Sesiones técnicas II

4 CiLOG©

Congreso Internacional de Logística y Cadena de Suministro

5, 6 y 7 de Octubre de 2016

Instituto Mexicano del Transporte

CONACYT

UADY
Universidad Autónoma de Yucatán

SiT-LOG Lab

MéxicoLogístico©
Asociación Mexicana de Logística & Cadena de Suministro, A.C.

Asociación Mexicana de Logística y Cadena de Suministro A.C
http://aml.org.mx/

EDITORES
Dr. Miguel Gastón Cedillo Campos
Dr. Javier Ernesto Valencia Méndez

DISEÑO EDITORIAL
Lic. Ana Karen Bustamante Cano

Impreso en México 2016

Congreso Internacional de
Logística y Cadena de Suministro

CONTENIDO

Costos logísticos 2

Optimización de costos logísticos: Un caso de estudio de un empresa de plásticos

Dr. Miguel Mata Pérez
Maestría en Logística y Cadena de Suministro
Universidad Autónoma de Nuevo León, UANL
San Nicolas, Nuevo León, México
correo e-: miguel.matapr@uanl.edu.mx

Ing. Claudia Maribel Morales Carreón
Maestría en Logística y Cadena de Suministro
Universidad Autónoma de Nuevo León, UANL
San Nicolas, Nuevo León, México
correo e-: claudia.m_90@hotmail.com

Dr. Francisco Javier Heredia Cervera
Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad Politécnica de Cataluña, UPC
Barcelona, España
correo e-: f.javier.heredia@upc.edu

***Resumen*— Hoy en día los costos logísticos representan una gran oportunidad de mejora para las empresas siendo los costos de transporte y los costos de inventario los más representativos. En este trabajo se presenta un estudio de una empresa ubicada en la región, la cual incurre actualmente en altos costos logísticos en su proceso de importación de materia prima desde Asia hasta su filial en Monterrey, N.L. Por medio de un modelo matemático entero mixto se consigue minimizar los costos antes mencionados. El modelo tiene las siguientes características: es de ubicación de facilidades en cuatro etapas, multiproducto, multiperiodo y multitransporte.**

Palabras Clave— Problema de localización de instalaciones, capacitado; logística; cadena de suministro; programación lineal entera mixta.

I. Introducción

Los costos logísticos son de suma importancia en la cadena de suministro. A través del tiempo se han realizado diversas aproximaciones para estimar los gastos que las empresas deben solventar para la realización de su logística. Wilson y Delaney estiman que los costos logísticos son del 9.9 % del producto nacional bruto (PNB) de Estados Unidos [1]. Para Ballou, los costos logísticos de una empresa, extienden desde el 4 % hasta más del 30 % del volumen de sus ventas [2]. Agrega, también, que los costos logísticos son los de mayor impacto para la mayor parte de las empresas, solo después de los costos de adquisición de los bienes comercializados.

En la administración de la cadena de suministro no basta con comprender el movimiento eficaz y eficiente de las materias primas a las instalaciones de procesamiento, plantas de fabricación de componentes, plantas de ensamblaje de productos terminados, centros de distribución, minoristas y clientes. También se deben tomar en cuenta las decisiones sobre dónde producir, qué producir y cuánto producir en cada lugar; la cantidad de producto necesario para mantener en el inventario en cada etapa del proceso; la manera de transmitir la información entre los distintos procesos; y dónde ubicar las plantas y centros de distribución [3].

De acuerdo con esto podemos mencionar que la cadena de suministro se compone de todas las partes involucradas, directa o indirectamente, en cumplir con la satisfacción del cliente [4], donde las actividades involucradas en la cadena de suministro se clasifican en diferentes áreas, según [5]:

- Localización de recursos.
- Producción.
- Inventario.
- Transporte y distribución.

En las organizaciones existen tres tipos diferentes de decisiones, las decisiones estratégicas (largo plazo), las tácticas (mediano plazo) y por ultimo las operativas (inmediatas). Las decisiones de donde ubicar tu localización son decisiones estratégicas ya que al tomar esta decisión se deben considerar los costos fijos de instalación, algunas veces estos costos son elevados, al momento de tener una localización en la ubicación correcta es uno de los principios para cumplir con una cadena de suministro eficiente.

Muchos autores han trabajo con el problema de localización de instalaciones, cada uno abordándolo de distintas maneras, algunos combinan ciertas características otros han propuesto diferentes métodos de solución para estos modelos, algunos de ellos utilizando métodos de solución exactas, heurísticas y algoritmos metaheurísticos. En este artículo se trabajara con un modelo de 4 etapas capacitado, multiperiodo, multiproducto y por último multitransporte, y es resuelto de manera exacta. El propósito para desarrollar este modelo matemático es generar una herramienta científica para la toma de decisiones para una empresa en Monterrey N.L. el cual le pueda ofrecer soluciones que faciliten su red de distribución.

II. Antecedentes

En el transcurso de los años, muchos autores han realizado estudios sobre el problema de ubicación de facilidades, muchas de las primeras teorías fueron postuladas por economistas agrarios y geógrafos regionales, citando a Johann van Thunen, Alfred Weber, T. Palander, August Losch, Edgar Hoover, Melvin Greenhut y Walter Isard. Todos ellos hacen mención dla relevancia de los costos de transportación para determinar la ubicación.

El primer estudio formal de la teoría de la localización fue realizada por Alfred Weber en 1909, quien considera cómo ubicar un solo almacén con el propósito de minimizar la distancia total para pocos puntos de demanda [6].

El problema de localización de instalaciones se puede definir como sigue: dado un conjunto de ubicaciones de los clientes con demandas conocidas y una serie de ubicaciones posibles para las instalaciones, se pretende seleccionar las ubicaciones más apropiadas para localizar las instalaciones desde las cuales se satisfará la demanda de los clientes. Si se decide colocar una instalación en una de las ubicaciones posibles, se incurre en un costo fijo de ubicación. Se conoce el costo de envío entre cada ubicación posible de las instalaciones y cada ubicación de los clientes. El problema consiste en encontrar la ubicación de las instalaciones y la política de envío entre las instalaciones y los clientes, de tal forma que se minimice el costo total por instalación y envío sujeto a que las demandas de los clientes sean satisfechas [3].

$$\sum_{i \in I} f_i\, y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij}\, x_{ij}$$

La primera parte de la ecuación hace mención a los costos fijos y la segunda a los costos variables.

Algunos de los objetivos de este problema son [7]:

- Reducir al mínimo el costo total de la instalación.
- Minimizar los costos fijos.
- Minimizar los costos de operación anual total.
- Maximizar el servicio.
- Minimizar la distancia recorrida.
- Reducir al mínimo el número de instalaciones a ubicar.
- Maximizar la capacidad de respuesta.

Un enfoque del problema de ubicación de instalaciones es el problema especializado en el contexto de la cadena de suministro. Algunos autores que han propuesto trabajos al respecto son: [8] presentaron un diseño de la cadena de suministro y la ubicación de la instalación en el cual el objetivo era maximizar el beneficio obtenido por la cadena, [9] diseñaron una cadena de suministro inversa con el objetivo de minimizar costos y el tiempo, [10] realizaron un estudio acerca de logística inversa con las características: multiproductos y de dos etapas.

A. *Problema de localización en una sola etapa capacitado*

El producto demandado se transporta directamente de las plantas hacia los clientes, satisfaciendo la demanda del cliente. Se tiene un costo fijo de instalación y se dice que es de cero escalones debido a que las instalaciones se ubican en los puntos de suministro (no hay puntos de transbordo) [11]. El objetivo es minimizar el costo total tanto fijo como variable de establecer y operar la red. Cumpliendo con satisfacer la demanda en cada mercado verificando que las plantas solo surtan lo permitido por su capacidad y evidentemente que los productos se envíen de plantas abiertas. A este tipo de problemas se le conoce como CFLP por sus siglas en inglés (*capacitated facility location problem*). La formulación matemática es la siguiente [11]:

Minimizar:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i\, z_i$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in J} d_j\, x_{ij} \leq s_i z_i \qquad \forall\, i \in I \qquad (1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, j \in J \qquad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i \in I, j \in J \qquad (3)$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \forall\, i \in I \qquad (4)$$

Donde:

x_{ij} : La proporción de la demanda de los clientes *j* satisfechos por la instalación *i*.

z_i : 1, si la instalación *i* es establecida, 0 de otra manera.

c_{ij} : El costo total de distribuir la demanda del cliente *j* desde la instalación *i.*

f_i : El costo fijo de abrir la instalación *i*.

D_j : Demanda del cliente *j.*

s_i : La capacidad de la instalación *i*.

I : conjunto de instalaciones candidato.

J : conjunto de clientes.

La función objetivo trata de minimizar el costo total, las restricciones (1) cuidan que la cantidad que se mande a los clientes *j* no sobrepase la capacidad de las instalaciones *i*, (2) cuidan que la cantidad que se mande de *i* hasta *j* sea de una ubicación abierta, (3) y (4) indican que las variables son binarias se toma 1 si se abre la ubicación y 0 en caso contrario.

B. *Problema de localización multietapa*

Los problemas de localización de etapa múltiple se presentan cuando es necesario transportar el producto a un depósito intermediario entre la instalación destino y la planta de producción.

El modelo de ubicación de dos etapas capacitado, también llamado TSCFLD, por sus siglas en inglés (*two-stage capacitated facility location problem*), tiene como finalidad encontrar las plantas y almacenes a utilizar, un solo producto se produce en las plantas, este mismo se transporta a los almacenes y posteriormente el producto es transportado a los destinatarios siempre satisfaciendo la demanda. El uso de los almacenes incurre en un costo fijo, y el costo del transporte de las plantas a los clientes a través de los almacenes es un costo variable. La formulación matemática es la siguiente [l2]:

Minimizar:

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} t_{ij}x_{ij} + \sum_{k\in K}\sum_{j\in J} c_{kj}z_{kj} + \sum_{j\in J} f_j y_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j\in J} z_{kj} = 1 \qquad \forall\, k \in K \qquad (5)$$

$$\sum_{k\in K} d_k z_{kj} \le s_j y_j \qquad \forall\, j \in J \qquad (6)$$

$$\sum_{j\in J} x_{ij} \le p_i \qquad \forall\, i\, \in I \qquad (7)$$

$$\sum_{i\in I} x_{ij} = \sum_{k\in K} d_k z_{kj} \qquad \forall\, j \in J \qquad (8)$$

$$x_{ij} - p_i y_i \le 0 \qquad \forall i \in I,\;\; j \in J \qquad (9)$$

Donde:

z_{kj}: Es una variable binaria donde toma el valor de 1 si la demanda *k* se asigna a la instalación *j*.

t_{ij} : Costo por unidad de traslado de *i* a *j*.

x_{ij} : La proporción de la demanda de los clientes *i* satisfechos por la instalación *j*.

c_{kj} : Costo por unidad de traslado de *k* a *j*.

f_j : Costo fijo de abrir la instalación *j*.

y_j : Variable de decisión binaria donde toma el valor de 1 si la instalación *j* es abierta y 0 de lo contrario.

d_k: Total de la demanda en la instalación *k*.

s_j : Capacidad máxima en la instalación *j*.

p_i : Capacidad de las plantas *i*.

El grupo de restricciones (5) cuidan que solo se mande producto de localizaciones abiertas, (6) cuidan que la cantidad que se mande a los clientes k no sobrepase la capacidad de las instalaciones j, (7) cuidan de las capacidades limitadas en los nodos de nivel más alto, mientras que las restricciones (8) son las limitaciones de conservación de flujo. Las restricciones (9) son redundantes pero útiles con el fin de reforzar algunas relajaciones.

C. *Problema de localización multiproducto*

Los modelos mencionados anteriormente se basan en la demanda agregada, la producción, la manipulación, así como el costo de distribución. Por otra parte, la capacidad de producción, depósito y transbordo de nodos se debe dar de forma única para todos los productos. Tal agregación no es más válida si diferentes productos hacen diferentes demandas en las capacidades de algunos nodos de la red. En este caso hay que proceder a un modelo multiproducto [13].

El problema consiste en encontrar el número, tamaño y ubicaciones de los almacenes en una red de suministro que minimice los costos fijos (costos de almacenamiento) y variables (costos de transporte), cumpliendo con satisfacer la demanda de cada producto y no exceder la capacidad disponible tanto de las plantas como de los almacenes para cada producto, con el objetivo de minimizar la utilidad de un almacén antes de que este puede abrirse y todos los productos de un mismo cliente debe atenderse desde el mismo almacén o deposito [14]. A este tipo de problemas se les agrega un conjunto de productos y un costo de transportar determinado producto de i hasta j, este tipo de problema es conocido como MUFLP (*multi-commodity uncapacitated facility location problema*). Su formulación matemática es la siguiente [13]:

Minimizar:

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} q_{ijk}w_{ijk} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} g_{ij}z_{ij} + \sum_{j\in J} f_j y_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j\in J} w_{ijk} = 1 \qquad \forall i \in I\,, k \in K \qquad (10)$$

$$z_{ij} - y_j \le 0 \qquad \forall i \in I\,, j \in J \qquad (11)$$

$$w_{ijk} - z_{ij} \le 0 \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K \qquad (12)$$

$$z_{ij}, y_j \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I\,, j \in J \qquad (13)$$

$$w_{ijk} \ge 0 \qquad \forall i \in I, j \in J\,, k \in K \qquad (14)$$

Donde:

z_{ij}: Es una variable binaria, que toma el valor de 1 si se proporciona el producto *i* del depósito *j* y 0 en caso contrario.

g_{ij} : El costo de transportar el producto *i* a la instalación *j*.

f_j : Costo fijo de abrir la instalación *j*.

y_j : Variable de decisión binaria donde toma el valor de 1 si la instalación *j* es abierta y 0 de lo contrario

w_{ijk} : Es una variable que representa la fracción de la demanda *k* del producto *i* que está cubierta por la instalación *j*.

q_{ijk}: representa los costos de proporcionar una unidad del producto *i* desde el depósito *j* al nodo *k*.

La función objetivo trata de minimizar los costos totales, las restricciones (10) cuidan que la demanda de cada cliente esté cubierta, (11) y (12) prohíben asignar producto de depósitos cerrados y entregan producto *i* si no hay disponibilidad en el depósito *j*. las restricciones (13) y (14) son restricciones lógicas.

D. Problema de localización multiperiodo

En los modelos de ubicación de facilidades multiperiodo no solo se toma en cuenta las instalaciones a localizar si no también se indica en que periodos de tiempo las instalaciones están en uso. Al centrarse en los servicios esenciales, la demanda de la población debe ser atendida desde el primer período de tiempo. A este modelo se le conoce como MPMCFLP (*multiple period multiple capacity facility location problem*). Su formulación matemática es la siguiente [15]:

$$min \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{q} c_{ijl}^{t} x_{ijl}^{t} d_{il}^{t} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{q} b_{jkl}^{t} y_{jkl}^{t} W_j^t + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{m} f_j^t u_j^t + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{p} g_k^t v_k^t$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ijl}^{t} \geq 1 \qquad \forall i, \forall l, \forall t \qquad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{q} d_{il}^{t}\, x_{ijl}^{t} \leq W_j^t u_j^t \qquad \forall j, \forall t \qquad (16)$$

$$\sum_{k=1}^{p} W_j^t\, y_{jkl}^{t} \geq \sum_{i=1}^{n} d_{il}^{t}\, x_{ijl}^{t} \qquad \forall j, \forall l, \forall t \qquad (17)$$

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{q} W_j^t\, y_{jkl}^{t} \leq C_k^t v_k^t \qquad \forall k, \forall t \qquad (18)$$

$$\sum_{j=1}^{m} u_j^1 \geq ND^1, \sum_{j=1}^{m} u_j^T \geq ND^T \qquad (19)$$

$$\sum_{k=1}^{p} v_k^1 \geq NC^1, \sum_{k=1}^{p} v_k^T \geq NC^T \qquad (20)$$

$$u_j^1 = 1 \ \ \forall j \in J_c; \qquad \forall t \qquad (21)$$
$$u_j^t \geq u_j^{t+1} \forall j \in J_c \forall t$$
$$v_k^t \leq v_k^{t+1} \ \ \forall k \in K_0$$

$$v_k^1 = 1 \ \ \forall k \in K_c \qquad \forall t \qquad (22)$$
$$v_k^t \geq v_k^{t+1} \ \ \forall k \in K_c \forall t$$
$$v_k^t \leq v_k^{t+1} \ \ \forall k \in K_0$$

$$x_{ijl}^t, y_{jkl}^t \geq 0 \qquad \forall i, \forall j, \forall k, \forall l, \forall t \qquad (23)$$

$$u_j^t, v_k^t \in \{0,1\} \qquad \forall j, \forall k, \forall t, \qquad (24)$$

Donde k_c (respectivamente J_c) es definida como el conjunto de posibles lugares en los que no existen plantas abiertas (almacenes). Estas instalaciones se pueden abrir al comienzo de cualquier período de tiempo. Se denota ND^1, ND^T (respectivamente NC^1, NC^T) al número mínimo de plantas abiertas al comienzo del primer periodo de tiempo y al final del último periodo de tiempo.

W_j^t: Capacidad de la instalación *j,* en el periodo *t*.

C_k^t: Capacidad de la planta *k* en el periodo *t*.

d_{il}^t: Demanda del producto *l* del cliente *i* durante el periodo *t*.

f_j^t: Costos fijos de una instalación abierta *j* en el periodo *t*.

g_k^t: Costos fijos de las plantas abiertas *k* durante el tiempo *t*.

c_{ijl}^t: Costos variables de la transportar el producto *l* de *i* a *j* en el periodo *t.*

b_{jkl}^t: Costos de transportar de las plantas *k* a los almacenes *j* en el periodo *t* el producto *l*.

u_j^t: Variables binarias donde toma el valor de 1 si el almacén *j* o la planta están abiertos en el periodo *t* y 0 caso contrario.

v_k^t: Variables binarias donde toma el valor de 1 si el almacén *k* o la planta están abiertos en el periodo *t* y 0 caso contrario.

x_{ijl}^t: Variable entera que indica la proporción de producto *l* que va desde *i* hasta *j* en el tiempo *t*,

y_{jkl}^t: Variable entera que indica la proporción de producto *l* enviado a *j* de la planta *k* en el periodo *t*.

La función objetivo optimiza los costos totales, las restricciones (15 y 17) hacen referencia a la demanda, las restricciones (15) garantizan el cumplimiento de la demanda de cada cliente para cada uno de los productos en cada periodo de tiempo *t*. Las limitaciones (16) y (18) se refieren a la capacidad. La restricción (16) asegura que el número total de unidades entregadas desde el almacén j no es mayor que su capacidad en cada periodo de tiempo t. La restricción (18) es similar a (16) pero enfocado hacia las plantas. Las restricciones (19) y (20) indican el número mínimo de almacenes y plantas que deben estar abiertos en el primer y último período de tiempo. Las restricciones (21) y (22) describen los conjuntos $J = J_0 \cup J_c$y $K = K_0 \cup K_c$. Por último, las restricciones lógicas (23 y 24).

E. Comparación de estudios previos

En la siguiente tabla se presenta una comparación de las características estudiadas en los trabajos realizados. La primera columna representa el número de etapas del modelo estudiado, la segunda indica si el autor trabajó con más de un producto, en la tercera columna denotamos si el modelo estudiado consideraba restricciones de capacidad (L: Capacitado o U: no capacitado), la cuarta columna indica si el autor considera varios medios de transporte a emplear y en la última si el modelo estudiado considera distintos periodos de tiempo.

TABLA I. COMPARACIÓN DE ESTUDIOS PREVIOS

Referencias	*Etapas*	*Multi producto*	*Capacidad*	*Multi transporte*	*Multi periodo*
[15]	2	✓	L		✓
[16]	2	✓	L		✓
[17]	3	✓	U		
[18]	2	✓	L		
[13]	1,2	✓	L,U		
[12]	1,2	✓	L,U		
[19]	2		L		

Referencias	Etapas	Multi producto	Capacidad	Multi transporte	Multi periodo
[20]	1,2		L		✓
[21]	2	✓	U		
[22]	2		L	✓	
[23]	2		L		✓
[24]	2	✓	L	✓	
[25]	3	✓	L	✓	✓

III. MODELO MATEMÁTICO

El problema de localización de instalaciones tiene como objetivo minimizar los costos totales, dependiendo de la variante del problema se establecen restricciones. La variante que asume nuestra hipótesis es un modelo matemático de cuatro etapas, capacitado, multiproducto satisfaciendo la demanda en cada período de tiempo solicitado y que pueda combinar distintos tipos de transporte en su trayecto. En la tabla anterior se mostraron distintos estudios previos donde se han desarrollado modelos matemáticos para el problema de localización, pero no con las características del problema que presenta la empresa. Este modelo es aplicable en un caso real de una empresa de plásticos situada en Monterrey, N.L. el cual le da respuestas favorables en sus procesos de importación de materia prima. Al modelo propuesto se le ingresan datos como la demanda del horizonte de tiempo que se requiera y los costos, y otorga como respuesta que cantidad de material se debe enviar en cada período de tiempo, en qué tipo de contenedor se envía, que puertos y centros de consolidación son usados, que tipo de camión de carga se utiliza y cuanta cantidad de producto se debe inventariar en la planta.

A. Supuestos y notaciones

Para observar la eficiencia del modelo se hicieron ciertos supuestos, los principales se resumen de la siguiente manera:

- Las demandas son conocidas.
- No se permite la escasez de los proveedores.
- Cada producto requiere múltiples operaciones que se procesan dentro de los centros de trabajo, además se da por hecho que las actividades son realizadas
- Todo el material enviado es por tarimas.
- Cada instalación tiene una capacidad limitada.
- Cada tipo de transporte tiene una capacidad limitada.
- Cada tipo de contenedor tiene una capacidad limitada.
- El inventario inicial es dato conocido, así como el producto en trayecto de los puertos en Asia hacia la planta.
- Se conocen seis meses de planeación.
- El tiempo en que tarda en llegar el producto se considera de un mes.
- Todos los costos son conocidos.
- Si hubiera alguna expeditación los proveedores lo expeditan directamente hacia la planta.

TABLA II. CONJUNTOS DEL MODELO

Conjuntos	
Nombre	**Descripción**
I	Conjunto de Proveedores en China, $i \in I$.
J	Conjunto de centros de consolidación en Asia, $j \in J$.
K	Conjunto de Puertos en China, $k \in K$.
L	Conjunto de Puertos en Norteamérica, $l \in L$.
M	Conjunto de tipos de transporte en Asia, $m \in M$.
N	Conjunto de productos a enviar, $n \in N$.
P	Conjunto de tipo de embarque, $p \in P$.
R	Conjunto de tipo de transporte en América, $r \in R$.
T	Conjunto de períodos de tiempo, $t \in T$.

TABLA III. PARÁMETROS DEL MODELO

Parámetros	
${c^1}_{ijmt}$	Costo por viaje del proveedor *i* al centro de distribución *j* en el transporte *m* en el período *t*.
${c^2}_{jkmt}$	Costo por viaje del centro de consolidación *j* al puerto *k* en el transporte *m* en el período *t*.
${c^3}_{klpt}$	Costo por viaje del puerto *k* al puerto *l* utilizando el embarque *p* en el período *t*.
${c^4}_{lrt}$	Costo por viaje del puerto *l* a la empresa en Monterrey en el transporte *r* en el período *t*.
${f^1}_{jt}$	Costo de usar el centro de consolidación *j* en China en el período *t*.
${f^2}_{kt}$	Costo de usar el puerto *k* en China en el período *t*.
${f^3}_{lt}$	Costo de usar el puerto *l en* América en el período *t*.
q_{in}^1	Capacidad de la planta *i*.
q_j^2	Capacidad de los centros de consolidación *j*.
q_k^3	Capacidad de los puertos *k* en China.
q_l^4	Capacidad de los puertos *l* en América.
${b^1}_{ijmt}$	Capacidad de transportar por viaje de la planta *i* al centro de consolidación *j* en el transporte *m* en el período *t*.
${b^2}_{jkmt}$	Capacidad de transportar por viaje del centro de consolidación *j* al puerto *k* en el transporte *m* en el período *t*.
${b^3}_{klpt}$	Capacidad de transportar por viaje del puerto *k* al puerto *l* en el embarque *p* en el período *t*.
${b^4}_{lrt}$	Capacidad de transportar por viaje del puerto *l* a la planta en Monterrey en el transporte *r* en el período *t*.
g_{nt}	Costo por expeditar el producto *n* durante el período *t*.
h_{nt}	Costo por inventariar el producto *n* durante el período *t*.
d_{nt}	Demanda de la planta en Monterrey del producto *n* en el período *t*.
w_n^0	Inventario inicial del producto *n* en la planta en Mty.
x_{klnp}^0	Inventario en trayecto desde el puerto *k* al puerto *l* del producto *n* en el embarque *p*.

TABLA IV. VARIABLESS DEL MODELO

Variables	
$x^1{}_{ijnmt}$	Cantidad de tarimas enviadas desde el proveedor *i* al centro de consolidación *j* del producto *n* en el transporte *m* en el período *t*.
$x^2{}_{jknmt}$	Cantidad de tarimas enviadas desde el centro de consolidación *j* al puerto *k* del producto *n* en el transporte *m* en el período *t*.
$x^3{}_{klnpt}$	Cantidad de tarimas enviadas desde el puerto *k* al puerto *l* del producto *n* en el embarque *p* en el período *t*.
$x^4{}_{lnrt}$	Cantidad de tarimas enviadas desde el puerto *l* a la empresa en Monterrey en el transporte *r* en el período *t*.
$x^5{}_{nt}$	Cantidad de tarimas del producto *n* expeditados en el tiempo *t*.
$y^1{}_{jt}$	Binaria; 1 si se decide abrir el centro de consolidación *j* y 0 en caso contrario en el período *t*.
$y^2{}_{kt}$	Binaria; 1 si se decide abrir el puerto *k* y 0 en caso contrario.
$y^3{}_{lt}$	Binaria; 1 si se decide abrir el puerto *l* y 0 en caso contrario en el período *t*.
u_{ijt}	Binaria; 1 si se decide abastecer el centro de consolidación *j* desde la planta *i* en el tiempo *t* y 0 en caso contrario.
$v^1{}_{ijmt}$	Cantidad de viajes del proveedor *i al* centro de consolidación *j* utilizando el transporte *m*. en el período *t*.
$v^2{}_{jkmt}$	Cantidad de viajes del centro de consolidación *j* al puerto *k* utilizando el transporte *m* en el período *t*.
$v^3{}_{klpt}$	Cantidad de viajes del puerto *k* al puerto *l* utilizando el embarque *p* en el período *t*.
$v^4{}_{lrt}$	Cantidad de viajes del puerto *l* a la empresa en Monterrey utilizando el transporte *r* en el período *t*.
w_{nt}	Cantidad de inventario del producto *n* en Monterrey en el período t.

B. *Formulación matemática*

Objetivo: Minimizar los costos logísticos de transportación, inventarios, renta de centros de consolidación y expeditaciones.

Función objetivo:

$$min \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{m\in M}\sum_{t\in T} c^1_{ijmt} + v^1_{ijmt} + \sum_{j\in J}\sum_{t\in T} f^1_{jt}\, y^1_{jt} +$$
$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{m\in M}\sum_{t\in T} c^2_{jkmt} + \sum_{k\in K}\sum_{t\in TT} f^2_{kt}\, y^2_{kt} + \sum_{k\in K}\sum_{l\in L}\sum_{p\in P}\sum_{t\in T} c^3_{klpt}\, v^3_{klpt} +$$
$$\sum_{L\in l}\sum_{T\in t} f^3_{lt}\, y^3_{lt} + \sum_{l\in L}\sum_{r\in R}\sum_{t\in T} c^4_{lrt}\, v^4_{lrt} + \sum_{n\in N}\sum_{t\in T} h_{nt}\, w_{nt} +$$
$$\sum_{n\in N}\sum_{t\in T} g_{nt}\, x^5_{nt}$$

Sujeto a:

$$\sum_{l\in L}\sum_{r\in R} x^4_{lnrt} + x^5_{nt}\; w_{n,t-1} = d_{nt} + w_{nt} \qquad \forall\, n \in N,\ \forall\, t \in T \qquad (25)$$

$$\sum_{j\in J}\sum_{m\in M}\sum_{t\in T} x^1_{ijnmt} \le q_{in} \qquad \forall\, i \in I,\ \forall\, n \in N \qquad (26)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{m\in M}\sum_{n\in N}\sum_{t\in T} x^2_{jknmt} \le q_j \qquad \forall\, j \in J \qquad (27)$$

$$\sum_{l\in L}\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\sum_{t\in T} x^3_{klnpt} \le q_k \qquad \forall\, k \in K \qquad (28)$$

$$\sum_{n\in N}\sum_{r\in R}\sum_{t\in T} x^4_{lnrt} \le q_l \qquad \forall\, l \in L \qquad (29)$$

$$x^1_{ijnmt} \le M y^1_{jt} \qquad \forall\, i \in I, j \in J,\ n \in N, m \in M,\ t \in T \qquad (30)$$

$$x^2_{jknmt} \le M y^2_{kt} \qquad \forall\, j \in J, k \in K,\ n \in N, m \in M,\ t \in T \qquad (31)$$

$$x^3_{Klnpt} \le M y^3_{lt} \qquad \forall\, k \in K, l \in L,\ n \in N, p \in P,\ t \in T \qquad (32)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{m\in M} x^1_{ijnmt} = \sum_{k\in K}\sum_{m\in M} x^2_{jknmt} \qquad \forall j \in J, n \in N,\ t \in T \qquad (33)$$

$$\sum_{j\in J}\sum_{m\in M} x^2_{jknmt} = \sum_{l\in L}\sum_{p\in P} x^3_{Klnpt} \qquad \forall k \in K, \in N,\ t \in T \qquad (34)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{p\in P} x^3_{Klnpt-1} = \sum_{r\in R} x^4_{lnrt} \qquad \forall l \in L, n \in N,\ t \in T \qquad (35)$$

$$b^1_{ijmt} v^1_{ijmt} \ge \sum_{n\in N} x^1_{ijnmt} \qquad \forall i \in I, j \in J,\ m \in M, t \in T \qquad (36)$$

$$b^2_{jkmt} v^2_{jkmt} \ge \sum_{n\in N} x^2_{jknmt} \qquad \forall j \in J, k \in K,\ m \in M, t \in T \qquad (37)$$

$$b^3_{klpt} v^3_{klpt} \ge \sum_{n\in N} x^3_{klnpt} \qquad \forall k \in K, l \in L,\ p \in P, t \in T \qquad (38)$$

$$b^4_{lrt} v^4_{lrt} \ge \sum_{n\in N} x^4_{lnrt} \qquad \forall l \in L, r \in R,\ t \in T \qquad (39)$$

$$\sum_{j\in j} u_{ijt} \le 1 \qquad \forall i \in I, t \in T \qquad (40)$$

$$x^1_{ijnmt} \le M u_{ijt} \qquad \forall i \in I, j \in J, n \in N\ t \in T \qquad (41)$$

$$v^1_{ijmt}, v^2_{jkmt}, v^3_{klpt}, v^4_{lrt}, w_{nt} \in \mathbb{Z}^+ \qquad (42)$$

$$y^1_{jt}, y^2_{kt}, y^3_{lt}, u_{ijt} \in \{0,1\} \qquad (43)$$

$$x^1_{ijnmt}, x^2_{jknmt}, x^3_{Klnpt}, x^4_{lnrt}, x^5{}_{nt} \ge 0 \qquad (44)$$

La función objetivo minimiza los costos de transportar la materia prima de un lugar a otro incluyendo el transporte o el tipo de embarque a utilizar, los costos fijos de abrir las ubicaciones (centros de consolidación y puertos), inventariar los productos en la planta en Monterrey o expeditar el material si fuese necesario. El grupo de restricciones (25) garantiza que la demanda del cliente siempre sea satisfecha y calcula la cantidad de producto a inventariar. Los grupos de restricciones (26), (27), (28) y (29) establece que la cantidad de tarimas requeridas no sobrepase la capacidad de las plantas de los proveedores, los centros de consolidación y los puertos. Las restricciones (30) garantizan que los centros de consolidación no sean usados si no fueron abiertos. Las restricciones (31) y (32) garantizan que los puertos de China y Norteamérica no sean usados si no fueron abiertos. Las restricciones (33), (34) y (35) vigilan que no se quede materia prima durante el transcurso, todo lo que salga de los proveedores tiene que llegar a la planta en Monterrey, las restricciones (36), (37), (38) y (39) calculan la cantidad de viajes o la cantidad de camiones a realizar de acuerdo con la capacidad del transporte o embarque a utilizar. El grupo de restricciones (40) y (41) garantizan que lo proveedores abastezcan a un solo centro de consolidación. Las restricciones (42), (43) y (44) son restricciones lógicas.

IV. Caso de estudio

El desarrollo del modelo pretende sentar las bases para resolver un conjunto de problemas que enfrenta una empresa situada en la Cuidad de Monterrey, N.L. El problema consiste en reducir los costos en la transportación de materia prima desde los puertos de China hasta Norteamérica, realizando la consolidación de productos de los diversos proveedores en Asia, así como reducir sus posibles costos de inventario. Dichos materiales a transportar desde Asia son componentes que se ensamblan en México para posteriormente distribuirlos en el mercado estadounidense.

La empresa cuenta con diferentes proveedores en el mundo; entre estos se encuentran proveedores mundiales, en particular nueve de ellos son de origen asiático. Las partes y componentes que estos proveen deben ser transportadas desde China a México para surtir los requerimientos de esos materiales a la planta que se encuentra en Nuevo León.

Fig. 1 Ubicación de los proveedores en China

Actualmente los componentes se trasportan de China vía marítima hasta Long Beach en California, EUA, y de allí por ferrocarril hasta Monterrey donde se encuentra la planta. El tránsito desde China a la planta en Monterrey suele tomar un promedio de seis semanas, esto incluye el tiempo de ciclo total desde que se coloca el pedido hasta que llega a la planta en Monterrey.

Los proveedores envían sus productos a diversos centros de consolidación (almacenes donde se reciben productos de múltiples proveedores y los agrupan para servirlos al mismo cliente); donde se preparan los embarques que saldrán desde cinco distintos puertos en China hacia Long Beach.

El problema consiste en encontrar una política de envío que incluya la localización de los centros de consolidación, la asignación de los proveedores a los centros de consolidación, la selección del tipo de contenedor, la selección de tipo de transporte marítimo a emplear y la frecuencia de envíos para cada producto, considerando los costos por ordenar, por mantener el inventario y los costos de transporte.

En la actualidad, los nueve proveedores asiáticos embarcan en diferentes puertos, cada uno embarcando por su propia cuenta y sin coordinación. Dependiendo el volumen que le solicite se toma la decisión de si se utiliza un contenedor de 20 o de 40 pies, o bien se pueden mandar los productos consolidados con otras empresas; este modelo se le llama LCL (*less than container load*). Este método es ineficiente y genera gastos innecesarios, además de provocar un inventario excesivo y riegos de incurrir en faltantes.

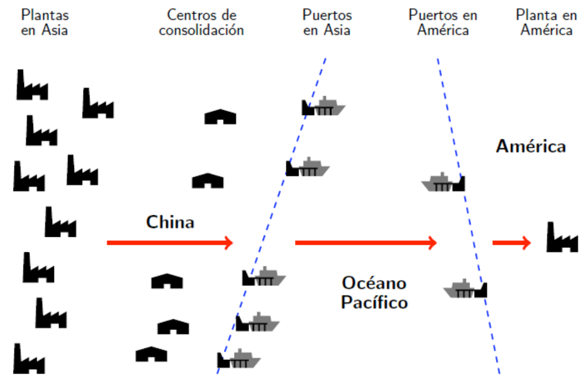

Fig. 2 Problemática que enfrenta la empresa

Es importante mencionas los costos logísticos con los que se encontraba operando la empresa para poder realizar una comparación con los otorgados por el modelo y así poder verificar el ahorro obtenido. Los costos que de momento la empresa ha contemplado son los costos de transportación marítima y los costos de mantener inventario, en la tabla V se desglosan estos mismos.

TABLA V. Costos logísticos de la empresa en un semestre

Costos logísticos de la empresa	
Transporte marítimo	$214497
Costo del inventario	$139940
Costo total	$**354437**

Se puede observar que sus costos de inventario se encuentran elevados, por no contar con una buena política de ordenar la materia prima y provoca que en la planta tengan un exceso de inventario.

V. Resultados y conclusiones

A. Experimentación computacional

Para resolver el modelo matemático fue utilizada la herramienta GAMS con CPLEX versión 12, y se corrió en un servidor DELL PowerEdge T620 (Intel Xeon E52697v2 2.7GHz con 12 cores, memoria ram de al menos 64 Gb, y disco duro de 1 Tb).

Para verificar la efectividad del modelo matemático se realizaron diferentes experimentos computacionales en los cuales se estableció un límite de tiempo de cálculo de 2 horas para resolver las instancias del problema entero mixto, sin embargo, la solución óptima fue encontrada en un lapso mayor.

En las primeras experimentaciones se propusieron datos ficticios con el propósito de observar el comportamiento de los resultados. Una vez demostrado que el modelo operaba de forma correcta se procedió a ingresar los datos que la empresa otorgó. En la siguiente tabla se presentan algunos ejemplos de las demandas a ordenar, cabe mencionar que en total son 22 productos los que se trasportan desde China.

TABLA VI. DEMANDAS REALES A ORDENAR POR TARIMAS

	Periodos					
Productos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	23	9	23	9	23	12
2	13	14	16	15	12	15
3	5	4	4	6	5	6
4	7	5	4	6	8	5
5	4	3	4	3	3	3
6	23	18	20	18	25	15
7	3	3	3	3	3	3
8	2	2	2	2	2	2
9	6	6	6	6	6	6

B. Resultados

Los resultados que se obtuvieron para cada período de tiempo ayudaron a la optimización de los costos. En la tabla VII se muestra a detalle los resultados del primer periodo de tiempo, en la primera columna se encuentran los proveedores, la segunda columna muestra la cantidad de camiones de carga que se utilizaron de los proveedores a los centros de consolidas, la tercera columna indica los centros de consolidación abiertos, la cuarta columna los camiones de carga usados para trasladar la mercancía de los centros de consolidación a los puertos, la quinta columna los puertos usados en ese periodo, la cantidad y el tipo de contenedor a usar se encuentran en la sexta columna y en la última los camiones de carga usados del puerto en América hasta la planta en Monterrey, N.L.

TABLA VII. RESULTADOS DEL PRIMER PERIODO

Provee-dores	**Camiones de carga a usar**	**Centros de consoli-ción**	**Camiones de carga a usar**	**Puertos en China**	**Cantidad y tipo de contenedor**	**Camiones de carga a usar**
1	3					
3	2	Hong Kong	5	Hong Kong	(2) 40”	
4	1				(1) 20”	
2	6	Shan-ghai	6	Shan-ghai	(3) 40”	10
5	6					
6	3					
7	1	Xiamen	10	Xiamen	(5) 40”	
8	1					
9	1					

En la figura 3 se puede observar los centros de consolidación que son usados para realizar la consolidación de los productos, estos son: Hong Kong, Shanghai y Xiamen, una vez consolidado el producto los puertos por donde se envió el producto hasta América fueron los puertos de Hong Kong, Shanghai y Xiamen, es importante hacer mención que el recorrido entre los puertos de China y el puerto en América tarda un mes, lo que está llegando al puerto en América es el inventario en trayecto del periodo cero (dato conocido).

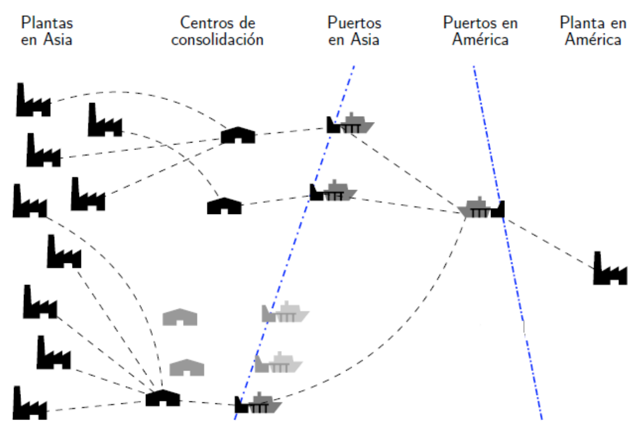

Fig. 3 Trayecto del primer periodo de tiempo

Los costos logísticos de inventariar el producto en la planta y de transporte (tanto de los camiones de carga como los contenedores en el barco) para los seis periodos de tiempo una vez ejecutado el modelo en dólares se presentan en la tabla VIII.

TABLA VIII. RESULTADOS OBTENIDOS CON EL MODELO MATEMÁTICO

Costos logísticos de la empresa	
Transporte terrestre	$21140
Transporte marítimo	$262030
Costo del inventario	$5280
Costo total	$**288430**

Como se puede apreciar la reducción de los costos para la empresa es de alrededor de los 66000 USD, esto corresponde al casi el 20% de ahorro, al utilizar el modelo matemático. Estos ahorros pueden ser usados en la nueva adquisición de maquinaria o bien en la inversión de nuevos proyectos que representen un mayor beneficio económico para la empresa.

C. Conclusiones

En una industria manufacturera trasnacional, una mala planeación de envío de las materias primas puede mermar la capacidad y la oportunidad de negocio. Por ese motivo se ha desarrollado una herramienta científica que le ayude a la empresa a minimizar sus costos logísticos implicados los costos por renta de instalaciones, los costos de transporte, así como los costos de inventario. Así mismo pudimos observar que en la literatura no ha sido desarrollado un modelo de optimización que incluya todas las características necesarias para resolver el problema específico de la empresa. El modelo matemático devuelve la solución óptima en costos, que al mismo tiempo es una solución eficiente en su aplicabilidad. Los estudios preliminares apuntan que, con esta herramienta, la empresa podrá obtener ahorros del orden del 20 % sobre sus gastos actuales.

VI. Trabajo a futuro

En la empresa donde se está aplicando el modelo muchas veces su demanda pronosticada es errónea, lo que provoca que el material se tenga que expeditar esto generándole grandes costos a la empresa. Una forma de evitar esta situación es considerar demanda estocástica mediante un modelo de programación estocástica, en el cual se tomaran en cuenta los costos de escasez por no tener existencia y los costos por demasiada existencia, de forma que el modelo permita obtener la decisión que minimiza la esperanza matemática de los costes totales de distribución.

Referencias

[1] R. W. a. R. V. Delaney, «11 th Annual State of Logistics Report,» Cass Information Systems and ProLogis, nº 11, 2000.

[2] R. H. Ballou, Logística administración de la cadena de suministro, México: Pearson educación, 2004.

[3] M. S. Daskin, L. V. Snyder y R. T. Berger, «Facility location in supply chain design,» de Logistics Systems: Design and Optimization, Springer US, 2005, pp. 39-65.

[4] S. Chopra y P. Meindl, Administración de la Cadena de Suministro. Estrategia, planeación y operación, México: Pearson, 2013.

[5] R. Garrido, Modelacion de sistemas de distribucion de carga, Santiago: Ediciones Universidad Catolica de Chile, 2001.

[6] R. Hekmatfar, Z. Farahani y Masoud, Facility Location concepts, models, algorithms and case studies, Physica-Verlag, 2009.

[7] M.T. Melo; S. Nickela; F. Saldanha da Gama., «Dynamic multi-commodity capacitated facility location: a mathematical modeling framework for strategic supply chain planning,» *Computers & Operations Research,* vol. 33, nº 1, pp. 181-208, 2006.

[8] H. Eiselta y G. Laporteb, Facility Location: A Survey of Application and Methods, Nueva York: Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 1995.

[9] J. Fernández, B. Pelegrín, F. Plastria y B. Tóth, «Planar location and design of a new facility with Inner and outer competition: An interval lexicographical-like solution procedure,» Networks and spatial economics, vol. 7, nº 1, pp. 19-44, 2007.

[10] F. Du y G. W. Evans, «A bi-objective reverse logistics network analysis for post-sale service,» Computers & Operations Research, vol. 35, nº 8, pp. 2617-2634, 2008.

[11] M. C. Fonseca, Á. García-Sánchez, M. Ortega-Mier y F. Saldanha-da-Gama, «A stochastic bi-objective location model for strategic reverse logistics,» TOP, vol. 18, nº 1, pp. 158-184, 2010.

[12] C. Aikens., «Facility location models for distribution,» European Journal of Operational Research, vol. 22, nº 3, pp. 263-279, 1985.

[13] A. Klose y A. Drexl, «Facility location models for distribution system design,» European Journal of Operational Research, vol. 162, nº 1, pp. 4-29, 2005.

[14] A. M. Geoffrion y G. W. Graves, «Multicommodity distribution system design by benders decomposition,» Management Science, vol. 20, nº 5, pp. 822 - 844, 1974.

[15] Y. Hinojosa y J. P. F. Fernández, «A multiperiod two-echelon multicommodity capacitated plant location problem,» European Journal of Operational Research, vol. 123, nº 2, pp. 271-291, 2000.

[16] C. Canel, B. M. Khumawala, J. Law y A. Loh, «An algorithm for the capacitated, multi-commodity multi-period facility location problem,» Computers & Operations Research, vol. 28, nº 5, pp. 411-- 427, 2001.

[17] H. Pirkul y V. Jayaraman, «Production, transportation and distribution planning in a multi-commodity tri-echelon system,» Transportation Science, vol. 30, p. 291–302, 1996.

[18] H. Pirkul y V. Jayaraman, «A multi-commodity, multi-plant, capacitated facility location problem: formulation and efficient heuristic solution.,» Computers and Operations Research , vol. 25, p. 869–78, 1998.

[19] I. Litvinchev, M. Mata y E. Ozuna, «Lagrangian heuristic for two-stage capacited facility location problem,» Applied and Computational Mathematics, vol. 11, p. 137–146, 2012.

[20] A. B. Arabani y R. Z. Farahani, «Facility location dynamics: An overview of classifications and applications,» Computers & Industrial Engineering, vol. 62, p. 408–420, 2012.

[21] K. Aardal, M. Labbé, J. Leung y M. Queyranne, «On the two-level uncapacitated facility location problem,» INFORMS Journal on Computing, vol. 8, p. 289–301, 1996.

[22] D. Ambrosino y A. Sciomachen, «A capacitated hub location problem in freight logistics multimodal networks,» Optimization Letters, vol. 10, nº 5, pp. 875-901, 2016.

[23] I. Correia y T. Melo, «Multi-period capacitated facility location un,» European Journal of Operational Research, vol. 255, nº 3, p. 729–746, 2016.

[24] D. Kalenatic, C. López, L. González y F. Rueda, «(Location platform of cross-country race docking in the context of logistics focalizada using euclidean distances,» Ciencia e Ingeniería Neogranadina, vol. 18, pp. 17-34, 2008.

[25] C. R. Franco, Localización de centros de distribución secundarios en la cuidad de Quito para optimizar el costo de distribución de bebidas durante periodos de alta demanda, Tesis de Maestría, Escuela Superior Politénica de litoral, 2015.