

Treball de Fi de Màster  
**Enginyeria Industrial**

**Programació matemàtica d'un sistema de gestió  
d'energia amb el problema del flux òptim de  
potència a una microxarxa**

*Mathematical programming for an Energy Management System with  
Optimal Power Flow problem in a microgrid*

**ÀNEX A: Model DCPF**  
**ÀNEX B: Model ACOPF**  
**ÀNEX C: Model Auxiliar**

**Autor:** Guillermo Pérez Casbas  
**Directors:** Oriol Gomis Bellmunt  
Manel Mateo Doll  
**Convocatòria:** Abril 2018



Escola Tècnica Superior  
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



## Annex A – Model DCPF

### Annex A.1 – Plantejament del model

#### DADES

Dada	Descripció	Unitats	Subíndex
$T$	Nombre d'interval·s en què es divideix l'horitzó de temps. El subíndex $t$ es defineix per $t=1\dots T$ (si no s'indica a una altra cosa)	s.u.	
$I$	Valor dels interval·s de temps	[h]	
$N$	Nombre de nodes generadors de la microxarxa. Segons el nostre model $n=1\dots N$ ( $N=4$ ). A la figura 13 s'indica el subíndex de cada element	s.u.	
$S$	Nombre d'interval·s de potència del generador. El subíndex $s$ es defineix per $s=1\dots S$ .	s.u.	
$W$	Número d'interval·s de càrrega de la bateria. El subíndex $w$ es defineix per $w=1\dots W$	s.u.	
$Isol_t$	Irradiància solar rebuda per superfície durant el període $t$ .	[W/m <sup>2</sup> ]	$t = 1 \dots T$
$S_{PV}$	Superfície de cada placa solar	[W/m <sup>2</sup> ]	
$n_{PV}$	Nombre de plaques fotovoltaiques	s.u.	
$\eta_{PV}$	Rendiment de transformació d'una placa PV	s.u.	
$Dact_t$	Demanda de potència elèctrica activa durant el període $t$	[kW]	
$C_s$	Consum horari del motor dièsel per a l'interval $s$ del generador	$\frac{L}{h}$	$s = 1 \dots S$
$Pgen_s$	Potència desenvolupada pel generador a l'interval $s$ del generador	[kW]	
$k$	Factor d'engegada del generador	[L]	
$\eta_{INV}$	Rendiment dels inversors	s.u.	

$s_{MIN}, s_{MAX}$	Estat de càrrega mínim/màxim permès de la bateria	[kWh]	
$socMin_w, socMax_w$	Estat de càrrega mínim/màxim permès de l'interval w que tindrà associat una potència màxima determinada	[kWh]	$w = 1 \dots W$
$Pbat_w$	Potència màxima de càrrega a l'interval w	[kW]	
$s_0$	Estat de càrrega inicial de la bateria	[kWh]	

## VARIABLES

Variable	Descripció	Unitats	Subíndex
$P_{it}$	Potència activa de línia en el node n al període t	[kW]	
$P_{2t}^+$	Potència de línia subministrada a la bateria (càrrega) al període t	[kW]	
$P_{2t}^-$	Potència de línia subministrada per la bateria (descàrrega) al període t	[kW]	
$xcar_t$	(Variable binària) 1 sii la bateria està carregant i 0 sii està descarregant al període t. En cas de no fer cap de les dues coses, mantenint-se en el mateix estat de càrrega, podrà prendre qualsevol valor	s. u.	$t = 1 \dots T$ $i = 1 \dots N$
$ygen_{st}$	(Variable binària) 1 sii el generador dièsel està en marxa al període t amb càrrega de potència corresponent a l'interval s	s. u.	$s = 1 \dots S$ $w = 1 \dots W$
$yon_t$	(Variable binària) 1 sii el generador dièsel s'ha posat en marxa al període t	s. u.	
$xsoc_{wt}$	(Variable binària) 1 sii la bateria es troba en el percentatge de càrrega corresponent a l'interval w per al període t	s. u.	
$s_t$	Estat de càrrega de la bateria al final del període t	[kWh]	

## FUNCIÓ OBJECTIU

$$[MIN]z = \sum_{t=1}^T \left( \left( \sum_{s=1}^S ygen_{st} \cdot C_s \cdot I \right) + yon_t \cdot k \right)$$

**RESTRICCIONS**

(A.1)

$$\sum_{n=1}^N P_{it} = 0 \quad \{\forall t = 1 \dots T, \forall i = 1 \dots N\}$$

(A.2)

$$P_{4t} = -D_{ACT,t} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(A.3)

$$P_{2t} = -P_{2t}^- + P_{2t}^+ \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$0 \leq P_{2t}^- \leq xcar_t \cdot M \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$0 \leq P_{2t}^+ \leq (1 - xcar_t) \cdot M \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(A.4)

$$s_t = s_{t-1} - \frac{P_{2t}^+ \cdot I}{\eta_{INV}} + P_{2t}^- \cdot I \cdot \eta_{INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(A.5)

$$S_{MIN} \leq s_t \leq S_{MAX} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$s_T = s_0$$

(A.6)

$$P_{2t}^- \leq \sum_{w=1}^W xsoc_{wt} \cdot PMax_w \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$s_{t-1} \leq -\varepsilon + \sum_{w=1}^W xsoc_{wt} \cdot socMax_w \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$s_{t-1} \geq \sum_{b=1}^B xsoc_{wt} \cdot socMin_w \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$\sum_{w=1}^W xsoc_{wt} = 1 \quad \forall t = 1 \dots T$$

(A.7)

$$P_{1t} \leq (Isol_t \cdot S_{PV} \cdot n_{PV} \cdot \eta_{PV}) \cdot \eta_{INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(A.8)

$$0 \leq P_{3t} \leq \sum_{s=1}^S Pgen_s \cdot ygen_{st} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$\sum_{s=1}^S ygen_{st} \leq 1 \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(A.9)

$$\sum_{s=1}^S ygen_{st} - \sum_{s=1}^S ygen_{s,t-1} \leq yon_t \leq 1 \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

## Annex A.2 – Model CPLEX

```

int T=...;
int S=...;
int N=...;
int B=...;
float I=...;
float Ppv[1..T]=...;
float s0=...;
float Dact[1..T]=...;
float C[1..S]=...;
float Pgen[1..S]=...;
float k=...;
float Rinv=...;
float Rtrafo=...;
float Smin=...;
float Smax=...;
float socMin[1..B]=...;
float socMax[1..B]=...;

```

```

float Pbat[1..B]=...;
int M=...; //Numero molt gran per representar restriccions
float eps=...; //Numero molt petit per representar restriccions
int gen=...;

dvar float+ P2pos[1..T];
dvar float+ P2neg[1..T];
dvar float P[1..T][1..N];
dvar float+ V[1..T];
dvar float+ PG[1..T];

dvar boolean xcar[1..T];
dvar boolean ygen[1..S][1..T];
dvar boolean yon[1..T];
dvar boolean xsoc[1..B][1..T];

dvar float+ s[0..T];

minimize
  sum(t in 1..T)V[t];

subject to
{
  //A.6
  s[T]==s[0];
  s[0]==s0;
  //A.8
  (sum(s in 1..S)ygen[s][1])-gen<=yon[1];
  yon[1]<=1;
  forall(t in 1..T)
  {
    //A.1
    sum(n in 1..N)P[t][n]==0;
    //A.2
    P[t][2]==P2pos[t]-P2neg[t];
    P2neg[t]<=xcar[t]*M;
    P2pos[t]<=(1-xcar[t])*M;
    //A.3
    s[t]==s[t-1]-P2pos[t]*I/Rinv+P2neg[t]*I*Rinv;
    //A.4
    Smin<=s[t]<=Smax;
    //A.5
    0<=P[t][1]<=Ppv[t]*Rinv;
    //A.7
    P[t][3]<=sum(s in 1..S)Pgen[s]*ygen[s][t];
    P[t][3]>=0;
    PG[t]==sum(s in 1..S)Pgen[s]*ygen[s][t];
    sum(s in 1..S)ygen[s][t]<=1;
    //A.9
    P2neg[t]<=sum(b in 1..B)xsoc[b][t]*Pbat[b];
    s[t-1]<=-eps+sum(b in 1..B)xsoc[b][t]*socMax[b];
    s[t-1]>=sum(b in 1..B)xsoc[b][t]*socMin[b];
    sum(b in 1..B)xsoc[b][t]==1;
    //A.10
    P[t][4]==-Dact[t];
    //(Aux)
    V[t]==yon[t]*k+(sum(s in 1..S)ygen[s][t]*C[s]*I);
  }
  forall(t in 2..T)
  {

```

```
//A.8
sum(s in 1..S)ygen[s][t]-sum(s in 1..S)ygen[s][t-
1]<=yon[t];
yon[t]<=1;
}
}
```

### Annex A.3 – Resultats model DCPF

t	P2pos [kW]	P2neg [kW]	-PBneg [kW]	V [L]	P1 [kW]	P2 [kW]	P3 [kW]	P4 [kW]	PAD [kW]	PATot [kW]	s [kWh]	Pgen [kW]
0											0.40	
1	0.00	0.00	0.00	65.21	0.00	0.00	1.02	-1.02	0.00	0.00	0.40	1.02
2	0.00	0.01	0.00	65.21	0.00	-0.01	1.02	-1.01	0.00	0.00	0.40	1.02
3	0.00	0.03	0.00	65.21	0.00	-0.03	1.02	-0.99	0.00	0.00	0.41	1.02
4	0.00	0.04	0.00	65.21	0.00	-0.04	1.02	-0.98	0.00	0.00	0.42	1.02
5	0.00	0.06	0.00	65.21	0.00	-0.06	1.02	-0.96	0.00	0.00	0.44	1.02
6	0.00	0.00	0.00	60.69	0.00	0.00	0.95	-0.95	0.00	0.00	0.44	0.95
7	0.03	0.00	-0.03	58.37	0.00	0.03	0.91	-0.94	0.00	0.00	0.43	0.91
8	0.01	0.00	-0.01	58.37	0.00	0.01	0.91	-0.92	0.00	0.00	0.43	0.91
9	0.00	0.04	0.00	60.69	0.00	-0.04	0.95	-0.91	0.00	0.00	0.43	0.95
10	0.00	0.01	0.00	58.37	0.00	-0.01	0.91	-0.90	0.00	0.00	0.44	0.91
11	0.00	0.02	0.00	58.37	0.00	-0.02	0.91	-0.89	0.00	0.00	0.44	0.91
12	0.00	0.03	0.00	58.37	0.00	-0.03	0.91	-0.88	0.00	0.00	0.45	0.91
13	0.00	0.15	0.00	65.21	0.00	-0.15	1.02	-0.87	0.00	0.00	0.49	1.02
14	0.00	0.04	0.00	58.37	0.00	-0.04	0.91	-0.87	0.00	0.00	0.50	0.91
15	0.00	0.05	0.00	58.37	0.00	-0.05	0.91	-0.86	0.00	0.00	0.51	0.91
16	0.00	0.02	0.00	56.13	0.00	-0.02	0.87	-0.85	0.00	0.00	0.51	0.87
17	0.00	0.06	0.00	58.37	0.00	-0.06	0.91	-0.85	0.00	0.00	0.53	0.91
18	0.00	0.06	0.00	58.37	0.00	-0.06	0.91	-0.85	0.00	0.00	0.54	0.91
19	0.00	0.07	0.00	58.37	0.00	-0.07	0.91	-0.84	0.00	0.00	0.56	0.91
20	0.00	0.07	0.00	58.37	0.00	-0.07	0.91	-0.84	0.00	0.00	0.58	0.91
21	0.00	0.07	0.00	58.37	0.00	-0.07	0.91	-0.84	0.00	0.00	0.60	0.91
22	0.00	0.08	0.00	58.37	0.00	-0.08	0.91	-0.83	0.00	0.00	0.61	0.91
23	0.00	0.08	0.00	58.37	0.00	-0.08	0.91	-0.83	0.00	0.00	0.63	0.91
24	0.00	0.08	0.00	58.37	0.00	-0.08	0.91	-0.83	0.00	0.00	0.65	0.91
25	0.00	0.08	0.00	58.37	0.00	-0.08	0.91	-0.83	0.00	0.00	0.67	0.91
26	0.00	0.07	0.00	58.37	0.00	-0.07	0.91	-0.83	0.00	0.00	0.69	0.91
27	0.00	0.08	0.00	58.37	0.00	-0.08	0.91	-0.83	0.00	0.00	0.71	0.91
28	0.00	0.05	0.00	56.13	0.00	-0.05	0.87	-0.83	0.00	0.00	0.72	0.87
29	0.00	0.08	0.00	51.67	0.12	-0.08	0.80	-0.83	0.00	0.12	0.74	0.80
30	0.53	0.00	-0.53	0.00	0.30	0.53	0.00	-0.83	0.00	0.30	0.60	0.00
31	0.41	0.00	-0.41	0.00	0.43	0.41	0.00	-0.84	0.00	0.43	0.50	0.00
32	0.30	0.00	-0.30	0.00	0.54	0.30	0.00	-0.85	0.00	0.54	0.42	0.00
33	0.22	0.00	-0.22	0.00	0.64	0.22	0.00	-0.86	0.00	0.64	0.37	0.00
34	0.16	0.00	-0.16	0.00	0.72	0.16	0.00	-0.88	0.00	0.72	0.32	0.00
35	0.11	0.00	-0.11	0.00	0.79	0.11	0.00	-0.89	0.00	0.79	0.30	0.00
36	0.07	0.00	-0.07	0.00	0.85	0.07	0.00	-0.91	0.00	0.85	0.28	0.00
37	0.03	0.00	-0.03	0.00	0.90	0.03	0.00	-0.93	0.00	0.90	0.27	0.00
38	0.01	0.00	-0.01	0.00	0.94	0.01	0.00	-0.95	0.00	0.94	0.27	0.00
39	0.00	0.01	0.00	0.00	0.98	-0.01	0.00	-0.97	0.00	0.98	0.27	0.00
40	0.00	0.02	0.00	0.00	1.01	-0.02	0.00	-0.99	0.00	1.01	0.28	0.00
41	0.00	0.03	0.00	0.00	1.04	-0.03	0.00	-1.01	0.00	1.04	0.28	0.00
42	0.00	0.03	0.00	0.00	1.06	-0.03	0.00	-1.03	0.00	1.06	0.29	0.00



43	0.00	0.04	0.00	0.00	1.08	-0.04	0.00	-1.04	0.00	1.08	0.30	0.00
44	0.00	0.05	0.00	0.00	1.09	-0.05	0.00	-1.04	0.00	1.09	0.32	0.00
45	0.00	0.06	0.00	0.00	1.11	-0.06	0.00	-1.05	0.00	1.11	0.33	0.00
46	0.00	0.06	0.00	0.00	1.12	-0.06	0.00	-1.05	0.00	1.12	0.35	0.00
47	0.00	0.07	0.00	0.00	1.13	-0.07	0.00	-1.06	0.00	1.13	0.36	0.00
48	0.00	0.07	0.00	0.00	1.13	-0.07	0.00	-1.06	0.00	1.13	0.38	0.00
49	0.00	0.07	0.00	0.00	1.14	-0.07	0.00	-1.07	0.00	1.14	0.40	0.00
50	0.00	0.07	0.00	0.00	1.15	-0.07	0.00	-1.08	0.00	1.15	0.41	0.00
51	0.00	0.06	0.00	0.00	1.15	-0.06	0.00	-1.08	0.00	1.15	0.43	0.00
52	0.00	0.06	0.00	0.00	1.15	-0.06	0.00	-1.09	0.00	1.15	0.45	0.00
53	0.00	0.06	0.00	0.00	1.16	-0.06	0.00	-1.09	0.00	1.16	0.46	0.00
54	0.00	0.06	0.00	0.00	1.16	-0.06	0.00	-1.10	0.00	1.16	0.48	0.00
55	0.00	0.06	0.00	0.00	1.16	-0.06	0.00	-1.10	0.00	1.16	0.49	0.00
56	0.00	0.05	0.00	0.00	1.16	-0.05	0.00	-1.10	0.00	1.16	0.50	0.00
57	0.00	0.05	0.00	0.00	1.16	-0.05	0.00	-1.10	0.00	1.16	0.52	0.00
58	0.00	0.05	0.00	0.00	1.16	-0.05	0.00	-1.10	0.00	1.16	0.53	0.00
59	0.00	0.06	0.00	0.00	1.16	-0.06	0.00	-1.10	0.00	1.16	0.54	0.00
60	0.00	0.06	0.00	0.00	1.16	-0.06	0.00	-1.09	0.00	1.16	0.56	0.00
61	0.00	0.07	0.00	0.00	1.16	-0.07	0.00	-1.09	0.00	1.16	0.58	0.00
62	0.00	0.07	0.00	0.00	1.15	-0.07	0.00	-1.08	0.00	1.15	0.59	0.00
63	0.00	0.07	0.00	0.00	1.15	-0.07	0.00	-1.07	0.00	1.15	0.61	0.00
64	0.00	0.08	0.00	0.00	1.15	-0.08	0.00	-1.07	0.00	1.15	0.63	0.00
65	0.00	0.08	0.00	0.00	1.14	-0.08	0.00	-1.06	0.00	1.14	0.65	0.00
66	0.00	0.07	0.00	0.00	1.13	-0.07	0.00	-1.06	0.00	1.13	0.67	0.00
67	0.00	0.07	0.00	0.00	1.13	-0.07	0.00	-1.06	0.00	1.13	0.68	0.00
68	0.00	0.06	0.00	0.00	1.12	-0.06	0.00	-1.06	0.00	1.12	0.70	0.00
69	0.00	0.05	0.00	0.00	1.11	-0.05	0.00	-1.05	0.00	1.11	0.71	0.00
70	0.00	0.04	0.00	0.00	1.09	-0.04	0.00	-1.05	0.00	1.09	0.72	0.00
71	0.00	0.03	0.00	0.00	1.08	-0.03	0.00	-1.05	0.00	1.08	0.73	0.00
72	0.00	0.01	0.00	0.00	1.06	-0.01	0.00	-1.05	0.00	1.06	0.73	0.00
73	0.01	0.00	-0.01	0.00	1.04	0.01	0.00	-1.04	0.00	1.04	0.73	0.00
74	0.03	0.00	-0.03	0.00	1.01	0.03	0.00	-1.04	0.00	1.01	0.72	0.00
75	0.06	0.00	-0.06	0.00	0.98	0.06	0.00	-1.04	0.00	0.98	0.71	0.00
76	0.10	0.00	-0.10	0.00	0.94	0.10	0.00	-1.04	0.00	0.94	0.68	0.00
77	0.14	0.00	-0.14	0.00	0.90	0.14	0.00	-1.04	0.00	0.90	0.65	0.00
78	0.19	0.00	-0.19	0.00	0.85	0.19	0.00	-1.03	0.00	0.85	0.60	0.00
79	0.25	0.00	-0.25	0.00	0.79	0.25	0.00	-1.03	0.00	0.79	0.54	0.00
80	0.31	0.00	-0.31	0.00	0.72	0.31	0.00	-1.03	0.00	0.72	0.46	0.00
81	0.68	0.00	-0.68	0.00	0.35	0.68	0.00	-1.03	0.00	0.35	0.28	0.00
82	0.00	0.05	0.00	72.60	0.02	-0.05	1.06	-1.03	0.00	0.02	0.29	1.06
83	0.00	0.01	0.00	65.21	0.01	-0.01	1.02	-1.03	0.00	0.01	0.30	1.02
84	0.00	0.00	0.00	65.21	0.01	0.00	1.02	-1.03	0.00	0.01	0.30	1.02
85	0.00	0.00	0.00	65.21	0.00	0.00	1.02	-1.03	0.00	0.00	0.30	1.02
86	0.00	0.07	0.00	70.00	0.00	-0.07	1.10	-1.03	0.00	0.00	0.31	1.10
87	0.00	0.03	0.00	67.60	0.00	-0.03	1.06	-1.03	0.00	0.00	0.32	1.06
88	0.00	0.03	0.00	67.60	0.00	-0.03	1.06	-1.03	0.00	0.00	0.33	1.06
89	0.00	0.06	0.00	70.00	0.00	-0.06	1.10	-1.03	0.00	0.00	0.34	1.10
90	0.01	0.00	-0.01	65.21	0.00	0.01	1.02	-1.03	0.00	0.00	0.34	1.02
91	0.00	0.03	0.00	67.60	0.00	-0.03	1.06	-1.03	0.00	0.00	0.35	1.06
92	0.00	0.04	0.00	67.60	0.00	-0.04	1.06	-1.02	0.00	0.00	0.36	1.06
93	0.00	0.02	0.00	65.21	0.00	-0.02	1.02	-1.00	0.00	0.00	0.36	1.02
94	0.00	0.04	0.00	65.21	0.00	-0.04	1.02	-0.99	0.00	0.00	0.37	1.02
95	0.00	0.05	0.00	65.21	0.00	-0.05	1.02	-0.97	0.00	0.00	0.38	1.02
96	0.00	0.06	0.00	65.21	0.00	-0.06	1.02	-0.96	0.00	0.00	0.40	1.02
TOTALS	3.65	3.81	-3.65	2731.95	51.87				0.00	51.87		



## Annex B – Model ACOPF

### Annex B.1 – Plantejament del model

#### DADES

Dada	Descripció	Unitats	Subíndex
$T$	Nombre d'interval·s en què dividim el dia. El subíndex $t$ es defineix per $t=1\dots T$ (si no s'indica a una altra cosa)	s.u.	
$I$	Valor dels interval·s de temps	[h]	
$N$	Nombre de nodes generadors de la microxarxa. Segons el nostre model $n=1\dots N$ ( $N=4$ ). A la figura 13 s'indica el subíndex de cada element	s.u.	
$S$	Nombre d'interval·s de potència del generador. El subíndex $s$ es defineix per $s=1\dots S$ .	s.u.	
$W$	Número d'interval·s de càrrega de la bateria. El subíndex $w$ es defineix per $w=1\dots W$	s.u.	
$Isol_t$	Irradiància solar rebuda per superfície durant el període $t$ .	[ $W/m^2$ ]	$t = 1 \dots T$
$S_{PV}$	Superfície de cada placa solar	[ $W/m^2$ ]	
$n_{PV}$	Nombre de plaques fotovoltaiques	s.u.	
$\eta_{PV}$	Rendiment de transformació d'una placa PV	s.u.	
$C_s$	Consum horari del motor dièsel per a l'interval $s$ del generador	[ $\frac{L}{h}$ ]	$s = 1 \dots S$
$Pgen_s$	Potència desenvolupada pel generador a l'interval $s$ del generador	[kW]	
$k$	Factor d'engegada del generador	[L]	
$\eta_{INV}$	Rendiment dels inversors	s.u.	
$S_{MIN}, S_{MAX}$	Estat de càrrega mínim/màxim permès de la bateria	[kWh]	
$socMin_w, socMax_w$	Estat de càrrega mínim/màxim permès de l'interval $w$ que tindrà associat una potència màxima determinada	[kWh]	$w = 1 \dots W$

$Pbat_w$	Potència màxima de càrrega a l'interval w	[kW]	
$s_0$	Estat de càrrega inicial de la bateria	[kWh]	
$G_{ij}$	Conductància entre els nodes i i j de la microxarxa	[S]	$i, j = 1..N$
$B_{ij}$	Susceptància entre els nodes i i j de la microxarxa	[S]	
$Dreac_t$	Demanda de potència reactiva al període t	[kVar]	$t = 1..T$
$U_{REF}$	Voltatge de referència del node slack (node 2 - bateries)	[V]	
$\alpha_{REF}$	Angle de referència del node slack (node 2 - bateries)	[rad]	
$P_{MAX,GEN}$	Potència activa màxima desenvolupada pel generador	[kW]	
$S_{MAX,GEN}$	Potència aparent màxima desenvolupada pel generador	[kVA]	
$P_{MAX,INV}$	Potència activa màxima desenvolupada per l'inversor	[kW]	
$S_{MAX,INV}$	Potència aparent màxima desenvolupada per l'inversor	[kVA]	
$Mcon_{ij}$	Matriu de connexions dels nodes (1 si dos nodes estan units per una línia o formen part de la diagonal de la matriu i 0 en cas contrari)	s. u.	$i, j = 1..N$

## DADES DE LA LINEALITZACIÓ

Dades	Descripció	Unitats	Subíndex
$A$	Nombre de valors que pot prendre el voltatge. El subíndex a es defineix per $a=1..A$	s. u.	
$B$	Número de valors que pot prendre la funció trigonomètrica del cosinus o el sinus de la diferència d'angles. El subíndex a es defineix per $a=1..B$	s. u.	
$UN_a$	Llista d' a possibles valors del voltatge	[V]	$a = 1..A$
$TC_b$	Llista de b possibles valors del cosinus de la diferència d'angles	s. u.	
$TS_b$	Llista de b possibles valors del sinus de la diferència d'angles	s. u.	$b = 1..B$

## VARIABLES

Variable	Descripció	Unitats	Subíndex
$P_{it}$	Potència activa de línia en el node $n$ al període $t$	[kW]	
$P_{2t}^+$	Potència de línia subministrada a la bateria (càrrega) al període $t$	[kW]	
$P_{2t}^-$	Potència de línia subministrada per la bateria (descàrrega) al període $t$	[kW]	
$xcar_t$	(Variable binària) 1 sii la bateria està carregant i 0 sii està descarregant al període $t$ . En cas de no fer cap de les dues coses, mantenint-se en el mateix estat de càrrega, podrà prendre qualsevol valor	<i>s. u.</i>	$t = 1 \dots T$
$ygen_{st}$	(Variable binària) 1 sii el generador dièsel està en marxa al període $t$ amb càrrega de potència corresponent a l'interval $s$	<i>s. u.</i>	$s = 1 \dots T$ $i = 1 \dots N$
$yon_t$	(Variable binària) 1 sii el generador dièsel s'ha posat en marxa al període $t$	<i>s. u.</i>	$w = 1 \dots W$
$xsoc_{wt}$	(Variable binària) 1 sii la bateria es troba en el percentatge de càrrega corresponent a l'interval $w$ per al període $t$	<i>s. u.</i>	
$s_t$	Estat de càrrega de la bateria al final del període $t$	[kWh]	
$Q_{it}$	Potència reactiva de línia en el node $i$ al període $t$	[kVAr]	
$U_{it}$	Mòdul del voltatge de fase del node $i$ al període $t$	[V]	
$\alpha_{it}$	Angle del voltatge de fase del node $i$ al període $t$	[rad]	

## VARIABLES DE LA LINEALITZACIÓ

Variabls	Descripció	Unitats	Subíndex
$IP_{it}$	Canvi de variable per a representar la part activa de intensitat injectada al node $i$ en l'interval $t$	[A]	$i = 1 \dots N$
$IQ_{it}$	Canvi de variable per a representar la part reactiva de intensitat injectada al node $i$ en l'interval $t$	[A]	$j = 1 \dots N$ $t = 1 \dots T$
$R_{ijt}$	Canvi de variable per a representar el cosinus de la diferència d'angles entre els nodes $i$ i $j$ per a l'interval $t$	<i>s. u.</i>	$a = 1 \dots A$ $b = 1 \dots B$
$P_{ijt}$	Canvi de variable per a representar el sinus de la diferència d'angles entre els nodes $i$ i $j$ per a l'interval $t$	<i>s. u.</i>	

---

$xu_{iat}$	Variable binària. 1 sii per al node i a l'interval t està seleccionat el voltatge a corresponent de la llista $UN_a$	<i>s. u.</i>
$xtr_{ijbt}$	Variable binària. 1 sii entre el node i i el j per a l'interval t està seleccionada la diferència b de cosinus i sinus corresponent de la llista $TC_b$ i $TS_b$ respectivament.	<i>s. u.</i>
$r_{ijabt}$	Variable binària. 1 sii el producte del voltatge del node j i les funcions respectives del sinus i el cosines de la diferencia d'angles entre els nodes i i j prenen els valors a i b de les llistes respectives per a l'interval t	<i>s. u.</i>

---

**FUNCIÓ OBJECTIU**

$$[MIN]_Z = \sum_{t=1}^T \left( \left( \sum_{s=1}^S ygen_{st} \cdot C_s \cdot I \right) + yon_t \cdot k \right)$$

**RESTRICCIONS**

(B.1)

$$\sum_{n=1}^N P_{it} = 0 \quad \{\forall t = 1 \dots T, \forall i = 1 \dots N\}$$

(B.2)

$$P_{4t} = -D_{ACT,t} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.3)

$$P_{2t} = -P_{2t}^- + P_{2t}^+ \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$0 \leq P_{2t}^- \leq xcar_t \cdot M \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$0 \leq P_{2t}^+ \leq (1 - xcar_t) \cdot M \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.4)

$$s_t = s_{t-1} - \frac{P_{2t}^+ \cdot I}{\eta_{INV}} + P_{2t}^- \cdot I \cdot \eta_{INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.5)

$$S_{MIN} \leq s_t \leq S_{MAX} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$s_T = s_0$$

(B.6)

$$P_{2t}^- \leq \sum_{w=1}^W xsoc_{wt} \cdot PMax_w \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$s_{t-1} \leq -\varepsilon + \sum_{w=1}^W xsoc_{wt} \cdot socMax_w \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$s_{t-1} \geq \sum_{b=1}^B xsoc_{wt} \cdot socMin_w \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$\sum_{w=1}^W xsoc_{wt} = 1 \quad \forall t = 1 \dots T$$

(B.7)

$$P_{1t} \leq (Isol_t \cdot S_{PV} \cdot n_{PV} \cdot \eta_{PV}) \cdot \eta_{INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.8)

$$0 \leq P_{3t} \leq \sum_{s=1}^S Pgen_s \cdot ygen_{st} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$\sum_{s=1}^S ygen_{st} \leq 1 \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.9)

$$\sum_{s=1}^S ygen_{st} - \sum_{s=1}^S ygen_{s,t-1} \leq yon_t \leq 1 \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.10)

$$Q_{1t} \leq fq_{INV} \cdot P_{1t} + S_{MAX,INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$Q_{1t} \geq -fq_{INV} \cdot P_{1t} - S_{MAX,INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.11)

$$Q_{2t} \leq fq_{INV} \cdot P_{2t}^+ + fq_{INV} \cdot P_{2t}^- + S_{MAX,INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$Q_{2t} \geq -fq_{INV} \cdot P_{2t}^- - fq_{INV} \cdot P_{2t}^+ - S_{MAX,INV} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.12)

$$Q_{3t} \leq fq_{GEN} \cdot P_{3t} + S_{MAX} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$Q_{3t} \geq -fq_{GEN} \cdot P_{3t} - S_{MAX} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

(B.13)

$$U_{2t} = U_{REF} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

$$\alpha_{2t} = \alpha_{REF} \quad \{\forall t = 1 \dots T\}$$

## RESTRICCIONS DE LINEALITZACIÓ

Mètode 1

(B.14)

$$R_{ijt} = \sum_{b=1}^B xtr_{ijbt} \cdot R_b \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$P_{ijt} = \sum_{b=1}^B xtr_{ijbt} \cdot P_b \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$U_{jt} = \sum_{a=1}^A xu_{jat} \cdot U_a \quad \{\forall j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$R_{ijt} = R_{jit} \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$P_{ijt} = -P_{jit} \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$R_{iit} = 1 \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$P_{iit} = 0 \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

(B.15)

$$IP_{it} = \sum_{j=1}^N \left( G_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B r_{ijabt} \cdot U_a \cdot R_b \right) + B_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B r_{ijabt} \cdot U_a \cdot P_b \right) \right) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$IQ_{it} = \sum_{j=1}^N \left( G_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B r_{ijabt} \cdot U_a \cdot P_b \right) - B_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B r_{ijabt} \cdot U_a \cdot R_b \right) \right) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

(B.16)

$$2 \cdot r_{ijabt} \leq xu_{jat} + xtr_{ijbt} \leq 1 + r_{ijabt} \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T, \forall a = 1..A, \forall b = 1..B\}$$

(B.17)

$$\sum_{a=1}^A xu_{jat} = 1 \quad \{\forall j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$\sum_{b=1}^B xtr_{ijtb} = Mcon_{ij} \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

(B.18)

$$-M \cdot (1 - xu_{iat}) \leq P_{it} - U_a \cdot IP_{it} \leq M \cdot (1 - xu_{iat}) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T, \forall a = 1..A\}$$

$$-M \cdot (1 - xu_{iat}) \leq Q_{it} - U_a \cdot IQ_{it} \leq M \cdot (1 - xu_{iat}) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T, \forall a = 1..A\}$$

### Mètode 2

(B.14)

$$P_{ijt} = \sum_{b=1}^B xtr_{ijbt} \cdot TS_b \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$U_{jt} = \sum_{a=1}^A xu_{jat} \cdot U_a \quad \{\forall j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

(B.15)

$$IP_{it} = \sum_{j=1}^N \left( G_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A xu_{jat} \cdot U_a \right) + B_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B r_{ijabt} \cdot U_a \cdot P_b \right) \right) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$IQ_{it} = \sum_{j=1}^N \left( G_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B r_{ijabt} \cdot U_a \cdot P_b \right) - B_{ij} \cdot \left( \sum_{a=1}^A xu_{jat} \cdot U_a \right) \right) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

(B.16)

$$2 \cdot r_{ijabt} \leq xu_{jat} + xtr_{ijbt} \leq 1 + r_{ijabt} \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T, \forall a = 1..A, \forall b = 1..B\}$$



(B.17)

$$P_{ijt} = (\alpha_{it} - \alpha_{jt}) \cdot Mcon_{ij} \quad \{\forall i = 1..N, \forall j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$P_{ijt} = Mcon_{ij} \cdot \sum_{b=1}^B xtr_{ijbt} \cdot TC_b \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$\sum_{a=1}^A xu_{jat} = 1 \quad \{\forall j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$\sum_{b=1}^B xtr_{ijtb} = Mcon_{ij} \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

(B.18)

$$-M \cdot (1 - xu_{iat}) \leq P_{it} - U_a \cdot IP_{it} \leq M \cdot (1 - xu_{iat}) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T, \forall a = 1..A\}$$

$$-M \cdot (1 - xu_{iat}) \leq Q_{it} - U_a \cdot IQ_{it} \leq M \cdot (1 - xu_{iat}) \quad \{\forall i = 1..N, \forall t = 1..T, \forall a = 1..A\}$$

(B.19)

$$P_{ijt} = (\alpha_{it} - \alpha_{jt}) \cdot Mcon_{ij} \quad \{\forall i = 1..N, \forall j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

$$P_{ijt} = Mcon_{ij} \cdot \sum_{b=1}^B xtr_{ijbt} \cdot TC_b \quad \{\forall i, j = 1..N, \forall t = 1..T\}$$

## Annex C – Model auxiliar

### Annex C.1 – Model CPLEX

```

int N=...;
int A=...;
int B=...;
float UN[1..A]=...;
float P3D=...;
float Q3D=...;
float P2D=...;
float Q2D=...;
float P1D=...;
float Q1D=...;
float YR[1..N][1..N]=...;
float YI[1..N][1..N]=...;
float deltaa[1..B]=...;
float M=...;
float Mcon[1..N][1..N]=...;

dvar float P[1..N];
dvar float PG1;
dvar float QG1;
dvar float Q[1..N];
dvar float alfa[1..N];
dvar float U[1..N];

dvar float IP[1..N];
dvar float IQ[1..N];
dvar float Plin[1..N][1..N];
dvar boolean xu[1..N][1..A];
dvar boolean xtr[1..N][1..N][1..B];
dvar boolean r[1..N][1..N][1..A][1..B];

minimize
  P[1];

subject to
{
  P[1]==PG1-P1D;
  Q[1]==QG1-Q1D;
  P[3]<=-P3D;
  Q[3]<=-Q3D;
  P[2]<=-P2D;
  Q[2]<=-Q2D;
  alfa[1]==0;
  U[1]==1.05;
  forall(i in 1..N)
  {
    U[i]==sum(a in 1..A)xu[i][a]*UN[a];
    IP[i]==sum(j in 1..N)(YR[i][j]*(sum(a in
1..A)xu[j][a]*UN[a])+YI[i][j]*(sum(a in 1..A)sum(b in
1..B)r[i][j][a][b]*UN[a]*deltaa[b]));
  }
}

```

```

        IQ[i]==sum(j in 1..N) (YR[i][j]*(sum(a in 1..A) sum(b
in 1..B) r[i][j][a][b]*UN[a]*deltaa[b])-YI[i][j]*(sum(a in
1..A) xu[j][a]*UN[a]));
        sum(a in 1..A) xu[i][a]==1;
        forall(a in 1..A)
        {
            -M*(1-xu[i][a])<=P[i]-UN[a]*IP[i];
            P[i]-UN[a]*IP[i]<=M*(1-xu[i][a]);
            -M*(1-xu[i][a])<=Q[i]-UN[a]*IQ[i];
            Q[i]-UN[a]*IQ[i]<=M*(1-xu[i][a]);
        }
        forall(j in 1..N)
        {
            Plin[i][j]==(alfa[i]-alfa[j])*Mcon[i][j];
            Plin[i][j]==(sum(b in
1..B) xtr[i][j][b]*deltaa[b])*Mcon[i][j];
            sum(b in 1..B) xtr[i][j][b]==Mcon[i][j];
            forall(a in 1..A)
                forall(b in 1..B)
                {

                    2*r[i][j][a][b]<=xu[j][a]+xtr[i][j][b];

                    xu[j][a]+xtr[i][j][b]<=1+r[i][j][a][b];
                }
            }
        }
    }

```

## Annex C.2 – Mallat del model auxiliar

### Mallat per iteracions

Malla 1																					
$\Delta\alpha$	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0	-0.5	-1	-1.5	-2	-2.5	-3	-3.5	-4	-4.5	-5
UNa	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.94	0.93	0.92	0.91	0.9	0.89	0.88	0.87	0.86	
Malla 2-a																					
$\Delta\alpha$	5	4.75	4.5	4.25	4	3.75	3.5	3	2	1	0	-1	-2	-3	-3.5	-3.75	-4	-4.25	-4.5	-4.75	-5
UNa	1.05	0.95	0.945	0.94	0.935	0.93	0.925	0.92	0.915	0.91	0.905	0.9	0.895	0.89	0.885	0.88	0.875	0.87	0.865	0.86	
Malla 2-b																					
$\Delta\alpha$	5	4.75	4.5	4.25	4	3.75	3.5	3	2	1	0	-1	-2	-3	-3.5	-3.75	-4	-4.25	-4.5	-4.75	-5
UNa	1.05	0.95	0.945	0.94	0.935	0.93	0.925	0.92	0.915	0.91	0.905	0.9	0.895	0.89	0.885	0.88	0.875	0.87	0.865	0.86	
Malla 3-a																					
$\Delta\alpha$	4	3.875	3.75	3.625	3.5	3.375	3.25	3.125	3	1.5	0	-1.5	-3	-3.125	-3.25	-3.375	-3.5	-3.625	-3.75	-3.875	-4
UNa	1.05	0.95	0.945	0.94	0.935	0.93	0.925	0.92	0.915	0.91	0.905	0.9	0.895	0.89	0.885	0.88	0.875	0.87	0.865	0.86	
Malla 3-b																					
$\Delta\alpha$	4	3.875	3.75	3.625	3.5	3.375	3.25	3.125	3	1.5	0	-1.5	-3	-3.125	-3.25	-3.375	-3.5	-3.625	-3.75	-3.875	-4
UNa	1.05	0.93	0.925	0.92	0.91	0.9075	0.905	0.9025	0.9	0.8975	0.895	0.8925	0.89	0.8875	0.885	0.8825	0.88	0.875	0.87	0.86	

### Mallat fi

b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$\Delta\alpha_b$ (°)	5	4.8	4.6	4.4	4.2	4	3.8	3.6	3.4	3.2	3	2.8	2.6	2.4	2.2	2	1.8	1.6	1.4	1.2	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0
$\Delta\alpha_b$ (rad)	0.087	0.084	0.080	0.077	0.073	0.070	0.066	0.063	0.059	0.056	0.052	0.049	0.045	0.042	0.038	0.035	0.031	0.028	0.024	0.021	0.017	0.014	0.010	0.007	0.003	0.000
b	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	
$\Delta\alpha_b$ (°)	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1	-1.2	-1.4	-1.6	-1.8	-2	-2.2	-2.4	-2.6	-2.8	-3	-3.2	-3.4	-3.6	-3.8	-4	-4.2	-4.4	-4.6	-4.8	-5	
$\Delta\alpha_b$ (rad)	-0.003	-0.007	-0.010	-0.014	-0.017	-0.021	-0.024	-0.028	-0.031	-0.035	-0.038	-0.042	-0.045	-0.049	-0.052	-0.056	-0.059	-0.063	-0.066	-0.070	-0.073	-0.077	-0.080	-0.084	-0.087	

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
UN <sub>a</sub> (p.u.)	1.05	1.047	1.044	1.041	1.038	1.035	1.032	1.029	1.026	1.023	1.02	1.017	1.014	1.011	1.008	1.005	1.002	0.999	0.996	0.993	0.99	0.987	0.984	0.981	0.978	0.975	0.972	0.969
a	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	
UN <sub>a</sub> (p.u.)	0.966	0.963	0.96	0.957	0.954	0.951	0.948	0.945	0.942	0.939	0.936	0.933	0.93	0.927	0.924	0.921	0.918	0.915	0.912	0.909	0.906	0.903	0.9	0.897	0.894	0.891	0.888	