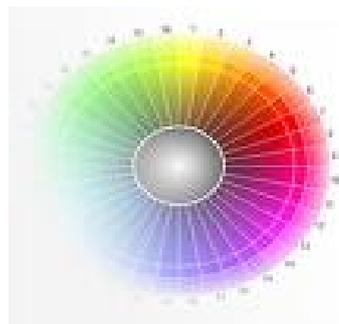
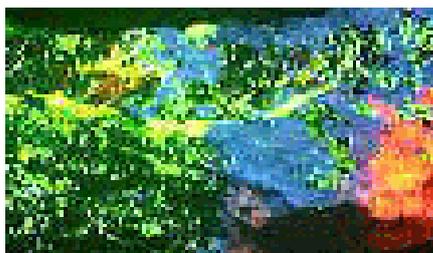
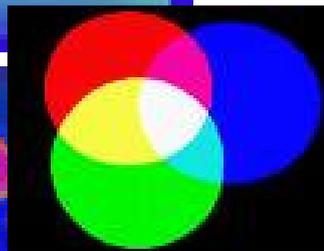
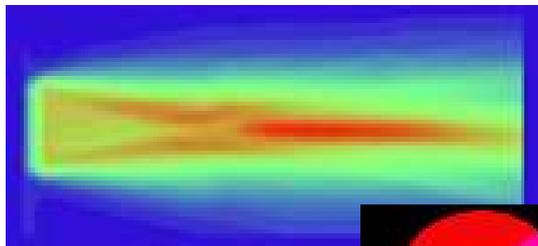
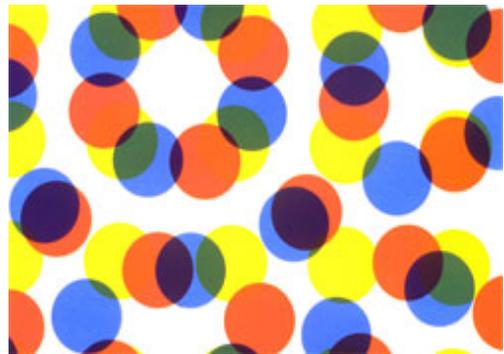
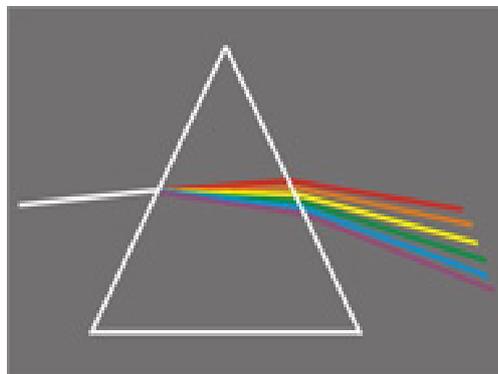


# ***CIENCIA Y TECNOLOGÍA DEL COLOR***

**2008 WORKSHOP ON  
“COLORIMETRY AND COLOR IMAGING”**



Título: Ciencia y Tecnología del Color 2008. Workshop on “Colorimetry and Color Imaging”

Editores: Joaquín Campos Acosta y Rafael Huertas Roa, Red Temática “Ciencia y Tecnología del Color”

Depósito Legal: GR-4028/2009

ISBN: 978-84-92680-76-4

Edita e Imprime: Copicentro Granada S.L.

## Reproducción espectral de valores triestímulo mediante descripciones B-Spline: evaluación del error en el color

C. Pizarro, J. Arasa, M. de Lasarte, J. Pujol, M. Arjona, M. Vilaseca

Departamento de Óptica y Optometría. Universidad Politécnica de Cataluña (UPC). Centro de Desarrollo de Sensores, Instrumentación y Sistemas (CD6). Rambla Sant Nebridi 10, 08222 Terrassa (Barcelona - España).  
Email: [marta.lasarte@oo.upc.edu](mailto:marta.lasarte@oo.upc.edu)

### RESUMEN:

La principal motivación de este trabajo es la búsqueda de una única expresión matemática que permita reproducir distribuciones espectrales de forma general. Para ello se consideran polinomios B-Spline rotacionales de segundo orden como expresión matemática base para dicha reproducción. El objetivo fundamental de este trabajo es, por tanto, la determinación de los coeficientes de los polinomios B-Spline que permitan reproducir distribuciones espectrales, así como la evaluación de la exactitud de la reproducción espectral. El método utilizado para determinar estos coeficientes es un proceso de optimización genético basado en el Algoritmo Simplex, usando el error cuadrático medio o RMSE como función de mérito. La calidad final de la reproducción se evalúa mediante el 'Goodness of Fit Coefficient' o GFC.

**Palabras clave:** Reproducción espectral, valores triestímulo, polinomios B-Spline.

---

### REFERENCES AND LINKS

- [1] M. Ares, S. Royo, J. Caum, C. Pizarro, "Comparison of B-Spline and Zernike fitting techniques in complex wavefront surfaces", in *Proceedings of SPIE* ISBN: 0-8194-5856-2 (2005).
  - [2] C. Pizarro, J. Arasa, N. Tomàs, "New optimization process based on the contrast function to triplet systems design", in *Proceedings of SPIE* ISBN: 0-8194-5133-9 (2004).
  - [3] J. Arasa, C. Pizarro, "Aplicación de algoritmos genéticos para obtener la mezcla óptima de colores básicos en los procesos de reproducción del color", in *Proceedings del VII Congreso Nacional de Color*, Pamplona 19 – 21 Mayo (2004).
  - [4] J. Arasa, C. Pizarro, "Use of aplanatic condition to sample extended objects: application to merit function segmentation", in *Proceedings of SPIE* ISBN: 0-8194-5980-1 (2005).
- 

### 1. Introducción

La principal motivación de este trabajo es la búsqueda de una única expresión matemática que permita reproducir distribuciones espectrales de forma general. Para ello se consideran polinomios B-Spline rotacionales de segundo orden como expresión matemática base para dicha reproducción. El objetivo fundamental de este trabajo es, por tanto,

la determinación de los coeficientes de los polinomios B-Spline que permitan reproducir distribuciones espectrales, así como la evaluación de la exactitud de la reproducción espectral. En trabajos anteriores se ha llevado a cabo la reproducción de la distribución espectral de algunos iluminantes comprobando la validez del método. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos para la

reproducción espectral de los valores triestímulo de un conjunto de muestras de colores, evaluando la exactitud de la reproducción mediante la diferencia de color CIELAB entre los valores triestímulo reproducidos y los medidos directamente sobre las muestras.

## 2. Método experimental

En este trabajo se consideran polinomios B-Spline rotacionales de segundo orden como expresión matemática base para la reproducción de distribuciones espectrales. Estos polinomios se caracterizan por ser continuos y derivables en los extremos, cosa que permite enlazar polinomios con continuidad en las segundas derivadas en sus extremos, haciendo posible así la descripción de curvas por tramos.

La expresión típica de un polinomio B-Spline de orden  $k-1$  consiste en una combinación lineal de unas funciones base  $B_{i,k}(\lambda)$ , mediante unos coeficientes escalares  $a_{i,k}$  según:

$$P_{k-1}(\lambda) = \sum_{i=0}^n a_{i,k} B_{i,k}(\lambda) \quad (1)$$

Las funciones base  $B_{i,k}(\lambda)$  presentan la forma:

$$B_{i,k}(\lambda) = \frac{\lambda - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} B_{i,k-1}(\lambda) + \frac{t_{i+k} - \lambda}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(\lambda) \quad (2)$$

y se caracterizan por estar descritas por un parámetro  $t$  que recorre la curva a reproducir.

La ventaja principal de los polinomios B-Spline es que admiten una representación geométrica de sus coeficientes escalares, también denominados puntos de control (Fig. 1.).

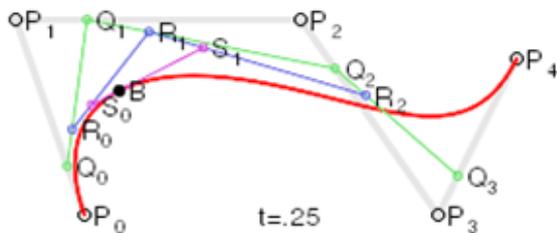
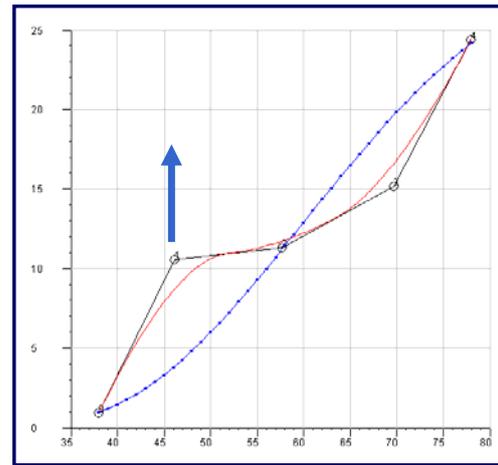


Fig. 1. Representación geométrica de un polinomio B-Spline de orden 4.

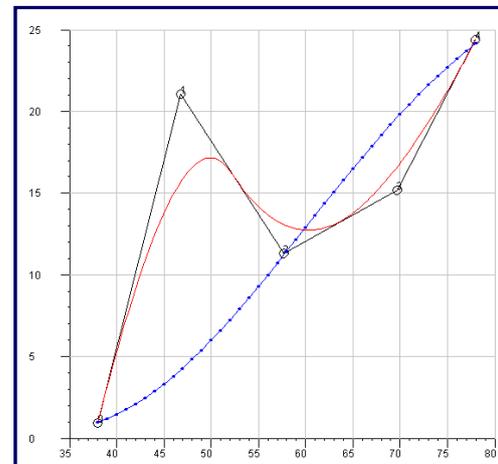
En el caso de la representación geométrica de la Fig.1, la curva roja corresponde a la curva B-Spline descrita por un polinomio de orden 4. Los 5 puntos  $P_0, P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$ , son la representación gráfica de los coeficientes o puntos de control del polinomio B-Spline, las líneas verde, azul y rosa

representan el método geométrico de determinación de los coeficientes a partir de las curvas base, y la línea gris que une los puntos de control define el lugar geométrico del espacio donde se sitúa el polinomio B-Spline. Se puede encontrar una descripción matemática completa en la referencia<sup>1</sup>.

En la Figura 2 se puede observar un ejemplo de aplicación de los polinomios B-Spline en la reproducción de distribuciones espectrales.



(a)



(b)

Fig. 2. Ejemplo de reproducción de una distribución espectral (azul) mediante un polinomio B-Spline de orden 4 (rojo) y sus puntos de control (negro). El desplazamiento de un punto de control (a) modifica la curva sólo alrededor del punto (b).

En este ejemplo aparecen representadas en azul la distribución espectral a reproducir, en rojo la curva B-Spline y en negro sus coeficientes (5, polinomio de orden 4) o puntos de control. La línea negra que los une describe el lugar geométrico donde se sitúa la curva B-Spline.

El objetivo es determinar los coeficientes que permiten reproducir la distribución espectral original mediante una curva B-Spline, desplazando los puntos de control y/o incorporando nuevos puntos de control intermedios hasta obtener el ajuste deseado.

Tal y como se puede observar, el desplazamiento de un punto de control (Fig. 2.(a)) sólo afecta a la curva B-Spline en la zona cercana al punto (Fig. 2.(b)), con una influencia casi nula en el resto de zonas alrededor del resto de puntos de control no adyacentes.

Los coeficientes del polinomio B-Spline que permite reproducir una cierta curva se determinan a partir de un algoritmo genético basado en el Algoritmo Simplex. El Algoritmo Simplex también tiene una representación geométrica en el espacio, al igual que los coeficientes de los polinomios B-Spline, y en él se utilizan los 4 movimientos que aparecen representados en la Figura 3: reflexión, reflexión y extensión, contracción y múltiple contracción.

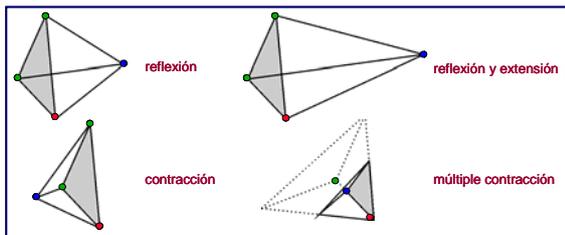


Fig. 3. Representación geométrica de los 4 movimientos utilizados en el Algoritmo Simplex.

La descripción completa del proceso de optimización genético utilizado se puede encontrar en las referencias<sup>2,3,4</sup>.

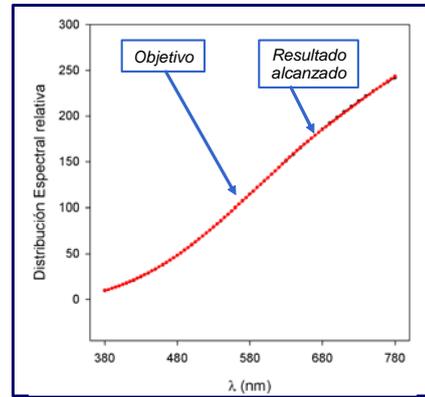
La función de mérito utilizada en el proceso de optimización genético es el error cuadrático medio o RMSE. La calidad final de la reproducción se evalúa mediante el 'Goodness of Fit Coefficient' o GFC, que es un parámetro notablemente diferente al utilizado como función de mérito, con lo que se pretende obtener un contrapunto en la evaluación de la calidad de la reproducción.

### 3. Resultados

#### 3.a. Antecedentes: reproducción espectral de iluminantes

A continuación se exponen brevemente los antecedentes a este trabajo, consistentes en la reproducción espectral de los iluminantes A, D65, F2, F7 y F11.

En cuanto al iluminante A, en la Figura 4.(a) se representan la curva de distribución espectral original (en negro) y reproducida (en rojo). Tal y como se observa, se obtiene una reproducción excelente (RMSE = 0.57182, GFC = 0.99999) utilizando un polinomio B-Spline de orden 4, con sólo 5 coeficientes o puntos de control.



RMSE = 0.57182, GFC = 0.99999

Fig. 4. Distribución espectral original (negro) y reproducida (rojo) para el iluminante A.

En la Figura 5.(a) se pueden observar los resultados para el iluminante D65 utilizando un polinomio B-Spline de orden 4 con 5 coeficientes. La reproducción no es muy buena utilizando 5 coeficientes y un polinomio de orden 4, aunque los resultados mejoran con 10 coeficientes y un polinomio de orden 9 (Fig. 5. (b)). Con 15 coeficientes (Fig. 5.(c)) continúa la mejora aunque la reproducción todavía no es excelente (GFC = 0.99965). Finalmente, con 30 coeficientes (Fig. 5.(d)) se obtiene una reproducción excelente de la distribución espectral del iluminante D65.

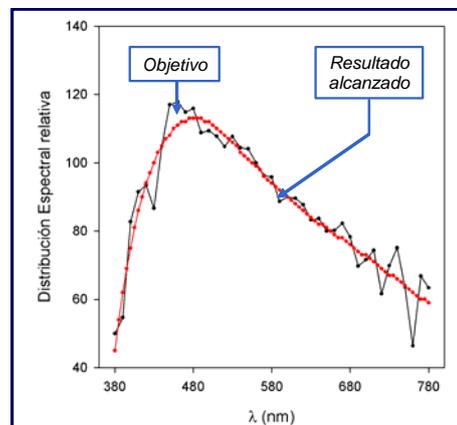


Fig. 5.(a): RMSE = 5.13338, GFC = 0.99835

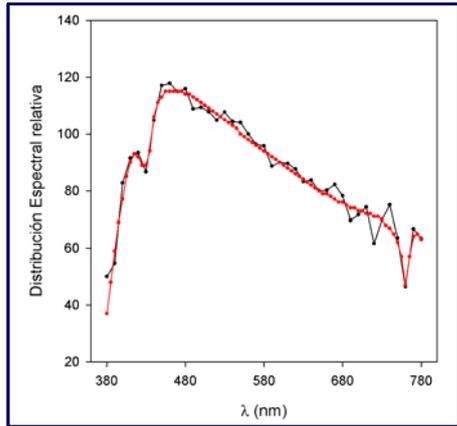


Fig. 5.(b): RMSE = 3.43171, GFC = 0.99916

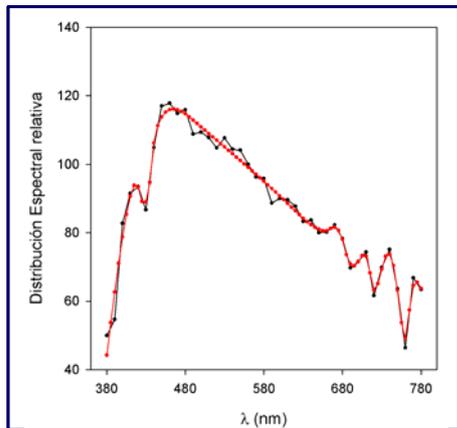


Fig. 5.(c): RMSE = 2.36153, GFC = 0.99965

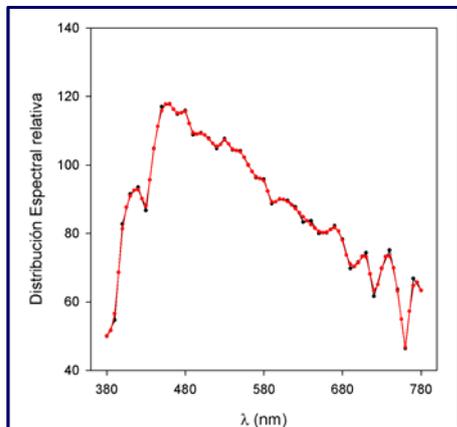


Fig. 5.(d): RMSE = 0.85993, GFC = 0.99995

Fig. 5. Distribución espectral original (negro) y reproducida (rojo) para el iluminante D65 utilizando (a) un polinomio B-Spline de orden 4 con 5 coeficientes, (b) un polinomio B-Spline de orden 9 con 10 coeficientes, (c) un polinomio B-Spline de orden 14 con 15 coeficientes y (d) un polinomio B-Spline de orden 29 con 30 coeficientes

En la siguiente tabla (TABLA I) se presentan los resultados obtenidos en términos del RMSE y del GFC en función del número de coeficientes utilizados para los iluminantes A, D65, F2, F7 y F11.

Se observa que para el iluminante A, con una distribución espectral suave y uniformemente creciente, son suficientes 5 coeficientes para obtener una reproducción excelente, mientras que para los iluminantes D65, F2, F7 y F11, con distribuciones espectrales abruptas con numerosos picos, son necesarios 30 coeficientes para obtener una reproducción excelente, o bien más de 15 para una reproducción aceptable. Todo depende del grado de precisión que se requiera en la representación.

TABLA I

RMSE y GFC para la reproducción de las distribuciones espectrales de los iluminantes A, D65, F2, F7 y F11 en función del número de coeficientes del polinomio B-Spline utilizado.

Iluminante	# coefs.	RMSE	GFC
A	5	0.57182	0.99999
	10	--	--
	15	--	--
	30	--	--
D65	5	5.13338	0.99835
	10	3.43171	0.99916
	15	2.36153	0.99965
	30	0.85993	0.99995
F2	5	9.21131	0.97845
	10	6.34761	0.99713
	15	2.61352	0.99912
	30	0.95830	0.99992
F7	5	11.4456	0.88137
	10	8.42169	0.99538
	15	3.01522	0.99901
	30	1.01877	0.99993
F11	5	6.44981	0.91536
	10	5.17431	0.99715
	15	2.97636	0.99911
	30	0.89593	0.99991

### 3.b. Reproducción espectral de valores triestímulo

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación de los polinomios B-Spline en la reproducción espectral de valores triestímulo utilizando las 24 muestras de color de la carta GretagMacbeth ColorChecker Color Rendition (CCCR).

Disponiendo de las distribuciones de reflectancia espectral de las muestras de la carta CCCR medidas en condiciones de iluminación

uniforme, se lleva a cabo su reproducción mediante polinomios B-Spline. Para cada muestra se determinan los coeficientes B-Spline necesarios para la reproducción espectral de su reflectancia. A partir de la reflectancia espectral reconstruida, se calculan los valores triestímulo asociados a cada muestra.

En la Figura 6 se representan los valores triestímulo obtenidos a partir de la reproducción de la reflectancia espectral de cada una de las muestras de la carta CCCR.

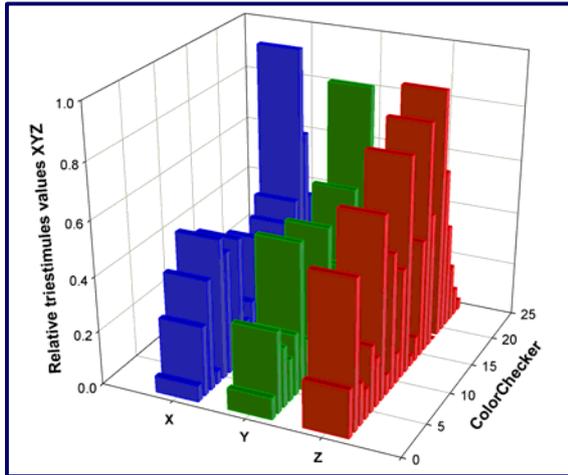


Fig. 6. Representación de los valores triestímulo de las 24 muestras de la carta CCCR obtenidos a partir de la reproducción espectral de las reflectancias de cada muestra mediante polinomios B-Spline.

En la siguiente tabla (TABLA II) aparecen, para cada una de las 24 muestras de la carta CCCR, el número de puntos de control necesarios para la reproducción de su reflectancia espectral, los valores triestímulo XYZ obtenidos a partir de estas reproducciones, y las diferencias de color CIELAB entre los valores triestímulo medidos y los obtenidos a partir de la reproducción espectral con polinomios B-Spline.

TABLA II

Reproducción mediante polinomios B-Spline de las 24 muestras de la carta CCCR: número de puntos de control necesarios, valores triestímulo XYZ obtenidos a partir de las reproducciones, y diferencias de color CIELAB entre los valores triestímulo medidos y los obtenidos a partir de la reproducción espectral con polinomios B-Spline

COLOR	Numero puntos control	X (cd/m <sup>2</sup> )	Y (cd/m <sup>2</sup> )	Z (cd/m <sup>2</sup> )	ΔE
Dark Skin	8	10.32	9.21	6.01	29.62
Light Skin	29	34.32	32.08	24.69	31.64
Blue Sky	12	18.47	19.67	33.54	30.69
Foliage	14	9.70	12.35	5.88	16.20
Blue Flower	17	23.83	22.74	42.01	25.08
Bluish Green	11	29.67	40.29	41.32	22.86
Orange	8	31.92	24.87	6.24	58.65
Purplish Blue	12	13.06	12.01	36.23	44.57
Moderate Red	14	24.15	16.61	12.76	38.84
Purple	10	8.36	6.20	15.09	13.08
Yellow Green	28	31.29	39.95	9.81	33.89
Orange Yellow	16	40.80	36.37	7.13	58.64
Blue	13	8.34	6.59	28.51	46.00
Green	19	13.55	21.44	8.84	6.16
Red	12	18.86	11.42	5.88	47.67
Yellow	22	49.87	52.59	8.37	53.25
Magenta	15	27.22	17.89	29.22	12.25
Cyan	11	13.66	19.46	36.05	59.94
White	23	76.89	81.30	87.72	3.79
Neutral 8	19	50.86	53.52	58.64	3.44
Neutral 6.5	21	31.81	33.39	36.52	2.84
Neutral 5	16	17.32	18.26	19.83	2.32
Neutral 3.5	19	8.27	8.64	9.45	1.80
Black	25	2.95	3.06	3.37	1.30

#### 4. Conclusiones

Se han aplicado los polinomios B-Spline en la reproducción espectral de los valores triestímulo de las muestras de la carta CCCR encontrando para cada una de ellas el número de coeficientes necesario para obtener una GFC > 0.9999.

A partir de estos resultados se propone como trabajo futuro la incorporación de un algoritmo para variar de forma automática el número de coeficientes del polinomio B-Spline, así como también la incorporación de nuevos criterios para evaluar la calidad de la reproducción.