

CÁLCULO DE RADIACIÓN EN 3 DIMENSIONES MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO

J. Abad, N. Duffo, J. M. Rius, A. Cardama

Dpto. Teoría de la señal y Comunicaciones, Grupo A.M.O.R.
E.T.S.I. de Telecomunicaciones de Barcelona - U.P.C.
Apdo. 30002, 08080 Barcelona. Telf. 93/401.68.11

ABSTRACT

In order to analyze the electromagnetic fields generated by perfectly conducting bodies whichever it is its geometry, the Boundary Element Method is applied. The basic formulation and associated items (integral equations to solve, surface and thin wire discretization, fields interpolation and numerical integration) are commented. Results of problems of radiation are given and compared with available analytic solutions, which demonstrate the good accuracy of the method.

INTRODUCCIÓN

La resolución de ciertos problemas electromagnéticos en 3 dimensiones puede llevarse a cabo mediante la aplicación del Método de los Elementos de Contorno. Algunas de estas aplicaciones, como el estudio de la RCS de objetos tridimensionales metálicos y dieléctricos han sido presentados en años anteriores [3,4].

En esta comunicación se presenta el trabajo desarrollado en el estudio de la radiación de cuerpos metálicos que contengan superficies y antenas filares conectadas entre sí. Debido a que las ecuaciones comúnmente utilizadas para radiación de superficies y de hilos son diferentes, se hace necesaria una nueva formulación de partida que integre los dos casos.

PROBLEMA

Se plantea calcular la distribución de corrientes sobre una geometría formada por conductores filares o superficiales conectados entre sí. Para ello se debe encontrar la ecuación integro-diferencial apropiada para posteriormente discretizar la geometría (N elementos de superficie y L elementos filares) e interpolar los campos mediante polinomios del M.E.F [2]

La solución se enfocó inicialmente en las siguientes fases:

1. solución para el caso de hilos
2. solución para el caso de superficie
3. interacciones hilo-superficie y superficie-hilo
4. integración del sistema de ecuaciones total

FORMULACIÓN (ECUACIONES INTEGRO-DIFERENCIALES)

Se plantean las ecuaciones de los campos \vec{E} y \vec{H} en cualquier punto del espacio a partir de los campos sobre una superficie dada [1]

$$\vec{E}(x) = T \cdot \vec{E}^{inc}(x) - \frac{T}{4\pi} \int_V (j\omega \mu \vec{J} \varphi + \vec{K} x \nabla' \varphi - \frac{\rho}{\epsilon} \nabla' \varphi) dv' - \frac{T}{4\pi} \int_S (j\omega \mu (\hat{n}' \times \vec{H}) \varphi - (\hat{n} x \vec{E}) x \nabla' \varphi - (\hat{n}' \cdot \vec{E}) \nabla' \varphi) ds' \quad (1)$$

$$\vec{H}(x) = T \cdot \vec{H}^{inc}(x) + \frac{T}{4\pi} \int_V (-j\omega \epsilon \vec{K} \varphi + \vec{J} x \nabla' \varphi + \frac{m}{\mu} \nabla' \varphi) dv' + \frac{T}{4\pi} \int_S (j\omega \epsilon (\hat{n}' \times \vec{E}) \varphi + (\hat{n}' \times \vec{H}) x \nabla' \varphi + (\hat{n}' \cdot \vec{H}) \nabla' \varphi) ds' \quad (2)$$

$$T = \left(1 - \frac{\Omega}{4\pi} \right)^{-1} \quad (3)$$

donde tenemos que φ es la función de Green y Ω es el ángulo sólido de forma que $\Omega=0$ fuera de la superficie y $\Omega=2\pi$ para x sobre una porción suave de la superficie. Estas ecuaciones integro-diferenciales complicadas pueden reducirse en dos casos particulares de especial interés [1]

(a) Scattering de un conductor perfecto.

En la superficie de un conductor perfecto se cumplen las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} \hat{n} x \vec{E} &= 0 \\ \hat{n} \cdot \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Si en este caso se hace $\hat{n} x MFIE$ se obtiene

$$\vec{J}_s(x) = 2 \hat{n} x \vec{H}^{inc}(x) + \frac{1}{2\pi} \hat{n} x \int_S \vec{J}_s x \nabla' \varphi ds' \quad x \in S \quad (5)$$

Esta es una ecuación que permite calcular las corrientes en un conductor a partir del campo incidente (El método, semejante al presentado en el congreso de la URSI del 90 presenta la ventaja de calcular directamente las corrientes, sin necesidad de pasar por los campos E y H)

(b) Scattering de un hilo conductor

Las condiciones a tener en cuenta en este caso son las siguientes:

$$\begin{aligned}\vec{J}_s &= \frac{I(x)}{2\pi a} \hat{l} \\ \hat{l} \cdot \vec{E}(x) &= 0\end{aligned}\quad (6)$$

Haciendo $\hat{l} \cdot \vec{E}^{inc}$ resultará:

$$\hat{l} \cdot \vec{E}^{inc}(x) = -\frac{1}{4\pi j \omega \epsilon} \int_L I(x) \left[\hat{l} \cdot \hat{l}' k^2 \phi - \frac{\delta^2}{\delta l' \delta l} \phi \right] dl' \quad (7)$$

que permite calcular la distribución de corrientes sobre un hilo a partir de un campo incidente o bien de una excitación.

En ausencia de excitación externa a la geometría, el cálculo de las corrientes generadas por el hilo sobre la superficie se reduce a un problema de scattering con \vec{H}^{inc} debida a la radiación del hilo. De igual forma tendremos que el problema inverso (contribuciones de

superficies sobre hilos) se reduce también a una cuestión de scattering con \vec{E}^{inc} debido a la superficie. La cuestión más delicada en esta propuesta de solución será el modelado de la intersección entre elementos filares y superficiales.

Para el cálculo de los campos incidentes se hacen servir las integrales de campos radiados e inducidos. Se tiene:

$$\begin{aligned}\vec{H}^{inc} &= \vec{H}_i + \vec{H}_r \\ \vec{H}_i &= -\frac{1}{4\pi} \int_L (\hat{R} \times \vec{J}(r')) \frac{e^{-jkR}}{R^2} dl' \\ \vec{H}_r &= -j \frac{k}{4\pi} \int_L (\hat{R} \times \vec{J}(r')) \frac{e^{-jkR}}{R} dl'\end{aligned}\quad (8)$$

para el caso de contribución del hilo y

$$\begin{aligned}\vec{E}^{inc} &= \vec{E}_i + \vec{E}_r \\ \vec{E}_i &= \frac{1}{4\pi \epsilon} \int_S \hat{R} \rho(r') \frac{e^{-jkR}}{R^2} ds' \\ \vec{E}_r &= \frac{jk}{4\pi \epsilon} \int_S (\rho(r') \hat{R} - \sqrt{\mu \epsilon} \vec{J}(r')) \frac{e^{-jkR}}{R} ds'\end{aligned}\quad (9)$$

para la contribución de elementos de superficie. En estas últimas expresiones convendrá expresar la carga en función de corrientes superficiales

$$\rho(r') = \nabla' \cdot J(r') \quad (10)$$

CÁLCULO Y RESULTADOS

1. solución para el caso de hilos

Se ha desarrollado un programa de software que partiendo de la ecuación (6), discretizando e interpolando, permite llegar a un sistema de ecuaciones

$$[E_H] = [D_1][I_H] \quad (11)$$

donde $[E_H]$ es un vector de excitación y $[I_H]$ es un vector que contiene las incógnitas (corrientes en los nodos). El método aporta muy buenos resultados para relaciones adecuadas entre la separación entre nodos y el diámetro de las antenas. (figura 1)

2. Solución para el caso de superficies

Se ha aprovechado la aplicación presentada en el simposium de la URSI del año 90 con alguna modificación. [4,5]

$$[E_S] = [D_2][J_S] \quad (12)$$

3. Interacciones hilo-superficie y superficie-hilo

A partir de las expresiones (8) y (9), discretizando e interpolando campos, se han obtenido resultados muy ajustados. (figura 2)

4. Integración del método

La integración pasa por resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} E_H \\ E_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1 & D_3 \\ D_4 & D_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_H \\ I_S \end{pmatrix} \quad (13)$$

donde D3 y D4 representan las contribuciones mutuas.

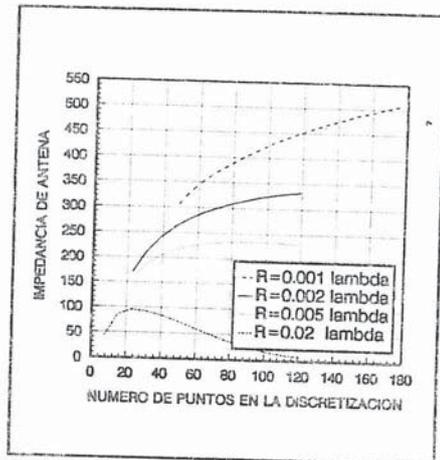


Figura 1. Cálculo de impedancia de antena para dipolos 0,5 lambdas de diferente grosor

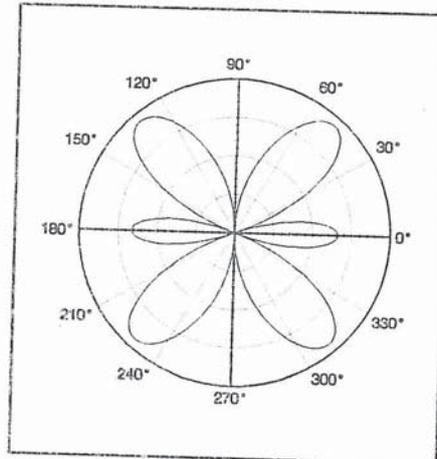


Figura 2. Diagrama de radiación calculado para un dipolo 0.75 lambda ideal

RECONOCIMIENTOS

Este proyecto ha sido subvencionado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología, Proyecto TIC91-1034, "Antenas para comunicaciones móviles y VSAT"

REFERENCIAS

- [1] R.Mitra, "Computer Techniques for Electromagnetics", Ed Mitra, cap. 4.
- [2] O.L.Zienkiewicz, "The Finite Element Method", Mc Graw Hill, 3rd. ed., 1979
- [3] N.Duffo, M.Buixadera, J.C.Cruellas, L.I.Jofre, "Aplicación del método de los elementos de contorno al cálculo de la RCS de cuerpos metálicos y dieléctricos en 3 dimensiones", Simposium Nacional URSI 1991, pp. 471-475.
- [4] N.Duffo, J.C.Cruellas, M.Ferrando, "Cálculos electromagnéticos en 3 dimensiones mediante el método de los elementos de contorno", V Simposium Nacional URSI, 1990, pp 324-327.
- [5] N.Duffo, "Análisis Electromagnético de sólidos mediante el Método de los Elementos Finitos", Proyecto Final de Carrera E.T.S.I.Telecomunicación, Universidad Politécnica de Cataluña, 1990.