DOS PROBLEMAS

Joaquín GABARRÓ

RT85/13

Setembre 1985

El pasado día 18 de septiembre fui al departamento de automática de la Universidad de Zaragoza donde fui magnificamente recibido. En una muy interesante sesión de trabajo me fueron expuestos varios problemas. Dichos problemas estan a caballo entre el álgebra lineal y el cálculo booleano. Dado que pueden enunciarse con facilidad (lo que no significa tristemente que sean fáciles) no puedo resistir la tentación de hacerlo. No me cabe la menor duda que el reflexionar en estos problemas sera una fuente de placer para algunas personas.

En los dos problemas que siguen todas las operaciones tienen lugar en (Z_2 , +), con $Z = \{0,1\}$.

Sea $\underline{b} = (b_1 ,b_2 ,\dots,b_n)$ un vector (fila) de Z_2 llamamos sop(b) al numero de componentes no nulas del vector $\underline{b}$. Para los vectores colummna la definicion es la misma.

PROBLEMA 1: Sea M una matriz de la forma

$$M = \begin{bmatrix} \boxed{\quad E \quad} \\ \begin{matrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{matrix} \end{bmatrix} = (\underline{b}_1, \underline{b}_2, \dots, \underline{b}_n)$$

En que E es una matriz cualquiera y $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \dots, \underline{b}_n$ son los vectores colummna de dicha matriz M.

El problema consiste en calcular d(M) en que por definición

$$d(M) = \min \left\{ \mathrm{sop}(c) \,\middle|\, \text{c es una combinacion lineal a coeficientes en Z de vectores colummna distintos de M} \right\}$$

Por supuesto calcular significa calcular en tiempo polinómico en el número de vectores colummna.

FIN DEL PROBLEMA 1

PROBLEMA 2: Sea M una matriz de la forma

$$M = (\underline{c}_1, \underline{c}_2, \ldots, \underline{c}_n)$$

En que los distintos $\underline{c}_i$ son vectores fila que cumplen:

-ningun vector $\underline{c}_i$ es el vector identicamente nulo

-todos los vectores $\underline{c}_i$ son entre si distintos

La matriz M puede tambien escribirse de la forma

$$M = \begin{bmatrix} \underline{f}_1 \\ \underline{f}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{f}_n \end{bmatrix}$$

En que los vectores $\underline{f}_i$ son vectores fila. Definimos la covertura de M ,notada cov(M) por

$$\mathrm{cov}(M) = \min \left\{ k \;\middle|\; \bigvee_{j=1}^{k} f_{i_j} = (1,1,\ldots,1) \right\}$$

El problema consiste en calcular de modo eficiente cov(M).

FIN DEL SEGUNDO PROBLEMA.