

Estudio comparativo entre el control en el marco de referencia $\alpha\beta$ y el control predictivo basado en el modelo dinámico del sistema para un filtro activo en paralelo

Trabajo de Fin de Máster de Ingeniería en Sistemas Automáticos y Electrónica Industrial

Diana Milena Gaitán Rodríguez - Enero de 2019

Resumen—A lo largo del presente documento se presenta el estudio comparativo entre un control en el marco de referencia $\alpha\beta$ y un control predictivo basado en el modelo dinámico del sistema (MPC) para un filtro activo conectado en paralelo (SAPF) a una carga no lineal. Para cada caso se presenta el modelo matemático, el esquema de simulación del sistema y el control en Matlab-Simulink (para el segundo caso la lógica del control es implementada a través de TrueTime, simulador de tiempo real), así como los resultados obtenidos relacionados a la calidad de la energía de la red. Se concluye que los dos controles realizan la compensación de armónicos en la red de manera correcta pero el control predictivo basado en el modelo dinámico del sistema tiene un comportamiento superior que el control en coordenadas $\alpha\beta$ ya que obtiene una tasa de distorsión armónica (*THD*) inferior, y toma menos tiempo en entrar en régimen estacionario.

Palabras Clave—Compensación de armónicos, control en el marco de referencia $\alpha\beta$, control predictivo basado en el modelo dinámico del sistema, filtro activo en paralelo, potencia reactiva, tasa de distorsión armónica.

I. INTRODUCCIÓN

El uso de elementos electrónicos en las aplicaciones industriales está en constante crecimiento debido a las ventajas que éstos presentan en términos del control del comportamiento de sistemas. Dicho esto, el incremento de cargas no lineales ha sido inevitable, repercutiendo directamente en las distorsiones de corriente y voltaje presentes en la redes de distribución, provocando pérdidas significativas, empeorando el factor de potencia, y, en últimas, reduciendo la calidad de la energía eléctrica. A razón de esto, los organismos que regulan este tipo de factores como la IEC (International Electrotechnical Commission), el CENELEC (Comité Europeo de Normalización Electrotécnica) y la UNIPED (Unión de productores y distribuidores de energía eléctrica) en Europa y España, o la IEEE (519-1992) de Estados Unidos, han establecido límites máximos para la distorsión armónica que protejan todos los equipos conectados a la red.

Con el ánimo de cumplir la normativa y solventar el tipo de inconvenientes que presentan las cargas no lineales, se han implementado diversos métodos que compensen el impacto pero se ha encontrado que su comportamiento puede llegar a acarrear problemas adicionales. Un ejemplo de esto son los arreglos de condensadores y los conocidos filtros pasivos.

Sin embargo, la implementación de filtros activos presenta características dinámicas que permiten la adaptación a las necesidades del sistema a compensar, por lo que en los últimos años ha tenido una gran acogida. Es por esto que el desarrollo de controladores que permitan dominar el comportamiento de los filtros activos se ha convertido en una necesidad inherente al crecimiento industrial, y actualmente existen una gran cantidad de métodos que pueden ser implementados para ello.

Entonces, con el ánimo de observar la forma en la que puede ser corregida una señal distorsionada por armónicos se plantea realizar el desarrollo de las simulaciones de dos tipos de control para un sistema que cuenta con un filtro activo en paralelo (SAPF, por sus siglas en inglés) a una carga no lineal: el Control en el Marco de Referencia $\alpha\beta$, conocido con anterioridad, y el Modelo de Control Predictivo basado en el Modelo del sistema (MPC, por sus siglas en inglés), que es un conocimiento adquirido durante el desarrollo del trabajo. A partir de la comparación de los resultados obtenidos, es posible definir cuál control domina mejor la dinámica del filtro para obtener una calidad de energía superior en un modelo de filtro activo en paralelo presente en un sistema cuyos valores corresponden a los existentes en un banco de pruebas experimentales desarrollado por el grupo de investigación SEPIC de la UPC.

II. FILTROS ACTIVOS

Los filtros activos son dispositivos constituidos por elementos activos (como diodos y/o transistores) que dependiendo de su configuración, pueden operar como suministradores de tensiones o corrientes en un sistema, permitiéndoles actuar como compensadores de las componentes armónicas de cargas no lineales en el mismo instante en que son requeridas, siempre que cuenten con un control para ello.

Su principio de funcionamiento radica en lograr que la corriente de una fuente de alimentación determinada i_s se mantenga lo más parecida a una onda de referencia sinusoidal i_s^* y en fase con la onda de tensión v_s del sistema. Para ello, cuando el filtro activo en paralelo reconoce (a través de su control) que la carga no lineal está demandando una componente armónica, deriva una corriente i_f de la misma

amplitud pero con la fase opuesta, de forma que garantiza que en el punto de acoplamiento común (*PCC*, por sus siglas en inglés) la corriente de la red sea puramente sinusoidal.

II-A. Dinámica del filtro activo

Para poder establecer el control para un filtro activo es preciso conocer la dinámica de su funcionamiento trifásico. Dicho esto, en la Figura 1 se puede observar el modelo circuital del filtro activo, representado en Simulink, a partir de donde se pueden obtener las ecuaciones (1) y (2), en donde, teniendo en cuenta únicamente el régimen estacionario y que el desfase entre líneas es de 120° , se cumplen las igualdades de (3). Entonces el modelo del convertidor en marco de referencia *ABC* es el presentado en las ecuaciones de la (4) a la (6). En este punto, es importante recalcar que el filtro activo funciona como un rectificador que cumple con su objetivo a través de la inyección de corriente proveniente de una fuente de almacenamiento de energía, como un condensador, por lo que la ecuación que modela el voltaje de salida puede expresarse en términos de las señales *u* de conmutación y el voltaje *DC* predefinido. Dicho esto, es evidente que la dinámica del sistema dependerá de seis señales (u_a , u_b y u_c , correspondientes a cada una de las tres fases junto con las mismas tres señales pero negadas).

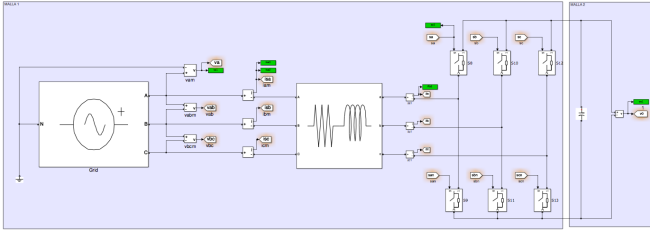


Figura 1: Modelo de filtro activo

$$v_{s_a} = L_f \frac{di_{s_a}}{dt} + \frac{V_o}{2} u_a - v_n \quad (1)$$

$$L \frac{di_{s_a}}{dt} = v_{s_a} - \frac{V_o}{2} u_a + v_n \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{n=a,b,c} \frac{di_{s_n}}{dt} \\ 0 &= \sum_{n=a,b,c} v_{s_n} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} L \frac{di_{s_a}}{dt} &= v_{s_a} - \frac{V_o}{2} u_a + v_n \\ L \frac{di_{s_b}}{dt} &= v_{s_b} - \frac{V_o}{2} u_b + v_n \\ L \frac{di_{s_c}}{dt} &= v_{s_c} - \frac{V_o}{2} u_c + v_n \end{aligned} \quad (4)$$

$$C_f \frac{dV_o}{dt} = i_{s_a} \frac{u_a}{2} + i_{s_b} \frac{u_b}{2} + i_{s_c} \frac{u_c}{2} \quad (5)$$

$$V_n = \frac{V_o}{6} (u_a + u_b + u_c) \quad (6)$$

Debido a la dinámica de operación del filtro activo, es posible prever que solamente uno de los dos interruptores ideales que se encuentran conectados a cada fase puede estar en funcionamiento, lo cual implica que los pulsos que dominan su comportamiento tenga valores de $u_{\{a,b,c\}} \in \{-1, 1\}$.

II-B. Técnicas de control para filtros activos

Conociendo su forma de funcionamiento, es evidente que los filtros activos necesitan un control que los domine para obtener los beneficios a estos asociados. Esto puede ser implementado de diferentes maneras si se tienen en cuenta las características del sistema en el que se está involucrando el control. Algunas de las formas de hacerlo se encuentran listadas a continuación.

- Control de lógica difusa. Hace uso de la relatividad de los elementos observados para establecer un interpolación entre fronteras y realizar la interpretación de los objetos que está teniendo en cuenta.
- Control con modulación de ancho de pulso. Utiliza el error encontrado por la diferencia entre una señal referencia y otra medida de corriente, para establecer la señal de referencia de voltaje a través de un PI, que al ser comparada con una onda portadora, define los pulsos que deben ser enviados al sistema.
- Control de histéresis. Identifica el error que existe entre una señal de referencia definida y aquella que está siendo medida en el sistema y, después de situar la señal de error en una banda de histéresis, determina si se debe reducir o aumentar la corriente del sistema.
- Control con modulación delta. Similar a la modulación de ancho de banda pero generando el cambio de las señales de control a través de un flip-flop, por lo que depende de una señal de reloj.
- Control por *dead-beat*. En función de la referencia que sabe que el sistema quiere producir, calcula la salida que se requiere en el sistema y genera el incremento o decremento de la señal que está siendo controlada según sea necesario.

Aunque básicamente todos controladores tienen características similares en su forma de operación, obteniendo el error a partir de una señal de referencia y una medida, la manera en la que se realiza la interpretación de los datos y se ejecutan los cálculos correspondientes, genera grandes diferencias a nivel de velocidad de llegada al régimen estacionario del sistema y porcentaje de mejora de la tasa de distorsión armónica en el sistema directamente.

III. SISTEMA DE SIMULACIÓN

El sistema de simulación implementado en Matlab-Simulink contiene una carga no lineal conectada a una fuente de alimentación de energía (que puede encontrarse desconectada de la red local), junto con un filtro activo en paralelo y su respectivo control, como se muestra en la Figura 2, cuyos valores se encuentran especificados en la Tabla I. Dichos valores de operación corresponden a aquellos que se encuentran implementados en los bancos de prueba del grupo de investigación SEPIC de la UPC.

III-A. Simulación del sistema sin control

Para poder observar si la inclusión de un filtro activo en paralelo, junto con su control, realiza la efectiva compensación de armónicos en un sistema con una carga no lineal, es preciso

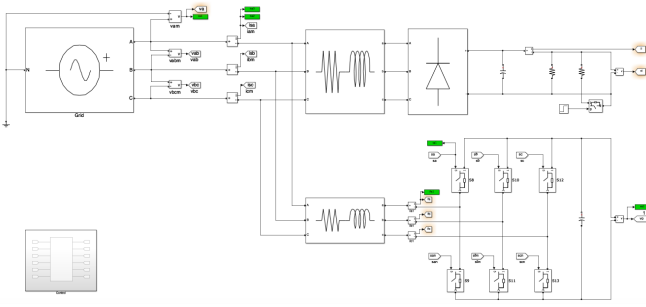


Figura 2: Visualización general del sistema de simulación.

Tabla I: Parámetros de simulación

Parámetro	Valor
V_{AC}	110 V
F	60 Hz
R_l, R_f	0,1 Ω
L_l, L_f	5 mH
C_l, C_f	200 μF
R_{lo1}	100 Ω
R_{lo2}	100 Ω
V_{DC}	400 V

conocer primero el comportamiento del sistema sin el SAPF. En la Figura 3 se puede observar la distorsión generada en la señal de corriente del sistema por la carga no lineal simulada, de forma que su onda no se encuentra en fase con la de voltaje y no es sinusoidal.

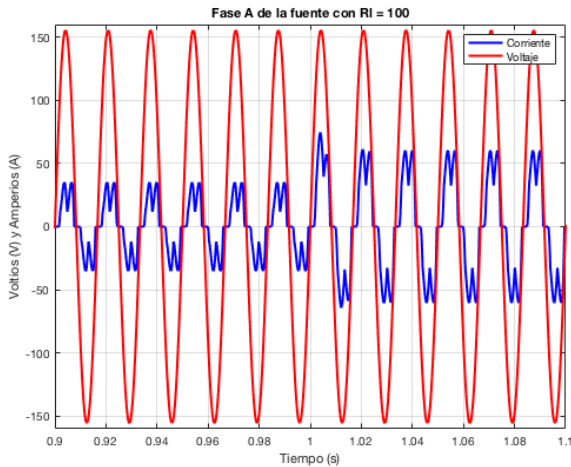


Figura 3: Gráfica detallada de voltaje y corriente (*10) para el sistema sin SAPF.

III-B. Resultados de simulación del sistema sin control

Haciendo uso de la herramienta de análisis de Matlab que aplica la Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) para, dada una frecuencia fundamental, un número de ciclos, y un tiempo de análisis inicial, determinar el valor del THD de una señal específica, se obtienen los resultados que se encuentran consignados en la Tabla II para las cargas no lineales $R_l = 100$ y $R_l = 50$.

Tabla II: Valores obtenidos del análisis FFT para la corriente en la fase A del sistema sin SAPF.

Parámetro	Valor	
Carga	100 Ω	50 Ω
THD	40,46 %	30,44 %
V_{DC}	0 V	0 V
h_{fund}	100 %	100 %
h_5	37,40 %	28,74 %
h_7	13,26 %	7,85 %
h_{11}	7,15 %	5,34 %
h_{13}	3,42 %	3,27 %

IV. CONTROL EN EL MARCO DE REFERENCIA $\alpha\beta$

Basado en la teoría de potencia instantánea, el control en el marco de referencia $\alpha\beta$ se utiliza para realizar el cálculo de la corriente que debe ser inyectada por el SAPF en el sistema, manteniendo la tensión DC de salida de referencia establecida.

Para ello, se obtiene un modelo matemático más sencillo a través del uso de fasores y la aplicación de la transformada de Clarke, como se muestra en las ecuaciones (7) y (8) cuyo resultado es el modelo en el marco de referencia mencionado, que se muestra en las ecuaciones (9) y (10).

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} L \frac{di_\alpha}{dt} &= v_\alpha - \frac{V_o}{2} u_\alpha \\ L \frac{di_\beta}{dt} &= v_\beta - \frac{V_o}{2} u_\beta \end{aligned} \quad (9)$$

$$C \frac{dV_o}{dt} = \frac{3}{4} i_\alpha u_\alpha + \frac{3}{4} i_\beta u_\beta \quad (10)$$

Para plantear el control tal que el SAPF compense los armónicos, se inicia asumiendo que el sistema se encuentra en régimen estacionario, por lo cual cumple con las igualdades presentadas en las ecuaciones de la (11) a la (13).

$$\begin{aligned} i_\alpha &= i_{\alpha^*} = kv_\alpha \\ i_\beta &= i_{\beta^*} = kv_\beta \end{aligned} \quad (11)$$

$$V_o = V_o^* \quad (12)$$

$$\begin{aligned} v_\alpha &= V_p \sin \omega t \\ v_\beta &= -V_p \cos \omega t \end{aligned} \implies v_\alpha^2 + v_\beta^2 = V_p^2 \quad (13)$$

Ahora, realizando el aislamiento de las señales de control u_α y u_β en (9) y (10) y substituyendo en la ecuación (11), se obtiene que las señales de control son las que se presentan en las ecuaciones (14) y (15).

$$u_\alpha = \frac{v_\alpha - L \frac{dkv_\alpha}{dt}}{\frac{V_o}{2}} \quad (14)$$

$$u_\beta = \frac{v_\beta - L \frac{dkv_\beta}{dt}}{\frac{V_o}{2}} \quad (15)$$

Sustituyendo las señales de control halladas en la ecuación (10), se obtiene la dinámica de la ecuación (16), que se puede reescribir como en (17), en donde se puede substituir la igualdad de (13), obteniendo la ecuación (18).

$$C \frac{dV_o}{dt} = \frac{3}{4} k v_\alpha \frac{v_\alpha - L \frac{dkv_\alpha}{dt}}{\frac{V_o}{2}} + \frac{3}{4} k v_\beta \frac{v_\beta - L \frac{dkv_\beta}{dt}}{\frac{V_o}{2}} \quad (16)$$

$$C \frac{dV_o}{dt} = \frac{3}{2} \frac{k}{V_o} (v_\alpha^2 + v_\beta^2) - \frac{3}{4} \frac{L}{V_o} * \left(\frac{d(k^2(v_\alpha^2 + v_\beta^2))}{dt} \right) \quad (17)$$

$$C \frac{dV_o}{dt} = \frac{3}{2} \frac{kV_p^2}{V_o} - \frac{3}{2} \frac{kV_p^2}{V_o} L \frac{dk}{dt} \quad (18)$$

Como $L \frac{dk}{dt} \ll 1$ ya que el valor de la inductancia es muy pequeña, la dinámica del voltaje de salida estará dada por la ecuación (19) en donde se evidencia que el sistema se encuentra linealizado.

$$C \frac{dV_o}{dt} \approx \frac{3}{2} \frac{kV_p^2}{V_o} \quad (19)$$

Finalmente, conociendo la expresión de k (ver ecuación (20)), en la ecuación (21) se presenta la ecuación de la dinámica del voltaje de salida linealizada, concluyendo que los controladores definidos tendrán el funcionamiento adecuado.

$$k = \frac{2}{3} \frac{V_o}{V} \left(K_p (V_o^* - V_o) + K_i \int (V_o^* - V_o) dt \right) \quad (20)$$

$$C \frac{d^2 V_o}{dt^2} + K_p \frac{dV_o}{dt} + K_i V_o = K_i V_o^* \quad (21)$$

Gráficamente, el controlador que genera el comportamiento deseado puede observarse en la Figura 4. En la ecuación (22) se presenta el modelo del PRES que limita el sistema, en donde es evidente que cuando $\zeta = 0,01$ y $s = j\omega_o$, el sistema se comporta según la ecuación (23). Dicho esto, para el modelo de simulación sería preciso realizar la implementación de más de un PRES ya que con el primero se atenúa la frecuencia fundamental pero no los armónicos que se desean atenuar de manera significativa. En el sistema de simulación, se hace uso de un total de tres PRES (ajustados para ω_o , $5\omega_o$ y $7\omega_o$).

$$PRES = K_p + \frac{2\zeta\omega_o s K_i}{s^2 + 2\zeta\omega_o s + \omega_o^2} \quad (22)$$

$$PRES = K_p + K_i \quad (23)$$

IV-A. Simulación del control en marco de referencia $\alpha\beta$

En las Figuras 5 y 6 se puede observar la corrección que realiza el filtro activo conectado en paralelo al sistema, con un control en coordenadas $\alpha\beta$.

IV-B. Resultados de simulación del control en $\alpha\beta$

Nuevamente, haciendo uso de la herramienta de análisis de Matlab que aplica la FFT, se obtienen los resultados para las cargas no lineales con $R_l = 100$ y con $R_l = 50$, cuyos valores se encuentran consignados en la Tabla III.

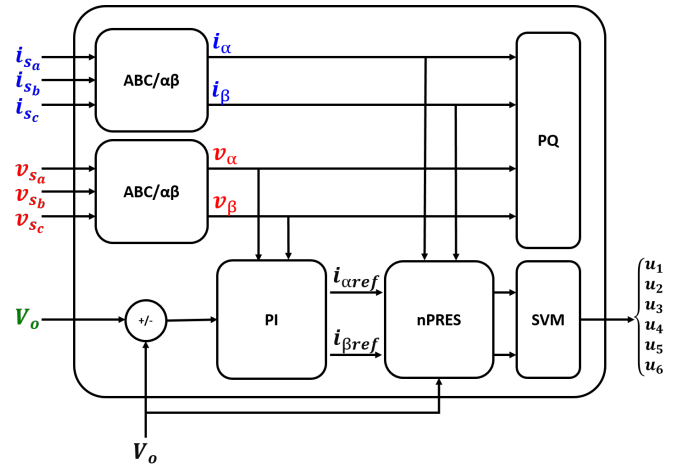


Figura 4: Diagrama de bloques de un control en coordenadas $\alpha\beta$.

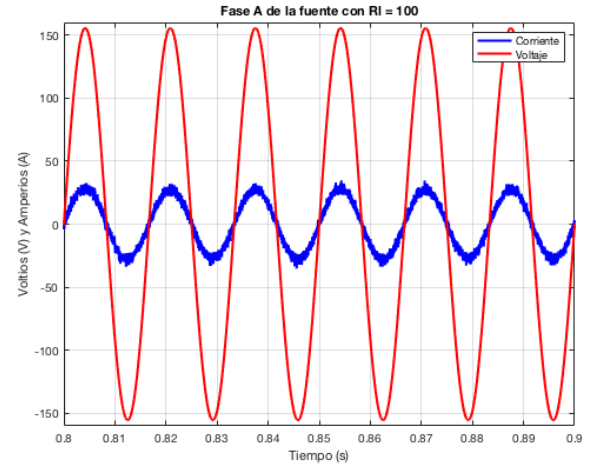


Figura 5: Gráfica detallada de voltaje y corriente (*10) para el sistema con control en coordenadas $\alpha\beta$ para $R_l = 100\Omega$.

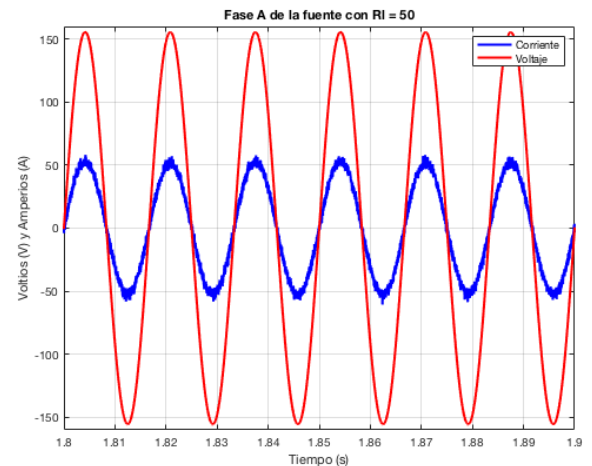


Figura 6: Gráfica detallada de voltaje y corriente (*10) para el sistema con control en coordenadas $\alpha\beta$ para $R_l = 50\Omega$.

Tabla III: Valores obtenidos del análisis FFT para la corriente en la fase A del sistema con control en coordenadas $\alpha\beta$.

Parámetro	Valor	
Carga	100 Ω	50 Ω
THD	1,78 %	1,70 %
V_{DC}	393,7548 V	398,7515 V
h_{fund}	100 %	100 %
h_5	1,46 %	1,50 %
h_7	0,89 %	0,65 %
h_{11}	0,23 %	0,34 %
h_{13}	0,17 %	0,28 %

V. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN EL MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA

Basado en la teoría de optimización iterativa dentro de un horizonte finito, este control busca prever la respuesta que tendrá un sistema determinado en los futuros instantes que se encuentran dentro de una ventana de tiempo de tamaño reducido y finito.

Para obtener su modelo matemático, se tienen en cuenta las ecuaciones que modelan la dinámica del filtro activo que se presentan en la Sección II, que pueden ser re-escritas como se presenta en las ecuaciones (24) y (25), donde $x = [i_a \ i_b \ i_c \ v_o]^T$ y F , E y H se presentan en (26), (27) y (28).

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) + E(v + v_n) \quad (24)$$

$$y = h(x, u) \quad (25)$$

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{u_a}{2L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{u_b}{2L} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{u_c}{2L} \\ \frac{u_a}{2C} & \frac{u_b}{2C} & \frac{u_c}{2C} & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$E = \frac{1}{L} [1 \ 1 \ 1 \ 0]^T \quad (27)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Para linealizar el modelo no se tiene el voltaje neutro v_n ya que la corriente es una señal de alta frecuencia, se adiciona el voltaje DC v_o asumiendo que es constante en cortos periodos de tiempo y se tienen en cuenta los voltajes en el punto de acoplamiento común (PCC) v_i junto con su cuadratura v_{iq} . Dicho esto, las ecuaciones diferenciales para cada fase tendrían la forma que se presenta en (29), (30) y (31), donde i representa cada fase y ω_o es la frecuencia angular de la red.

$$\frac{di_i}{dt} = \frac{v_i}{L} - \frac{v_o}{2L} u_i \quad (29)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = \omega_o v_{iq} \quad (30)$$

$$\frac{dv_{iq}}{dt} = -\omega_o v_i \quad (31)$$

Dichas ecuaciones pueden ser re-escritas de manera matricial como se presenta en las ecuaciones (32) y (33), donde $x = [i_a \ v_i \ v_{iq}]^T$ y A , B y C se presentan en (34), (35) y (36).

$$\frac{dx_i}{dt} = Ax_i + Bv_o u_i \quad (32)$$

$$y_i = Cx_i \quad (33)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_o \\ 0 & -\omega_o & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2L} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (35)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \quad (36)$$

Finalmente, se realiza la aproximación de la discretización del sistema con el tiempo de muestreo T_s , para definir las matrices que dominarán el comportamiento del SAPF como se presenta en las ecuaciones (37) y (38). C permanece invariante y de ahora en adelante será referida como la matriz C_m .

$$A_m = e^{AT_s} \cong I + AT_s = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{L} & 0 \\ 0 & 1 & \omega_o \\ 0 & -\omega_o T_s & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$B_m = \int_0^{T_s} B e^{A\lambda} d\lambda \cong BT_s = \begin{bmatrix} -\frac{T_s}{2L} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (38)$$

Para aplicar el control, es conveniente iniciar con el comportamiento de un sistema de una sola entrada y una salida. Dicho esto, en las ecuaciones (39) y (40) se puede observar el modelo discreto en el espacio de estados donde x_m corresponde al vector de estados, y a la señal de salida, u a la señal de control y η_i los posibles ruidos y perturbaciones que puedan haber en el sistema.

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) + \eta_i \quad (39)$$

$$y(k+1) = C_m x_m(k) \quad (40)$$

Estas ecuaciones puede ser re-escritas como se presenta en (41) y (42) si se aplica un incremento en sus dos lados de modo que se pueda asegurar que el error en el estado estacionario no existe. Este procedimiento eliminar los ruidos y perturbaciones η_i del sistema.

$$\begin{aligned} x_m(k+1) - x_m(k) &= A_m(x_m(k) - x_m(k-1)) \\ &\quad + B_m(u(k) - u(k-1)) + \eta_i - \eta_i \\ \Delta x_m(k+1) &= A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= C_m(x_m(k+1) - x_m(k)) \\ &= C_m \Delta x_m(k+1) \\ &= C_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) \end{aligned} \quad (42)$$

Su representación matricial se puede ver en las ecuaciones (43) y (44), donde $O_m = [0 \ \dots \ 0]$ de tantas posiciones como las del vector x_m . Para sintetizar el manejo de variables, después de las expresiones presentadas, la matriz de la parte izquierda de la primera igualdad será denominada $x(k+1)$, las matrices de la parte derecha de dicha igualdad serán denominadas A , x y B respectivamente con orden de aparición, y la primera matriz que aparece en la segunda igualdad será denominada C .

$$\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & O_m^T \\ C_m A_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (43)$$

$$y(k) = [O_m^T \ 1] \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (44)$$

Entonces, en primer lugar se debe realizar el cálculo de la predicción de la salida del sistema, a partir de las señales de los siguientes instantes de tiempo que pueden ser definidas por el control, dentro de la ventana de optimización definida como N_p . Así, la trayectoria de control está definida como $u(k_i), u(k_i+1), \dots, u(k_i+N_c-1)$ donde N_c es el horizonte de control (que debe cumplir que $N_c \leq N_p$) y determina el número de parámetros que serán utilizados para identificar y almacenar la trayectoria de control misma. Adicionalmente, se debe predecir el valor que tomarán las variables de estado a futuro de forma $x(k_i+1 | k_i), x(k_i+2 | k_i), \dots, x(k_i+m | k_i), \dots, x(k_i+N_p | k_i)$, donde $x(k_i+1 | k_i)$ corresponde a la predicción del vector de estado dada la información del instante presente $x(k_i)$ en el sistema.

Con base al modelo en espacio de estados presentado con las matrices A , B y C , el valor futuro de las variables de estado se pueden calcular secuencialmente como se muestra en la ecuación (45), así como el valor de salida del sistema como se muestra en la ecuación (46).

$$\begin{aligned} x(k_i+1 | k_i) &= Ax(k_i) + B\Delta u(k_i) \\ x(k_i+2 | k_i) &= Ax(k_i+1) + B\Delta u(k_i+1) \\ &= A^2x(k_i) + AB\Delta u(k_i) + B\Delta u(k_i+1) \\ &\vdots \\ x(k_i+N_p | k_i) &= A^{N_p}x(k_i) + A^{N_p-1}B\Delta u(k_i) + \\ &\quad A^{N_p-2}B\Delta u(k_i+1) + \dots \\ &\quad + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i+N_c-1) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} y(k_i+1 | k_i) &= Cx(k_i) + CB\Delta u(k_i) \\ y(k_i+2 | k_i) &= CA^2x(k_i) + CAB\Delta u(k_i+1) + CB\Delta u(k_i) \\ &\vdots \\ y(k_i+N_p | k_i) &= CA^{N_p}x(k_i) + CA^{N_p-1}B\Delta u(k_i) + \dots \\ &\quad + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i+N_c-1) \end{aligned} \quad (46)$$

Ahora, si se realiza la definición de los vectores como en las ecuaciones (47) y (48), es posible relacionar la salida que tendrá el sistema con las entradas medidas en un instante determinado de tiempo y el control que está siendo aplicado al SAPF como se muestra en la ecuación (49), con los parámetros matriciales que se definen en (50) y (51).

$$Y = [y(k_i+1 | k_i) \ \dots \ y(k_i+N_p | k_i)]^T \quad (47)$$

$$\Delta U = [\Delta u(k_i) \ \dots \ \Delta u(k_i+N_c-1)]^T \quad (48)$$

$$Y = Fx(k_i) + \Phi \Delta U \quad (49)$$

$$F = [CA \ CA^2 \ CA^3 \ \dots \ CA^{N_p}]^T \quad (50)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \quad (51)$$

Una vez obtenida la relación, se define el vector de referencia como se presenta en la ecuación (52), de dimensión N_p , donde $r(k_i)$ es la señal de referencia, y se establece que la función de coste del control MPC es la de la ecuación (53), donde el primer término minimiza el error que se encuentra entre la señal de corriente de la fuente y la de referencia establecida, y el segundo término especifica el esfuerzo que ejecuta el controlador para lograr su objetivo de forma que $\bar{R} = r_\omega I_{N_c \times N_c}$ (con r_ω como el peso que se le da al control).

$$R_s^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1] r(k_i) \quad (52)$$

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (53)$$

Para encontrar la solución óptima es preciso, sustituir Y en J (ver ecuación (54)), calcular la derivada parcial de la función de coste J con respecto a la señal de control U e igualar posteriormente a cero (ver ecuación (55)). El resultado óptimo se encuentra definido por la ecuación (56).

$$\begin{aligned} J &= (R_s - Fx(k_i))^T - \Phi \Delta U^T (R_s - Fx(k_i))^T - \\ &\quad \Phi \Delta U + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ J &= (R_s - Fx(k_i))^T (R_s - Fx(k_i)) - \\ &\quad 2\Delta U^T \Phi^T (R_s - Fx(k_i)) + \Delta U (\Phi^T \Phi + \bar{R}) \Delta U \end{aligned} \quad (54)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = -2\Phi^T (R_s - Fx(k_i)) + 2(\Phi^T \Phi + \bar{R}) \Delta U = 0 \quad (55)$$

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T (R_s - Fx(k_i)) \quad (56)$$

Dicha solución óptima para la variable de control ΔU tendrá N_p elementos, pero la señal de control ha de ser implementada utilizando el primer término del vector ΔU , por lo que el vector de control $u(k_i)$ para el siguiente instante de tiempo tendrá la forma $u(k_i) = u(k_i-1) + \Delta U(1)$, donde $u(k_i-1)$ es el valor de la señal de control en el instante anterior.

Gráficamente, el controlador que genera el comportamiento deseado puede observarse en la Figura 7. En donde primero se define $\Delta U_\alpha(k_i) = E^{-1}(\Phi_{R\alpha}^{j*} - \Phi_{Fx\alpha}(k_i))$ y $\Delta U_\beta(k_i) = E^{-1}(\Phi_{R\beta}^{j*} - \Phi_{Fx\beta}(k_i))$ con los parámetros $E = \Phi^T \Phi + \bar{R}$, $\Phi_R = \Phi^T + R_s$ y $\Phi_F = \Phi^T F$.

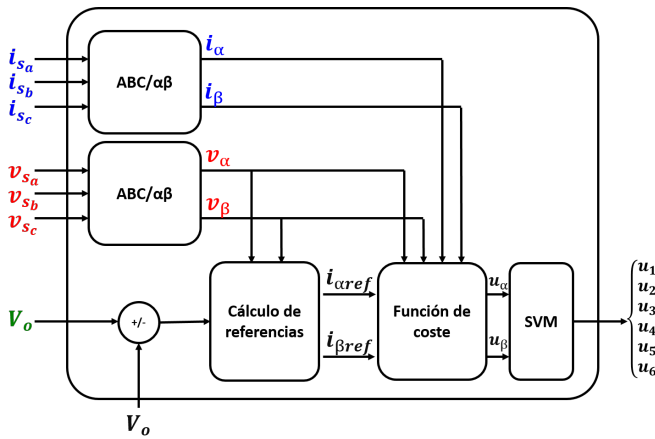


Figura 7: Diagrama de bloques de un control MPC.

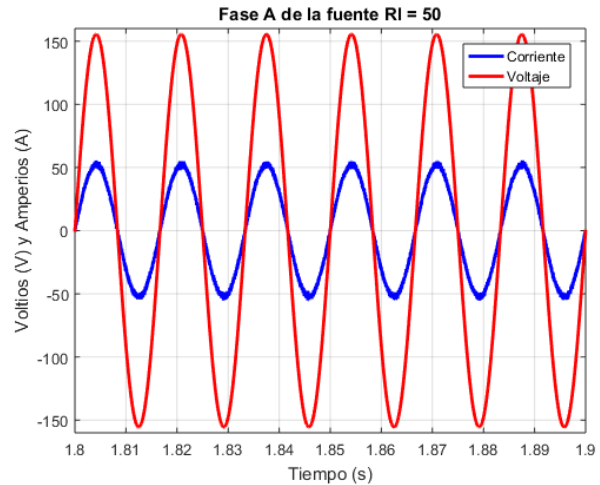


Figura 9: Gráfica detallada de voltaje y corriente (*10) para el sistema con control MPC para $R_l = 50\Omega$.

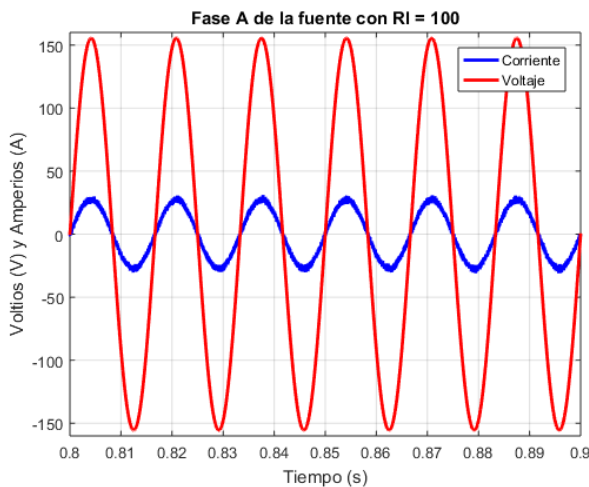


Figura 8: Gráfica detallada de voltaje y corriente (*10) para el sistema con control MPC para $R_l = 100\Omega$.

Tabla IV: Valores obtenidos del análisis FFT para la corriente en la fase A del sistema con control MPC.

Parámetro	Valor	
Carga	100 Ω	50 Ω
THD	1,06 %	0,73 %
V _{DC}	400,6155 V	400,0038 V
h _{fund}	100 %	100 %
h ₅	0,81 %	0,53 %
h ₇	0,69 %	0,51 %
h ₁₁	0,05 %	0,04 %
h ₁₃	0,07 %	0,04 %

VI. ESTUDIO COMPARATIVO

El presente estudio comparativo pretende observar cuál de dos controles analizados tiene mayor beneficio para el banco de pruebas desarrollado por el grupo de investigación SEPIC de la UPC, para lo cual se analizan: la tasa de distorsión armónica total (THD) de la señal de corriente de la fuente de alimentación, los primeros 4 armónicos impares presentes en la señal de corriente de la fuente de alimentación, el promedio de potencia reactiva, y el voltaje DC de salida del filtro.

A partir de las figuras y tablas presentadas para cada simulación del sistema modelado, en donde es evidente que existen grandes diferencias, se realiza el análisis para cada uno de los puntos mencionados.

- La lógica de control en el marco de referencia $\alpha\beta$ es más simple de implementar pero tiene una gran cantidad de componentes a ajustar (ganancias de los PI y los PRES) y al depender de PRES, se debe implementar uno por cada armónico que se desea atenuar. Por su lado, el controlador MPC contiene una cantidad de bloques reducida, cada uno de los cuales puede ser generalizado para variaciones del sistema ya que depende de mediciones y estimaciones del comportamiento de las señales a controlar a futuro (este tiene una carga de cálculos matemáticos superior debido a las matrices con las que se optimiza el proceso).
- Sabiendo que la normativa establece que el valor de la tasa de distorsión armónica total (THD) en un sistema no debe superar el 5%, los dos controladores cumplen con

V-A. Simulación del control predictivo basado en el modelo dinámico del sistema

Para realizar la implementación del control MPC para el SAPF, se hace uso de TrueTime (simulador de tiempo real), que facilita la ejecución de tareas de control a través de la programación en Matlab. En las Figuras 8 y 9 se puede observar la corrección que realiza el filtro activo conectado en paralelo al sistema, con un control MPC.

V-B. Resultados de simulación del control predictivo basado en el modelo dinámico del sistema

Nuevamente haciendo uso de la herramienta de análisis de Matlab que aplica la FFT, se obtienen los resultados para las cargas no lineales con $R_l = 100$ y con $R_l = 50$, cuyos valores se encuentran consignados en la Tabla IV.

la atenuación requerida para las dos cargas establecidas satisfactoriamente, sin embargo, el control en el marco de referencia $\alpha\beta$ lo hace con menor precisión. Cabe mencionar que el comportamiento del control en el marco de referencia $\alpha\beta$ podría mejorar optimizando el ajuste de las variables de PIs y PRES. Sin embargo, la cantidad de variables a ajustar en este último lo pone en desventaja ya que el controlador MPC únicamente requiere proceso de ajuste del lazo exterior.

- Mantener el voltaje DC en el valor especificado asegura que el filtro activo pueda responder ante la demanda de energía de la carga y el control en coordenadas $\alpha\beta$ (Tabla III) no llega a alcanzarlo para ninguna de las dos cargas, mientras que el controlador MPC (Tabla IV) sí. Además, el primer control mencionado tarda un tiempo superior en llegar a un estado estacionario (en donde de cualquier forma cuenta con un leve rizado) mientras que el segundo control, desde un cuarto del tiempo total de simulación, se encuentra en estado estacionario sobre el valor deseado.
- El controlador MPC consigue reducir la potencia reactiva mucho más que el controlador en el marco de referencia $\alpha\beta$ para las dos cargas a las que fue sometido el sistema, por lo que permite tener un sistema con bajo contenido armónico y buen factor de potencia.
- Aunque para los dos controles presentados es posible visualizar la compensación de los armónicos ya que el resultado es una onda de corriente sinusoidal que se encuentra en fase con la onda del voltaje, en el caso del controlador en el marco de referencia $\alpha\beta$ la señal de corriente tiene un rizado superior que en el controlador MPC. Esto se debe a que el primer controlador tiene una capacidad de conmutación menor que la del segundo controlador, haciendo que la señal de corriente de referencia no pueda ser seguida de manera tan precisa, estableciendo un error de manera inminente.
- Finalmente, con respecto a los primeros cuatro armónicos no impares del sistema, el control en el marco de referencia $\alpha\beta$ tiene una atenuación buena, pero no consigue eliminar completamente ninguna. En contraste, el control MPC hace una atenuación prácticamente total de los armónicos h_{11} y h_{13} . Consecuentemente, el control MPC tiene un THD inferior que el del control en coordenadas $\alpha\beta$, y al ser este el parámetro más relevante porque informa el porcentaje de energía que está siendo desperdiciada, significa que en definitiva el MPC es mejor que el control en coordenadas $\alpha\beta$.

VII. CONCLUSIONES

Los filtros activos en paralelo (SAPF) permiten incrementar y mejorar la calidad de los sistemas que cuentan con cargas no lineales correctamente, pero su eficacia y efectividad depende completamente del control al que son sometidos ya que la dinámica que domina su comportamiento no es fácil de modelar. De los controladores presentados, en el marco de referencia $\alpha\beta$ y MPC, es posible concluir que a través de la implementación del segundo el sistema tiene un mejor desempeño a nivel general porque, aunque los dos cumplen

con los objetivos de funcionamiento deseado realizando la compensación de armónicos generados por una carga no lineal, únicamente este cumple con la normativa además de corregir la onda de la señal de corriente de la fuente de alimentación del sistema simulado tal que sea puramente sinusoidal.

El controlador en el marco de referencia $\alpha\beta$, a pesar de ser comúnmente utilizado, no permite obtener una respuesta estacionaria completamente estable debido a la presencia de su PI y los múltiples PRES que requiere para poder atenuar efectivamente los armónicos presentes en el sistema y, a pesar de tener una lógica de control fácilmente entendible e implementable, existe una alta complejidad en el proceso de ajuste de los parámetros que dichos elementos que lo componen de modo que no se empeore la calidad de la red.

El controlador MPC permite obtener una respuesta del sistema altamente satisfactoria ya que, a través del uso de una única ley de control puede cumplir múltiples objetivos y tener en cuenta las restricciones que hacen parte del sistema. Aunque a nivel computacional requiere una capacidad de procesamiento superior debido a que es necesario operar con matrices, que pueden tener un gran tamaño, durante un instante de tiempo muy corto, este tipo de matemática puede ser implementada a través de equipos computacionales que tengan la capacidad para ello, por lo que en la actualidad esto no debe ser considerado un gran problema.

A través de las simulaciones efectuadas y la tabla comparativa de resultados presentada, es posible observar y corroborar que los dos controladores analizados corrigen las distorsiones presentes en el sistema, así como determinar que el segundo controlador mencionado (MPC) tiene características que permiten que la compensación realizada sea mejor que la del primer controlador (marco de referencia $\alpha\beta$), a pesar de que los dos cumplan con la normativa que rige los elementos y aplicaciones que requieren potencia en España. Dicho todo esto, se recomienda al grupo de investigación de la universidad realizar la implementación del banco de pruebas experimentales con el Control Predictivo basado en el Modelo dinámico del sistema.

REFERENCIAS

- [1] T. Narongrit, K-L. Areerak y K-N. Areerak, *The comparison study of current control techniques for active power filters*. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electrical and Computer Engineering Vol:5, No:12, 2011. En línea, disponible en: https://pdfs.semanticscholar.org/f949/6cde76aad23f70aef9e6a5e11ccc744e1717.pdf?_ga=2.191371049.289609808.1547913345-1371515583.1547462705
- [2] Automatic Control - Faculty of Engineering, *TrueTime*. Lund University, Lund, Suecia. En línea, disponible en: <http://www.control.lth.se/research/tools-and-software/truetime/>
- [3] L. Tarisciotti, A. Formentini, A. Gaeta, M. Degano, P. Zanchetta, R. Rabbeni y M. Pucci, *Model predictive control for shunt active filters with fixed switching frequency*. IEEE Transactions on Industry Applications Vol 53 N° 1, enero de 2017. En línea, disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7562477>
- [4] S. Kouro, P. Cortés, R. Vargas, U. Ammann y J. Rodríguez, *Model predictive control - A simple and powerful method to control power converters*. IEEE Transactions on Industrial Electronics Vol. 56 N° 6, junio de 2009. En línea, disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4682711>
- [5] R. Guzman, L. García, J. Morales, M. Castilla y J. Miret, *Model-based control for a three-phase shunt active power filter*. IEEE Transactions on Industrial Electronics Vol 63 N° 7, julio de 2016.