



TRABAJO DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

COMPROBACIÓN DE DISEÑO EN MAQUINAS INDUSTRIALES



ANEXO

Autor: William A Méndez Rivero

Director: Eduard Calduch Pros

Co-Director: Jorge Arturo Ávila Haro

Convocatoria: 05 2018



INDICE

1	ANEXO.....	3
1.1	BASE TEÓRICA APLICADA	3
1.1.1	ELEMENTOS FINITOS USADOS EN LA SIMULACIÓN	3
1.1.1.1	ELEMENTOS MECANICO-ESTRUCTURALES 3D SOLIDOS	3
1.1.2	PROPIEDADES MECÁNICAS.....	5
1.1.2.1	FUERZAS EN TENSIÓN.....	5
1.1.2.2	FUERZAS EN COMPRESION	5
1.1.2.3	FUERZA EN CORTANTE.....	5
1.1.2.4	FUERZA EN TORSIÓN	6
1.1.2.5	DEFORMACION UNITARIA	6
1.1.2.6	DIAGRAMA DE ESFUERZO DEFORMACION UNITARIA.....	7
1.1.2.7	RESISTENCIA A LA FLUENCIA. (σ_v).....	8
1.1.2.8	MÓDULO DE ELASTICIDAD (E)	8
1.1.2.9	MÓDULO DE RESILIENCIA (E_r).....	8
1.1.2.10	RELACIÓN DE POISSON (μ).....	9
1.1.2.11	RESISTENCIA A LA TENSIÓN O ESFUERZO ULTIMO (σ_u)	9
1.1.2.12	DUCTILIDAD	9
1.1.2.13	TENACIDAD.....	10
1.1.3	TENSION DE VON MISSES	11
1.1.4	DEFORMACION TOTAL APLICADA.....	13
1.1.5	EQUILIBRIO DE CUERPOS RIGIDOS.....	14
1.1.6	DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE	14
1.1.7	REALCION ENTRE FUERZA CORTANTES Y MOEMNTOS FLECTORES	16
1.1.8	LEY DE HOOKE EN SOLIDOS ELASTICOS	17
1.1.8.1	CASO UNIDIMENSIONAL.....	17
1.1.8.2	CASO TRIDIMENSIONAL ISOTROPO	17

1 ANEXO

1.1 BASE TEÓRICA APLICADA

A continuación, se exponen una breve explicación de los principios teóricos utilizados en el proyecto, estos principios y bases teóricas han sido adquiridos a lo largo de la carrera, y con la elaboración de este proyecto final de carrera se ha podido dar una aplicación a la teoría y sobre todo comprender de mejor manera estos principios.

1.1.1 ELEMENTOS FINITOS USADOS EN LA SIMULACIÓN

Los elementos sólidos 3D sirven para mallar cualquier tipo de pieza, en la que no es posible tratarla en 2D. Pueden ser piezas que se pueden estudiar como fibra neutra y, sobretodo, piezas o ensamblajes en 3D que no se pueden malla con fibra neutra.

La malla se ha creado en nuestro modelo incluyendo nodos y elementos en el interior del ensamblaje.

Con formas 3D regulares tipo chapa como es nuestro caso, es preferible mallar con elementos hexaédricos si el programa lo permite, aunque en zonas complejas del modelo el programa ha optado por elementos tetraédricos.

1.1.1.1 ELEMENTOS MECANICO-ESTRUCTURALES 3D SOLIDOS

El programa Ansys workbench nos proporciona para la simulación 3D los siguientes elementos finitos

1.1.1.1.1 SOLID 186

Solid186 es un elemento sólido 3D de 20 nodos de orden superior que exhibe un comportamiento de desplazamiento cuadrático. El elemento admite plasticidad, hiper-elasticidad, fluencia, rigidez por estrés, gran deflexión y grandes capacidades de deformación. También tiene una capacidad de formulación mixta para simular deformaciones de materiales elasto-plásticos casi incompresibles y materiales hiper-elásticos totalmente incompresibles.

Solid 186 está disponible en dos formas:

Sólido estructural homogéneo (KEYOPT (3) = 0, el valor predeterminado)

Sólido estructural en capas (KEYOPT (3) = 1)

En nuestro modelo se ha usado la forma SOLID186 estructural homogéneo, esta forma es muy adecuado para modelar mallas irregulares (como las producidas por varios sistemas CAD / CAM), el elemento puede tener cualquier orientación espacial.

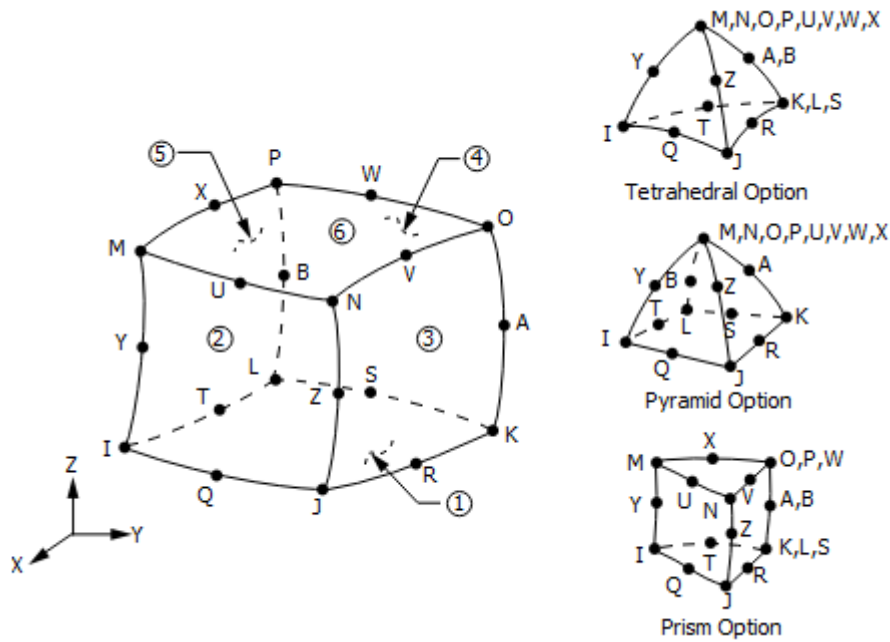


FIGURA 1.1.1.1.1. Geometrías disponibles para SOLID186

1.1.1.1.2 SOLID 187

Solido estructural tetraédrico de 10 nodos, es un elemento de orden superior con comportamiento de desplazamiento cuadrático adecuado para mallas irregulares.

Está definido por 10 nodos que tienen 3 grados de libertad en cada nodo con traslaciones en las direcciones nodales (x,y,z), el elemento tiene plasticidad, hiper-elasticidad, fluencia, rigidez por estrés, gran desviación y grandes capacidades de deformación.

Además de los nodos, los datos de entrada del elemento incluyen las propiedades del material ortotrópico o anisotrópico. Las direcciones del material ortotrópico y anisotrópico corresponden a las direcciones de coordenadas del elemento

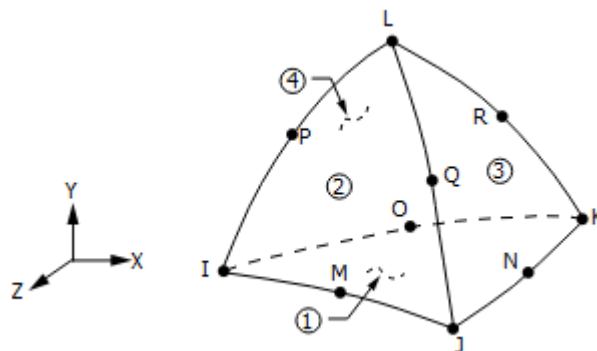


FIGURA 1.1.1.1.2. Geometría para SOLID187

1.1.2 PROPIEDADES MECÁNICAS

Las propiedades mecánicas describen como se comporta un material cuando se le aplican fuerzas externas.

Para propósitos de análisis, las fuerzas externas que se aplican sobre un material se clasifican así:

1.1.2.1 FUERZAS EN TENSIÓN

La fuerza aplicada intenta estirar al material a lo largo de su línea de acción.



FIGURA 1.1.2.1. Fuerzas en tensión

1.1.2.2 FUERZAS EN COMPRESION

La fuerza aplicada intenta comprimir o acortar al material a lo largo de su línea de acción.

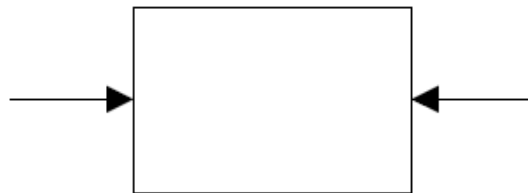


FIGURA 1.1.2.2. Fuerzas de compresión

1.1.2.3 FUERZA EN CORTANTE

Las fuerzas se aplican de tal forma que intentan cortar o seccionar al material.

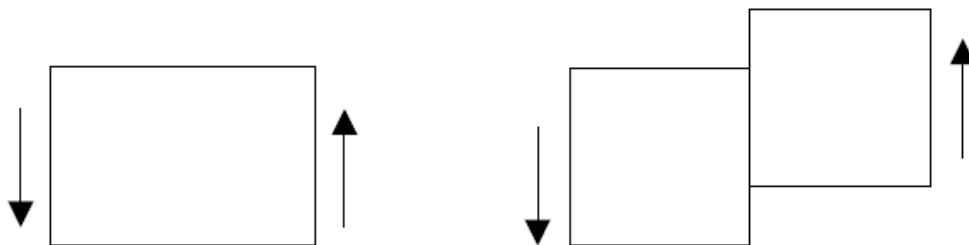


FIGURA 1.1.2.3. Fuerzas cortantes

1.1.2.4 FUERZA EN TORSIÓN

La fuerza externa aplicada intenta torcer al material. La fuerza externa recibe el nombre de torque o momento de torsión.

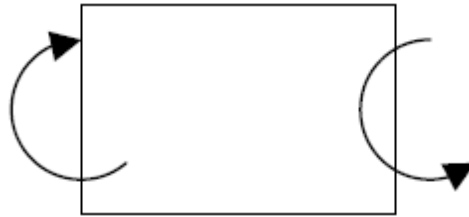


FIGURA 1.1.2.4. Fuerza en torsión

1.1.2.5 DEFORMACION UNITARIA

Se puede definir como la relación existente entre la deformación total y la longitud inicial del elemento estudiado, la cual permitirá determinar la deformación del elemento a esfuerzos de tensión o compresión axial.

Si tomamos como ejemplo una barra podemos ejemplarizar como actúa la formulación matemática de este concepto.

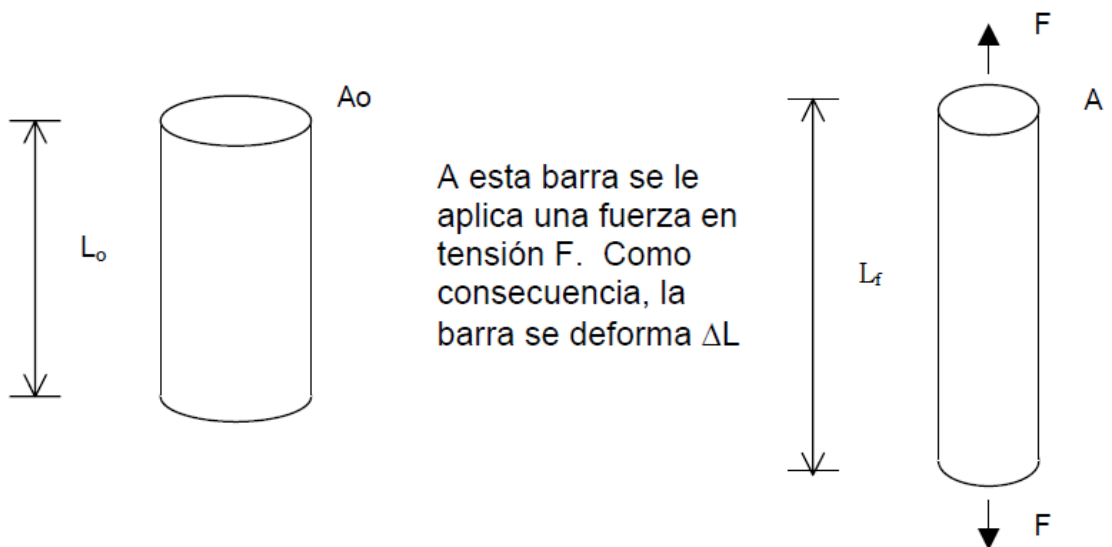


FIGURA 1.1.2.5. Ejemplo de deformación unitaria

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Donde:

$$\Delta L = L_f - L_0$$

$$L = L_0$$

1.1.2.6 DIAGRAMA DE ESFUERZO DEFORMACION UNITARIA

Suponemos que al inicio la fuerza aplicada es cero y luego su magnitud se incrementa gradualmente hasta que la barra se rompe. Entonces cada cierto tiempo se puede graficar el esfuerzo aplicado contra la deformación unitaria de la barra. A esa grafica se le llama curva Esfuerzo-deformación unitaria, y es una propiedad mecánica del material del que está hecho el elemento analizado.

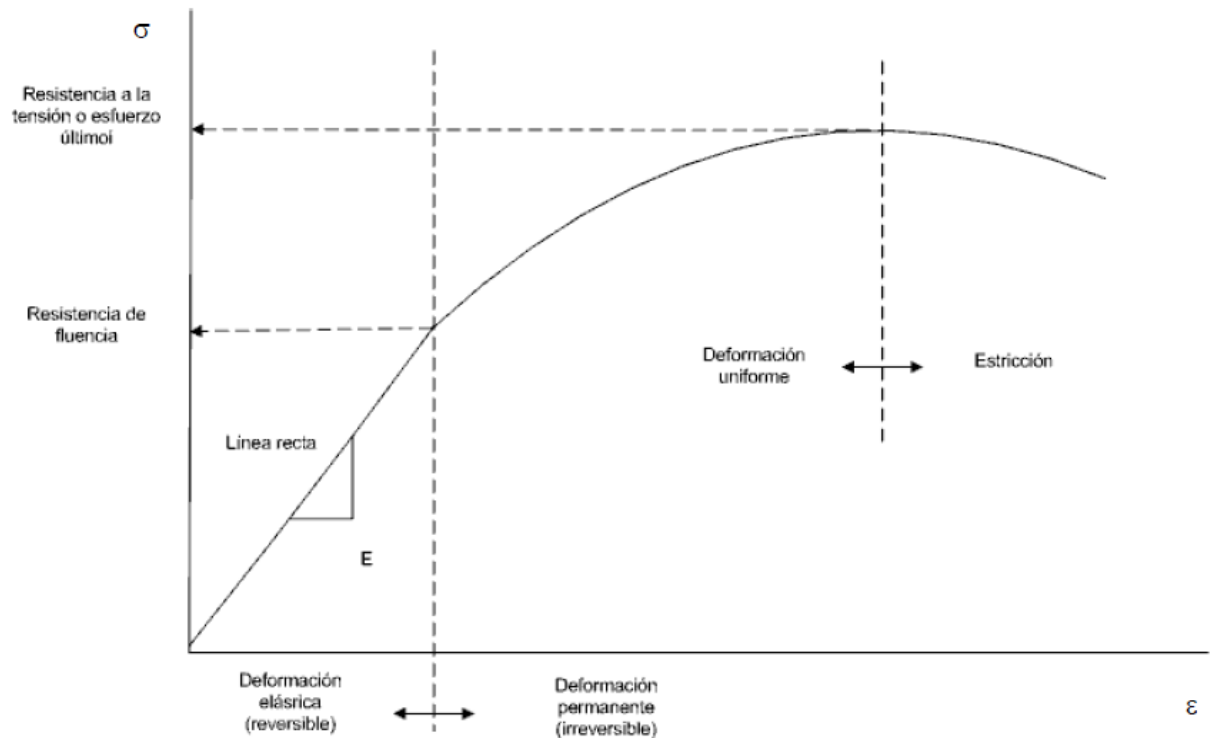
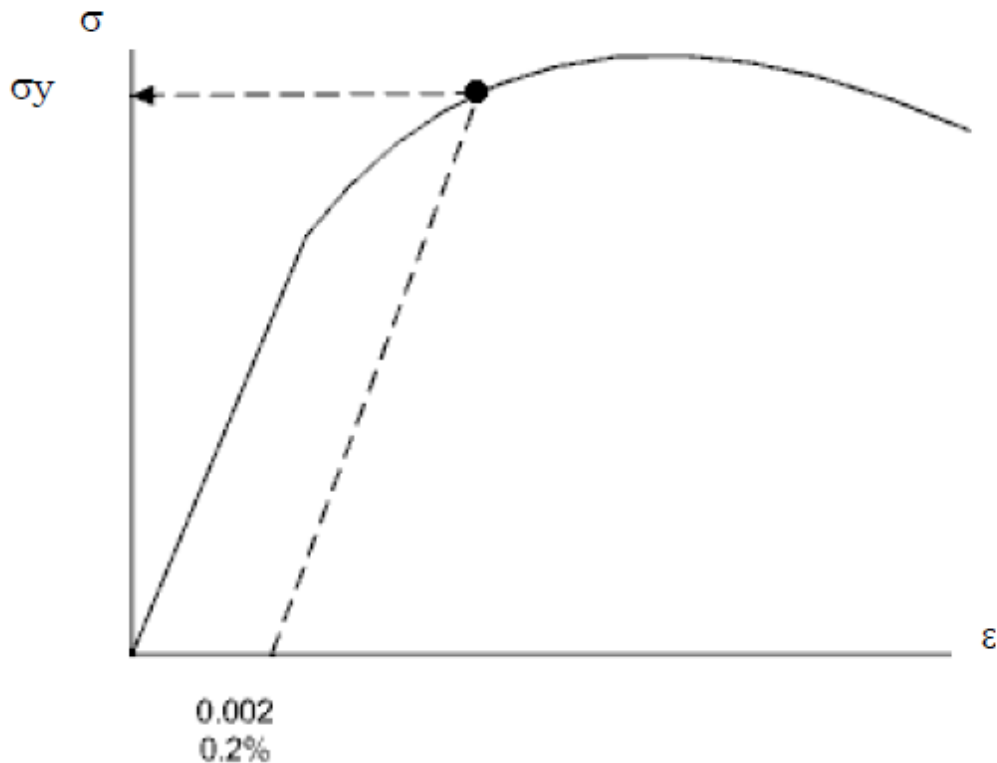


FIGURA 1.1.2.6. Curva Esfuerzo-Deformación unitaria

De la curva esfuerzo-deformación unitaria se obtienen varias propiedades mecánicas en tensión para el material.

1.1.2.7 RESISTENCIA A LA FLUENCIA. (σ_y)

Es el valor del esfuerzo que debe aplicarse sobre el material para iniciar su deformación permanente. Formalmente se define como el valor esfuerzo que al ser aplicado al material produce una deformación permanente de 0,2%, tal como se ilustra en el esquema siguiente.



GRAFICA 1.1.2.7.. determinación de la resistencia a la fluencia por el método del desplazamiento

1.1.2.8 MÓDULO DE ELASTICIDAD (E)

Es la pendiente de la línea recta que se forma en la zona elástica de la curva para la zona elástica se cumple $\sigma = E_\epsilon$

El módulo de elasticidad es una medida de la rigidez del material. Si se tienen dos materiales (A y B), A es más rígido que B si se deforma elásticamente menos que B al aplicarles a ambos la misma fuerza. El material es más rígido entre mayor sea su módulo de elasticidad.

1.1.2.9 MÓDULO DE RESILIENCIA (E_r)

Es el valor numérico del área bajo la curva en la zona elástica. Representa la energía por unidad de volumen que el material absorbe cuando se deforma elásticamente.

1.1.2.10 RELACIÓN DE POISSON (μ)

Es la relación entre la deformación unitaria longitudinal y la deformación unitaria lateral.

$$\mu = \frac{\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{longitudinal}}$$

1.1.2.11 RESISTENCIA A LA TENSIÓN O ESFUERZO ULTIMO (σ_u)

Es el valor máximo del esfuerzo de ingeniería que se puede aplicar sobre el material. Cuando el esfuerzo aplicado se iguala a la resistencia a la tensión, se inicia la estricción y luego la fractura del material.

1.1.2.12 DUCTILIDAD

La ductilidad es una medida de la cantidad de deformación plástica que puede darse en un material antes que este se rompa. La ductilidad puede medirse de dos formas:

- El porcentaje de elongación. Se define de la siguiente manera:

$$\% \text{ de elongación} = (\% EL) = \frac{L_f - L_0}{L_0} * 100$$

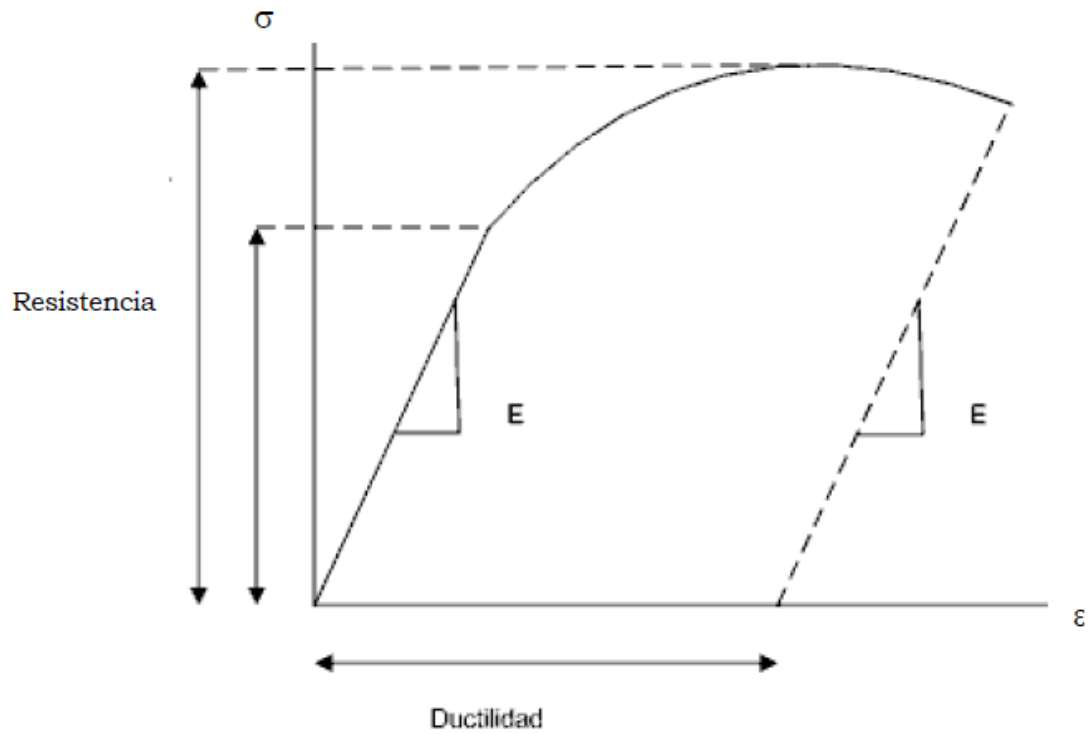
- El porcentaje de reducción de área, el cual se define de la siguiente manera:

$$\% \text{ de reducción de area} (\% AR) = \frac{A_0 - A_f}{A_0} * 100$$

Una idea cualitativa de la ductilidad de un material puede obtenerse al ver la longitud de la curva esfuerzo-deformación unitaria en la dirección del eje ε .

1.1.2.13 TENACIDAD

Es la energía por unidad de volumen que el material puede absorber antes de romperse. La tenacidad es numéricamente igual al área bajo la curva esfuerzo-deformación unitaria.



GRAFICA 1.1.2.13. Área de tenacidad

1.1.3 TENSION DE VON MISSES

Es una de las tres teorías utilizadas para expresar el estado de tensión plano de un punto material de un elemento resistente sometido a sollicitación, expresados en sus tensiones principales σ_1 y σ_2

El proceso de dimensionamiento del elemento resistente, requiere de la comparación de la sollicitación en cada punto con la referencia de resistencia, que habitualmente en estática y con materiales dúctiles es la tensión de fluencia del ensayo de tracción σ_F .

Dicha referencia de resistencia, se corresponde como no, con un estado de tensión uniaxial de tracción.

Las herramientas que permiten establecer dicha comparación son las teorías de falla estática.

- Teoría del esfuerzo normal máximo o de Rankine
- Teoría del esfuerzo tangencial máximo o de Tresca
- **Teoría de la máxima energía de distorsión o de Von Mises-Henky.**

La teoría que nos ocupa en este caso es la de la máxima energía de distorsión.

Esta teoría se originó a partir de la observación de que los materiales dúctiles, sometidos a esfuerzos hidrostáticos, presentan resistencias a la fluencia mucho mayores que las obtenidas en el ensayo a tracción simple.

Los estudios concluyen que se puede considerar que la energía total de deformación tiene dos componentes: La energía relacionada con el cambio de volumen y la energía relacionada con la distorsión de la red cristalina, y se propone la siguiente teoría.

Se producirá el fallo cuando el estado de sollicitación alcance el valor de la energía de distorsión presente en el ensayo de tracción cuando la tensión alcanza el valor de fallo.

La expresión analítica para el caso de tensión plana es:

$$\sigma_{eq} = + \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

Gráficamente, el criterio de la teoría de la máxima energía de distorsión para tensión plana queda representado por una elipse.

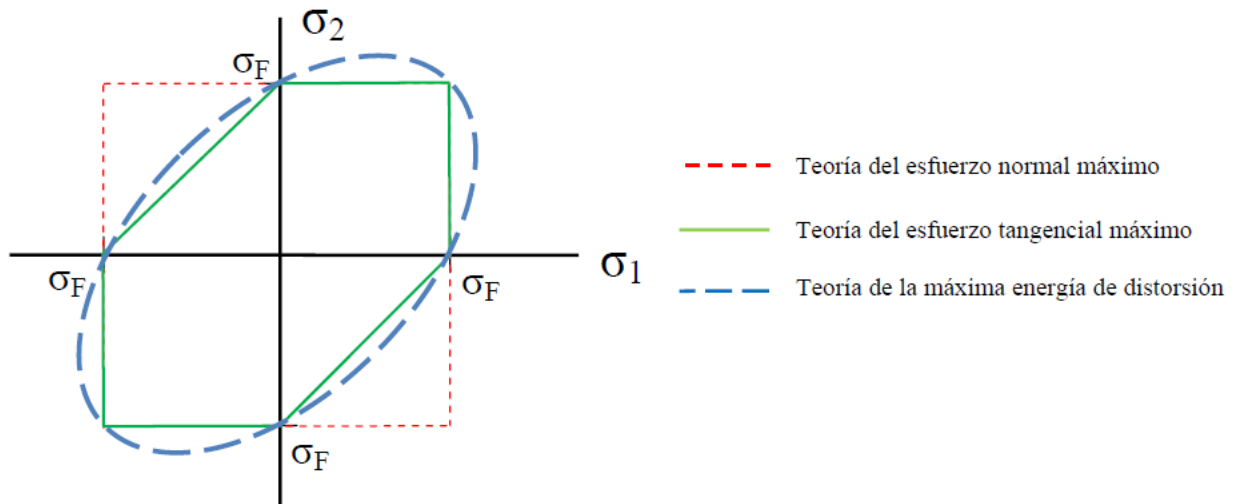


FIGURA 1.1.3.1. Representación de teorías de esfuerzo

La aplicación del concepto de tensión equivalente de Von Mises, permite pasar desde un estado tensional expresado en sus tensiones principales, aun estado tensional uniaxial con una tensión de tracción ficticia, que produce un efecto equivalente a aquel.

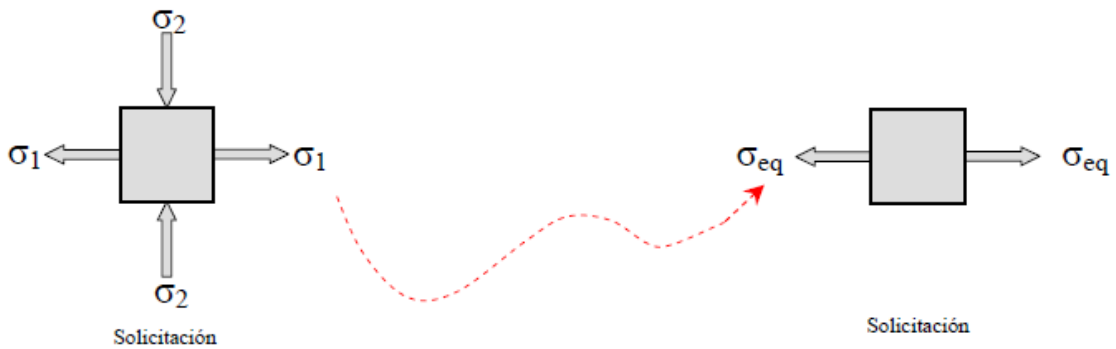


FIGURA 1.1.3.2.. Estado tensional uniaxial

La teoría de la máxima energía de distorsión es menos conservadora que la teoría del esfuerzo tangencial máximo, y aun así es la más utilizada, porque sus resultados son igualmente válidos y su uso es el más sencillo porque requiere la utilización de solo una ecuación.

1.1.4 DEFORMACION TOTAL APLICADA

La deformación total de un elemento puede definirse como la suma de las deformaciones de los tramos, cada uno de estos tramos se calcula con la ecuación.

$$\delta = \pm \frac{FL}{AE}$$

- F=Fuerza axial
- A= el área de la sección transversal
- E= el módulo de elasticidad del material
- += se toma para cargas de tracción
- -= se toma para cargas de compresión

Esta ecuación solo es validad dentro del límite de proporcionalidad.

Un ejemplo de deformación total es una pieza sometida a tracción. Debido a la acción de las fuerzas, esta se ha alargado una cantidad δ (deformación total), cuando la carga es de compresión, la pieza se acorta en vez de alargarse.

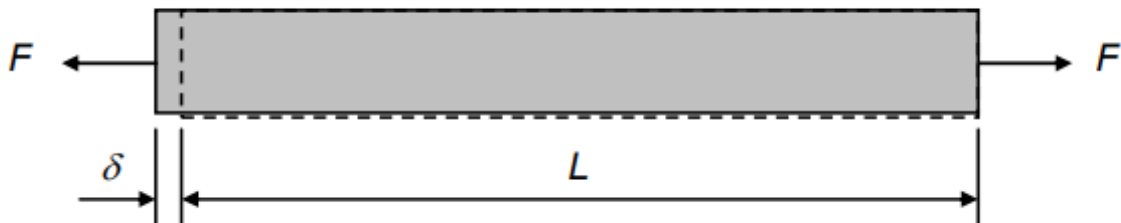


FIGURA 6.1.4. Deformación total de un elemento a tracción. Las líneas punteadas indican la forma inicial de la pieza

1.1.5 EQUILIBRIO DE CUERPOS RIGIDOS

En mecánica elemental se considera que la mayoría de los cuerpos son rígidos, es decir que no se sufre deformaciones por efecto de las fuerzas externas.

También se puede definir como un sistema de partículas cuyas posiciones relativas no cambian.

Un cuerpo rígido es una idealización, ya que en la práctica todo cuerpo se deforma por efecto de fuerzas externas.

- EQUILIBRIO

El cuerpo se encuentra en equilibrio cuando las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo forman un sistema equivalente nulo.

Entonces las condiciones necesarias y suficientes pueden obtenerse haciendo las fuerzas ejercidas y las reacciones que están provocan sean cero.

$$\Sigma F = 0$$
$$\Sigma M = \Sigma(F * d) = 0$$

1.1.6 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

El modelo analítico de un cuerpo se representa por un diagrama de cuerpo libre. Que consiste en:

- Aislar el cuerpo rígido en consideración y se representa por su geometría.
- Establecer las magnitudes y direcciones de las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo.
- Definir los puntos de apoyo, donde las fuerzas de reacción actúan para oponerse a un posible movimiento del cuerpo.
- Determinar las dimensiones del cuerpo y los puntos de aplicación de las fuerzas externas.

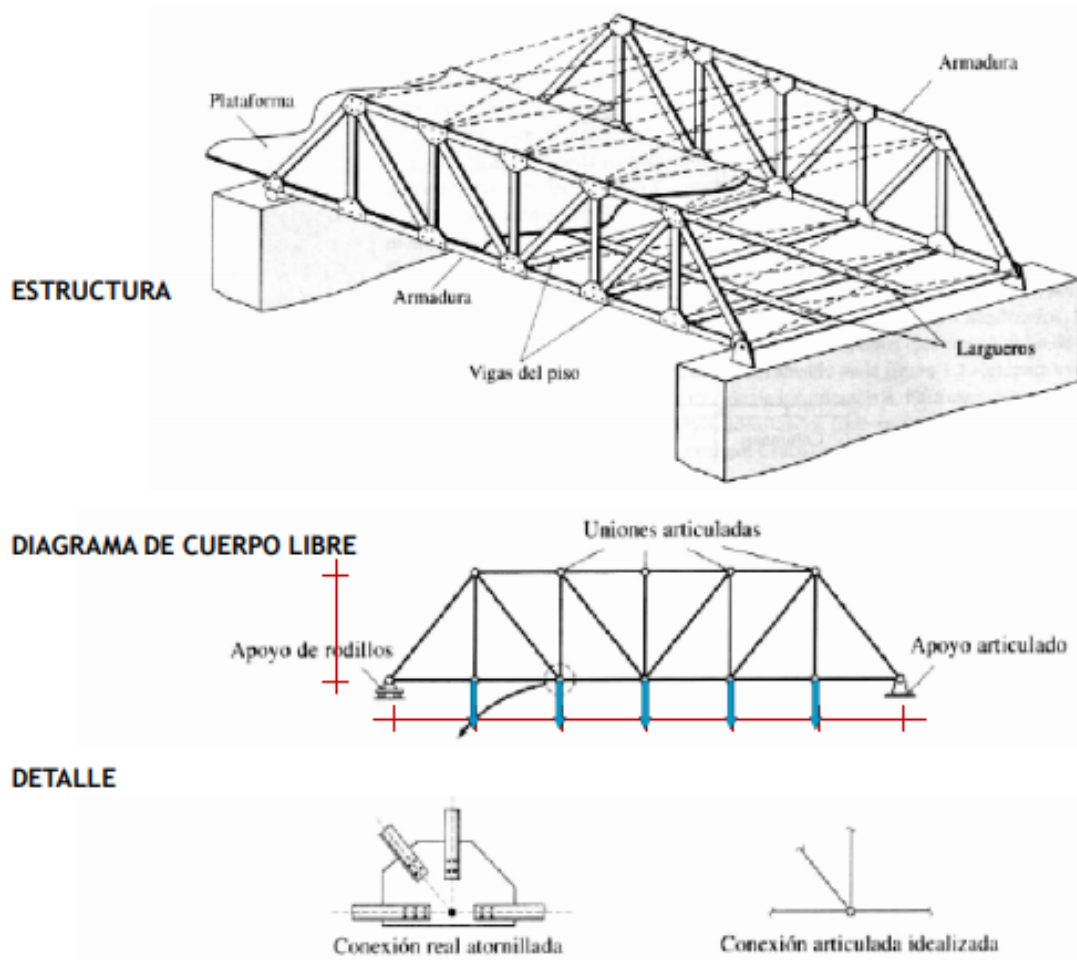


FIGURA 1.1.6.1. Construcción de un diagrama de cuerpo libre.

Ecuaciones de equilibrio

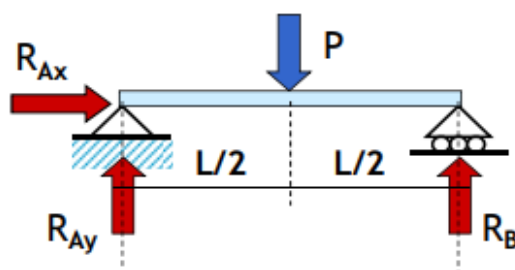
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$R_{Ax} = 0$$



$$\sum F_y = 0$$

$$R_{Ay} + R_{By} - P = 0 \longrightarrow R_{Ay} = P/2$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R_{Ay} \cdot 0 - R_{By} \cdot L + P \cdot L/2 = 0 \longrightarrow R_{By} = P/2$$

FIGURA 1.1.6.2..Reacciones en los apoyos

1.1.7 RELACION ENTRE FUERZA CORTANTES Y MOEMNTOS FLECTORES

Las fuerzas cortantes y los momentos flectores no son independientes si no que están relacionados entre sí.

Antes de ver dicha relación conviene dejar claro que, en rigor, no existen fuerzas concentradas en un punto, pues según el principio de Saint Venant, se podrán considerar concentradas las fuerzas que se transmitan a la barra a través de una superficie pequeña en comparación con la superficie de esta.

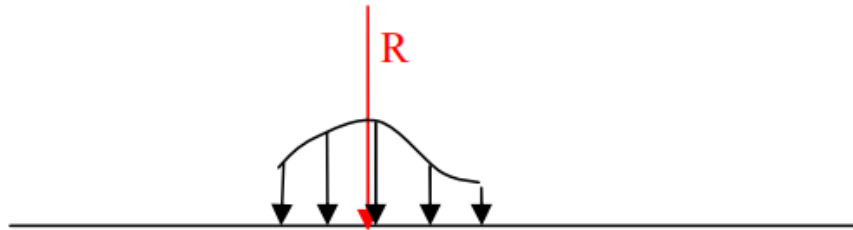


FIGURA 1.1.7.1. Principio de Saint Venant

Se considera una rebanada de una viga formada por dos secciones muy próximas, separadas dx y sobre la que actúa una carga distribuida $q(x)$. En ambas caras de la rebanada se sitúan las correspondiente fuerzas cortantes y momentos flectores (todos con sentidos positivos).

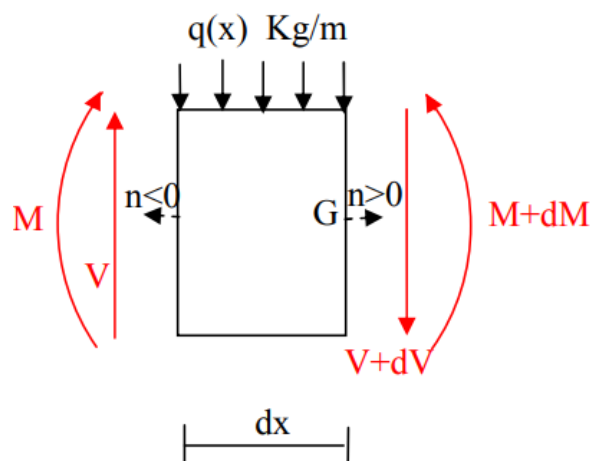


FIGURA 1.1.7.2. Sistema de esfuerzos que actúan sobre la rebanada

- La fuerza cortante es la derivada del momento flector.

1.1.8 LEY DE HOOKE EN SÓLIDOS ELÁSTICOS

La ley de Hooke para sólidos elásticos se generaliza en la ley de Hooke para resortes. En la mecánica de sólidos deformables, la distribución de tensiones es mucho más compleja que en un resorte o una barra estirada según su eje.

La deformación en el caso más general necesita ser descrita mediante un tensor de deformaciones, mientras que los esfuerzos internos en el material necesitan ser representados por un tensor de tensiones.

1.1.8.1 CASO UNIDIMENSIONAL

En el caso de un problema unidimensional donde las deformaciones o tensiones en direcciones perpendiculares a una dirección dada son irrelevantes o se pueden ignorar, la ecuación sería:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Donde E es el módulo de Young.

1.1.8.2 CASO TRIDIMENSIONAL ISÓTROPO

Para caracterizar el comportamiento de un sólido elástico lineal e isótropo se requieren además del módulo de Young otra constante elástica llamada "Coeficiente de Poisson (ν). Por otro lado, las ecuaciones de Lamé Hooke para un sólido elástico lineal e isótropo pueden ser deducidas por el teorema de Rivlin Ericksen, que pueden escribirse en la forma matricial también.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu)}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix}$$

FIGURA 1.1.8.2. Forma matricial en términos de módulo de Young y coeficiente de Poisson