

David Hilbert

Un matemático para la eternidad

“Wir müssen wissen. Wir werden wissen”

“We must know. We will know”

“Debemos saber y sabremos”

“Hem de saber i sabrem”

.....

Miguel-C. Muñoz-Lecanda

UPC-FME-DMAT

27 de septiembre de 2017

TEOREMA

David Hilbert es un matemático para la eternidad.

DEMOSTRACIÓN

Véanse las páginas siguientes.

Índice

- 1 Biografía personal
- 2 Contribuciones matemáticas
- 3 Temas de trabajo
- 4 Teorema
- 5 Referencias

Orígenes

1862, 23 de enero, nace en Wehlau, **Königsberg**: (155 años)
Capital de Prusia Oriental (Desde 1946, Kaliningrad, Rusia)

Ciudad de los siete puentes, **L. Euler** en 1736.

Nacidos en Königsberg:

Christian Goldbach(1690-1774), *Inmanuel Kant*(1724-1804)
E.T.A. Hoffmann(1776-1822), **Ludwig Hesse**(1811-1874)
Gustav Kirchhoff(1824-1887), **Rudolf Lipschitz**(1832-1903)
Alfred Clebsch(1833-1872), *Arnold Sommerfeld*(1868-1951)

Estudios de grado y doctorado

1880: Universidad de Königsberg, Matemáticas

Universidades de Königsberg y Heidelberg :

Profesores: Heinrich Weber (R. Dedekind),
F. von Lindeman, L. Fuchs

Amigos: H. Minkowski, A. Hurwitz

Director de tesis: von Lindeman

Tema: Invariantes algebraicos

Defensa: 11 de diciembre de 1884

Doctorado: 7 de febrero de 1885, 23 años

Postdoctorado

“Postdoc” y “Habilitation”

- 1 Un semestre: **Felix Klein** en Leipzig y Erlangen
- 2 Dos semestres en París con
Camille Jordan, Jacques Hadamard, Émile Picard,
Henri Poincaré, Charles Hermite, ...
- 3 Visita a **Leopold Kronecker** en Berlin

1986, julio: Habilitación, U. Königsberg.

Memoria sobre invariantes algebraicos y el problema de Paul Gordan.

Vida académica

Universidad de Königsberg, desde 1886

Hasta 1892, “Privatdocent”

Hasta 1893, Profesor “Extraordinarius”

Hasta 1895, Catedrático. (Minkowski “Extraordinarius”)

Universidad de Göttingen

Desde 1895, Catedrático,

(Gauss, Dirichlet, Riemann, Klein, ...)

1930, jubilación

1943, 14 de febrero, muere en Göttingen con 81 años.

Vida familiar

1892 se casa con Käthe Jerosch, familiar lejana.

Muere en 1945 (con muchas dificultades físicas)

1893, un hijo, Franz.

Muere en 1969. (Enfermedad psíquica permanente)

Dos enfermedades graves.

1908, agotamiento por exceso de trabajo, unos meses de baja.

1925, anemia perniciosa en peligro de muerte.

Su casa fue lugar permanente de reuniones de colegas y de sus estudiantes.

Algunos detalles personales y actitudes I

- 1 **1914**, Primera Guerra Mundial.
Manifiesto de científicos defendiendo la posición de Alemania y la declaración de guerra.
Se niega a firmarlo y se declara contrario a la guerra.
- 2 **1928**, ICM en Bolonia (previo 1912, Cambridge, UK).
L. Bieberbach dirige movimiento de no asistencia.
Hilbert defiende la universalidad de la matemática por encima de diferencias ideológicas y políticas y preside la delegación de sesenta y siete matemáticos alemanes.

Algunos detalles personales y actitudes II

- 3 **1917, Emmy Noether** llega a Gottingen. Hilbert la defiende pero no consigue su “Habilitation”:

Es una mujer.

Se queda bajo su protección personal, cobra un cierto salario y da seminarios bajo el nombre de Hilbert.

- 4 **1917, G. Darboux** muere. Hilbert prepara una necrológica para la Academia de Ciencias de Göttingen. Algunos exigen retirada y destrucción de copias:

Es un enemigo francés.

Hilbert se niega y exige disculpas al rector. La conferencia se hizo y las publicaciones se mantuvieron. Se publica en Acta Mathematica en 1920.

Algunos detalles personales y actitudes III

5 Tiempos nazis y leyes antijudías.

- 1 El Instituto de Matemáticas de Göttingen se vacía.
Constance Reid: “It seemed to Courant that Hilbert was completely unable to understand that lawlessness had taken over”.
- 2 Su nombre de pila, **David**: fue investigado en profundidad hasta comprobar que estaba libre por completo de sangre judía hasta varias generaciones.
- 3 En un acto académico le asignaron la silla contigua al ministro de educación nazi.

El ministro preguntó a Hilbert acerca de cómo iba la matemática en Göttingen una vez liberada de sangre judía.

Hilbert respondió:

¿Matemática en Göttingen? No queda nada.

Sobre la matemática

Sobre la matemática, y la ciencia en general:

“La única finalidad de toda la ciencia es el honor del espíritu humano”.

K. Jacobi, predecesor en Königsberg.

En matemáticas no existe el “ignorabimus”.

La necesidad de conocer es una obligación humana.

“Wir müssen wissen. Wir werden wissen”.

1930: Hijo adoptivo de Königsberg.

<http://www.maa.org/press/periodicals/convergence/david-hilberts-radio-address-german-and-english>

Opiniones sobre David Hilbert

Hermann Weyl: “ En todas las cuestiones públicas, sean políticas, sociales o espirituales, siempre se manifestó a favor de la libertad. *Y frecuentemente en oposición aislada frente a una compacta mayoría de su entorno.* Mantuvo la cabeza clara y no se preocupó por nadar a contracorriente incluso en medio de las violentas pasiones que se liberaron en la Primera Guerra Mundial, pasiones que atrajeron fuertemente a muchos otros científicos.

No fue una casualidad que al llegar el nazismo al poder, el Instituto de Matemáticas de Göttingen sufriera una persecución atroz y que los más cercanos colaboradores de Hilbert tuvieran que abandonar Alemania siendo él mismo dejado de lado” .

J. Dieudonné: “ .. después de la muerte de Poincaré, el cetro de las matemáticas le corresponde a Hilbert” .

Publicaciones

1.- MR1510370 DML Hilbert, David Ueber die nothwendigen und hinreichenden covarianten Bedingungen für die Darstellbarkeit einer binren Form als vollstndiger Potenz. (German) Math. Ann. 27 (1886), no. 1, 158-161.

51.- MR0009069 (5,97b) Courant, R.; Hilbert, D. Methoden der Mathematischen Physik. Vols. I, II. Interscience Publishers, Inc., N.Y., 1943. xiv+469 pp., xiv+549 pp.

TOTAL: 51 publicaciones.

Además: 56 reimpressiones o traducciones. 107 en MathScinet.

Comparativa: Poincaré, 65, Klein, 126(!). Kronecker, 38.

Tesis doctorales dirigidas

Entre 1898 y 1934: **75** tesis doctorales en Göttingen.
Algunas de ellas: (con más de 100 descendientes académicos)

Sergeï N. **Bernstein**, Richard **Courant**, Max **Dehn**,
Georg **Hamel**, Alfred **Haar** , Erich **Hecke**,
Wallie **Hurwitz**, Edward **Kasner**, Oliver **Kellogg**,
Hellmuth **Kneser**, Robert **König**, Erhard **Schmidt**,
Hugo **Steinhaus**, Teiji **Takagi**, Hermann **Weyl**

Courant casi 7000 descendientes.

Schmitd más de 10000.

<https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=7298&fChrono=1>

Docencia y capacidad de “captar” estudiantes

Cursos y textos variados de matemáticas y física.

Hermann Weyl:

“Me parece escuchar aun el dulce sonido de la flauta del encantador flautista que era Hilbert, que nos seducía como a ratas para seguirle al profundo río de las matemáticas.[...]”

Cuando asistí a un curso de Hilbert, [...], las puertas de un nuevo mundo se abrieron ante mí y en mi joven corazón se formó la resolución de que debía leer y estudiar todo lo que ese hombre había escrito”

Otras opiniones

De **Klein** aprendió:

“La matemática crece cuando **viejos problemas** se trabajan con **nuevos métodos**”.

Weyl sobre Hilbert: lucidez, simplicidad, rigor.

(**Weierstrass** calificaba el rigor de “pesado yugo”.)

Sobre los ejemplos: no deben ser construidos para el caso concreto, deben provenir de problemas de verdad.

Buscar métodos sin tener problemas concretos delante, es buscar en vano.

“La matemática es un todo indivisible, un organismo cuya habilidad para sobrevivir reposa en las conexiones entre sus diversas partes”.

Temas de trabajo

- 1 Teoría de invariantes, 1885-1893.
- 2 Teoría de cuerpos de números, 1893-1898.
- 3 Fundamentos de la geometría, 1898-1902, y de la matemática en general, 1900-1904, 1922-1930.
- 4 Cálculo de variaciones y ecuaciones integrales, 1902-1912.
- 5 Física, 1905-1916 y más.

Tema aparte: Intervención en el ICM de 1900 en París.

REFERENCIAS BÁSICAS

Hermann Weyl: David Hilbert and His Mathematical Work. Bulletin AMS 50 (1944) 612-654.

Jean Dieudonné: David Hilbert, 1862-1943. *François Le Lionnais* ed. Les grands courants de la pensée mathématique. Cahiers du Sud, 1948, págs. 291-297.

Manuel F. Rañada: David Hilbert, Hermann Minkowski, la Axiomatización de la Física y el Problema número seis. La Gaceta de la RSME 6, 3 (2003) 641-664.

Fernando Bombal: David Hilbert: La búsqueda de la certidumbre. Rev. Real Acad. Ci. Exactas Físicas y Naturales, Madrid, (2013), 123-145.

Teoría de invariantes 1885-1893

Datos:

- Una configuración geométrica: puntos y curvas algebraicas.
- Un grupo de transformaciones.

Invariante: *número* asociado que es el mismo para todas las configuraciones que se obtienen al aplicar las transformaciones del grupo.

Hilbert, 1888: Los invariantes de una configuración son funciones racionales de un número finito de ellos.

Resultados previos: cálculos sobre casos particulares.

Consecuencias: fin del tema, pero . . .

Nuevo campo futuro: ideales de anillos de polinomios, álgebra moderna, geometría algebraica moderna.
(E. Noether, E. Artin, . . .)

Teoría de cuerpos de números 1893-1898

Trabajos previos: **Gauss, Galois, Dirichlet, Kummer, Dedekind, Minkowski,**

Problemas previos tratados: trascendencia de e y π .
“Factorización” única para ideales de anillos de enteros en cuerpos de números.

1896: “*Zahlbericht*”

Encargo de la Sociedad Matemática Alemana en 1893.

Dieudonné:

De casos particulares pasa a formular leyes generales.

Programa para más de 30 años.

Fundamentos de la geometría, 1898-1902, y de la Matemática en general, 1900-1904, 1922-1930 I

Fundamentos de Geometría:

Análisis crítico de los **Elementos** de **Euclides**.

1899: *Grundlagen der Geometrie*.

Objetivo: Sustituir las demostraciones geométricas intuitivas por axiomática y lógica.

Cambio: Axiomas no relacionados con la intuición sino con **la consistencia y la independencia entre ellos**, no con la naturaleza de los objetos sino con las relaciones entre ellos: “Pensemos en tres sistemas de objetos a los que llamaremos puntos, rectas y planos.”

Fundamentos de la geometría, 1898-1902, y de la Matemática en general, 1900-1904, 1922-1930 II

Fundamentos de la Matemática en general

Objetivo: Aclarar los fundamentos lógicos de todas las teorías matemáticas y la no contradicción en ellas.

(Programa de Hilbert)

Fuertes discusiones con los intuicionistas, (Brouwer, Weyl).

“Todo problema matemático, o se resolverá o se demostrará que no tiene solución”. (D.H. 1900) (!!!)(Gödel, 1931)

Una contribución fundamental: sólo hay claridad de pensamiento cuando se realiza en un número finito de pasos y, aun así, se puede razonar correctamente sobre el "infinito".

(Dieudonné)

Análisis: Cálculo de variaciones y ecuaciones integrales 1902-1912 I

Cálculo de variaciones

Problema: Existencia de soluciones de problemas variacionales y principio del máximo en ciertas EDP's. (Riemann, hacia 1850)

Aportaciones: Generalización del teorema del máximo de Weierstrass. Paso de dimensión finita a dimensión infinita. Espacios de funciones, compacidad. (Análisis funcional)

Análisis: Cálculo de variaciones y ecuaciones integrales 1902-1912 II

Ecuaciones integrales

Trabajos previos: Volterra, Poincaré, Fredholm, Holmgrenn,

Aportaciones: Algebra lineal de dimensión infinita. Espacios de funciones, compacidad. Espacio ℓ_2 como modelo.

“Se anuncian”: “Espacios de Hilbert” más generales, teoría espectral de operadores de distintos tipos, análisis funcional (Riesz) y topologías en espacios de funciones.

Aplicaciones a problemas de física que contienen nuevos métodos y resultados.

Física, 1905-1916, I

ICM de 1900:

“Es deseable que los fundamentos geométricos de la mecánica sean desarrollados por matemáticos.”

Programa: “Tratar axiomáticamente aquellas ciencias físicas en las que la matemática juegue un papel importante, en primer lugar la teoría de las probabilidades y la mecánica.”

Reconoce que la axiomatización no se puede aplicar en aquellas áreas en desarrollo.

Impartió variados cursos de física: mecánica, electricidad, mecánica de medios continuos, electrodinámica, relatividad, . .

Física, 1905-1916, II

1909-1915: Programa P. Wolfskehl: Invitados a Göttingen
Poincaré, Lorentz, Sommerfeld, Debye, Nernst, Planck, Einstein, . . .

Temas: Electromagnetismo. Relatividad “general”.
Mecánica cuántica.

Objetivo: Fundamentos, axiomática, estructura deductiva,
formulación variacional, ecuaciones lagrangianas.

Relatividad general:

Mismos resultados que Einstein, técnicamente hablando.

Reconociendo a Einstein el origen de las ideas.

Aproximación y “filosofía” diferentes.

Física, 1920-1930, III

Mecánica cuántica, 1925-1930

Profesores en Göttingen: M. Born, W. Heisenberg, P. Jordan, W. Pauli, R. Oppenheimer, E. Wigner, . . .

Postdoc: Janos von Neumann

D. Hilbert, L. Nordheim, J. von Neumann

Ueber die Grundlagen der Quantenmechanik, Math. Ann. 98 (1928) 1-30.

Física resumen, IV

Temas de influencia y de futuro:

Geometría de Minkowski, teoría espectral de operadores, métodos variacionales en física, aproximación a la gravitación, fundamentos, gravitación relativista, mecánica cuántica, mecánica simpléctica.

Todos ellos se reconocen herederos en parte del espíritu de **Hilbert**.

Otros temas tratados: Teoría cinética de los gases, teoría de la radiación, transporte de gases, . . .

El ICM de 1900 en Paris y la conocida lista de problemas I

David Hilbert, Mathematical Problems. Bull. AMS 8 (1902) 437-479. (42 pág.)

Felix E. Browder, ed., Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems. Proc. Symp. in Pure Maths, Vol. XXVIII, Part 1, Part 2, AMS, Providence, Rhode Island, 1976. (324+324 pág.)

Wilfried Sieg, Hilbert's Programs and Beyond. Oxford U.P, Oxford, 2013. (450 pág.)

Jeremy Gray, El Reto de Hilbert: Los 23 problemas que desafiaron a la matemática. Crítica, Barcelona, 2003. (351 págs.)

Benjamin Yandell, The Honors Class, Hilbert's Problems and Their Solvers. A. K. Peters, Natick, Massachusetts, 2002. (490 págs.)

El ICM de 1900 en Paris y la conocida lista de problemas II

Introducción.

“Cierta” contestación a Poincaré en el ICM de Zurich, 1897.

Matemática: Utilidad frente a valor en sí.

Origen de los problemas.

Fácil de explicar y difícil de resolver, pero no inalcanzable.

En matemáticas no existe el “ignorabimus”.

Lista de problemas: presentó 10. La completó a 23.

Problemas de Hilbert: 340.000 entradas en Google !!!!

David Hilbert: 5.700.000 entradas.

Comentarios finales I

Dos aspectos del trabajo matemático de Hilbert:

PRIMERO: Constructor de grandes síntesis e ideas generales.

Axiomatización: reducir cada teoría a su esquema lógico más estricto eliminando elementos contingentes o cálculos innecesarios.

Entendido como el deseo humano de comprender, no solo como atractivo estético sino, en cierta forma, moral.

Comentarios finales II

SEGUNDO: Estudio de problemas especiales, precisos y concretos.

Ejemplos (J. Dieudonné, 1948): además importantes y difíciles.

Teorema de irreducibilidad: Si $p(x, y)$ es un polinomio de dos variables con coeficientes racionales, irreducible sobre los racionales, entonces existe una infinidad de valores racionales y_0 tales que el polinomio en una variable $p(x, y_0)$ es irreducible sobre el cuerpo racional.

Ueber die Irreducibilität ganzer rationaler Functionen mit ganzzahligen Coefficienten. J. Reine Angew. Math. 110 (1892), 104-129.

Comentarios finales III

Teorema de Hilbert: Una superficie completa y de curvatura constante negativa en el espacio de tres dimensiones tiene singularidades.

Ueber Flächen von constanter Gausscher Krümmung. Trans. Amer. Math. Soc. 2(1) (1901), 87-99

Hipótesis de Waring(1770): Dado n natural, existe $g(n)$ natural, solo dependiendo de n , tal que todo número entero se puede expresar como suma de, como máximo, $g(n)$ potencias n -simas de enteros. (Solo conocida entonces en casos particulares, $g(2) = 4$, $g(3) = 9$, ...)

Beweis für die Darstellbarkeit der ganzen Zahlen durch eine feste Anzahl n^{ter} Potenzen (Waringsches Problem). Math. Ann. 67 (1909), no. 3, 281300.

Hay que conseguir que quien guíe tus acciones, quien dirija tu vida, sea tu propio motor interno.

No el empuje de los motores de los demás que te rodean.
Eso es lo que nos ha guiado.

Carme Pigem, Premio Pritzker de Arquitectura.

UPC. Lección magistral inauguración curso 2017-18.

”Las leyes de la matemática no son meramente invenciones o creaciones humanas. Simplemente **son**: existen independientemente del intelecto humano. Lo más que puede hacer un hombre de inteligencia aguda es descubrir que esas leyes están allí y llegar a conocerlas”.

Maurits Cornelis Escher, pintor, grabador (y) matemático.

Teorema

David Hilbert es un matemático para la eternidad.

“Wir müssen wissen. Wir werden wissen”

“We must know. We will know”




“Debemos saber y sabremos”

“Hem de saber i sabrem”






.....

Q.E.D.

Referencias I

-  *José M. Almira, José C. Sabina*, Hilbert: matemático fundamental. Nivola, Madrid, 2007.
-  *Fernando Bombal*, David Hilbert: La búsqueda de la certidumbre. XV Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica. Rev. Real Acad. Ci. Exactas Físicas y Naturales, Madrid, (2013), 123-145.
-  *Felix E. Browder, ed.*, Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems. Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. XXVIII, Part 1, Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 1976.





Referencias II

-  *Felix E. Browder, ed.*, Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems. Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, Vol. XXVIII, Part 2, Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 1976.
-  *Leo Corry*,
<http://www.tau.ac.il/~corry/publications/hilbert.html> ,
2017
-  *Jean Dieudonné*, David Hilbert, 1862-1943.
François Le Lionnais ed., Les grands courants de la pensée mathématique. Cahiers du Sud, 1948. 291-297.
-  *Jeremy Gray*, El Reto de Hilbert: Los 23 problemas que desafiaron a la matemática. Crítica, Barcelona, 2003.
-  *David Hilbert*, Mathematical Problems. Bull. AMS 8 (1902) 437-479.

Referencias III

-  <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Hilbert.html>
-  <http://www.maa.org/press/periodicals/convergence/david-hilberts-radio-address>
-  <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Hilbert.html>
-  *Manuel F. Rañada*, David Hilbert, Hermann Minkowski, la Axiomatización de la Física y el Problema número seis. La Gaceta de la RSME 6,3(2003)641-664.
-  *Constance Reid*, Hilbert. Copernicus, Springer-Verlag, New York, 1996, Second Ed. First Ed. 1970

Referencias IV

-  *Wilfried Sieg*, Hilbert's Programs and Beyond. Oxford University Press, Oxford, New York, 2013.
-  *Hermann Weyl*, David Hilbert and His Mathematical Work. Bulletin AMS 50 (1944) 612-654.
-  *Benjamin Yandell*, The Honors Class, Hilbert's Problems and Their Solvers. A K Peters, Natick, Mass., 2002.
-  *Zach, Richard*, "Hilbert's Program", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.).
<https://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/hilbert-program/>

Fin

¡¡ GRACIAS !!

(Por la atención y por mucho más)