a la posició de la plataforma en cada eix de referència

Aquesta senyal de soroll és sumada a la coordenada de posició de l'eix de referència x_0 amb la forma mostrada a la *Figura 44*, i sumada a l'eix de referència y_0 amb la forma de la mateixa figura però amb un retard de 0,1 segons per a evitar el mateix comportament sobre els dos eixos i aleatoritzar encara més aquesta senyal de soroll.

Per a la realització de la simulació d'aquest nou model es pot emprar el codi equivalent al de l'apartat 6.2.4.4 de la memòria, on cal recordar que es respecten les hipòtesis de tensió sempre positiva als cables de control de la plataforma. Un cop executada aquesta simulació se n'extreuen els gràfics següents, equivalents als mostrats en les anteriors simulacions:

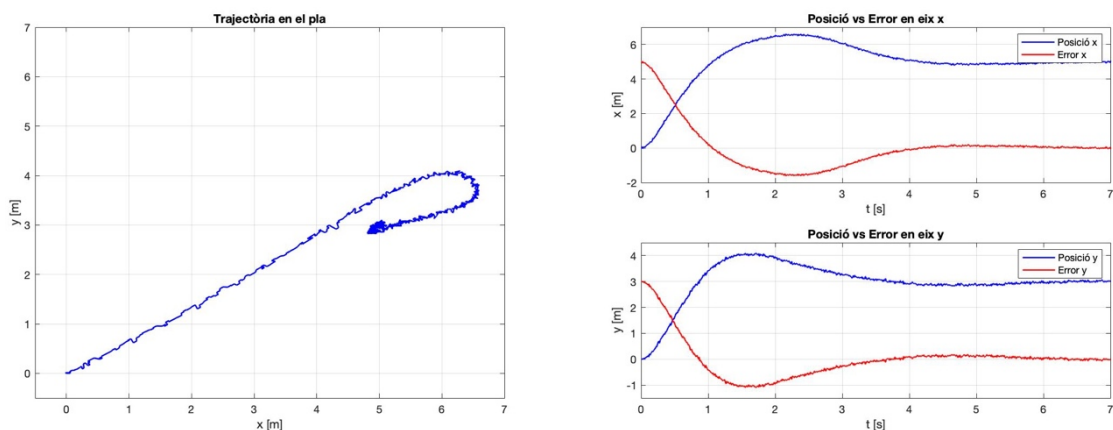


Figura 45: Trajectòria en el pla x_0y_0 de la plataforma i posició i error en cada eix de referència

S'observa en aquesta primera figura, la *Figura 45*, que la trajectòria realitzada per la plataforma a nivell global és molt similar a la vista en l'apartat 6.2.5.2 de la memòria, amb temps d'establiment i sobrepics idèntics. Evidentment, a nivell local es poden observar en la corba les oscil·lacions pròpies d'un sistema amb presència de soroll, les quals van desviant puntualment la plataforma de la trajectòria.

En arribar la plataforma a les coordenades de destí s'aprecia com el sistema de control del manipulador intenta constantment mantenir la plataforma sobre aquestes coordenades tot i les desviacions que provoca la senyal de soroll sobre les coordenades reals de la plataforma. Aquest fet provoca la taca blava que envolta les coordenades de destí en el gràfic esquerre de la *Figura 45*.

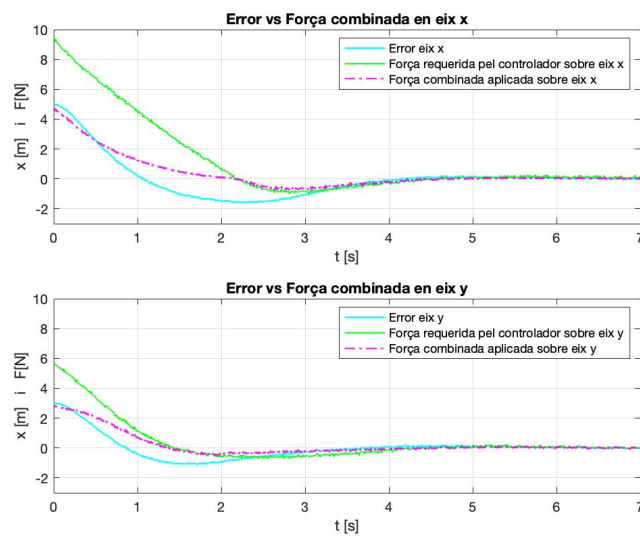


Figura 46: Gràfic d'errors i forces presents en cada eix de referència

En la *Figura 46*, i pel que fa als esforços aplicats sobre la plataforma del manipulador, es pot apreciar novament una forma de les senyals pràcticament idèntiques, a excepció del seu arrissat, a les vistes en l'apartat 6.2.5.2 a nivell global. Es pot observar en aquest gràfic que l'arrissat de les ones que mostren la força aplicada sobre els eixos de referència no desapareix un cop assolides les coordenades de destí, fet que s'explica per l'esforç que realitza el controlador per mantenir la plataforma sobre les coordenades de destí constantment a pesar de les distorsions en els eixos x_0 i y_0 que rep constantment.

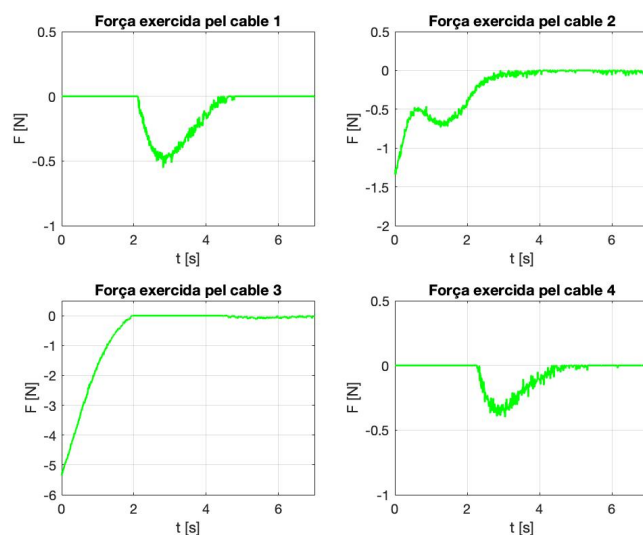


Figura 47: Distribució de forces a aplicar sobre la plataforma pels diversos cables de control

En aquesta *Figura 47* es mostra l'esforç que aplica cadascun dels cables de control sobre la plataforma del manipulador i es mostra de manera més concreta l'arribat present també en els esforços del sistema, derivat de la modificació constant de l'error del sistema que provoca el soroll en les coordenades de posició.

La conclusió que s'extreu finalment és que el sistema construït i el controlador que s'ha dissenyat es troben blindats en front del soroll present en la posició de la plataforma a controlar. Es pot considerar, gràcies a les simulacions realitzades, que les distorsions poden ser de qualsevol magnitud sempre i quan no provoquin la extracció de la plataforma fora dels límits definits pel políedre de subjecció del manipulador, moment en el qual el sistema es descontrola.

Com que s'ha comprovat que el comportament del controlador és vàlid davant la presència de soroll en el sistema, d'ara endavant no es farà present per a fixar l'atenció en els fets concrets que s'estudiïn en els següents punts del treball.

6.3. Seguiment de trajectòries de la plataforma del manipulador

Una de les característiques més importants que ha de posseir un manipulador és la de seguir trajectòries de formes diverses contingudes dins el seu espai de treball, amb la finalitat de poder realitzar les diferents accions o operacions per a les quals estigui programat. Tot i que habitualment les trajectòries rectilínies punt a punt, com les estudiades en anteriors punts de la memòria, seran les més habituals al ser les més ràpides, hi haurà ocasions en que l'entorn del manipulador obligui a la realització de trajectòries de forma no rectilínia amb la finalitat d'esquivar obstacles propers, realització d'operacions sobre la plataforma, realització d'operacions sobre el seu entorn...

Per aquest motiu, en aquest nou punt de la memòria s'avalua el comportament del manipulador dissenyat, així com del seu controlador, davant el seguiment d'una trajectòria prèviament definida. Es decideix que la trajectòria a seguir sigui una circumferència de radi R metres i pulsació ω radians per segon de la qual es coneixen tant la trajectòria com la seva velocitat en cada punt. Les equacions que defineixen aquestes posicions i velocitats de referència són les següents:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Trajectòria} & \textit{Velocitats} \\
 x_{ref} = R \cdot \cos(\omega \cdot t) & v_{x,ref} = -R \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \\
 y_{ref} = R \cdot \sin(\omega \cdot t) & v_{y,ref} = R \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)
 \end{array}$$

(47)

La plataforma iniciarà en els primers casos la seva trajectòria des de l'origen de coordenades de la referència x_0y_0 per a mantenir la coherència amb les anteriors simulacions.

Al presentar el sistema en aquest nou punt unes coordenades de referència mòbils i no un destí estàtic, caldrà realitzar certes modificacions tant en el control del sistema com en el seu model de Simulink prèviament a la realització de les simulacions. Aquestes modificacions seran introduïdes en els posteriors punts de la memòria.

6.3.1. Modificació de les característiques del controlador

El model de partida per a aquest nou apartat de la memòria, sobre el qual s'aplicaran les modificacions precises, serà el model desenvolupat al llarg del punt 6.2.5 de la memòria i en concret el model vist en el punt 6.2.5.2 amb compliment de les restriccions imposades per les hipòtesis de tensió sempre positiva dels cables de control.

Durant el desenvolupament del controlador per al sistema, vist en el punt 5.4 de la memòria, les equacions laplacianes del sistema quedaven simplificades, i consegüentment es simplificava el controlador, al constatar que la derivada de les coordenades de referència x_d i y_d eren nul·les al tractar-se de coordenades fixes en l'espai i invariants en el temps. Aquest fet facilitava el càlcul de la derivada de l'error present en el sistema, necessari per al càlcul de l'acció derivativa del controlador, al ser de mòdul igual a la velocitat de la plataforma i de signe contrari. Tot i això, aquest fet no es pot considerar de la mateixa manera en l'apartat actual al buscar el seguiment d'una trajectòria on el conjunt de punts que cal anar seguint i que conformen la trajectòria presenten una velocitat que es va modificant al llarg del temps. Aquest fet fa sorgir la necessitat de recalculer el controlador per al nou cas d'estudi, tot i això, el seu desenvolupament serà de gran similitud al procediment ja vist en el punt 5.4 de la memòria. Aquest procediment es pot trobar en l'*Annex 2* de la memòria, en el seu segon apartat.

Com es pot veure en el desenvolupament d'aquest nou controlador, s'arriba a una funció de transferència del sistema amb denominador igual al ja presentat anteriorment i, per tant, un controlador PID amb constants d'igual càlcul que en el controlador anteriorment dissenyat. La diferència entre ambdós controladors es troba en el seu numerador i en el fet que el controlador dissenyat per al seguiment de trajectòries presenti dos zeros mentre que l'anterior controlador

no en presentava cap. Aquests zeros venen determinats pel numerador de la funció de transferència $G_x(s)$ igualat a zero, que en el cas d'estudi és el següent:

$$N_x(s) = K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i$$

(48)

L'existència de zeros en el numerador de la funció de transferència del sistema provocarà un desviament notable del compliment de les característiques imposades al controlador per part de la resposta del sistema.

Per últim, també és important ressaltar que tots aquests canvis també modifiquen el model del sistema del manipulador creat a Simulink i vist en la *Figura 35*. Cal introduir en aquest model les trajectòries de referència que haurà de seguir la plataforma així com la derivada temporal d'aquestes trajectòries, que seran utilitzades en el càlcul de l'error per a l'aplicació de l'acció derivativa del control. Un cop aplicades les modificacions pertinents, el model de Simulink presenta el següent aspecte:

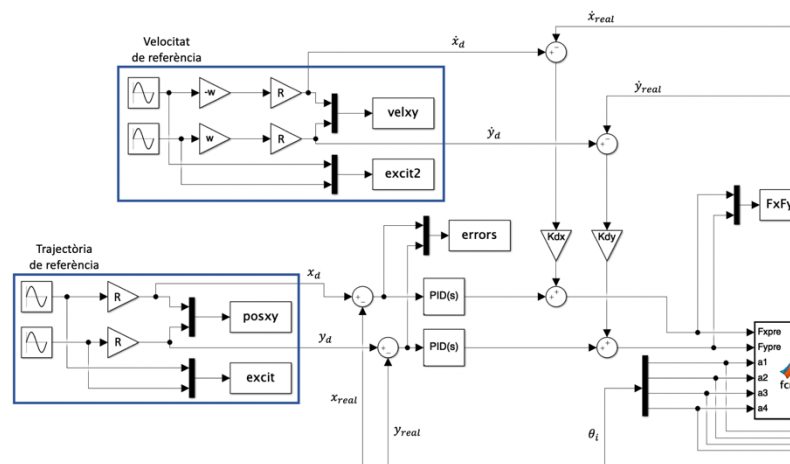


Figura 48: Addició de trajectòries i velocitats de referència al model del manipulador

Com es pot apreciar en la *Figura 48*, el sistema de Simulink ha patit modificacions en la adquisició de les seves referències. Les coordenades de destí x_d i y_d no són en aquest cas fixes sinó que es van modificant temporalment en funció de (47) i segons la senyal produïda pel bloc enquadrat en blau amb el títol *Trajectòria de referència*. Tot i això, l'estructura de control és simètrica a la presentada en apartats anteriors de la memòria: Les coordenades de referència son utilitzades junt a les coordenades reals de posició de la plataforma per al càlcul de l'error present en el sistema, el qual és posteriorment utilitzat per a la aplicació de l'acció proporcional i integral del controlador mitjançant el bloc $PID(s)$ de Simulink. No passa el mateix amb la aplicació de l'acció derivativa, la qual no és calculada pel bloc $PID(s)$, sinó que utilitza la

diferència entre les velocitats de referència introduïdes pel bloc blau de títol *Velocitat de referència* i les velocitats actuals de la plataforma per al càlcul de l'error i el seu posterior producte per la constant pròpia de l'acció derivativa de control.

Un cop presentades les modificacions aplicades al model de Simulink es pot procedir a la realització de les simulacions del sistema, la primera de les quals es realitzarà amb els mateixos paràmetres de control utilitzats fins ara en tots els anteriors punts de la memòria, amb la finalitat de veure com es comporta en el canvi de seguiment de trajectòries rectilínies punt a punt a seguiment de trajectòries predefinides. En una segona simulació es modificaran els paràmetres de control (temps d'establiment, sobrepic màxim i dominància de pols) per a millorar el comportament del manipulador en el seguiment de trajectòries.

Per a ambdues simulacions es decideix establir una trajectòria a seguir de la forma circular anteriorment comentada i centrada en el punt $(-4, -4)$ de la base de referència x_0y_0 . El radi R de la circumferència serà de 3 metres i presentarà una pulsació ω de 1 rad/s. Aquesta pulsació és un indicador de la velocitat a la qual s'ha de recórrer la trajectòria, de manera que no s'imposa molt elevada amb la finalitat de donar temps al sistema d'establir-se en la posició correcta, és a dir, que el temps d'establiment no sigui excessivament gran en comparació amb el temps de canvi de posició en la trajectòria.

6.3.2. Resultats i anàlisi de les simulacions realitzades

Com s'ha comentat, en aquest primer apartat es procedeix a l'execució i anàlisi de les simulacions realitzades amb les característiques de control utilitzades en els anteriors punts de la memòria, els quals són els següents:

$$t_s = 5 \text{ s} \quad M_s = 0,05 \quad P_d = 5$$

El codi complert d'execució es pot trobar detallat en l'*Annex 1*, en el seu sisè punt. Un cop executada la simulació s'obtenen els següents resultats:

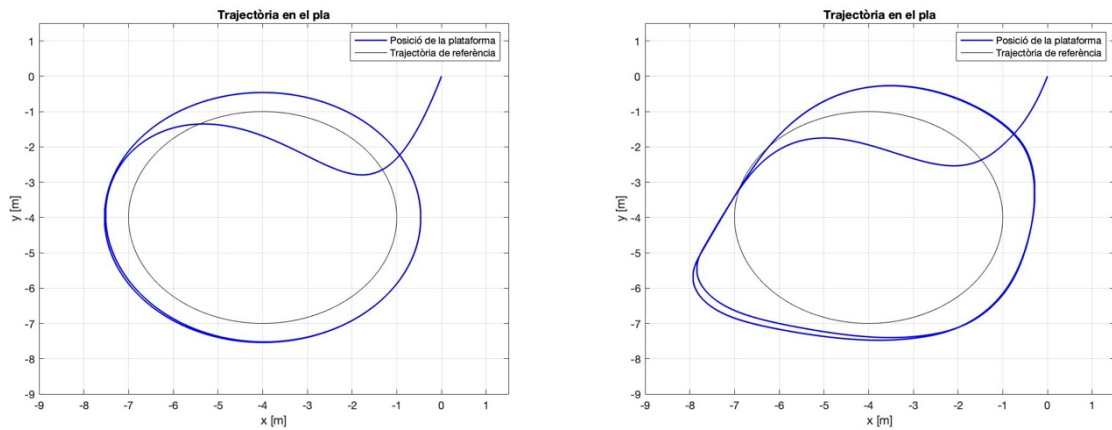


Figura 49: Trajectòries de la plataforma del manipulador sense (esquerra) i amb (dreta) compliment d'hipòtesis

En aquesta primera *Figura 49*, a l'esquerra, es pot apreciar la trajectòria de la plataforma del manipulador al no tenir en compte les hipòtesis de tensió sempre positiva dels cables de control, mentre que a la dreta figura la trajectòria al respectar aquestes hipòtesis.

En el gràfic esquerre de la *Figura 49* s'observa de manera clara la magnitud de l'error que deixa de corregir el controlador degut al fet d'ignorar la presència de zeros en la funció de transferència del sistema. Aquest error arriba a presentar un valor en la trajectòria final estable de la plataforma de 0,54 metres. Així doncs, la diferència en cada punt de la trajectòria que s'aprecia en el gràfic dret respecte l'esquerra en la *Figura 49*, el qual s'aprecia més inestable i irregular, és derivada del codi incorporat a les simulacions, el qual suprimeix els esforços de compressió en els cables de control assegurant així el compliment de les hipòtesis d'aquests cables. Aquesta retallada de les forces que sol·licita el controlador per al bon posicionament de la plataforma sobre la trajectòria de referència provoca que la trajectòria real no només presenti un error notable sinó que aquest no sigui constant i es vegi afectada per la posició de la plataforma en l'espai. Tot i això, la trajectòria final de la plataforma en compliment de les hipòtesis dels cables de control arriba a establir-se de manera que, tot i no seguir una trajectòria de forma proporcional a la de referència, s'aconsegueix arribar a una trajectòria estable en el temps en mantenir-se la trajectòria de referència.

L'anàlisi dels següents gràfics d'aquest apartat de la memòria es realitzaran tan sols en referència al gràfic dret de la *Figura 49*, és a dir la simulació que compleix les hipòtesis, ja que és la simulació que resulta d'interès al ser la que s'ajusta amb major fidelitat a la realitat.

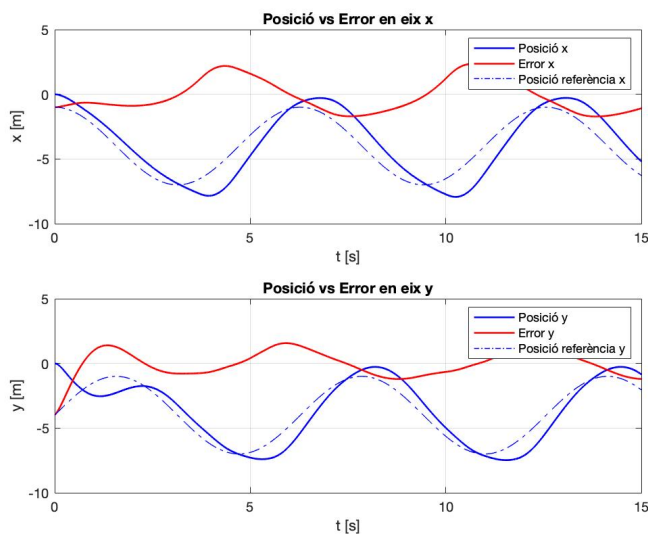


Figura 50: Posició real, posició de referència i error en cada eix

En la Figura 50 es pot apreciar la discrepància existent entre la posició de referència i la posició real de la plataforma en cada instant de temps, podent-ne graficar així l'error també en cada instant i eix. Com es pot corroborar gràcies a la Figura 51, els instants de temps que presenten major error corresponen als instants en que es retalla de manera més notable la força sol·licitada pel controlador del sistema. Aquests errors són considerablement grans, i arriben a prendre valors de quasi 2,5 metres per a l'eix x_0 i de quasi 2 metres per a l'eix y_0 .

També es pot apreciar en aquesta figura que el manipulador estabilitza la seva trajectòria, tornant-se periòdica, als 4 segons de simulació aproximadament. Això provocarà, com s'ha comentat, que mentre no desaparegui la trajectòria de referència es mantinguin estables al llarg del temps tant la trajectòria com els errors i les forces del sistema.

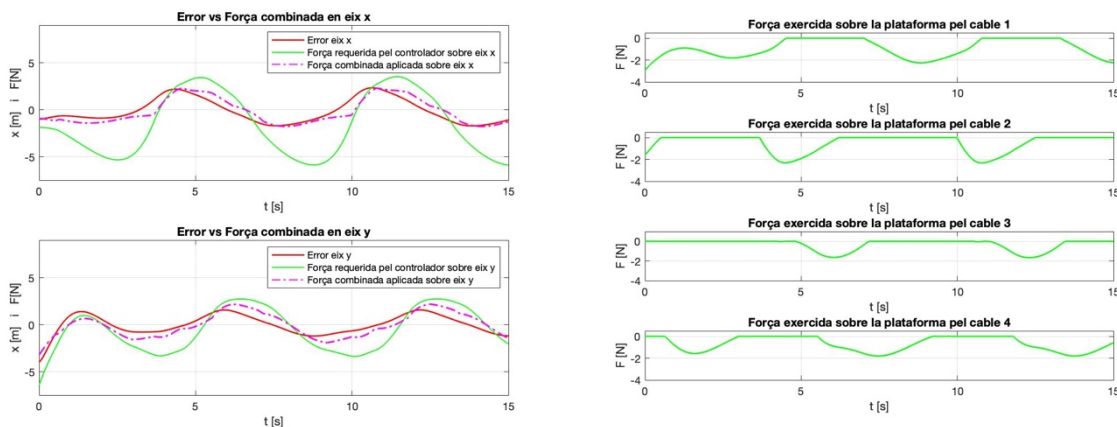


Figura 51: Gràfic d'errors i forces en cada eix i distribució de forces a aplicar per cada cable de control

En el gràfic esquerre de la *Figura 51* s'aprecia la modulació que realitza el controlador sobre la senyal d'error que rep, l'ona de color vermell, resultant la senyal de forces requerides sobre cada eix de referència, l'ona de color verd. Aquesta ona de color verd seria la que generaria la trajectòria vista en el gràfic esquerre de la *Figura 49*. Tot i això, degut al compliment de les hipòtesis dels cables de control, aquesta senyal requerida pel controlador no és la que realment s'aplica sobre la plataforma sinó que es modula de nou, resultant finalment l'aplicació sobre la plataforma de l'ona puntejada magenta.

La modulació que es realitza de la senyal de forces requerides sobre cada eix de referència deriva d'eliminar la part positiva de les ones de força del gràfic dret de la *Figura 51*, part que generaria tensions negatives en els cables de control incomplint així les hipòtesis.

La diferència en mòdul entre les ones de força requerida i aplicada del gràfic esquerre de la *Figura 51* és notable, arribant a ser del 75% en l'eix de referència x_0 i del 60% en l'eix y_0 . Aquesta gran retallada de les forces necessàries per al bon posicionament de la plataforma explica l'error que presenta la trajectòria del sistema i la seva irregularitat.

Tots els desajustos i errors que s'han comentat en aquest apartat són deguts a un mal disseny del controlador per a la seva nova aplicació. Les característiques de control que s'han utilitzat per a dur a terme aquesta simulació es troben optimitzades per a la mobilitat en trajectòries entre punts fixos de l'espai, cas on no hi havia presència de zeros en la funció de transferència del sistema. Aquest cas es troba allunyat de l'actual, on el sistema presenta dos zeros que fan perdre el sentit als conceptes de sobrepic màxim i temps d'establiment com a tals. Per aquest motiu, caldrà realitzar un nou ajust dels paràmetres del controlador per a que aquest s'adapti al seguiment de trajectòries predefinides.

6.3.3. Modificació de les característiques del controlador per a un millor seguiment de trajectòries

En aquest nou punt de la memòria es realitzarà un ajustament dels paràmetres del controlador (temps d'establiment, sobrepic màxim i dominància de pols) amb la finalitat d'obtenir un controlador que, tot i no tenir en compte els zeros presents en el sistema, aconseguixi un seguiment fidel de les trajectòries imposades a la plataforma del manipulador. Per a fer-ho, i degut a que la presència de zeros fa que els conceptes de temps d'establiment i sobrepic màxim perdin el seu sentit més teòric, es procedirà de manera iterativa per a veure quines configuracions dels tres paràmetres presenten uns millors resultats en el seguiment de trajectòries.

Cal tenir en compte que un factor decisiu en la minimització de l'error en el seguiment de trajectòries és la pulsació d'oscil·lació ω , que determina la velocitat a la que la plataforma s'haurà de moure per la trajectòria desitjada. Una pulsació d'oscil·lació petita disminueix la velocitat de seguiment requerida a la plataforma i minimitza l'error a l'assimilari el cas de seguiment de trajectòries al cas de mobilitat punt a punt, per al qual el controlador donava resultats correctes. Aquest fet es pot apreciar en els següents gràfics, on s'ha utilitzat el model sense compliment d'hipòtesis per a una millor visualització:

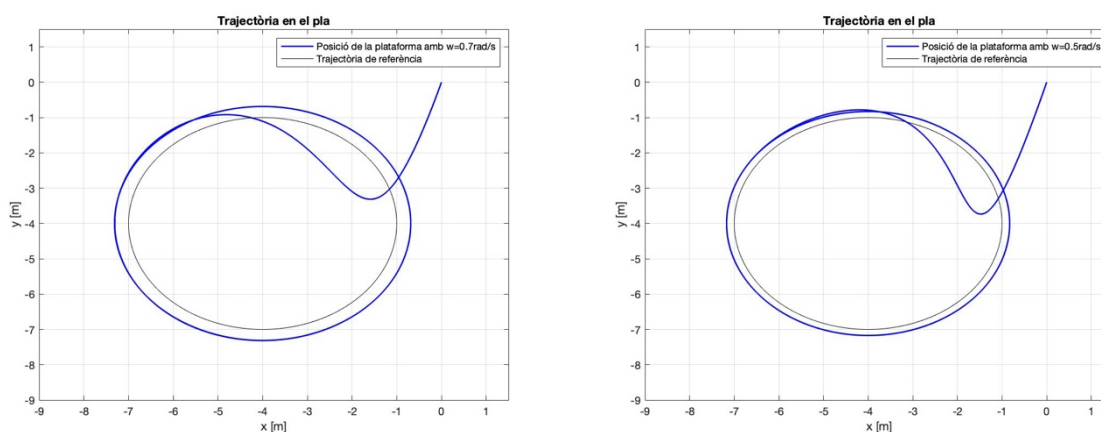


Figura 52: Influència de la pulsació d'oscil·lació en la trajectòria de la plataforma

En la *Figura 52*, i també si es compara amb el gràfic esquerre de la *Figura 49*, s'aprecia la important influència de la pulsació d'oscil·lació en l'error present en el sistema. Tot i això, aquesta variable és imposada de manera externa i depèn de les exigències de les operacions a realitzar de manera que a priori no es podrà modificar en funció de les necessitats de seguiment. Caldrà doncs realitzar només les modificacions sobre les característiques pròpies del controlador.

Resultaria evident imposar un temps d'establiment de valor molt petit i un sobrepic màxim de valor percentual també baix per a esperar un ajust millorat, però com s'ha comentat, la presència de zeros no permet l'ús d'aquesta lògica ja que a l'imposar les característiques descrites el sistema pren un error molt superior al que ja presentava.

Per a apreciar la influència real de la modificació de cadascun dels paràmetres de control sobre l'error del sistema s'opta per a simular la modificació de cadascun d'ells de manera independent, sobre el sistema sense compliment d'hipòtesis dels cables de control per a una millor visualització, i la mesura del nou error de la trajectòria. Finalment, i utilitzant els valors òptims vistos per a cada característica, modificar-les conjuntament per a obtenir un controlador PID amb un comportament adequat en el seguiment de trajectòries. El procediment de modificació

progressiva de les característiques es troba recollit en l'Annex 3 de la memòria, i els seus resultats es troben recollits en la següent taula:

P_d	5	7		
error (metres)	0,54	0,39		
t_s	2	4	6	8
error (metres)	1,15	0,81	0,35	0,17
M_p	0,01	0,1	0,2	0,3
error (metres)	0,51	0,48	0,33	0,21

Taula 1: Resultats de la modificació independent de les diverses característiques del controlador

Com s'aprecia en la Taula 1, l'error que presenta la trajectòria estabilitzada de la plataforma disminueix per als majors valors simulats de totes les característiques. Tot i això, i com s'explica en l'Annex 3, cal tenir en compte i evitar unes formes massa pronunciades en la trajectòria que sorgeixen al prendre els valors més elevats de M_p . Aquests resultats semblen contraris a la lògica, però cal tenir en compte la presència de zeros en el sistema que provoquen un comportament diferent a l'esperat.

Finalment, tenint en compte els resultats vistos en l'Annex 3, en la Taula 1, i havent comprovat que la configuració escollida no entra en conflicte i dona resultats de seguiment estables, s'imposen les característiques del controlador en els següents valors:

$$t_s = 8 \text{ s} \quad M_s = 0,25 \quad P_d = 7$$

El codi d'execució de les següents simulacions per al nou controlador és anàleg al de la simulació del punt 6.3.2 de la memòria i per tant es pot trobar detallat en l'Annex 1, en el seu sisè punt. Un cop executada la simulació s'obtenen els següents resultats:

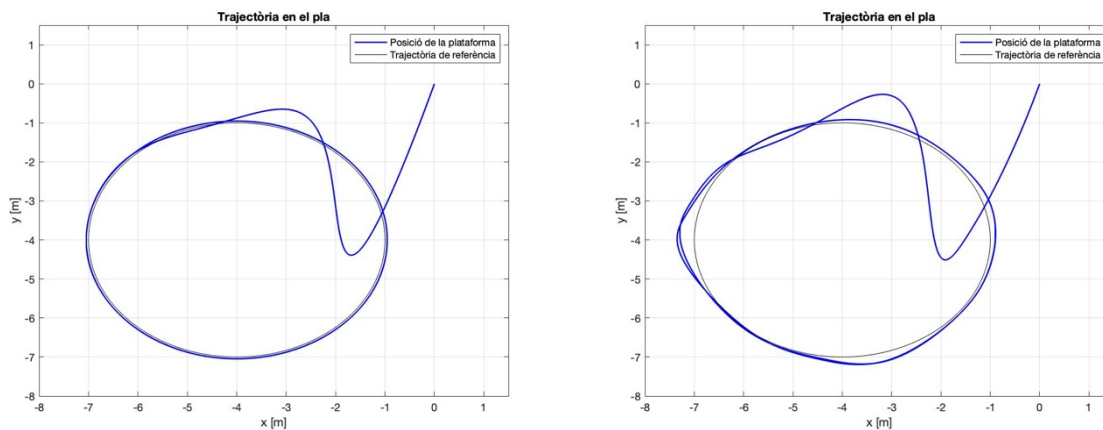


Figura 53: Trajectòries de la plataforma del manipulador sense (esquerra) i amb (dreta) compliment d'hipòtesis

Novament, en la part esquerra de la *Figura 53*, es pot apreciar la trajectòria de la plataforma del manipulador al no tenir en compte les hipòtesis de tensió sempre positiva dels cables de control, mentre que a la dreta figura la trajectòria al respectar aquestes hipòtesis.

En el gràfic esquerre s'aprecia de manera clara la disminució en l'error que presenta el sistema en el seguiment de trajectòries si es compara amb el mateix gràfic de la *Figura 49*. La magnitud de l'error que amb l'anterior controlador arribava als 0,54 metres s'ha reduït fins als 0,045 metres, de manera que es pot considerar per al nou controlador un ajust quasi perfecte per al seguiment. El petit error que encara presenta el sistema segueix sent atribuïble a la presència de zeros en la funció de transferència del sistema.

En el gràfic dret s'aprecia la situació anàloga però amb compliment d'hipòtesis per als cables de control. De nou la trajectòria final de la plataforma es torna irregular degut a la retallada de les forces que sol·licita el controlador per al bon posicionament de la plataforma. Tot i això, l'error màxim que presenta la trajectòria en compliment de les hipòtesis amb el nou controlador és de 0,35 metres, xifra notablement inferior a l'error amb l'anterior controlador i sense compliment de les hipòtesis de 0,54 metres.

Els següents gràfics fan referència tan sols al gràfic dret de la *Figura 53*, és a dir la simulació que compleix les hipòtesis, ja que és la simulació que resulta d'interès al ser la que s'ajusta amb major fidelitat a la realitat.

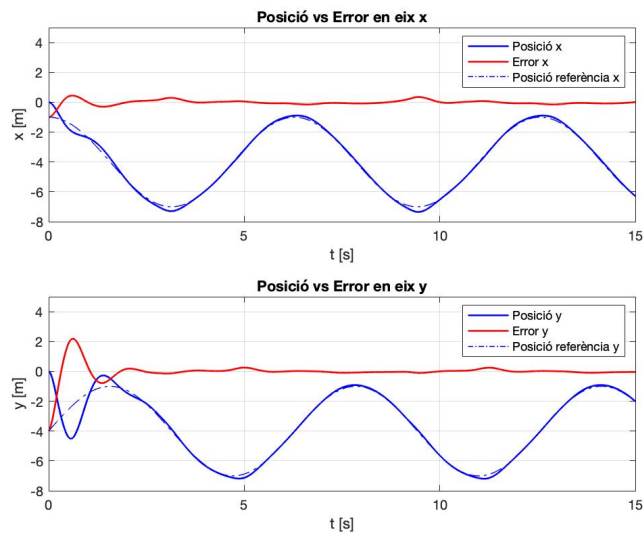


Figura 54: Posició real, posició de referència i error en cada eix

En la *Figura 54* s'aprecia la posició de la plataforma en l'espai en funció del temps. Es nota que en aquest cas, i si es compara amb el gràfic de la *Figura 50*, les línies blaves que representen la posició real i la posició de referència es troben pràcticament solapades al llarg del temps, ressaltant així la millora en el seguiment de trajectòries aconseguida per al manipulador. Aquesta millora és també palpable al visualitzar la gràfica de l'error, la línia vermella, la qual es troba al llarg del temps sobre el zero o molt pròxima. Novament, i com es pot veure amb la *Figura 55*, els instants de temps que presenten major error corresponen als instants en que es retalla en major mesura la força sol·licitada pel controlador.

Amb el nou ajust del controlador, el manipulador estabilitza la seva trajectòria, errors i forces, als 2,5 segons de simulació aproximadament, és a dir, de manera molt més ràpida que amb la configuració anterior on s'estabilitzava als 4 segons.

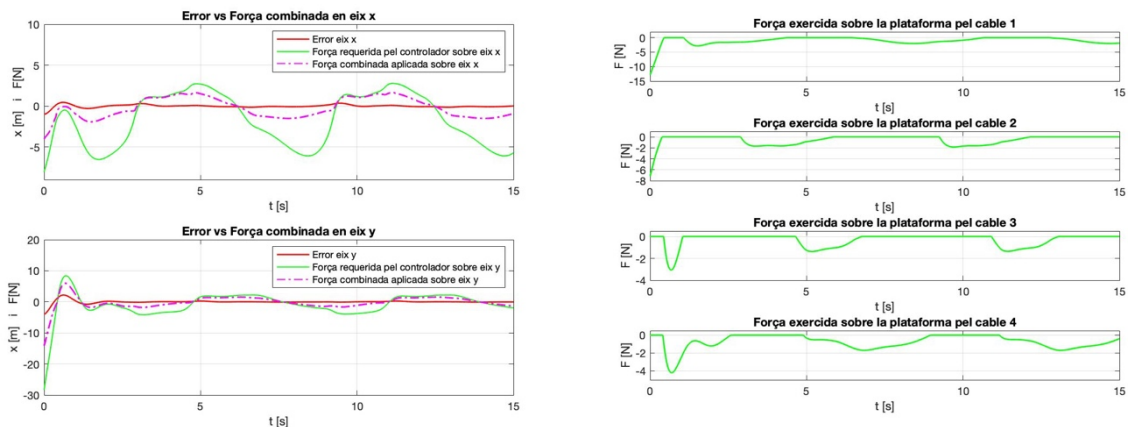


Figura 55: Gràfic d'errors i forces en cada eix i distribució de forces a aplicar per cada cable de control

A l'esquerra de la *Figura 55* s'aprecia la nova modulació que realitza el controlador sobre la senyal d'error del sistema, resultant l'ona de forces requerides sobre la plataforma en cadascun dels seus eixos de referència que novament, i per a garantir el compliment de les hipòtesis, es modula resultant l'ona puntejada magenta que s'aplica finalment sobre la plataforma en cadascun dels seus eixos de referència. Al gràfic dret de la *Figura 55* s'aprecia la part positiva eliminada de la força a aplicar per cadascun dels cables de control i que genera la disminució en mòdul de la senyal de forces requerida pel controlador.

En el gràfic esquerre de la *Figura 55* s'observa un fet que no era de tanta rellevància en el gràfic corresponent de la *Figura 51*: en els primers instants de simulació existeix un pic en les forces aplicades sobre la plataforma. Aquest pic, que es alhora el valor més alt de força que s'aplicarà en cap cas sobre la plataforma durant tota la simulació, es molt més notable en la simulació amb el controlador optimitzat que no pas en el controlador dissenyat per a desplaçaments punt a punt. En concret, en el controlador usat anteriorment el pic inicial era de 2 N per a l'eix x_0 i de 6,5 N per a l'eix y_0 (1 i 3 N respectivament de força final aplicada) mentre que en el controlador optimitzat per al seguiment de trajectòries els respectius valors son de 7 N per a l'eix x_0 i de 28N per a l'eix y_0 (4 i 14 N respectivament de força final aplicada). Aquest augment en les forces aplicades inicialment dona un posicionament més ràpid sobre la trajectòria a la plataforma, fet que explica la notable millora en el temps d'establiment de la plataforma sobre la trajectòria estable final que passa dels 4 als 2,5 segons en els respectius casos.

La diferència de mòdul entre les ones de força requerida pel controlador i la finalment aplicada sobre la plataforma s'ha reduït respecte la anterior simulació del controlador no optimitzat, passant d'un 75% a un 65% de reducció per a l'eix x_0 i d'un 60% a un 50% per a l'eix y_0 . Aquest fet també col·labora en la disminució de l'error que presenta el sistema, a l'aplicar unes forces més pròximes a les necessàries per a la realització de la trajectòria de referència.

Amb tot això, es pot concloure que els paràmetres del controlador establerts en aquests nou apartat proporcionen un correcte comportament del manipulador en el seguiment de trajectòries prèviament preestablertes, proporcionant un error baix i presentant unes forces de mòdul petit que segueixen sent segures per al sistema de control així com per l'entorn.

Finalment, i si es torna a tenir en compte allò explicat a l'inici d'aquest punt, es pot tornar a modificar la pulsació d'oscil·lació de la trajectòria a realitzar amb la finalitat de visualitzar el nou comportament del manipulador:

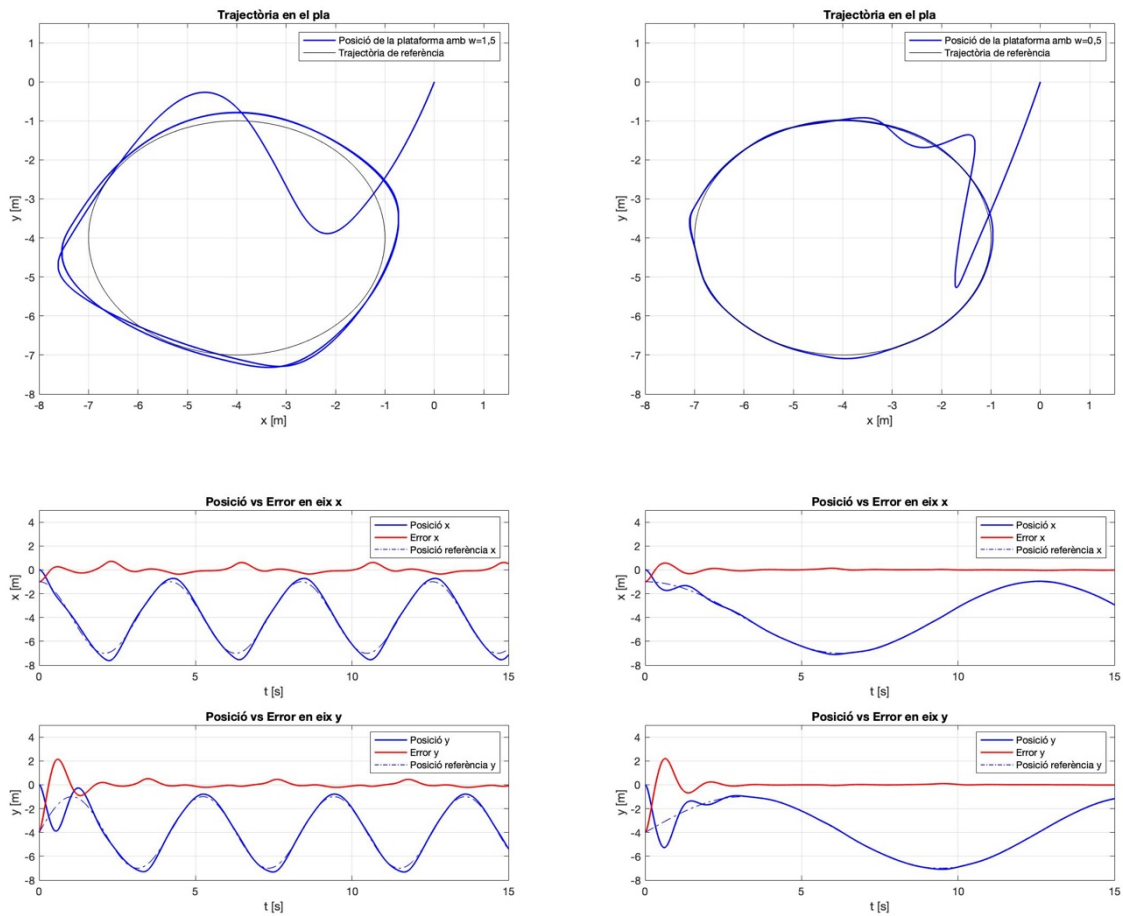


Figura 56: Gràfics de trajectòries, posicions i errors amb diferents pulsacions d'oscil·lació

En els gràfics de la *Figura 56* es corrobora allò comentat, en disminuir la pulsació d'oscil·lació, és a dir, la velocitat a la qual s'exigeix que la plataforma recorri la trajectòria, s'aconsegueix un ajustament encara més acurat si cap de la trajectòria exigida tal i com es pot comprovar en els gràfics de la dreta. En canvi en augmentar aquesta pulsació s'augmenta en proporció l'error que presenta el sistema tal com mostren els gràfics de l'esquerra en aquest cas.

6.3.4. Ajust de la trajectòria a la posició inicial de la plataforma

En una aplicació real del manipulador, amb una trajectòria ben dissenyada i adaptada a la funció a realitzar, es tindria sens dubte en compte la posició inicial de la plataforma per al disseny de la trajectòria, és a dir, l'inici de la trajectòria seria sempre la posició actual de la plataforma del manipulador independentment de la que fos. Degut a la voluntat de simular el comportament del manipulador tenint en compte aquest fet, però sense profunditzar en el desenvolupament

de trajectòries, es realitzarà la mateixa simulació que en l'apartat 6.3.3 però posicionant en aquest cas la plataforma del manipulador en les coordenades $x=-1$ i $y=-4$ en l'instant inicial, coordenades on s'inicia la trajectòria de referència. Això permetrà apreciar les diferències en la trajectòria real de la plataforma quan aquesta es troba situada sobre el punt on s'inicia la trajectòria de referència.

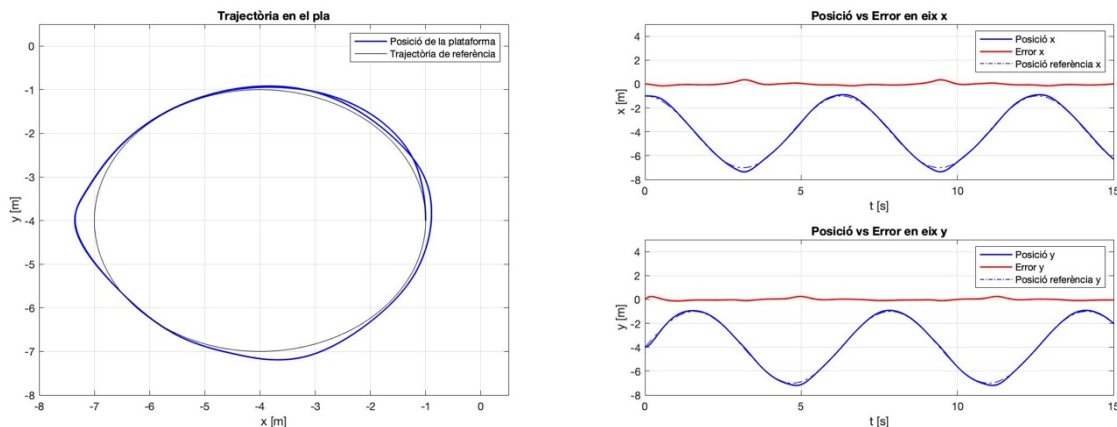


Figura 57: Gràfics de trajectòries, posicions i errors amb plataforma en l'inici de la trajectòria de referència

Com es pot apreciar en aquesta *Figura 57*, on s'aprecia la trajectòria de la plataforma en aquest nou cas així com l'error en cada instant de temps, la trajectòria en els primers instants de la simulació no presenta sobrepics accentuats com es podien apreciar en les anteriors simulacions vistes en la *Figura 49* o en la *Figura 53*. Aquests sobrepics inicials eren deguts a l'error inicial de valor notablement elevat al no tenir en compte en cap moment la distància existent entre la posició inicial de la plataforma i el punt inicial de la trajectòria de referència. A l'eliminar aquesta distància, fent coincidir els dos punts descrits, s'aconsegueix eliminar aquest error inicial i eliminar l'existència del sobrepic poc desitjat, a més de seguir una trajectòria més ajustada a la que es buscava en la realitat.

Tot i la eliminació del sobrepic inicial també s'aprecia en la *Figura 57* que la trajectòria final estable de la plataforma és completament igual a la que descrivia en la simulació realitzada en el punt 6.3.3. Aquest fet es deu a que les discrepàncies existents entre la trajectòria de referència i la trajectòria final estable de la plataforma no és deguda a l'existència d'un error inicial elevat, sinó al fet d'eliminar de manera arbitrària les forces que hauria d'aplicar cadascun dels cables de control. Això implica que la nova definició de la trajectòria, amb plataforma i posició inicial de la trajectòria superposades, només afecta a la trajectòria de la plataforma en els primers instants de simulació.

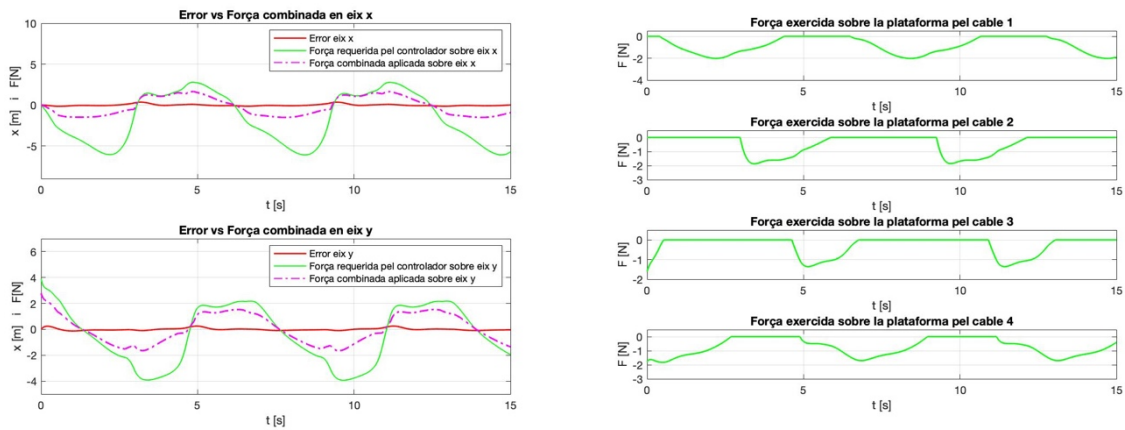


Figura 58: Gràfic d'errors i forces en cada eix i distribució de forces a aplicar per cada cable de control

Com es pot apreciar en la *Figura 58*, la considerable disminució en l'error inicial del sistema també té efectes sobre les forces presents en el manipulador en els mateixos instants. Les forces aplicades finalment sobre els dos eixos de referència de la plataforma en els primers instants, que com es pot apreciar en la *Figura 55* en la anterior simulació arribaven a prendre valors en mòdul de 4 i 14 N per als eixos x_0 i y_0 respectivament, s'han reduït molt notablement, prenent en aquesta nova simulació valors de 0 i 3N per als corresponents eixos.

El temps d'establiment sobre la trajectòria final estable de la plataforma es pot establir en aquest cas en els 2 segons, reduint-se novament respecte de les anteriors simulacions.

6.4. Modelat i simulació del sistema final

En l'últim dels apartats del bloc de simulacions del sistema d'aquesta memòria es busca la millora del sistema simulat fins ara amb la addició de la dinàmica del sistema d'actuació vist en el punt 4.4 de la memòria i en concret en el punt 4.4.3.

És important ressaltar que l'objectiu d'aquest punt és poder dimensionar la actuació que seria necessària en el manipulador, però no la modificació del control utilitzat fins ara. El control utilitzat fins el moment s'ha dissenyat en base a la força aplicada directament sobre la plataforma del manipulador i el fet de controlar-lo des dels motors d'actuació faria sorgir la necessitat de realitzar la realimentació del sistema sobre cadascun dels motors i no sobre els propis eixos de referència com s'ha fet fins ara. Aquesta millora en el control es posposa per a futurs punts de la memòria.

A continuació es detalla la addició de la dinàmica de la actuació sobre el sistema desenvolupat anteriorment així com els resultats obtinguts.

6.4.1. Addició de les funcions de càlcul de velocitat i acceleració angulars

En l'equació (18), la qual mostra la dinàmica en l'actuació del manipulador, s'aprecia que una component fonamental per a l'adició d'aquesta dinàmica al sistema que ja s'ha modelat en Simulink és la primera i segona derivades de la variable β .

Per a la obtenció d'aquestes derivades, tot i que es podria passar en primer lloc pel càlcul de la posició angular β , es pot realitzar de manera directa el càlcul de la seva primera derivada. Per a fer-ho es projecta la velocitat cartesiana de la plataforma sobre la direcció de cadascun dels cables de control de la plataforma, obtenint-ne així la seva velocitat d'elongació, o el que és equivalent, la primera derivada de β . Aquest procediment es troba detallat en l'Annex 4 de la memòria, obtenint les següents expressions per a cadascuna de les velocitats angulars de cada carret:

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1 &= \frac{1}{r} \cdot (-v_x \cdot \cos(\gamma_{1,1}) - v_y \cdot \cos(\gamma_{1,2})) \\ \dot{\beta}_2 &= \frac{1}{r} \cdot (v_x \cdot \cos(\gamma_{2,1}) - v_y \cdot \cos(\gamma_{2,2})) \\ \dot{\beta}_3 &= \frac{1}{r} \cdot (v_x \cdot \cos(\gamma_{3,1}) + v_y \cdot \cos(\gamma_{3,2})) \\ \dot{\beta}_4 &= \frac{1}{r} \cdot (-v_x \cdot \cos(\gamma_{4,1}) + v_y \cdot \cos(\gamma_{4,2}))\end{aligned}$$

(49)

En l'equació (49) ressalta l'aparició novament de la variable r , la qual feia referència al radi del carret sobre el qual s'enrotlla el cable de control quan aquest queda recollit tal i com s'explica en l'apartat 4.4.3 de la memòria. Es decideix establir el radi d'aquest carret, tenint en compte que el manipulador abasta una superfície de 100 metres quadrats (10 x 10 metres de costat), de 15 centímetres per a la realització de les simulacions.

Pel que fa a la segona derivada de β , tot i que també es podrien projectar les acceleracions cartesianes sobre la direcció dels cables de control de la mateixa manera que s'ha realitzat amb les velocitats, es decideix utilitzar el bloc de derivació inclòs en Simulink, el qual donarà bons resultats per al cas d'estudi.

Un cop aconseguides la primera i segona derivades de la variable β ja es pot representar de manera completa en el sistema la dinàmica de l'actuació descrita en l'equació (18). Tot i això, i per a tenir la possibilitat de realitzar simulacions sobre el sistema, cal introduir aquest nou conjunt de funcions al model de Simulink sobre el qual s'ha estat treballant.

La addició d'aquests nous elements al model de Simulink es realitza sobre l'últim model estudiat, el de l'apartat 6.3.4, amb la intenció de millorar-lo, resultant el model que es presenta en la següent figura:

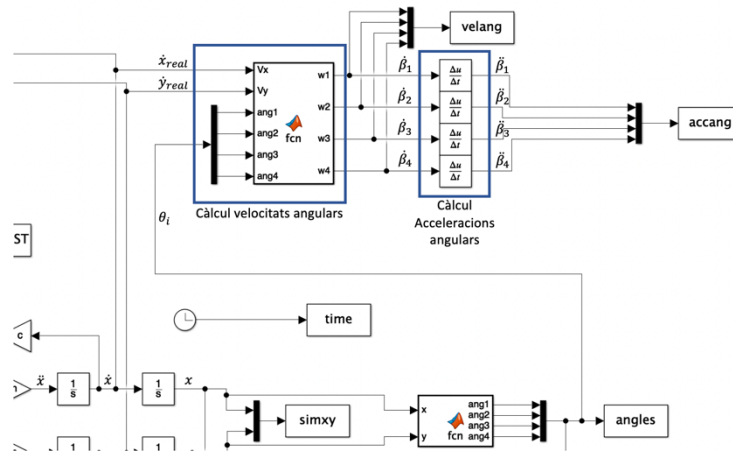


Figura 59: Addició del càlcul de velocitats i acceleracions angulars al model de Simulink

La Figura 59 mostra la part afegida en l'anterior model, el mostrat en la Figura 35 i amb les característiques descrites en l'apartat 6.3.4, en aquest nou apartat de la memòria. El primer dels blocs blaus que s'aprecien en aquesta figura, l'anomenat *Càlcul velocitats angulars*, té la funció de calcular les velocitats angulars del sistema motor-carret de la actuació, o el que és el mateix, les primeres derivades de la variable β . Per a fer-ho pren com a variables d'entrada el conjunt d'angles que presenten els diversos cables de control de la plataforma així com les velocitats cartesianes de la plataforma en la base de referència x_0y_0 . La sortida d'aquesta funció són les velocitats angulars de cadascun dels quatre sistemes motor-carret d'actuació. El contingut de la funció de MATLAB, la qual realitza la operació, és el següent:

```
function [w1,w2,w3,w4] = fcn(Vx,Vy,ang1,ang2,ang3,ang4)
%Càlcul dels diferents angles per a la projecció de les velocitats:
g11=ang1;
g12=(pi/2)-g11;
g21=pi-ang2;
g22=(pi/2)-g21;
g31=ang3-pi;
g32=(pi/2)-g31;
g41=(2*pi)-ang4;
g42=(pi/2)-g41;
%Definició d'altres variables necessàries
r=0.15; %metres
%Càlcul de les velocitats angulars de cada carret
w1=(1/r)*(-Vx*cos(g11)-Vy*cos(g12));
w2=(1/r)*(Vx*cos(g21)-Vy*cos(g22));
w3=(1/r)*(Vx*cos(g31)+Vy*cos(g32));
w4=(1/r)*(-Vx*cos(g41)+Vy*cos(g42));
```

Codi 5: Càlcul de les velocitats angulars dels sistemes motor-carret dels actuadors

El codi anterior tan sols materialitza en el llenguatge de programació de MATLAB les funcions de l'equació (49) presentades anteriorment, així com el càlcul d'angles utilitzats per a les projeccions que s'introdueixen en l'Annex 4.

El segon bloc blau, l'anomenat *Càlcul acceleracions angulars*, utilitza el bloc predefinit de Simulink de derivació de senyals aplicat sobre cadascuna de les velocitats angulars ja disponibles per a la obtenció de les acceleracions angulars dels diversos sistemes motor-carret.

6.4.2. Addició de la dinàmica de la actuació del manipulador

Un cop es tenen disponibles en el model del sistema de Simulink les derivades de la variable β necessàries per a l'obtenció de la dinàmica de l'actuació, correspon la introducció d'aquesta dinàmica en el model. Per a fer-ho s'aplica l'equació (18) sobre cadascun dels cables de control i els seus corresponents sistemes d'actuació però amb la intenció de conèixer el parell necessari en cada instant de temps, de manera que es construeix en el model de Simulink la següent equació:

$$\tau = T \cdot r + J \cdot \ddot{\beta} + C \cdot \dot{\beta} \tag{50}$$

Novament apareixen les variables que representen la inèrcia del sistema motor-carret, j , i la viscositat del mateix sistema, c . Es decideix establir els seus valors, tenint en compte les característiques del sistema fins ara definit, en $j = 0,001 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2/\text{rad}$ i $c = 0,01 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$.

La introducció de la dinàmica de la actuació en el model de Simulink és la següent:

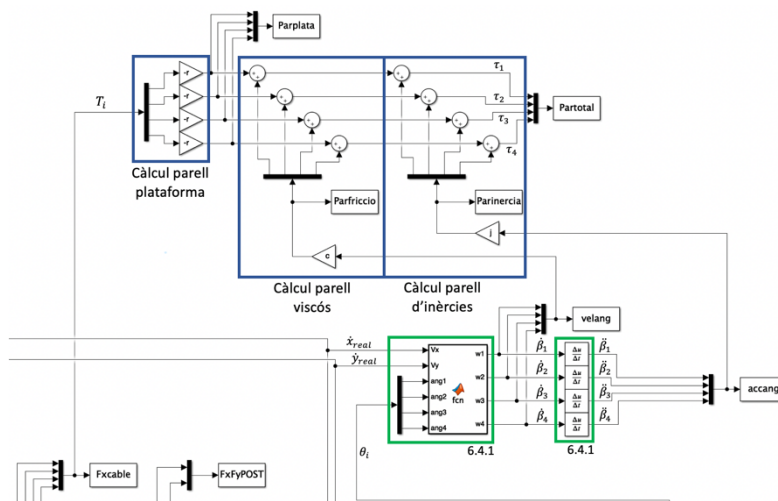


Figura 60: Addició del càlcul de parells al model de Simulink

Degut a que el càlcul de velocitats angulars i parells que en aquest punt de la memòria s'han incorporat al model no afecten a la dinàmica de la plataforma, pel que fa a la seva posició, velocitat, i acceleracions no hi haurà cap diferència en els resultats respecte les simulacions anteriorment executades. Això mateix passarà amb les forces existents en cadascun dels cables de control i amb les forces resultants aplicades sobre els eixos de referència, les quals no es veuran afectades per la incorporació dels nous mòduls.

Així doncs, i degut a que com ja s'ha comentat es realitzarà una simulació amb configuració corresponent a la vista en l'apartat 6.3.4 de la memòria, els gràfics que s'obtidrien pel que fa a les variables anteriorment comentades corresponen als ja vistos en la *Figura 57* i *Figura 58*.

Les característiques que s'imposen en la simulació són, a més de les trajectòries de referència circulars ja definides i del posicionament de la plataforma sobre l'inici de la trajectòria de referència en l'instant inicial de la simulació, les següents:

$$r = 0,15 \text{ m} \quad j = 0,001 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2/\text{rad} \quad c = 0,01 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$$

El codi complet d'execució de la simulació es pot trobar en l'*Annex 1* de la memòria, en el seu setè punt.

Un cop executada la simulació se n'extreuen els següents gràfics:

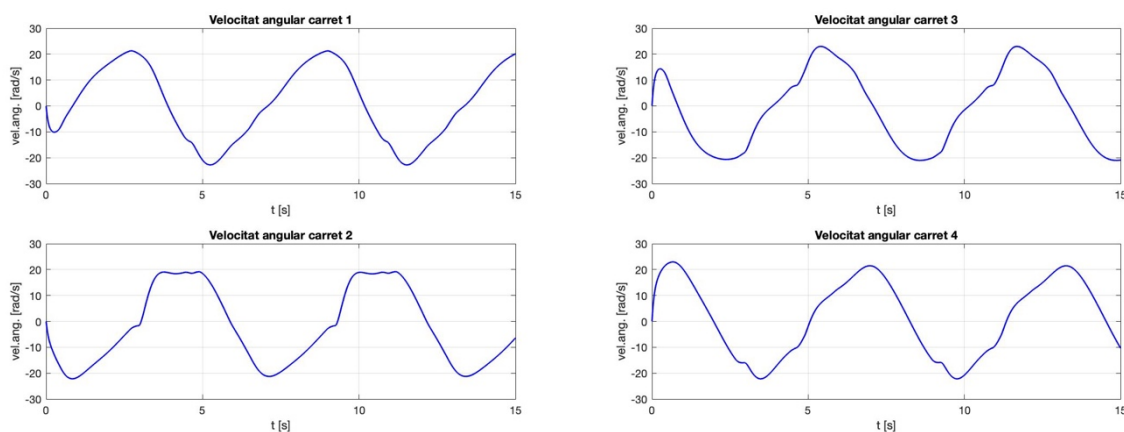


Figura 62: Velocitats angulars de cadascun dels sistemes motor-carret al llarg de la simulació

En primer lloc, en la *Figura 62*, es mostren les velocitats angulars de cadascun dels quatre actuadors del manipulador modelat. Aquestes velocitats són les necessàries per a la realització de la trajectòria vista en la *Figura 57* per part de la plataforma i són resultat directe de l'aplicació de l'equació (49). Es pot comprovar per inspecció de les corbes que la velocitat angular que presenta cadascun dels actuadors és coherent amb la trajectòria que realitza la plataforma en l'espai de referència x_0y_0 , de manera que es poden validar aquestes corbes.

El producte de cadascuna de les velocitats angulars vistes amb el coeficient de viscositat c del sistema resultarà en el parell viscos de l'actuació. Aquest parell viscos és un parell d'oposició al moviment dels motors i els carrets, de manera que sempre se sumarà al parell que calgui realitzar per a proporcionar el moviment a la plataforma.

En les corbes de les velocitats angulars es pot apreciar novament la periodicitat existent en la seva forma derivada de l'arribada de la plataforma a la seva trajectòria final estable.

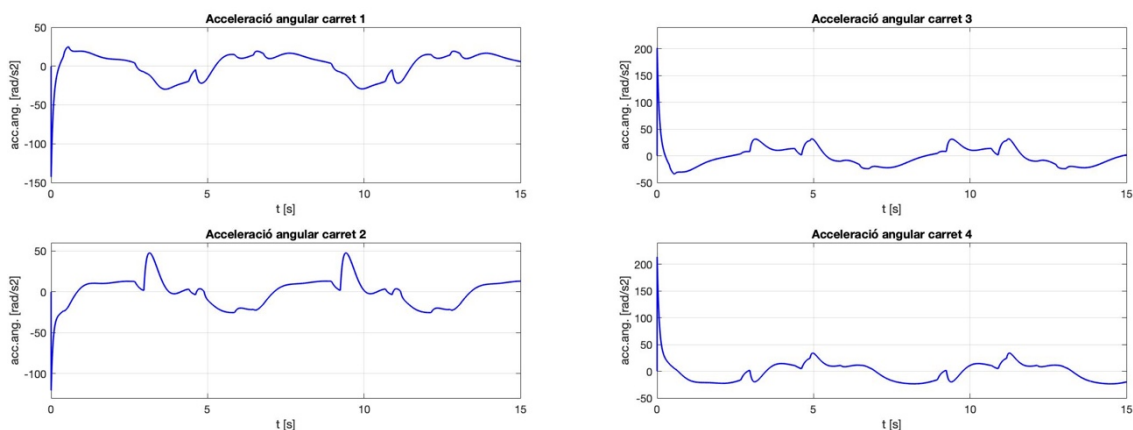


Figura 63: Acceleracions angulars de cadascun dels sistemes motor-carret al llarg de la simulació

En la *Figura 63* es mostren les acceleracions angulars de cadascun dels sistemes motor-carret de l'actuació. Aquestes quatre corbes són el resultat de la derivació temporal de les corbes corresponents a la velocitat angular, vistes en la *Figura 62*, gràcies al mòdul de derivació de senyals de Simulink. Cal ressaltar que aquest mòdul assigna un valor inicial nul al valor de la senyal de sortida, és a dir a l'acceleració, de manera que existeix una pertorbació allunyada de la realitat en els primers instants de la senyal la qual genera el pic existent en l'inici de les quatre senyals d'acceleració angular. Obviant aquesta petita discrepància amb la realitat, que podria ser fàcilment resolta amb el mètode de càlcul proposat al final de l'*Annex 4*, les corbes d'acceleració angular poden ser també validades.

El producte de cadascuna de les acceleracions angulars anteriors amb les inèrcies j del sistema motor-carret resultaran en el parell d'inèrcia. Aquest parell d'inèrcia és de nou un parell d'oposició, en aquest cas d'oposició al canvi de velocitat angular, que caldrà sumar al parell necessari per al moviment de la plataforma i al parell viscos vist anteriorment.

Un cop vistes les corbes de les velocitats i les acceleracions angulars es pot passar a la visualització de les corbes de parells en els següents gràfics:

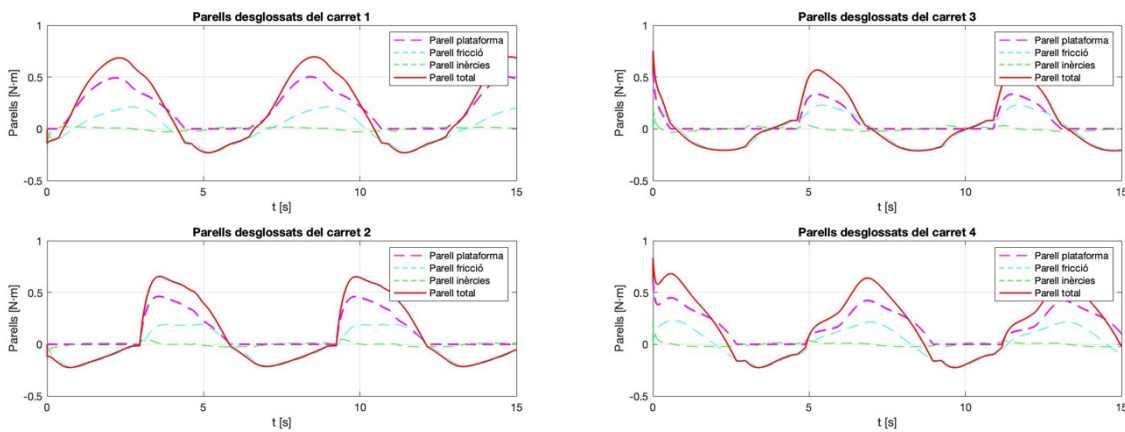


Figura 64: Parells desglossats per origen en cadascun dels sistemes motor-carret

En la *Figura 64* es poden apreciar els parells existents en cadascun dels sistemes motor-carret del model de manipulador, desglossats en funció del seu origen així com totalitzats amb la finalitat de poder conèixer el parell màxim necessari.

En primer lloc s'aprecia que en tots quatre gràfics el parell de la plataforma, és a dir, el parell necessari per a proporcionar el moviment a la plataforma, té una forma similar a la vista en la *Figura 58* en el gràfic de forces exercides pels cables de control sobre la plataforma. Aquest fet es evident degut a que aquelles forces són d'aplicació directa provinent dels carrets, amb coeficient de proporcionalitat igual al radi del carret. Això fa que, de la mateixa manera que les forces aplicades pels diversos cables de control complissin les hipòtesis del sistema, els parells de la plataforma també compleixin les hipòtesis.

Pel que fa a les corbes de parell viscos i parell d'inèrcies, es pot comprovar la seva validesa però no la seva correcció. Ambdues corbes són vàlides ja que compleixen les equacions que les defineixen i s'oposen al moviment i al canvi de moviment del sistema respectivament tal i com cap esperar. Tot i això no són les correctes ja que s'aprecia com en diversos trams al llarg de la simulació aquests dos parells prenen valors negatius, arribant a provocar un parell total de valor negatiu en determinats instants de la simulació, el que implica la aplicació de forces positives sobre la plataforma i el conseqüent treball a compressió dels cables de control, fet que entra en contradicció amb les hipòtesis imposades al sistema.

El fet d'haver obtingut dues corbes vàlides però no correctes deriva d'una problemàtica ja comentada en l'inici del treball: la sobreactuació del sistema. La aplicació d'un parell negatiu, i conseqüentment incorrecte, per part d'un dels carrets pot ser perfectament substituïda per una o diverses combinacions de parells positius, i per tant vàlids, dels demés carrets. Per al cas en qüestió, els parells de mòdul negatiu que apareixen en els diversos gràfics de la *Figura 64* són

correctes (ja que si hi ha velocitat angular en el carret en qüestió apareixerà un parell viscos, o si hi ha acceleració angular apareixerà parell d'inèrcia) però no són aplicats pel carret on es troben ubicats i on presenten mòdul negatiu, sinó per una combinació de parells positius dels altres tres carrets.

Tenint en compte tot això, el comportament que cabria esperar per part dels parells totals dels sistemes motor-carret és similar al de la corba de parells de la plataforma, on el carret tal sols aplica parells de mòdul positiu i en arribar a una zona on s'haurien d'aplicar parells negatius, queda lliure per a moure's segons imposin els altres carrets.

Aquesta problemàtica es solucionaria en realitzar una realimentació del sistema cap als actuadors i no cap als eixos de referència de la plataforma com s'ha fet fins ara a les simulacions, ja que es podria imposar el comportament vàlid definit anteriorment per als sistemes motor-carret.

Tot i les incorreccions apreciades en les corbes del parell viscos i el parell d'inèrcies, al no ser en principi les corbes amb major pes en el parell total, la corba de parell total dona una estimació vàlida de les característiques que serien necessàries en els diversos sistemes motor-carret del manipulador.

7. Treballs futurs

En aquest últim punt de la memòria es volen donar les primeres pinzellades dels que serien els punts que caldria tractar a continuació en el cas en que es disposés del temps necessari per a la continuació del treball i l'aprofundiment en l'estudi dels manipuladors de cables paral·lels. Es realitzarà una introducció dels punts a tractar de forma breu però estructurada en l'ordre corresponent que caldria seguir.

Els primers aspectes a tractar, que deriven dels últims punts vistos anteriorment, són els relacionats amb la finalització del model de manipulador pla en dues dimensions i sense presència de la gravetat que s'ha estudiat en els diversos punts continguts en aquesta memòria. La finalització de l'estudi d'aquest model hauria de passar sens falta per el tractament dels següents punts:

- Cerca d'un controlador que tingués en compte la presència de zeros en el sistema, com s'ha vist en els apartats 6.3, per a un millor control del sistema tant en el seu moviment de desplaçament punt a punt com sobretot en el seguiment de trajectòries predefinides. Aquest controlador, com ja s'ha comentat, hauria de presentar una complexitat major que el vist i per tant ja no es podria tractar d'un controlador PID.
- Realització d'una realimentació sobre els actuadors del sistema enlloc de sobre els eixos de referència x_0 i y_0 de la plataforma. En aquesta realimentació resorgeix el problema de la redundància en l'actuació; la realimentació presenta tan sols dues components d'error, les corresponents als eixos de referència x_0 i y_0 , i hi ha quatre actuadors. Això obligaria a l'ús de matrius pseudoinverses per a la realimentació dels quatre actuadors amb les problemàtiques de singularitats i múltiples solucions que el seu ús comporta. Així mateix caldria buscar un controlador que s'adaptés a la nova situació, utilitzant un controlador PID com s'ha fet en la memòria o bé utilitzant mètodes específics de cerca d'un controlador que respectés la presència de zeros en el sistema.
- Cerca d'una solució millor a la utilitzada en l'apartat 6.2.4.3 per al compliment de les hipòtesis de tensió sempre positiva dels cables de control, ja que el fet de retallar les corbes quan prenen valors no desitjats no és òptima. La solució passaria per la cerca d'un controlador que redistribuís els esforços de mòdul negatiu d'un dels cables de control per una distribució d'esforços de mòdul positiu dels altres cables de control amb el mateix efecte sobre la plataforma, fet que evitaria la supressió arbitrària de forces requerides pel controlador.
- Incorporació de la dinàmica dels cables de control al model del manipulador, amb la finalitat de tenir en compte la seva possible elasticitat i la seva afectació al sistema.

- Un cop finalitzat l'anàlisi del controlador modelat, amb la realització dels apartats anteriorment esmentats, realització de simulacions amb diferents masses a la plataforma per a estudiar el comportament del manipulador. També es podria comprovar el seu funcionament en modificar el valor de les friccions, les inèrcies i les viscositats presents al sistema.

El següent aspecte que caldria afrontar en l'anàlisi d'un manipulador complet és la addició de la tercera dimensió a la plataforma, en el seu eix de mobilitat z_0 , i l'augment progressiu del nombre de cables de control. Aquests dos punts podrien ser tractats de manera independent, un a continuació de l'altre, o de manera conjunta. Sigui quina sigui la manera d'afrontar-los caldria solucionar els següents aspectes:

- Modificació de les equacions de la dinàmica de la plataforma, la qual afegiria tota una dinàmica en el seu eix vertical que alhora hauria de contemplar la gravetat per a un millor realisme del model. L'aparició de la gravetat en les equacions de la dinàmica de la plataforma provocaria la modificació del controlador, com a mínim, en aquest eix vertical. Pel que fa la realimentació, existirien tres senyals d'error que realimentarien les tres coordenades de referència en un primer model simplificat del sistema, similar al dels apartats seguits en aquesta memòria. Una avantatge d'aquest model seria l'existència tan sols d'un grau de redundància en l'actuació, que simplificaria lleugerament les simulacions i els procediments a realitzar.
- Els demés punts seguits en la memòria, i sobretot la realització de la realimentació cap als actuadors del sistema i no cap als eixos de referència de la plataforma, s'haurien de realitzar de nou per a estudiar en profunditat aquest model.

En afegir cables de control de manera progressiva al sistema, arribaria un punt en que caldria afrontar l'anàlisi d'un manipulador complet amb presència dels vuit cables de control però amb plataforma puntual. En aquest punt es podria utilitzar la mateixa dinàmica tant de la plataforma com dels actuadors utilitzada en el desenvolupament del model comentat anteriorment degut a la similitud d'ambdues situacions. La diferència romandria en l'augment notable de les redundàncies en l'actuació, les quals prendrien el valor més elevat vist fins aquest punt: hi hauria 5 graus de redundància. Aquestes redundàncies afectarien principalment a l'hora de desenvolupar el control del manipulador així com a l'hora de realimentar-lo, ja que ens trobaríem novament amb la necessitat d'utilitzar mètodes les matrius pseudoïnverses.

L'últim aspecte que caldria afrontar en el desenvolupament d'un manipulador complet com el de la *Figura 3* seria l'estudi d'un model amb presència dels vuit cables de control i amb

dimensions a la plataforma, és a dir, que la plataforma pogués presentar rotacions. Aquest seria el cas més complet i complex estudiat i obriria les portes a la construcció del manipulador.

En afegir les rotacions de la plataforma els graus de redundància en la actuació disminuirien fins a tan sols dos, fet que facilitaria el control, però no ho facilitaria de la mateixa manera la presència de rotacions en la plataforma, la qual complicaria en gran mesura l'anàlisi de la cinemàtica directa de posició i velocitat al poder confondre la relació d'unió dels diversos cables de control amb els diferents punts d'ancoratge amb el políedre de la plataforma. Per a solucionar-ho caldria desenvolupar un sistema vectorial per al control de la posició de cadascun dels cables de control i integrar-lo en el control del sistema.

Els següents punts a tractar, un cop solucionats els anteriors, serien tots aquells relacionats amb la construcció d'un manipulador de característiques similars a l'estudiat.

8. Pressupost del projecte i impacte mediambiental

En aquest apartat de la memòria es realitza un càlcul estimat del cost econòmic que hauria suposat l'elaboració del present treball, així com de l'impacte mediambiental que ha tingut la seva redacció.

Pel que fa al seu cost econòmic, es procura tenir en compte tots els factors que han influït en la confecció del treball. Prèviament al desglossament d'aquests costos es realitzen les següents consideracions:

- Tot i que les hores de dedicació màximes al treball es troben limitades pels crèdits que el TFG té assignats, els quals són 12 crèdits ECTS (un crèdit ECTS correspon a 30 hores de treball), es considera que les hores de dedicació a aquest treball han superat aquesta xifra, podent-se establir en les 420 hores.
- Els imports per hora que figuren en els costos de la mà d'obra són els aproximats per als salaris de les persones que haurien de desenvolupar les funcions indicades en cadascun dels aspectes desglossats.
- Els imports dels béns materials o digitals adquirits, així com els imports de les matèries primes, són els actuals en el moment de l'elaboració de la memòria, en l'any 2019.

Tenint en compte aquests aspectes, s'introdueixen en primer lloc els costos associats a la mà d'obra necessària per a l'elaboració del treball. Aquesta mà d'obra es pot dividir en enginyeria i en gestió, segons la naturalesa de les tasques realitzades amb uns costos horaris de 14,00€/h i 8,00€/h respectivament. A continuació es mostra el desglossament d'hores per cada concepte:

	<i>Hores de dedicació [h]</i>	<i>Cost [€]</i>
<i>Mà d'obra d'enginyeria</i>	<i>405</i>	<i>5670,00</i>
<i>Estudi inicial del problema</i>	<i>30</i>	<i>420,00</i>
<i>Modelat del sistema</i>	<i>100</i>	<i>1400,00</i>
<i>Disseny de controladors</i>	<i>105</i>	<i>1470,00</i>
<i>Realització de simulacions</i>	<i>140</i>	<i>1960,00</i>
<i>Extracció de conclusions</i>	<i>30</i>	<i>420,00</i>
<i>Mà d'obra de gestió</i>	<i>15</i>	<i>120,00</i>
<i>Elaboració de la memòria</i>	<i>5</i>	<i>40,00</i>
<i>Obtenció de gràfics</i>	<i>5</i>	<i>40,00</i>
<i>Elaboració de figures</i>	<i>5</i>	<i>40,00</i>
	<i>Subtotal</i>	<i>5790,00€</i>

A continuació s'introdueixen els costos associats a l'adquisició del material necessari per a l'elaboració del treball així com el cost dels seus consumibles del tipus que siguin. També s'inclou el cost de les llicències de software necessàries. Per a calcular tots aquests costos s'estima el consum elèctric d'un ordinador en 0,5KWh, el d'un router en 0,4KWh i el d'il·luminació en 0,8KWh. El cost econòmic elèctric per hora s'estima en 0,15€/kWh i el cost per hora d'una connexió a internet en 0,055€/h.

	<i>Quantitat</i>	<i>Hores [h]</i>	<i>Cost [€]</i>
Material			2059,00
<i>MacBook Pro</i>	1		1999,00
<i>Documentació</i>			60,00
Consumibles			160,20
<i>Connexió a internet</i>		420	23,10
<i>Electricitat consumida</i>			107,10
<i>Ordinador</i>		420	31,50
<i>Router</i>		420	25,20
<i>Il·luminació</i>		420	50,40
<i>Paper i tinta</i>			30,00
Software			208,99
<i>Matlab R2018a</i>	1		69,00
<i>Microsoft Office 2016</i>	1		139,99
Altres			60,00
<i>Transports i desplaçaments</i>			40,00
<i>Altres despeses</i>			20,00
		Subtotal	2488,19€

Havent vist els imports dels conceptes desglossats, es pot totalitzar l'import, no sense abans considerar un benefici industrial d'un 6% i els impostos directes, un IVA, del 21%:

<i>Mà d'obra</i>	5790,00€
<i>Material</i>	2059,00€
<i>Consumibles</i>	160,20€
<i>Software</i>	208,99€
<i>Altres</i>	60,00€
<i>Subtotal sense beneficis ni impostos</i>	8278,19€
<i>Subtotal sense impostos</i>	8774,88€
<u>Total</u>	<u>10617,61€</u>

Finalment, i pel que fa l'impacte mediambiental derivat de l'elaboració d'aquest TFG, tan sols té sentit considerar l'impacte del consum elèctric, ja que és l'únic factor amb rellevància al tractar-se d'un treball teòric. Per a fer-ho es té en compte els consums elèctrics tant de l'ordinador com del router i la il·luminació:

<i>Consum elèctric ordinador</i>	<i>420h · 0,5KWh</i>	<i>210KW</i>
<i>Consum elèctric router</i>	<i>420h · 0,4KWh</i>	<i>168KW</i>
<i>Consum elèctric il·luminació</i>	<i>420h · 0,8KWh</i>	<i>336KW</i>
	<u>Total</u>	<u>714KW</u>

Aquest consum elèctric, que en total és de 1,7KWh, genera unes emissions de CO₂ de 0,63Kg.

Conclusions

Arribats a aquest punt final de la memòria del treball de fi de grau, en que es comenten les conclusions extretes de tota la feina realitzada, el primer que cal comentar és que els objectius plantejats a l'inici del treball, en la seva introducció, s'han aconseguit de manera molt satisfactòria en la mesura que el temps disponible ho ha permès. Això alhora obre la porta a la utilització d'aquesta memòria com a punt de partida per a futures línies d'estudi dels manipuladors paral·lels, i en concret dels que utilitzen cables per al posicionament de la seva plataforma.

S'ha demostrat, en primer lloc, que es possible obtenir un model matemàtic que descriu de manera precisa, amb major o menor complexitat, el manipulador i el seu comportament. Així doncs s'ha obtingut aquest model per al cas del manipulador simplificat estudiat i s'ha utilitzat com a punt de partida per a l'obtenció dels seus models cinemàtic, estàtic i dinàmic. Tots aquests models han estat comprovats mitjançant l'ús d'eines de simulació que han permès verificar-los i millorar-los en els casos necessaris. Tot i que no s'han pogut obtenir els models corresponents per a models de manipulador de major complexitat, també s'han ofert eines per al seu estudi, com un mètode vectorial de posicionament dels cables de control.

Durant el desenvolupament dels models anteriorment comentats també s'ha topat amb una important problemàtica d'aquests manipuladors: La seva redundància en l'actuació de, en molts casos, més d'un grau i fins a quatre graus. Aquesta redundància ha provocat l'existència de múltiples solucions, totes elles vàlides però no òptimes, de manera que s'han hagut d'utilitzar mètodes per a obtenir la solució més eficient. Aquest fet no es presenta en els manipuladors sèrie, fet que podria fer descartar els manipuladors paral·lels com a opció en la indústria.

Un altre dels punts febles amb els quals s'ha topat és amb el fet de que els cables de control tan sols poden exercir forces sobre la plataforma en la seva tracció i no en la seva compressió, fet que provoca alhora la necessitat de redundància en l'actuació si es desitja l'aprofitament de tot l'espai de treball. Aquesta problemàtica ha derivat en la necessitat d'un controlador que ho tingués en compte a l'hora de distribuir les forces a aplicar sobre la plataforma entre els actuadors del sistema. També ha provocat un error major en la realització de trajectòries degut a la impossibilitat d'aplicar totes les forces requerides pel controlador en cada cable, en concret la impossibilitat d'aplicar les forces que implicaven compressió dels mateixos.

Un tercer inconvenient que s'ha trobat, però en aquest cas derivat de la voluntat d'utilitzar un controlador PID senzill junt amb la presència de zeros en la funció de transferència del sistema, ha sigut la falta de precisió d'aquest controlador en l'ajust de la plataforma sobre la trajectòria

de referència. Al presentar el sistema zeros degut a la seva complexitat, hauria sigut necessària la utilització d'un controlador també més complex que en neutralitzés l'efecte, però això hauria suposat una solució del sistema més complicada del desitjat. Tot i això, s'han indicat les línies a seguir per a una millora d'aquest controlador.

A pesar d'aquest fet, tenint en compte la senzillesa del controlador PID utilitzat, els resultats que aconseguim amb la configuració buscada són satisfactoris ja que s'aconsegueix controlar el sistema amb robustesa dins de l'espai de treball a més de complir les hipòtesis de tensions sempre positives en els cables de control i oferir un error significativament petit en comparació amb les dimensions de l'espai de treball simulat.

Tot i les problemàtiques comentades, al llarg de la memòria s'ha comprovat que el manipulador de cables paral·lels simplificat estudiat pot complir amb les funcions i requeriments que es podrien exigir a un manipulador sèrie convencional com un braç robòtic, essent capaç de desenvolupar les tasques i operacions necessàries en un espai de treball bidimensional com l'estudiat i de la mateixa manera es pot augurar el compliment de requeriments en augmentar la complexitat del manipulador sempre i quan els cables de control no entrin en conflicte amb l'entorn en forma de col·lisions. Tant és així que s'han presentat casos reals d'aplicació industrial o científica d'aquesta tipologia de manipuladors.

Finalment es pot concloure que la major complexitat en quant a modelat matemàtic i dinàmic i control dels manipuladors de cables paral·lels no són un obstacle a l'hora de dur a terme la seva implantació en la indústria, però sí que ho és el fet de disposar de manipuladors sèrie més senzills i molt més estesos, que poden realitzar una mateixa tasca sense majors complicacions. A pesar d'això, i en determinades situacions, aquests manipuladors poden resultar avantatjosos, com el fet de poder aconseguir acceleracions majors de la plataforma o el realitzar moviments de les càrregues a grans distàncies requerint l'aplicació d'esforços considerablement petits, tot això gràcies a una de les seves grans virtuts: no haver de moure juntament amb la plataforma els actuadors, els braços, carcasses, cablejat... al trobar-se tots aquests elements units a l'estructura de subjecció a diferència dels manipuladors sèrie.

Agraïments

Aquest treball, i la seva entrega i defensa, representen la finalització d'un dels períodes més importants en la vida de qualsevol persona, el període que determina el seu futur laboral que l'acompanyarà durant gran part dels seus anys de vida.

Així doncs, agrair en primer lloc als dos tutors del treball, Arnau Dòria i Josep Maria Olm, per tota la seva ajuda en la correcta finalització d'aquest treball, així com per la seva ajuda en tots els moments de dubte i la seva conformitat i ànims en la meua necessitat de compaginar feina i estudis que van provocar el retràs de l'entrega de la memòria.

A tots els amics, companys de classe, professors... que d'una manera o altre han estat presents en el dia a dia dels últims anys, cadascun amb el seu paper, i junt amb els quals hem pogut arribar al punt on ens trobem ara.

Finalment agrair als meus pares i germana el seu recolzament incondicional i confiança en les meves decisions des del dia que vaig decidir realitzar aquest grau, així com per els seus grans esforços per a que m'hagi estat possible. Espero algun dia poder compensar-los.

A tots ells gràcies. Espero de tot cor poder-me retrobar en el futur amb totes ells, amb els qui he compartit els darrers 5 anys, i poder seguir compartint amb tots ells les nostres passions en comú.

Bibliografia

Referències bibliogràfiques

A continuació es recullen totes aquelles cites realitzades durant el treball, referenciades contra el número indicat en el text de la memòria juntament a allò citat. Es recullen tant cites a llibres com articles, publicacions en revistes, catàlegs, material digital...

- [1] www.kuka.com: URL de fabricant de robots sèrie industrials (braços robòtics). [Consulta abril de 2018]
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Stewart_platform: URL de Wikipedia on figura un article extens amb informació sobre aquest tipus de manipulador paral·lel. [Consulta abril de 2018]
- [3] James Albus, Roger Bostelman and Nicholas Dagalakis, *The Nist Robocrane*, Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, May-June 1992.
- [4] <https://es.wikipedia.org/wiki/Spidercam> i <https://www.spidercam.tv>: URL de Wikipedia amb informació sobre aquest tipus de manipuladors de cables paral·lels i a la web d'un fabricant d'aquestes càmeres. [Consulta maig de 2018]
- [5] fast.bao.ac.cn/en: URL de la web del telescopi posicionat mitjançant cables. [Consulta maig de 2018]
- [6] Andreas Pott, Hendrik Mütherich, Werner Kraus, Valentin Shmidt, Philipp Miermeister and Alexander Verl, *IPAnema – A family of cable-driven parallel robots for industrial Applications*, 2012.
- [7] https://www.youtube.com/watch?v=0LWx_Y9DKPc: Vídeo del robot manipulador de cables paral·lels en acció. [Consulta maig de 2018]
- [8] <https://www.youtube.com/watch?v=sytyQvUXN8Q>: Vídeo on es pot apreciar el comportament i capacitats d'aquest robot manipulador de cables paral·lels. [Consulta octubre 2018]
- [9] www.cablerobotsimulator.org: URL de la web oficial del simulador que utilitza posicionament per cables. [Consulta octubre 2018]
- [10] Robert L. Williams II and Paolo Gallina, *Planar Cable-Driven Robots, Part I: Kinematics and Statics*, ASME Design Technical Conferences, September 2001, Pittsburgh, PA, 2001.

- [11] <https://en.wikipedia.org/wiki/Moore>: URL a Wikipedia d'un article amb gran volum d'informació sobre la inversió pel mètode Penrosa-Monroe i altres mètodes d'inversió de matrius. [Consulta juny 2018]
- [12] https://es.wikipedia.org/wiki/Controlador_PID: URL de Wikipedia on figura un extens article amb informació dels controladors PID. [Consulta setembre 2018]

Bibliografia complementària

- Valentin Lorenz Schmidt, *Modeling Techniques and Reliable Real-Time Implementation of kinematics for Cable-Driven Parallel Robots using Polymer Fiber Cables*, Stuttgarter Beiträge zur Produktionsforschung, 2016.
- Robert L. Williams II and Paolo Gallina, *Planar Cable-Driven Robots, Part I: Kinematics and Statics*, ASME Design Technical Conferences, September 2001, Pittsburgh, PA.
- Robert L. Williams II and Paolo Gallina, *Planar Cable-Driven Robots, Part II: Dynamics and Control*, ASME Design Technical Conferences, September 2001, Pittsburgh, PA.
- Mirjana Filipovic and Ana Djuric, *Mathematical Model of the Aerial Robotic Camera base on its Geometric Relationship*, Faculty of Mechanical Engineering, Bergrade, July 2012.
- XueJun Jin, Dae Ik Jun, Andreas Pott, Sukho Park, Jong-Oh Park and Seong Young Ko, *Four-cable-driven parallel robot*, 13th International Conference on Control, Automation and Systems, 2013.
- Philipp Tempel, Fabian Schnelle, Andreas Pott and Peter Eberhard, *Design and Programming for Cable-Driven Parallel Robots in the German Pavilion at the EXPO 2015*, Machines 2015.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Cable_robots: Article de Wikipedia referent als manipuladors de cables paral·lels. [Consulta gener 2019]
- Alessandro Berti, *Kinematics and statics of cable-driven parallel robots by interval-analysis-based methods*, Université Nice Sophia Antipolis, 2015.
- Marc Gouttefarde, Nicolas Andreff, Micaël Michelin and Philippe Martinet, *Towards vision-based control of cable-driven parallel robots*, LASMEA – LIRMM – TECNALIA, 2007.
- https://es.wikipedia.org/wiki/Controlador_PID: Informació sobre els controladors PID, els seus components i la seva utilització. [Consulta octubre 2018]
- W.Kraus, P.Miermeister, V.Schmidt and A.Pott, *Hybrid Position-Force Control of a Cable-Driven Parallel Robot with Experimental Evaluation*, Fraunhofer Institute for Manufacturing Engineering and Automation IPA in Stuttgart, December 2014.

- Jonghyun Yoon, Sung wook Hwang, Jeong-Hyeon Bak and Jong Hyeon Park, *Adaptative control for cable driven parallel robots*, 2017 17th International Conference on Control, Automation and Systems, Jeju, Korea.
- M. A. Khosravi and H. D. Taghirad, *Experimental Performance of Robust PID Controller on a Planar Cable Robot*, 2013.
- Mohammad A. Khosravi and Hamid D. Taghirad, *Robust PID control of fully-constrained cable driven parallel robots*, Advanced Robotics and Automated Systems, Toosi University of Thecnology, Teheran, Iran, January 2014.
- Mohammad A. Khosravi and Hamid D. Taghirad, *Dynamic analysis and control of cable driven robots with elastic cables*, Toosi University of Thecnology, Teheran, Iran, October 2011.
- Tor A. Johansen, *Optimizing Nonlinear Control Allocation*, 43rd IEEE Conference on Decision and Control, Paradise Island, Bahamas, December 2004.

Annexos

Annex 1: Codis d'execució de les simulacions

En aquest primer annex es mostren els codis de MATLAB utilitzats per a la execució de les simulacions realitzades en el treball i recollides en l'apartat 6 de la memòria. Aquests codis també contenen l'elaboració dels gràfics mostrats al llarg del mateix punt de la memòria, resultats de les pròpies simulacions.

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.2.1.1 de la memòria:

```
clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques del sistema:
m=0.1;
b=0.5;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat:
Vx0=0;
Vy0=0;
X0=0;
Y0=0;

%Definició de les excitacions exteriors:
Fx=5;
wx=2;
Phx=-pi/2;
Fy=5;
wy=3;
Phy=pi/2;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar:
tfinal=30;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació:
sim('SimsistemafisicVlmodel')

%GRÀFIC: Trajectòria en el pla xy
figure
plot(simxy(:,1),simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([-5 5 -5 5])
grid on
title('Trajectòria en el pl+')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Posició en cada eix vs temps
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,simxy(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -6 6])
```

```

grid on
title('Posició eix de referència x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m]')
subplot(2,1,2)
plot(time,simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -6 6])
grid on
title('Posició eix de referència y')
xlabel('t [s]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Efecte de forces sobre cada eix
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,simxy(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,excit(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -6 6])
grid on
legend('Posició x','Força x')
title('Efecte de la força sobre la posició eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F [N]')
subplot(2,1,2)
plot(time,simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,excit(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -6 6])
grid on
legend('Posició y','Força y')
title('Efecte de la força sobre la posició eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('y [m] i F [N]')

```

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.2.2.1 de la memòria:

```

clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques del sistema
m=0.1;
b=0.5;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat
Vx0=0;
Vy0=0;
X0=0;
Y0=0;

%Definició de les excitacions exteriors
Fx=5;
ofx=0;
wx=2;
Phx=-pi/2;
Fy=5;
ofy=0;

```

```

wy=3;
Phy=pi/2;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar
tfinal=30;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació
sim('SimsistemafisicV2model')

%GRÀFIC: Trajectòria en el pla xy amb comparativa anglel
figure
subplot(5,1,[1 2 3 4])
plot(simxy(:,1),simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([-5 5 -5 5])
grid on
title('Trajectòria en el pla')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')
subplot(5,1,5)
plot(time,angles(:,1),'-r','Linewidth',1.2)
axis([0 30 0 pi/2])
grid on
title('Angle 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('ang [rad]')

%GRÀFIC: Angles 1 i 2
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,angles(:,1),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 30 0 pi/2])
grid on
title('Angle 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('ang [rad]')
subplot(2,1,2)
plot(time,angles(:,2),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 30 pi/2 pi])
grid on
title('Angle 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('ang [rad]')

%GRÀFIC: Angles 3 i 4
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,angles(:,3),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -pi -pi/2])
grid on
title('Angle 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('ang [rad]')
subplot(2,1,2)
plot(time,angles(:,4),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -pi/2 0])
grid on
title('Angle 4')
xlabel('t [s]')

```

```
ylabel('ang [rad]')
```

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.2.3.1 de la memòria:

```
clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques del sistema
m=0.1;
b=0.5;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat
Vx0=0;
Vy0=0;
X0=0;
Y0=0;

%Definició de les excitacions exteriors
F1=2;
w1=1.2;
Ph1=-pi/2;
F2=2;
w2=2.2;
Ph2=-pi/2;
F3=2;
w3=1.5;
Ph3=pi/2;
F4=2;
w4=2.5;
Ph4=pi/2;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar
tfinal=30;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació
sim('SimsistemafisicV3model')

%GRÀFIC: Trajectòria en el pla xy
figure
plot(simxy(:,1),simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([-7 7 -7 7])
grid on
title('Trajectòria en el pla')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Excitacions exteriors
figure
subplot(4,1,1)
plot(time,forces(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -3 3])
grid on
title('Excitació externa cable 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
```



```

subplot(4,1,2)
plot(time,forces(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -3 3])
grid on
title('Excitació externa cable 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,3)
plot(time,forces(:,3),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -3 3])
grid on
title('Excitació externa cable 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,4)
plot(time,forces(:,4),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -3 3])
grid on
title('Excitació externa cable 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')

%GRÀFIC: Força combinada sobre els eixos de referència
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,Fcombi(:,1),'-m','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -6 6])
grid on
title('Força combinada sobre eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(2,1,2)
plot(time,Fcombi(:,2),'-m','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -6 6])
grid on
title('Força combinada sobre eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')

%GRÀFIC: Efecte de la força sobre la posició
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,simxy(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,Fcombi(:,1),'-m','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -7 7])
grid on
legend('Posició x','Força x')
title('Efecte de la força sobre la posició eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F [N]')
subplot(2,1,2)
plot(time,simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,Fcombi(:,2),'-m','Linewidth',1.3)
axis([0 30 -7 7])
grid on
legend('Posició y','Força y')
title('Efecte de la força sobre la posició eix y')
xlabel('t [s]')

```

```
ylabel('y [m] i F [N]')
```

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.2.4.2 de la memòria:

```
clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques del sistema
m=0.1;
c=0.5;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat
Vx0=0;
Vy0=0;
X0=0;
Y0=0;

%Definició de les coordenades desitjades de la plataforma
Xref=5;
Yref=3;

%Definició de les característiques del controlador
Ts=5;
Mp=0.05;
Pd=5;
lamb=Ts/4;
wd=-(pi()*lamb)/(log(Mp));

p1=-lamb+(wd)*i;
p2=-lamb-(wd)*i;
p3=-Pd*lamb;

Kd=-c-(p1+p2+p3)*m;
Kp=(p1*p2+p1*p3+p2*p3)*m;
Ki=-m*(p1*p2*p3);

Kpx=Kp;
Kix=Ki;
Kdx=Kd;
Kpy=Kp;
Kiy=Ki;
Kdy=Kd;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar
tfinal=10;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació
sim('SistefafisicV5model')

%GRÀFIC: Trajectòria en el pla xy
figure
plot(simxy(:,1),simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([-0.5 6 -0.5 6])
grid on
title('Trajectòria en el pla')
```

```

xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Valors de posició en eix x i y i els seus errors
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,simxy(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,errors(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 5 -1.5 6.5])
grid on
legend('Posició x','Error x')
title('Posició vs Error en eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m]')
subplot(2,1,2)
plot(time,simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,errors(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 5 -1 4])
grid on
legend('Posició y','Error y')
title('Posició vs Error en eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Error vs Fcombi que arriba a la plataforma
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,errors(:,1),'-c','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,FxFyPOST(:,1),'-.m','Linewidth',1)
axis([0 5 -2 15])
grid on
legend('Error eix x','Força combinada sobre eix x')
title('Error vs Força combinada sobre eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F[N]')
subplot(2,1,2)
plot(time,errors(:,2),'-c','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,FxFyPOST(:,2),'-.m','Linewidth',1)
axis([0 5 -2 15])
grid on
legend('Error eix y','Força combinada sobre eix y')
title('Error vs Força combinada sobre eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F[N]')

%GRÀFIC: Forces exercides sobre la plataforma per cada cable
figure
subplot(4,1,1)
plot(time,Fxcable(:,1),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -10 120])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,2)
plot(time,Fxcable(:,2),'-g','Linewidth',1.3)

```

```

axis([0 10 -35 5])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,3)
plot(time,Fxcable(:,3),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -120 10])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,4)
plot(time,Fxcable(:,4),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -5 35])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')

```

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.2.4.4 de la memòria:

```

clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques del sistema
m=0.1;
c=0.5;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat
Vx0=0;
Vy0=0;
X0=0;
Y0=0;

%Definició de les coordenades desitjades de la plataforma
Xref=5;
Yref=3;

%Definició de les característiques del controlador
Ts=5;
Mp=0.05;
Pd=5;
lamb=Ts/4;
wd=-(pi()*lamb)/(log(Mp));

p1=-lamb+(wd)*i;
p2=-lamb-(wd)*i;
p3=-Pd*lamb;

Kd=-c-(p1+p2+p3)*m;
Kp=(p1*p2+p1*p3+p2*p3)*m;
Ki=-m*(p1*p2*p3);

Kpx=Kp;
Kix=Ki;

```

```

Kdx=Kd;
Kpy=Kp;
Kiy=Ki;
Kdy=Kd;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar
tfinal=10;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació
sim('SistemafisicV6model')

%GRÀFIC: Trajectòria en el pla xy
figure
plot(simxy(:,1),simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([-0.5 6.5 -0.5 6.5])
grid on
title('Trajectòria en el pla')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Valors de posició en eix x i y i els seus errors
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,simxy(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,errors(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 7 -2 7])
grid on
legend('Posició x','Error x')
title('Posició vs Error en eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m]')
subplot(2,1,2)
plot(time,simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,errors(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 7 -1.5 4.5])
grid on
legend('Posició y','Error y')
title('Posició vs Error en eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Error vs Fcombi que arriba a la plataforma
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,errors(:,1),'-c','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,FxFyPRE(:,1),'-g','Linewidth',1)
hold on
plot(time,FxFyPOST(:,1),'-m','Linewidth',1)
axis([0 7 -6 15])
grid on
legend('Error eix x','Força requerida pel controlador sobre eix
x','Força combinada aplicada sobre eix x')
title('Error vs Força combinada en eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F[N]')

```

```

subplot(2,1,2)
plot(time,errors(:,2),'-c','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,FxFyPRE(:,2),'-g','Linewidth',1)
hold on
plot(time,FxFyPOST(:,2),'-.m','Linewidth',1)
axis([0 7 -6 15])
grid on
legend('Error eix y','Força requerida pel controlador sobre eix
y','Força combinada aplicada sobre eix y')
title('Error vs Força combinada en eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F[N]')

%GRÀFIC: Forces exercides sobre la plataforma per cada cable
figure
subplot(4,1,1)
plot(time,Fxcable(:,1),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -10 120])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,2)
plot(time,Fxcable(:,2),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -35 5])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,3)
plot(time,Fxcable(:,3),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -120 10])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,4)
plot(time,Fxcable(:,4),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 10 -5 35])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')

```

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.3.2 de la memòria:

```

clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques
m=0.1;
c=0.5;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat
Vx0=0;
Vy0=0;

```

```

X0=0;
Y0=0;

%Definició de la trajectòria desitjada de la plataforma
w=1;
r=3;

%Definició de les característiques del controlador
Ts=5;
Mp=0.05;
Pd=5;
lamb=Ts/4;
wd=-(pi()*lamb)/(log(Mp));

p1=-lamb+(wd)*i;
p2=-lamb-(wd)*i;
p3=-Pd*lamb;

Kd=-c-(p1+p2+p3)*m;
Kp=(p1*p2+p1*p3+p2*p3)*m;
Ki=-m*(p1*p2*p3);

Kpx=Kp;
Kix=Ki;
Kdx=Kd;
Kpy=Kp;
Kiy=Ki;
Kdy=Kd;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar
tfinal=40;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació
sim('SistematicV10model')

%GRÀFIC: Trajectòria en el pla xy
figure
plot(simxy(:,1),simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(posxy(:,1),posxy(:,2),'-k','Linewidth',0.5)
axis([-9 1.5 -9 1.5])
grid on
legend('Posició de la plataforma','Trajectòria de referència')
title('Trajectòria en el pla')
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Valors de posició en eix x i y i els seus errors
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,simxy(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,errors(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,posxy(:,1),'-.b','Linewidth',0.7)
axis([0 15 -10 5])
grid on
legend('Posició x','Error x','Posició referència x')

```

```

title('Posició vs Error en eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m]')
subplot(2,1,2)
plot(time,simxy(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,errors(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,posxy(:,2),'-.b','Linewidth',0.7)
axis([0 15 -10 5])
grid on
legend('Posició y','Error y','Posició referència y')
title('Posició vs Error en eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('y [m]')

%GRÀFIC: Error vs Fcombi que arriba a la plataforma
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,errors(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,FxFyPRE(:,1),'-g','Linewidth',1)
hold on
plot(time,FxFyPOST(:,1),'-.m','Linewidth',1)
axis([0 15 -7.5 9])
grid on
legend('Error eix x','Força requerida pel controlador sobre eix
x','Força combinada aplicada sobre eix x')
title('Error vs Força combinada en eix x')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F [N]')
subplot(2,1,2)
plot(time,errors(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
hold on
plot(time,FxFyPRE(:,2),'-g','Linewidth',1)
hold on
plot(time,FxFyPOST(:,2),'-.m','Linewidth',1)
axis([0 15 -7.5 9])
grid on
legend('Error eix y','Força requerida pel controlador sobre eix
y','Força combinada aplicada sobre eix y')
title('Error vs Força combinada en eix y')
xlabel('t [s]')
ylabel('x [m] i F [N]')

%GRÀFIC: Forces exercides sobre la plataforma per cada cable
figure
subplot(4,1,1)
plot(time,Fxcable(:,1),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -4 0.5])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,2)
plot(time,Fxcable(:,2),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -4 0.5])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 2')
xlabel('t [s]')

```



```

ylabel('F [N]')
subplot(4,1,3)
plot(time,Fxcable(:,3),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -4 1])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')
subplot(4,1,4)
plot(time,Fxcable(:,4),'-g','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -4 0.5])
grid on
title('Força exercida sobre la plataforma pel cable 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('F [N]')

```

- Codi d'execució de la simulació corresponent al punt 6.4.3 de la memòria:

```

clear all
close all
clc

%Definició de les característiques físiques
m=0.1;
b=0.5;
r=0.25;
c=0.01;
j=0.001;

%Definició de les condicions inicials de posició i velocitat
Vx0=0;
Vy0=0;
X0=-1;
Y0=-4;

%Definició de la trajectòria desitjada de la plataforma
w=1;
R=3;

%Definició de les característiques del controlador
Ts=8;
Mp=0.25;
Pd=7;
lamb=Ts/4;
wd=-(pi()*lamb)/(log(Mp));

p1=-lamb+(wd)*i;
p2=-lamb-(wd)*i;
p3=-Pd*lamb;

Kd=-c-(p1+p2+p3)*m;
Kp=(p1*p2+p1*p3+p2*p3)*m;
Ki=-m*(p1*p2*p3);

Kpx=Kp;
Kix=Ki;
Kdx=Kd;

```

```

Kpy=Kp;
Kiy=Ki;
Kdy=Kd;

%Definició dels paràmetres de la simulació a realitzar
tfinal=20;
maxstepsize=1e-3;

%Crida a la realització de la simulació
sim('SistefafisicV11model')

%GRÀFIC: Velocitats angulars dels sistemes motor-carret
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,velang(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -30 30])
grid on
title('Velocitat angular carret 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('vel.ang. [rad/s]')
subplot(2,1,2)
plot(time,velang(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -30 30])
grid on
title('Velocitat angular carret 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('vel.ang. [rad/s]')
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,velang(:,3),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -30 30])
grid on
title('Velocitat angular carret 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('vel.ang. [rad/s]')
subplot(2,1,2)
plot(time,velang(:,4),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -30 30])
grid on
title('Velocitat angular carret 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('vel.ang. [rad/s]')

%GRÀFIC: Acceleracions angulars dels sistemes motor-carret
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,accang(:,1),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -150 50])
grid on
title('Acceleració angular carret 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('acc.ang. [rad/s2]')
subplot(2,1,2)
plot(time,accang(:,2),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -130 60])
grid on
title('Acceleració angular carret 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('acc.ang. [rad/s2]')
figure

```

```

subplot(2,1,1)
plot(time,accang(:,3),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -50 240])
grid on
title('Acceleració angular carret 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('acc.ang. [rad/s2]')
subplot(2,1,2)
plot(time,accang(:,4),'-b','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -50 240])
grid on
title('Acceleració angular carret 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('acc.ang. [rad/s2]')

%GRÀFIC: Descomposició dels parells existents en el sistema
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,Parplata(:,1),'--m','Linewidth',1)
hold on
plot(time,Parfricccio(:,1),'--c','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Parinerxia(:,1),'--g','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Partotal(:,1),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -0.5 1])
grid on
legend('Parell plataforma','Parell fricció','Parell
inèrcies','Parell total')
title('Parells desglossats del carret 1')
xlabel('t [s]')
ylabel('Parells [N·m]')
subplot(2,1,2)
plot(time,Parplata(:,2),'--m','Linewidth',1)
hold on
plot(time,Parfricccio(:,2),'--c','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Parinerxia(:,2),'--g','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Partotal(:,2),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -0.5 1])
grid on
legend('Parell plataforma','Parell fricció','Parell
inèrcies','Parell total')
title('Parells desglossats del carret 2')
xlabel('t [s]')
ylabel('Parells [N·m]')
figure
subplot(2,1,1)
plot(time,Parplata(:,3),'--m','Linewidth',1)
hold on
plot(time,Parfricccio(:,3),'--c','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Parinerxia(:,3),'--g','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Partotal(:,3),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -0.5 1])
grid on
legend('Parell plataforma','Parell fricció','Parell
inèrcies','Parell total')

```

```

title('Parells desglossats del carret 3')
xlabel('t [s]')
ylabel('Parells [N·m]')
subplot(2,1,2)
plot(time,Parplata(:,4),'--m','Linewidth',1)
hold on
plot(time,Parfriccio(:,4),'--c','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Parinerxia(:,4),'--g','Linewidth',0.7)
hold on
plot(time,Partotal(:,4),'-r','Linewidth',1.3)
axis([0 15 -0.5 1])
grid on
legend('Parell plataforma','Parell fricció','Parell
inèrcies','Parell total')
title('Parells desglossats del carret 4')
xlabel('t [s]')
ylabel('Parells [N·m]')

```

Annex 2: Desenvolupament del controlador per al seguiment de trajectòries

En aquest segon annex es desenvolupa el controlador per al manipulador i per al cas de seguiment de trajectòries en el seu espai de treball. Aquest annex està relacionat amb el punt 6.3.1 de la memòria i presenta una estructura de desenvolupament del controlador paral·lela a la introduïda en l'apartat 5.4 de la memòria, de manera que en aquest annex es presentarà el desenvolupament de manera més reduïda.

Es parteix de les mateixes equacions de la dinàmica del sistema presentades en el punt 5.4 de la memòria, amb la diferència de no poder suposar nul·les les consecutives derivades de les coordenades de referència x_0 i y_0 :

$$F_x - b \cdot \dot{x} = m \cdot \ddot{x}$$

$$F_x = K_p \cdot (x_d - x) + K_d \cdot (\dot{x}_d - \dot{x}) + K_i \cdot z_x \quad \text{on} \quad \dot{z}_x = x_d - x$$

S'agrupen de nou les anteriors equacions, es deriven i es passen a l'espai de Laplace:

$$m \cdot \dot{v}_x = K_p \cdot (x_d - x) + K_d \cdot (\dot{x}_d - v_x) + K_i \cdot z_x - b \cdot v_x$$

$$m \cdot \ddot{v}_x = K_p \cdot (\dot{x}_d - v_x) + K_d \cdot (\ddot{x}_d - \dot{v}_x) + K_i \cdot (x_d - x) - b \cdot \dot{v}_x$$

$$m \cdot \ddot{x} + (K_d + b) \cdot \dot{x} + K_p \cdot x + K_i \cdot z_x = K_d \cdot \ddot{x}_d + K_p \cdot \dot{x}_d + K_i \cdot x_d$$

$$(m \cdot s^3 + (K_d + b) \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i) \cdot X(s) = (K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i) \cdot X_d(s)$$

Finalment es pot extreure la funció de transferència del sistema:

$$G_x(s) = \frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i}{m \cdot s^3 + (K_d + b) \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i}$$

Cal apreciar que la única diferència respecte la funció de transferència trobada en l'apartat 5.4 de la memòria es troba en el numerador d'aquesta funció, el qual ha passat de ser una simple constant:

$$N_x(s) = K_i$$

A tractar-se d'un polinomi el qual aportarà presència de zeros al sistema:

$$N_x(s) = K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i$$

Les conseqüències de la presència de zeros seran explicades en el punt corresponent de la memòria. El procediment d'elaboració del controlador a partir d'aquest punt és completament igual al ja vist; si és d'interès consultar el punt 5.4 de la memòria.

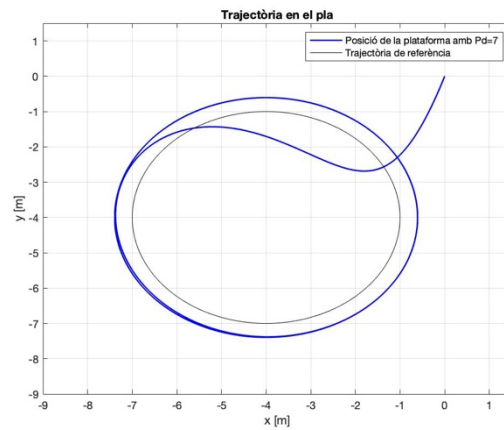
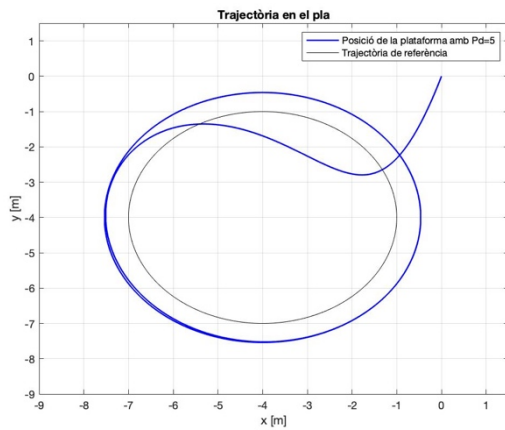
Annex 3: Ajust dels paràmetres del controlador per al seguiment de trajectòries

En aquest tercer annex es busca l'ajust òptim de les característiques del controlador per al cas de seguiment de trajectòries de la plataforma del manipulador en el seu espai de treball. Aquest annex està relacionat amb el punt 6.3.3 de la memòria. Com es comenta en aquest apartat, s'utilitzarà el model realitzat del sistema del manipulador (en el cas en que no es compleixen les hipòtesis de tensió sempre positiva dels cables de control per una millor visualització dels resultats) per a anar modificant de manera independent cadascuna de les característiques del controlador i fer-ne la corresponent simulació, amb la finalitat de veure quins valors d'aquestes característiques aporten més precisió al seguiment de trajectòries de la plataforma.

S'entén com un sistema més precís aquell que manté una menor distància entre la trajectòria real de la plataforma i la trajectòria de referència, és a dir, el que presenta un error més petit, de manera que es mesura aquesta distància en cada cas per a distingir els valors de les característiques del controlador que aporten major precisió.

Totes les característiques seran ajustades per a una mateixa trajectòria, la definida en l'apartat 6.3 de la memòria i amb una mateixa pulsació ω de 1 rad/s. A excepció de la característica en concret que s'estigui modificant en cadascun dels següents apartats, els valors que prendran cadascuna d'aquestes característiques seran de $P_d = 5$, $t_s = 5$ s i $M_p = 0,05$.

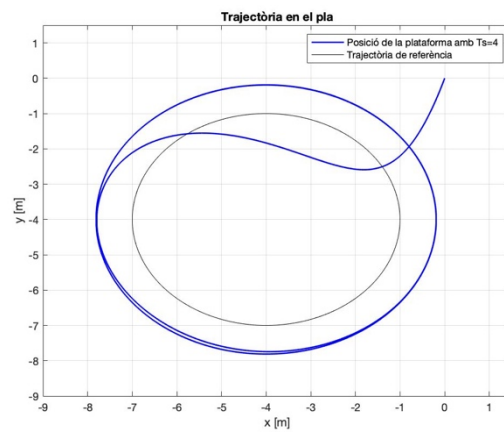
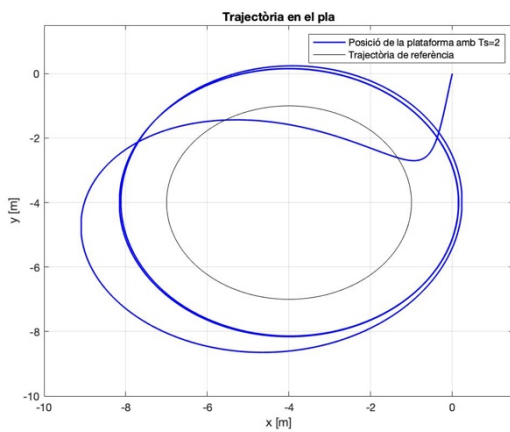
S'ajusta en primer lloc la Dominància de pols o P_d , obtenint les següents trajectòries:

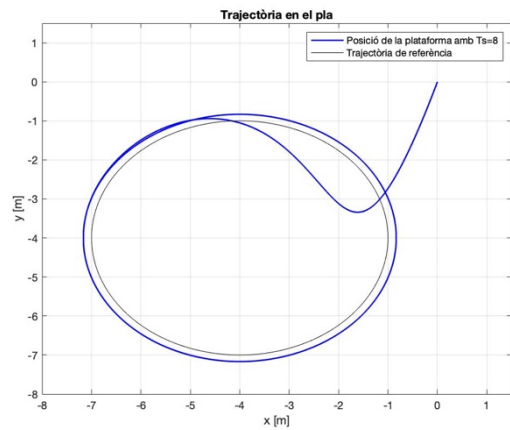
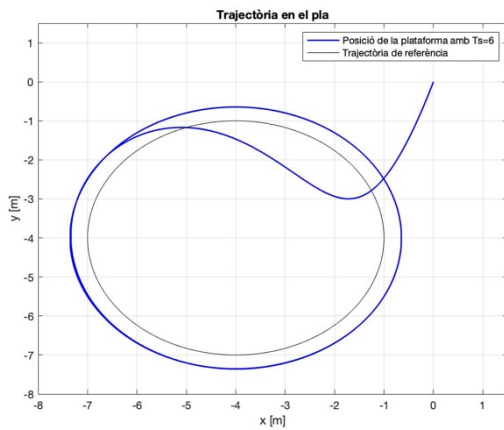


P_d	5	7
error (metres)	0,54	0,39

Com es pot apreciar en les figures i en els errors calculats una dominància de valor set dona millors resultats que una inferior, de manera que serà aquest valor, o un de similar, el que caldrà utilitzar en el controlador millorat.

En segon lloc s'ajusta el Temps d'establiment o t_s obtenint les següents trajectòries:

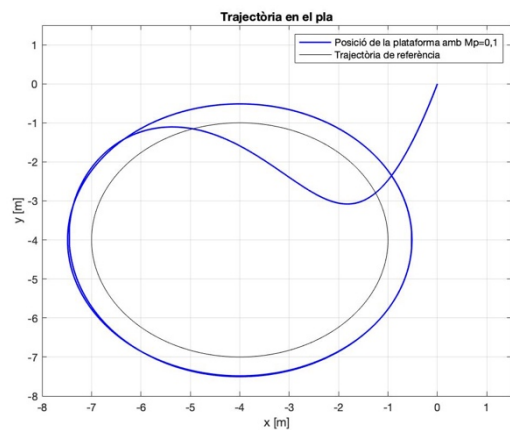
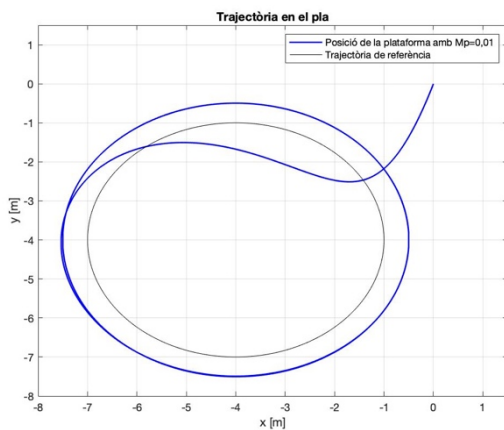


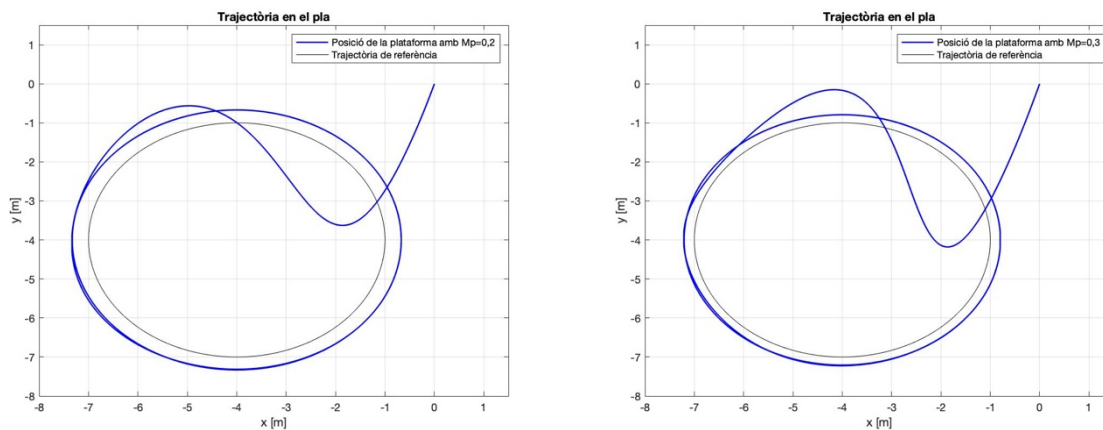


t_s (segons)	2	4	6	8
error (metres)	1,15	0,81	0,35	0,17

Com es pot apreciar de nou en les figures i en els errors calculats per a cadascun dels temps d'establiment simulats, un valor major del temps d'establiment dona un ajust a la trajectòria desitjada millor que no un temps inferior. També es pot observar que, a més d'oferir un error més petit, s'arriba en un temps menor a la trajectòria estable final de la plataforma al fer ús de temps d'establiment majors, al contrari del que es podria esperar. Així doncs s'utilitzarà un temps d'establiment de valor aproximadament 8 segons.

Per últim s'ajusta el Sobrepic màxim o M_p obtenint les següents trajectòries:





M_p	0,01	0,1	0,2	0,3
error (metres)	0,51	0,48	0,33	0,21

Novament es pot apreciar en les figures i els errors calculats per als diferents sobrepics màxims simulats que un valor de sobrepic màxim permès de mòdul major proporciona un millor ajustament envers la trajectòria de referència, és a dir, presenta un error inferior. També s'aprecia que el temps d'establiment de la plataforma sobre la seva trajectòria final estable no es veu afectat de manera notable per la modificació en el sobrepic màxim. Tot i això, si que s'aprecia que l'augment en el sobrepic produeix en els primers instants de simulació un comportament violent en la trajectòria de la plataforma, que presenta moviments molt més angulosos i per tant amb majors acceleracions sobtades. Caldrà doncs tenir en compte aquest fet per a establir un sobrepic màxim que es trobi entre 0,1 i 0,3.

És important ressaltar que caldrà veure en el corresponent apartat de la memòria que la combinació de paràmetres trobada com a òptima, la qual es comenta en aquest tercer annex, sigui estable i doni bons resultats, ja que podria ser que la combinació dels nous valors dels tres paràmetres desestabilitzés el sistema.

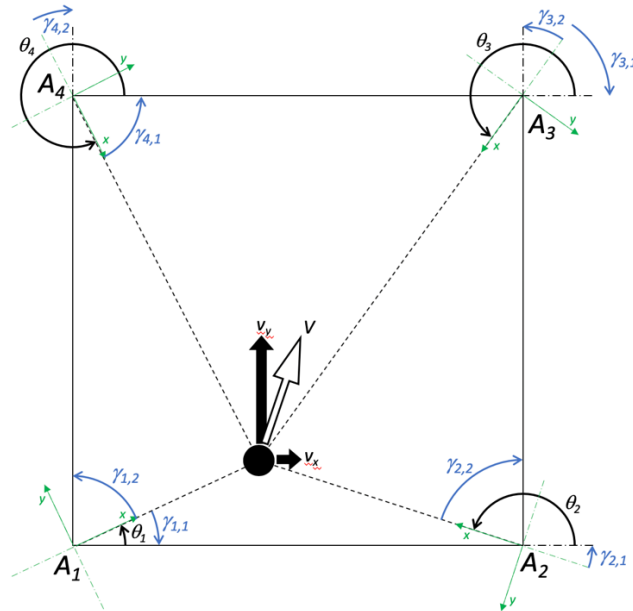
Annex 4: Càlcul de les velocitats angulars dels actuadors

En aquest quart annex es mostra el mètode mitjançant el qual s'han calculat les velocitats angulars del sistema d'actuació. Aquest annex està relacionat amb el punt 6.4.1 de la memòria.

Per a aconseguir conèixer la velocitat angular de cadascun dels carrets es realitza la projecció de la velocitat cartesiana de la plataforma del manipulador sobre la direcció de cadascun dels

cables de control, obtenint així la velocitat en la direcció en concret la qual es pot transformar fàcilment a velocitat angular en coneixement del radi dels carrets.

Els angles mitjançant els quals es projectarà la velocitat de la plataforma es troben representats en la següent figura i amb el símbol γ .



Els valor dels diversos angles γ es poden calcular a partir dels angles θ que forma cadascun dels cables de control amb l'eix de referència x_0 segons les següents equacions:

$$\begin{aligned} \gamma_{1,1} &= \theta_1 & \gamma_{2,1} &= \pi - \theta_2 \\ \gamma_{1,2} &= \pi/2 - \theta_1 & \gamma_{2,2} &= \pi/2 - \theta_2 \\ \gamma_{3,1} &= \theta_3 - \pi & \gamma_{4,1} &= 2 \cdot \pi - \theta_4 \\ \gamma_{3,2} &= \pi/2 - \theta_3 & \gamma_{4,2} &= \pi/2 - \theta_4 \end{aligned}$$

Coneixent el valor dels angles γ en cada instant es poden obtenir les equacions que defineixen les velocitats angulars de cadascun dels carrets del sistema d'actuació, són les següents:

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_1 &= \frac{1}{r} \cdot (-v_x \cdot \cos(\gamma_{1,1}) - v_y \cdot \cos(\gamma_{1,2})) \\ \dot{\beta}_2 &= \frac{1}{r} \cdot (v_x \cdot \cos(\gamma_{2,1}) - v_y \cdot \cos(\gamma_{2,2})) \\ \dot{\beta}_3 &= \frac{1}{r} \cdot (v_x \cdot \cos(\gamma_{3,1}) + v_y \cdot \cos(\gamma_{3,2})) \\ \dot{\beta}_4 &= \frac{1}{r} \cdot (-v_x \cdot \cos(\gamma_{4,1}) + v_y \cdot \cos(\gamma_{4,2})) \end{aligned}$$

Aquestes equacions, a partir de les quals es calculen les diverses velocitats angulars presents al sistema, seran utilitzades en el punt 6.4.1 de la memòria per a la millora del model de Simulink.

El càlcul de les acceleracions angulars de cadascun dels sistemes motor-carret de la actuació es completament anàleg al càlcul de les velocitats; tan sols caldria substituir en les corresponents equacions la variable v_x per a_x i la variable v_y per a_y .

