



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA**

School of Professional
& Executive Development



**CONSORCI
ESCOLA INDUSTRIAL
DE BARCELONA**



Curso de Formación Continua

Explotación y Mantenimiento de Plantas Depuradoras de Aguas Residuales

Módulo 2:

Automatización de Procesos en Plantas de Depuración de Aguas

Actividades Dirigidas 5: Simulación con 'MATLAB'[®] y 'Simulink'[®] de Reguladores Analógicos para el Control de una Máquina Eléctrica de Corriente Continua (DC).

Profesor: Herminio Martínez García

1.- OBJECTIUS DE L'ACTIVITAT.

L'objectiu principal d'aquesta activitat és la d'estudiar el comportament d'un sistema de segon ordre quan treballa en llaç obert i en llaç tancat. Per això, s'ha agafat com a planta un motor de corrent continu, el qual es pot modelat completament mitjançant una funció de transferència de segon ordre (és a dir, amb una equació diferencial lineal de segon ordre) o, simplificant el model, mitjançant una funció de transferència de primer ordre. S'estudiarà el comportament del sistema front a variacions de la consigna per al sistema en llaç obert i, ja en llaç tancat, la resposta del sistema amb diferents controladors clàssics (P, PD, PI i PID), amb la finalitat de poder veure quins avantatges tenen cadascun d'ells en el control de processos industrials.

2.- INTRODUCCIÓ. MODELAT DE LA PLANTA A CONTROLAR.

Un motor elèctric de DC és un dispositiu àmpliament utilitzat en entorns industrials de tot tipus, incloses les plantes depuradores d'aigües residuals, per moure càrregues mecàniques a certa velocitat o, simplement, per posicionar-les en un determinat punt. Interessa doncs, en aquests casos, poder controlar la velocitat angular de gir (control de velocitat) o bé el seu angle de gir (control de posició).

Per poder realitzar un acurat control de la màquina hem de tenir ben modelada la mateixa mitjançant l'equació diferencial o mitjançant la funció de transferència (en el domini d' s) equivalent. Una màquina de corrent continu, sempre i quan els seus elements magnètics no treballin saturats, és un sistema lineal clàssic amb una resposta de segon ordre. Ara bé, sota certes condicions, la màquina pot respondre com un sistema lineal de primer ordre. Aquest tipus de motors té els camps (el de l'induït i el de l'inductor) excitats separatament. Així doncs, el control de la màquina es pot fer de dues formes segons si fem el control a través de l'induït (ròtor) de la màquina o bé a través del camp (inductor o estàtor).

2.1.- Motors de DC Controlat per l'Induït.

Alimentem l'inductor (és a dir, l'estàtor) amb un corrent constant, i realitzem el control (de la velocitat o de la posició) del motor variant la tensió del ròtor (o sigui, l'induït). En aquest cas (veure referències [2] ó [5] de la bibliografia), la funció de transferència en el domini d' s entre la tensió aplicada a l'induït (ròtor) $e_a(t)$ (en V) i la velocitat angular $\omega(t)$ (en rad/s) està donada per:

$$\frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{(L_a \cdot J) \cdot s^2 + (L_a \cdot f + R_a \cdot J) \cdot s + (R_a \cdot f + K \cdot K_b)}$$

(2-1)

on, els diferents paràmetres i variables del motor de DC són:

- ω = Velocitat angular de l'eix del motor (en rad/s).
- e_a = Tensió aplicada a l'induït (en V).
- R_a = Resistència del debanat de l'induït (en Ω).

- L_a = Inductància del debanat de l'induït (en H).
- f = Coeficient de fricció viscosa equivalent del motor més el de la càrrega, referit a l'eix del motor (en $N\cdot m/rad\cdot s^{-1}$).
- J = Moment d'inèrcia equivalent del motor més el de la càrrega, referit a l'eix del motor (en $kg\cdot m^2$).
- K = Constant de proporcionalitat (en $N\cdot m/A$) de l'equació $T = K\cdot i_a$, que relaciona el parell desenvolupat pel motor T (en $N\cdot m$), i el corrent del debanat de l'induït i_a (en A).
- K_b = Constant de proporcionalitat (en $V/rad\cdot s^{-1}$) de l'equació $e_b = K_b\cdot\omega$, que relaciona la força contra-electromotriu desenvolupada pel motor e_b (en V), amb la velocitat angular de l'eix del motor.

La inductància L_a del circuit de l'induït molt sovint és petita, amb la qual cosa es pot menysprear. D'aquesta forma, el model matemàtic del motor DC es descriu, de forma aproximada, amb una funció de transferència de primer ordre, donada per l'expressió (2-2):

$$\frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{(R_a \cdot J) \cdot s + (R_a \cdot f + K \cdot K_b)} = \frac{K_m}{\tau_m \cdot s + 1} \quad (2-2)$$

amb:

- K_m = Constant de guany del motor (en $rad\cdot s^{-1}/V$). El seu valor és $K_m = K/(R_a\cdot f + K\cdot K_b)$.
- τ_m = Constant de temps del motor (en s). El seu valor és $\tau_m = R_a\cdot J/(R_a\cdot f + K\cdot K_b)$.

2.2.- Motors de DC Controlat pel Camp.

En aquest cas, alimentem el induït (és a dir, el ròtor) amb un corrent constant, i realitzem el control (de la velocitat o de la posició) del motor variant la tensió de l'estàtor (és a dir, l'inductor). En aquest cas (veure també referències [2] ó [5]), la funció de transferència en el domini d' s entre la tensió aplicada a l'inductor (estàtor) $e_a(t)$ (en V) i la velocitat angular $\omega(t)$ (en rad/s) bé donada per (2-3):

$$\frac{\Omega(s)}{E_f(s)} = \frac{K_2 / (K_f \cdot f)}{\left(\frac{L_f}{R_f} \cdot s + 1\right) \cdot s + \left(\frac{J}{f} \cdot s + 1\right)} = \frac{K_m}{(\tau_f \cdot s + 1) \cdot s + (\tau_m \cdot s + 1)} \quad (2-3)$$

on ara, els diferents paràmetres del motor de DC són:

- ω = Velocitat angular de l'eix del motor (en rad/s).
- e_f = Tensió aplicada a l'inductor (en V).
- L_f = Inductància del debanat de l'inductor (en H).
- R_f = Resistència del debanat de l'inductor (en Ω).
- τ_f = Constant de temps del circuit de l'inductor (en s). El seu valor és $\tau_f = L_f/R_f$.

- J = Moment d'inèrcia equivalent del motor més el de la càrrega, referit a l'eix del motor (en $kg \cdot m^2$).
- f = Coeficient de fricció viscosa equivalent del motor més el de la càrrega, referit a l'eix del motor (en $N \cdot m / rad \cdot s^{-1}$).
- τ_m = Constant de temps de l'element inèrcia de la càrrega-fricció (en s). El seu valor és $\tau_m = J/f$.
- K_2 = Constant de proporcionalitat (en $N \cdot m / A$) de l'equació $T = K_2 \cdot i_f$, que relaciona el parell desenvolupat pel motor T (en $N \cdot m$), i el corrent del debanat de l'inductor i_f (en A).
- K_m = Constant de guany del motor (en $rad \cdot s^{-1} / V$). El seu valor és $K_m = K_2 / (R_f f)$.

3.- REALITZACIÓ DE L'ACTIVITAT.

1. Carregat MATLAB, i ja dintre de SIMULINK, obrir una nova pantalla de simulació, i col·locar en ella un blocs que modelï el comportament del motor mitjançant un control per l'induït. La funció de transferència de la planta serà així:

$$\frac{\Omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{(L_a \cdot J) \cdot s^2 + (L_a \cdot f + R_a \cdot J) \cdot s + (R_a \cdot f + K \cdot K_b)}$$

(2-4)

on, els diferents paràmetres del motor de DC són:

- Resistència del debanat de l'induït: $R_a = 0,2 \Omega$.
 - Inductància del debanat de l'induït: $L_a = 1 \text{ mH}$.
 - Coeficient de fricció viscosa equivalent del motor més el de la càrrega, referit a l'eix del motor: $f = 6 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
 - Moment d'inèrcia equivalent del motor i càrrega, referit a l'eix del motor: $J = 8 \cdot 10^{-5} \text{ g} \cdot \text{m}^2$.
 - Constant de proporcionalitat: $K = 9 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m} / \text{A}$.
 - Constant de proporcionalitat: $K_b = 8 \cdot 10^{-2} \text{ V} / \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
2. Obtenir, a partir de la funció de transferència, la resposta freqüencial de la planta, determinant la seva freqüència natural (f_0 o f_n), el seu coeficient d'esmoreïment ζ , i el seu guany en contínua (guany per a freqüències nul·les).
 3. Obtenir la resposta temporal del sistema en llaç obert (velocitat $\omega(t)$) a un esglaió unitat.
 4. Tal i com es mostra a la figura 1, tancar el llaç de retroalimentació i afegir un control proporcional (P). Obtenir la resposta temporal de la velocitat $\omega(t)$, l'error $\varepsilon(t)$ i l'entrada al sistema $u(t)$. Provar amb diversos valors del paràmetre proporcional (k_p) del controlador.

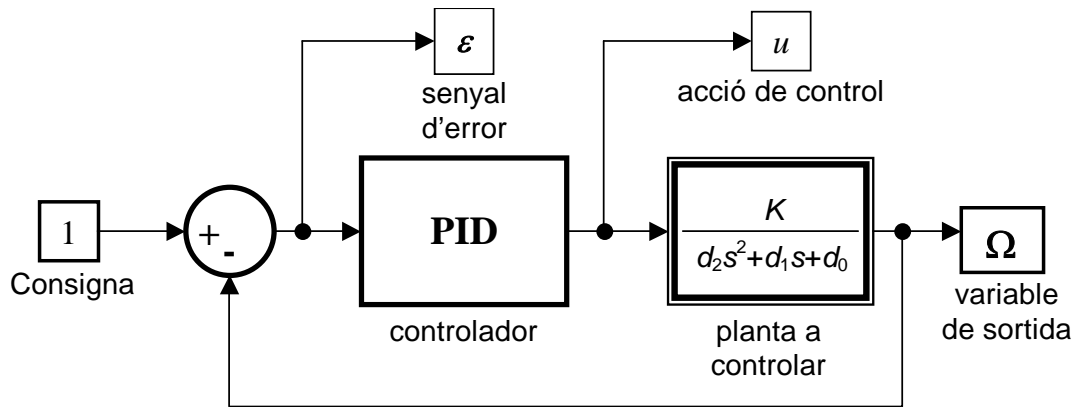


Fig.1.- Sistema retroalimentat amb controlador PID.

5. Modificar el control anterior per tal de tenir un control proporcional-integral (PI). Obtenir la resposta temporal $\omega(t)$ i l'error $\varepsilon(t)$. Provar amb diversos valors dels paràmetres proporcional i integral (k_p i k_i). Comparar amb els resultats del control P. Observar com afecten k_p i k_i sobre el màxim sobreimpuls, el temps de pujada i el temps d'establiment del sistema en llaç tancat.
6. Modificar el control anterior per tal d'aconseguir un control proporcional-integral-derivatiu (PID). Obtenir la resposta temporal $\omega(t)$ i l'error $\varepsilon(t)$. Provar amb diversos valors dels paràmetres proporcional, integral i derivatiu (k_p , k_i i k_d). Comparar amb els resultats obtingut amb els controls P i PI.
7. Comentar els avantatges de cadascuna de les tres accions de control que té un controlador PID.
8. Si el controlador PID el volem implementar mitjançant una alternativa electrònica analògica, realitzar el circuit que implementa aquest controlador.
9. Quin problema trobes que pot tenir aquest tipus de controlador?

4.- BIBLIOGRAFIA.

- [1] Chesmond, C. J. 'Control System Technology'. Brisbane, Australia: Ed. Edward Arnold Ltd. 1982.
- [2] Dorf, Richard C.; Robert H. Bishop. 'Sistemas de Control Moderno'. Madrid: Ed. Pearson Educación S.A. / Prentice Hall. 10ª Edición. 2005. Capítulo 2 ('Modelos Matemáticos de Sistemas').
- [3] Gayakwad, Ramakant; Leonard Sokoloff. 'Analog and Digital Control Systems'. New Jersey: Ed. Prentice-Hall International. 1988.
- [4] Johnson, Curtis D. 'Process Control Instrumentation Technology'. New Jersey: Ed. Prentice-Hall International, Inc. 6ª Edició. 2000.
- [5] Ogata, Katsuhiko. 'Ingeniería de Control Moderna'. México: Prentice Hall Hispanoamericana. 3ª Edición. 1998.

Professor: **Herminio Martínez**

Unitat d'Especialitat d'Electrònica Industrial. EUETIB
Departament d'Enginyeria Electrònica. UPC

Abril de 2010

Nota: Si requiere alguna aclaración sobre el contenido de esta actividad, puede dirigirse por e-mail al Profesor Herminio Martínez (herminio.martínez@upc.edu). Por favor, identifíquese en el campo del mensaje como “alumno EMPDAR”.