Trabajo de Fin de Grado

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Construcción de una máquina para medir las características de los muelles

MEMORIA

Autor: André Montenegro Bernuy
Director: Lluís Roger Casals

Convocatoria: Abril 2017

ETSEIB

Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Industrial de Barcelona

UPC

Resumen

El propósito del siguiente trabajo es el estudio de 3 temas principales:

- Los muelles, cómo trabajan éstos, su formulación y, finalmente, la elaboración de una hoja de cálculo que permita obtener fácilmente las características principales teóricas de los muelles y contrastar los resultados con los obtenidos experimentalmente mediante los ensayos con la máquina construida.
- Las uniones atornilladas y su formulación, a tener en cuenta en la elaboración de las uniones de la máquina.
- El diseño y dimensionamiento de las piezas de la estructura que conformará la máquina de ensayo de muelles de amortiguación de coches radiocontrol.

La primera parte de este trabajo se enfoca en la explicación de los tipos y usos de los muelles, así como las condiciones que requieren los materiales que se usan para fabricarlos, procediendo finalmente al análisis de cómo trabaja un muelle cuando se somete a compresión. De esta última parte se muestra cómo hacer el cálculo de las variables características de los muelles helicoidales cilíndricos, de sección rectangular o cuadrada, de paso variable y cónicos.

Posteriormente, se entra a la parte de uniones atornilladas, dónde se explica su geometría y tipos de tornillos que se pueden encontrar según su dureza. Finalizando con un análisis más concreto de cómo trabajan, la disposición y tamaño de los agujeros a la hora de unir elementos y los posibles fallos que pueden producirse.

Una vez entendidos los conceptos anteriores, se procede a la elaboración del diseño de la estructura metálica de la máquina, que posteriormente se manda a realizar físicamente. Éste último apartado consta de apartados en los cuáles se razona la elección del material con el que se realizará la estructura, los diagramas de esfuerzos y el cálculo de la sección.

Finalmente, y en conclusión, una vez obtenida la estructura, se le agrega el resto de elementos que acaban de conformar la máquina (balanza, barra roscada con un pomo roscado con una tuerca en un extremo y tres tuercas con una arandela entre ellas en el otro), de esta manera ya se puede proceder a ensayar muelles perfectamente. Además, junto con la hoja de cálculo creada (la cual se agrega como archivo aparte al trabajo) se obtienen las variables características tanto teóricas como experimentales de los muelles ensayados, se pueden ver algunos ejemplos en el anexo.

Índice

RESUMEN **1**

ÍNDICE **3**

1. INTRODUCCIÓN **5**

1.1. Objetivos del proyecto **5**

1.2. Alcance del proyecto **5**

2. CONCEPTO DE MUELLE **7**

2.1. Clasificación de los muelles **7**

2.1.1. De compresión 8
2.1.2. De tracción 12
2.1.3. De torsión 14
2.1.4. De flexión o ballestas 16

2.2. Características principales de los materiales **17**

2.3. Magnitudes características de los muelles **18**

2.3.1. Magnitud característica de fuerza 19
2.3.2. Magnitud característica de deformación 19
2.3.3. Magnitud característica de rigidez 19
2.3.4. Magnitud característica de trabajo elástico 19

2.4. Introducción al cálculo de muelles helicoidales **20**

2.4.1. Bases para el cálculo 20
2.4.2. Fórmulas y variables para el cálculo 23
2.4.3. Muelles helicoidales cilíndricos de compresión 23
2.4.4. Efecto de la curvatura 24
2.4.5. Extremos 25

2.5. Muelles helicoidales de sección cuadrada/rectangular **26**

2.6. Casos especiales **28**

2.6.1. Muelles helicoidales de paso variable 28
2.6.2. Muelles helicoidales cónicos 28
2.6.3. Muelles helicoidales de diámetro de muelle variable 29

3. TORNILLOS (UNIONES ATORNILLADAS) 31

3.1. Geometría 31

3.2. Tipos de tornillos 33

3.3. Agujeros para tornillos 33

3.4. Modos de fallo 35

3.4.1. Desgarro de la chapa 35
3.4.2. Aplastamiento de la chapa 35
3.4.3. Rotura por esfuerzo cortante de la chapa 35
3.4.4. Rotura del tornillo por esfuerzo cortante 36

3.5. Expresiones para el cálculo de resistencias 36

3.5.1. Tornillos solicitados a cortante 36
3.5.2. Tornillos solicitados a tracción 38
3.5.3. Tornillos solicitados a tracción y cortante simultáneamente 40

3.6. Disposiciones constructivas 40

3.6.1. Distancias a los bordes 41
3.6.2. Separación entre agujeros 41

4. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN 43

4.1. Elección del material 43

4.2. Diseño 45

4.2.1. Condiciones a cumplir 46
4.2.2. Diagramas de esfuerzos 46
4.2.3. Dimensionamiento de la sección 48

4.3. Uniones 50

4.3.1. Esfuerzos en los tornillos 50

4.4. Geometría de la base 51

4.4.1. Geometría de las columnas 52
4.4.2. Geometría de la viga superior 53

CONCLUSIONES 55

REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍCAS 57

1. Introducción

1.1. Objetivos del proyecto

El objetivo de este proyecto es el diseño y construcción de una máquina que permita ensayar lo muelles de amortiguación de coches radiocontrol para determinar sus características principales.

Para el diseño de esta máquina se hará un estudio previo general de las uniones atornilladas que nos ayudará a realizar las comprobaciones del dimensionamiento de las uniones de la estructura de la máquina.

Finalmente, una vez terminada la construcción de la máquina, se comprobará su funcionalidad, por lo que se procederá al ensayo de una serie de muelles. Los datos obtenidos de estos ensayos se introducirán en una hoja de cálculo, elaborada tras realizar un estudio de la formulación de los muelles, obteniendo así el valor de las variables características de los muelles, las cuales se podrán contrastar con sus valores teóricos.

1.2. Alcance del proyecto

El alcance del proyecto comprende un estudio de los muelles, las uniones atornilladas, el diseño de la estructura de la máquina y su construcción, así como la elaboración final de la máquina y, finalmente, la elaboración de una hoja de cálculo que nos facilite la obtención de las variables características de los muelles con los datos obtenidos de los ensayos.

Ilustración 1. Modelo [14].

En la *Ilustración 1* se muestra el modelo a seguir la máquina que se quiere elaborar, por lo que la estructura de nuestra máquina será parecida: constando de una base, dos columnas y una viga superior, así como el resto de sus elementos (báscula, barra roscada, pomo roscado y un elemento que haga contacto con el muelle).

Una de las limitaciones principales del diseño de la estructura es la báscula que se usará, tanto las dimensiones (la báscula escogida es de 200x200x20mm), como el peso máximo que puede pesar (en este caso, hasta 15 kg), las cuales determinan las dimensiones de la estructura.

Otro factor importante es que se quiere usar como mínimo tornillos Allen de métrica M5, puesto que a partir de esta métrica los cabezales de los tornillos son más resistentes a la hora del montaje y desmontaje.

Finalmente, las dimensiones de los muelles que se quieran ensayar también influyen en el dimensionado de la máquina, lo cual hará la estructura más alta o más baja o que el diámetro del elemento que va a hacer contacto con el muelle sea mayor o inferior, así como en el tipo de balanza que se escogerá.

En cuanto la hoja de cálculo que se plantea hacer para facilitar el cálculo de las variables características de los muelles ensayados contará con 2 hojas, una para el cálculo de muelles helicoidales cilíndricos y el otro para muelles helicoidales cónicos. Además, contará con el cálculo de los valores teóricos y experimentales, para poder comprobar la fiabilidad de la máquina o bien, para encontrar el módulo de rigidez del muelle o alguna otra variable de la que no dispongamos.

2. Concepto de muelle

Un muelle es un elemento de máquina que, gracias a una forma geométrica adecuada, o una gran elasticidad del material, admite unas deformaciones elásticas importantes, proporcionales a las fuerzas aplicadas y a las dimensiones del mismo elemento, sin que se produzca deformación plástica o una rotura.

Normalmente los elementos mecánicos (como los engranajes, bancadas, árboles de transmisión, etc.) se deforman dependiendo de la elasticidad del material con el que están construidos, pero esta deformación suele ser muy pequeña, generalmente negligible.

En cambio, al usar muelles se busca el efecto contrario, es decir, la posibilidad de someter elementos a grandes deformaciones, siempre y cuando éste esté dentro de la zona de trabajo elástico, para así evitar las deformaciones plásticas permanentes, las rupturas frágiles eventuales y las rupturas por fatiga debidas al uso [11][22].

Para este apartado hay que tener en cuenta la nomenclatura de D y d varían respecto el apartado siguiente (Apartado 3:Tornillos (Uniones atornilladas)):

D	Corresponde al diámetro del muelle	(mm)
d	Corresponde al diámetro del hilo del muelle	(mm)

2.1. Clasificación de los muelles

Al ser un elemento mecánico tan necesario y usado, éste tiene una gran diversidad de formas y características, cada una con sus aplicaciones determinadas. La clasificación puede realizarse teniendo en cuenta diferentes parámetros:

- Según la forma del muelle.
    - Helicoidal cilíndrico.
    - Helicoidal cónico.
    - En espiral.
    - Laminar.
- Según el tipo de carga que soportan.
    - De compresión.
    - De tracción.
    - De torsión.
    - De flexión.
- Según la forma de la sección transversal del hilo.
    - Circular.
    - Cuadrada o rectangular.

Ya que hay diversos tipos de clasificación, a continuación se hará una general teniendo en cuenta como característica principal el tipo de carga que soportan los muelles.

2.1.1. De compresión

Los muelles de compresión están destinados a soportar esfuerzos de compresión y choque. Esto provoca que su volumen disminuya cuando la presión ejercida sobre ellos aumenta, convirtiéndolos así en los dispositivos de almacenamiento de energía disponible más eficientes. Este tipo de muelle es el más común y conocido.

Según la forma del muelle, se puede encuentran muelles de compresión de diferentes formas: helicoidales cilíndricos, helicoidal de estampación, helicoidal cónico, helicoidal bicónico y arandelas elásticas.

2.1.1.1. Muelle helicoidal cilíndrico de compresión

Este tipo de resorte es de uso general, utilizándose en válvulas, engrasadores, amortiguadores, etc. Está formado por un hilo de sección circular, cuadrada u ovalada, enrollado en forma de hélice cilíndrica hacia la izquierda o a la derecha y a su vez con sección uniforme o variable, trabaja tratando de extenderse en la dirección de su eje, oponiéndose a una fuerza externa que lo comprima (Ilustración 2).

Los muelles helicoidales cilíndricos de sección circular son los más usados en la construcción mecánica, ya que presenta muy buenas cualidades:

- Con igualdad de prestaciones, es muy barata.
- Es fácil de calcular, dimensionar y fabricar.
- Permite obtener una alta gamma de valores de constantes de rigidez.
- Admite la aplicación exterior de fuerzas de tracción, compresión, torsión e incluso de cizalla.

Por otro lado, los muelles helicoidales de sección cuadrada y ovalada presentan una mayor tensión respecto a los muelles de sección circular, aunque su duración es ligeramente inferior debido a que su distribución de las tensiones es desfavorable. [22]

Ilustración 2. Muelles helicoidales cilíndricos.

La principal diferencia entre un paso variable o uniforme es que un muelle de paso uniforme se tiene una relación lineal entre fuerza ejercida y deformación (en teoría), mientras que en uno de paso variable, esta relación no es proporcional, gracias a esta característica se logra obtener una mayor fuerza para un determinado desplazamiento comparado con otro muelle dimensionalmente igual de paso constante. En aplicaciones especiales en que se necesita eliminar el efecto de la resonancia, esta es una solución de la misma.

En cuanto a los extremos de estos muelles, suelen presentar superficies de apoyo planas y perpendiculares a su eje, por este motivo, las dos espiras de los extremos están próximas entre sí (disminución del paso), de esta manera conseguimos un buen apoyo y funcionamiento correcto.

2.1.1.2. Muelle helicoidal de estampación

Son también llamados muelles de matricería, estos están diseñados para soportar grandes esfuerzos como por ejemplo aguantando un peso en una posición determinada pero con cierta soltura que le permita un movimiento limitado, o bien para conservar cierta distancia entre dos objetos. Normalmente son usados en máquinas que ejercen presión sobre un objeto (para grabado, impresión o hacer dobleces) como la parte que permite a la plancha de presión volver a su posición inicial, en este caso son de sección rectangular (Ilustración 3).

Todos los muelles están fabricados con hilo de aleación de acero (Cr-V/Cr-Si). Este tipo de hilo es especialmente adecuado para resistir impactos y deformaciones. Además debido a su calidad, puede trabajar en condiciones de hasta 230ºC [22].

Ilustración 3. Muelles helicoidales de sección rectangular.

2.1.1.3. Muelle helicoidal cónico

El comportamiento de este tipo de muelle, a pesar de ser de paso constante, no es proporcional. La fuerza ejercida para un determinado desplazamiento es mayor comparado con un muelle helicoidal cilíndrico de diámetro igual a la media entre el mayor y el menor, manteniendo invariables las demás dimensiones.

El muelle helicoidal cónico suele ser usado para aquellos casos en los que se requiere que el desplazamiento del muelle sea inferior al de un muelle helicoidal cilíndrico ante una fuerza ejercida predeterminada.

Se puede distinguir entre dos tipos de muelles cónicos: de sección circular y de sección rectangular (Ilustración 4).

El material utilizado para la fabricación es el mismo que para los muelles helicoidales, pero antes de enrollarlos, es necesario seguir unos procesos de laminación y corte de los extremos.

Una característica importante de los muelles helicoidales cónicos de sección rectangular es que si las espiras se enrollan entre ellas de tal manera que hagan contacto entre sí, es decir, que rocen entre ellas al deslizarse, la fricción que se genera puede ser utilizada para amortiguar vibraciones u otras perturbaciones transitorias indeseadas.

Debido a este rozamiento no se suelen usar para trabajos dinámicos continuos. Sin embargo se puede fabricar una versión con espacio libre entre las espiras para evitar este rozamiento y así poderlos usar en trabajos dinámicos.

Este tipo de muelle se suele usar para amortiguar fuerzas de choque de gran intensidad en un corto recorrido, por ejemplo en amortiguadores de topes de vagones de ferrocarril [17].

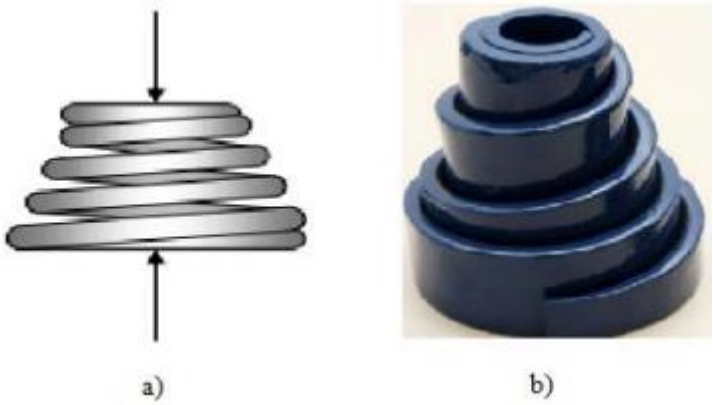

Ilustración 4. Muelles cónicos de sección circular (a) y rectangular (b).

2.1.1.4. Muelle helicoidal bicónico

Los muelles helicoidales bicónicos (Ilustración 5) se comportan de manera aproximada a dos muelles cónicos montados en serie. Por lo tanto, las características funcionales son similares a las de un muelle cónico y su aplicación se limita a consideraciones de montaje.

Este tipo de muelle tiene a minimizar el efecto de resonancia y vibraciones.

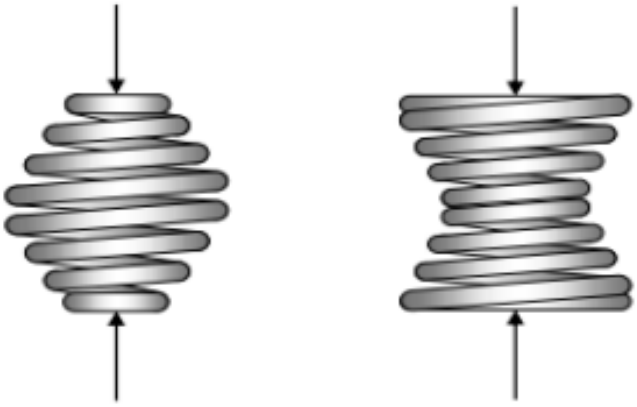

Ilustración 5. Muelles helicoidales bicónicos.

2.1.1.5. Arandelas elásticas

Es un muelle de compresión formado por arandelas elásticas en forma de tronco de cono (*arandelas Belleville*), montadas individualmente (Ilustración 6) o en grupo superpuestas.

Tienen un amplio campo de aplicación debido a su simplicidad y sus cualidades, como por ejemplo:

- Dimensiones reducidas con gran capacidad de carga.
- Varias arandelas superpuestas en el mismo sentido permiten multiplicar la carga que soportan con la misma deformación.
- Varias arandelas superpuestas en oposición permiten multiplicar la deformación elástica con la misma carga.
- Presentan una gran resistencia a la fatiga.
- Máxima seguridad de funcionamiento, esto es debido a que la rotura de una de las arandelas no deja el muelle fuera de servicio.

Ilustración 6. Arandela elástica.

2.1.2. De tracción

Los muelles de tracción funcionan de manera inversa a las de compresión, en este caso el muelle se opone a la fuerza exterior que trata de estirarlo en la dirección de su eje.

Dentro de los muelles de tracción, los más comunes son los muelles helicoidales, de barra de enganche y de fuerza constante.

2.1.2.1. Muelle helicoidal cilíndrico de tracción

Los muelles helicoidales cilíndricos de tracción ejercen su acción hacia su interior, oponiéndose a una fuerza exterior que trata de estirarlo en la dirección de su eje. En reposo, las espiras de este tipo de muelle están normalmente juntas, por lo que el paso de las espiras es igual al diámetro del hilo.

A causa de su funcionamiento, un muelle helicoidal cilíndrico de tracción debe presentar sus extremos curvados en forma de gancho (Ilustración 7), los cuales pueden presentar diversas formas, según la finalidad a que están destinados.

La mayoría de estos muelles incorporan una tensión inicial. Esta tensión es la encargada de mantener unidas las espirales. Y esta es la principal diferencia a los muelles de compresión, ya que estos últimos cuando no tienen ninguna carga aplicada su tensión inicial es nula.

Ilustración 7. Muelles helicoidales cilíndricos de tracción.

2.1.2.2. Muelle de barra de enganche

Este tipo de muelle consta de una barra de enganche donde la carga se aplica en sus extremos de ganchos largos de acero que pasan a través del centro del resorte y están enganchados alrededor del extremo opuesto, comprimiéndose así el muelle (Ilustración 8). Los muelles de barra de enganche son usados en situaciones donde es probable una sobrecarga, facilitando un tope sólido para que continúe soportando la carga estática una vez se ha alcanzado la longitud máxima a la que puede llegar.

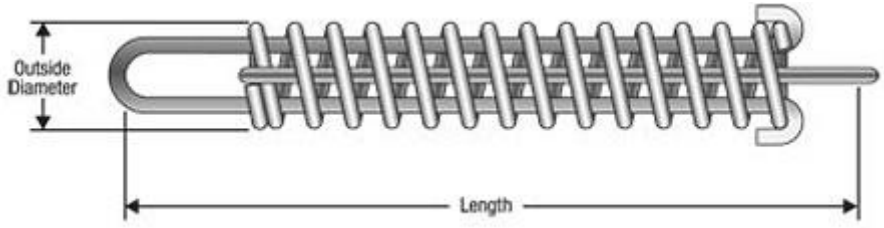

Ilustración 8. Muelle de barra de enganche.

2.1.2.3. Muelle de fuerza constante

El muelle de fuerza constante consiste en una espiral o fleje con curvatura de forma que cada espiral del fleje se aprieta fuertemente sobre el anterior. Cuando se extiende (deflexión), el esfuerzo inherente resiste la fuerza de carga, al igual que en el resorte de tracción común, pero con una constante casi perfecta.

Este tipo de muelle es muy adecuado para largas extensiones sin acumulación de carga.

Para aumentar la carga que se pueda soportar, se hace un montaje de dos o más muelles de fuerza constante en tándem u opuesto (Ilustración 9).

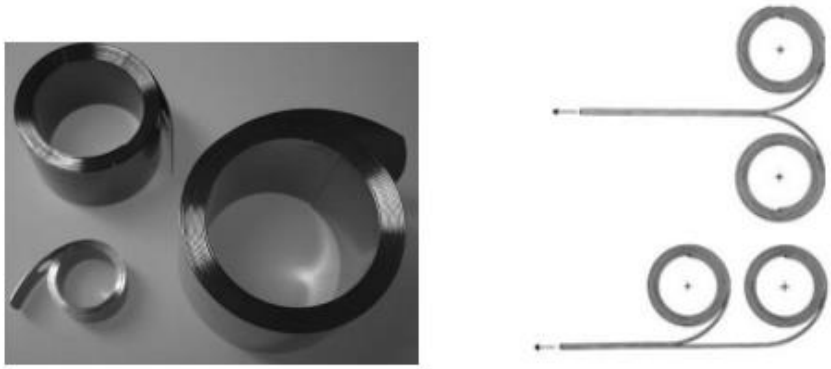

Ilustración 9. Muelle de fuerza constante y posibles montajes de dos.

2.1.3. De torsión

Los muelles de torsión son aquellos a los que al aplicar dos pares iguales, de sentidos contrarios y de dirección coincidente, sobre los extremos del muelle, se obtiene una deformación en forma de desplazamiento angular relativo entre los dos extremos.

La función de torsión está proporcionada por los muelles helicoidales de torsión y los muelles en espiral.

2.1.3.1. Muelles helicoidales de torsión

Los muelles helicoidales de torsión se deforman al ser sometido por sus extremos a un par de fuerzas perpendiculares a su eje. Las diferentes formas que pueden presentar sus extremos son muy variadas, en consecuencia, habrá que representarlos y acortarlos siguiendo las normas de carácter general.

Los extremos de estos muelles pueden doblarse, retorcerse o moldearse en forma de gancho o rizo, dependiendo de su futura aplicación. La sección de un muelle helicoidales de torsión puede ser cuadrada o rectangular, aunque la sección circular optimiza su uso, ya que está diseñado para enroscarse (Ilustración 10).

Los resortes de torsión pueden ser simples o de doble torsión. Los de doble torsión suelen usarse en una amplia gama de artículos electrodomésticos, cables de conexión, cuadernos, juguetes, etc.

Ilustración 10. Diversos tipos de muelles helicoidales de torsión.

2.1.3.2. Muelles en espiral

Los muelles en espiral se pueden clasificar como muelles de hilo (*hairsprings*), de cepillo (*brush springs*), de potencia o de reloj (*power or clock springs*) y de par constante.

Los muelles de hilo suelen ser usados en la fabricación de dispositivos mecánicos para medir el tiempo, tales como relojes mecánicos o cronómetros marinos. Es un muelle de torsión delgado con forma de espiral (Ilustración 11).

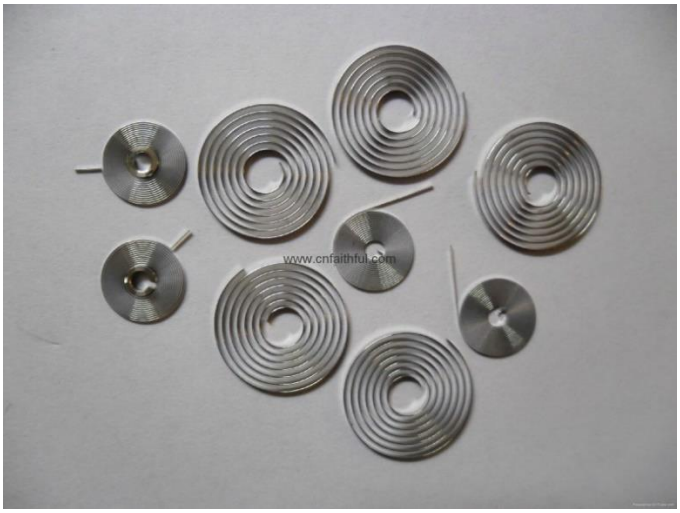

Ilustración 11. Muelles en espiral de hilo.

El muelle de cepillo (Ilustración 12) es usado en la aplicación de presión a las escobillas de carbón de los motores y generadores eléctricos. También es un muelle enrollado en espiral abierta, pero está fabricado por materiales más pesados que el resorte de hilo.

Ilustración 12. Muelles de espiral de cepillo.

Los muelles de reloj o de potencia (Ilustración 13) se fabrican con enrollado de cinco vueltas. A medida que la tira del material utilizado se hace más larga, la espiral se hace más grande y el espacio entre las espiras también aumenta, es por esto que es necesario mantenerlos en una especia de carcasa.

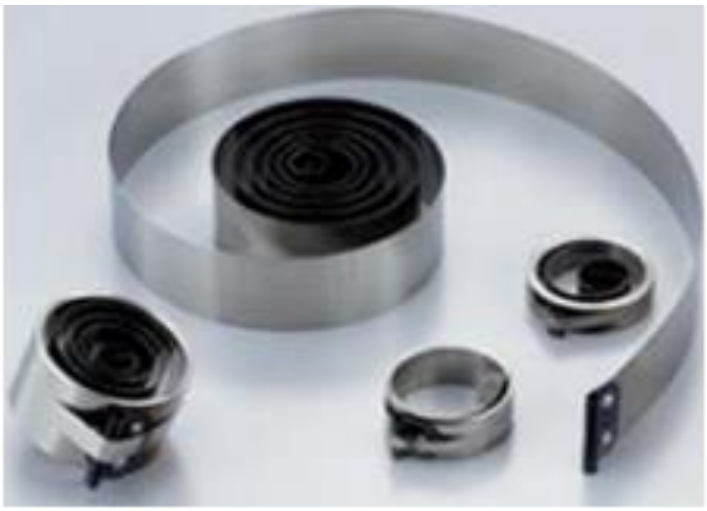

Ilustración 13. Muelles en espiral de potencia.

2.1.4. De flexión o ballestas

También conocido por el nombre de ballesta. Está formado por una serie de láminas de acero de sección rectangular de diferente longitud (Ilustración 14), las cuales trabajan a flexión, la lámina de mayor longitud se denomina lámina maestra.

Las láminas que forman la ballesta pueden ser planas o curvadas en forma parabólica, y están unidas entre si por el centro a través de un tornillo o por medio de una abrazadera sujeta por tornillos.

Las ballestas se utilizan como muelles de suspensión en los vehículos, realizando la unión entre el chasis y los ejes de las ruedas, con la finalidad de amortiguar los choques debido a las irregularidades del terreno.

Ilustración 14. Ballesta.

2.2. Características principales de los materiales

A la hora de fabricar un muelle, se ha de tener muy en cuenta el material que se va a usar, puesto que su característica principal es la de la deformarse elásticamente ante la aplicación de ciertas cargas.

Para la fabricación de muelles se emplean diversas tipos de aceros, de los cuales los más usados son los aceros al carbono y los aleados, cuyas características y tratamientos se comentarán más adelante.

Para que los muelles vuelvan a su forma original después de sufrir una deformación elástica, es necesario que el material tengo un alto límite elástico, el cual suele oscilar entre los 880 y los 1300 MPa (véase la Tabla 1), según sea la utilización que se le va a dar al muelle y según su tamaño, medidas, composición y tratamiento que se le dé.

El límite elástico varía en función del diámetro del alambre, a más diámetro, el valor de esta constante disminuye.

Ya que los muelles normalmente trabajan soportando esfuerzos repetidos y alternativos, es de gran importancia que los aceros que se usan para su fabricación tengan una gran resistencia a la fatiga.

Otro factor importante es el límite elástico por cortadura (G), esta constante elástica caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico cuando se le aplican esfuerzos cortantes. Para el caso de un material elástico lineal, como el caso de los muelles de compresión, el módulo de elasticidad por cortadura tiene el mismo valor para todas las direcciones del espacio.

$$G = \frac{E}{2(1+v)} \qquad (2.1)$$

Siendo E el límite elástico y v el coeficiente de Poisson. En el caso de aceros $v = 0.3$.

Los materiales más comúnmente usados son los aceros de medio y alto carbono y de aleación (laminados o estirados en frío o en caliente), también se utilizan aceros inoxidables, latón, y cobre endurecido.

Debido a que el acero es de los materiales más empleados, a continuación, en la Tabla 1, se muestran las propiedades y designación de los tipos de aceros más usados en la fabricación de muelles.[8]

Tabla 1. Tipos de Aceros para Muelles											
Designación		Norma Vigente	Normas Nacionales				Campo de Aplicación	Propiedades Mecánicas			
Simbólica	Numérica		UNE	AFNOR	DIN	AISI/SAE		Dureza	R_e (N/mm^2)	R_m (N/mm^2)	Tenacidad (J)
38Si7	1.5023	EN 10089	F 1451	41 S 7	38Si7	-	Arandela de muelles, tensores para el sector de la cosntrucción	máx. 217 HB	≥ 1030	1180 - 1370	-
61SiCr7	1.7108	EN 10089	F 1442	61 SC 7	60SiCr7	9262	Muelles para el sector marítimo, la construcción y la maquinaria	máx. 248 HB	≥ 1150	1350 - 1600	≥ 5
55Cr3	1.7176	EN 10089	F 1431	55 C 3	55Cr3	5155 / 5160	Muelles aptos para piezas de mayores dimensiones	máx. 248 HB	≥ 1200	1400 - 1650	≥ 9
51CrV4	1.8159	EN 10089	F 1430 / F 143	51 CV 4	50CrV4	6145 / 6150	Acero estándar de muelles, para cargas elevadas (1370 - 1720 N/mm^2)	máx. 248 HB	≥ 1200	1400 - 1700	≥ 9
52CrMoV4	1.7701	EN 10089	-	51 CDV 4	51CrMoV4	-	Acero para muelles para cargas elevadas y de mayores secciones	máx. 248 HB	≥ 1200	1400 - 1700	≥ 6

Tabla 1. Tipos de aceros para muelles [8].

2.3. Magnitudes características de los muelles

Las magnitudes características de los muelles dependen de los parámetros del material con el que son construidas, independientemente de la forma geométrica y del tipo de solicitación a la que esté sometida [4].

Estas magnitudes características son un indicador de las capacidades de cumplir determinadas funciones como muelle de un material. Estas son: soportar una fuerza, aceptar una deformación, obtener una determinada rigidez y almacenar una determinada energía elástica.

Como se puede apreciar a continuación, se ejemplifica las diferentes magnitudes características en función de un muelle elástico línea sometido a tracción, al cual podemos aplicar la Ley de Hooke directamente:

$$\sigma = \frac{F}{A} = E\frac{\delta}{L} = E * \varepsilon \qquad (2.2)$$

Dónde:

σ = Tensión (tracción o compresión) del material (MPa)
F = Fuerza aplicada en el muelle (N)
A = Área de la sección del muelle (mm^2)
E = Módulo elástico del material (MPa)
δ = Deformación del muelle (mm)
L = Longitud inicial del muelle (mm)
ε = Deformación unitaria del muelle (-)

2.3.1. Magnitud característica de fuerza

La relación buscada se obtiene con la definición de tensión de tracción:

$$F = A \cdot \sigma \qquad \sigma \leq R_e \tag{2.3}$$

Esto significa que la fuerza que se puede ejercer sobre el muelle sin pasar el límite elástico está determinada por el mismo valor del límite elástico R_e, y crece proporcional a este valor. Visto esto, se obtiene que la magnitud característica de la fuerza para este tipo de muelle es R_e [4].

2.3.2. Magnitud característica de deformación

En este caso, obtenemos la relación gracias a la Ley de Hooke:

$$\delta = L \cdot \frac{\sigma}{E} \qquad \sigma \leq R_e \tag{2.4}$$

De esta ecuación sacamos que la deformación que puede soportar el muelle es directamente proporcional al límite elástico R_e, e inversamente proporcional al módulo elástico E. Por lo tanto sacamos la magnitud característica de deformación como $\frac{R_e}{E}$ [4].

2.3.3. Magnitud característica de rigidez

Una vez más, la Ley de Hooke nos permite obtener la relación que buscamos:

$$K = \frac{F}{\delta} = \frac{A}{L} \cdot E \qquad \sigma \leq R_e \tag{2.5}$$

De aquí se deduce que la rigidez crece proporcionalmente a la elasticidad E. Por lo que obtenemos que la magnitud característica de la rigidez es E [4].

2.3.4. Magnitud característica de trabajo elástico

El trabajo elástico es capaz de realiza, o acumular, un muelle está determinado por la siguiente expresión:

$$W = \frac{F \cdot \delta}{2} = \frac{A \cdot L}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E} \tag{2.6}$$

De aquí se obtiene que el trabajo elástico W que es capaz de acumular un muelle de este tipo aumenta de forma proporcional al cuadrado del límite elástico R_e y decrece de forma inversamente proporcional al módulo elástico E. Por lo tanto, la magnitud característica del trabajo elástico para este tipo de muelle es $\frac{{R_e}^2}{E}$ [4].

2.4. Introducción al cálculo de muelles helicoidales

La máquina que se va a diseñar y construir ensayará los muelles a compresión, ya que el tipo de muelle que se ensayará en él será de tipo helicoidal cilíndrico de compresión.

Por ello a continuación se profundizará en el funcionamiento de los muelles helicoidales y posteriormente se estudiará el cálculo de las magnitudes características del muelle que se ensayará, helicoidal cilíndrico de compresión.

2.4.1. Bases para el cálculo

Antes de empezar a hacer cálculos, hay que comprender cómo funciona y trabaja este tipo de muelle.

Para empezar, se ha de tener en cuenta que la forma en que trabaja un muelle helicoidal es análoga a la de una barra de torsión que se haya enrollado en forma de hélice, por lo que el material trabaja a torsión en cada una de sus secciones (Ilustración 15).

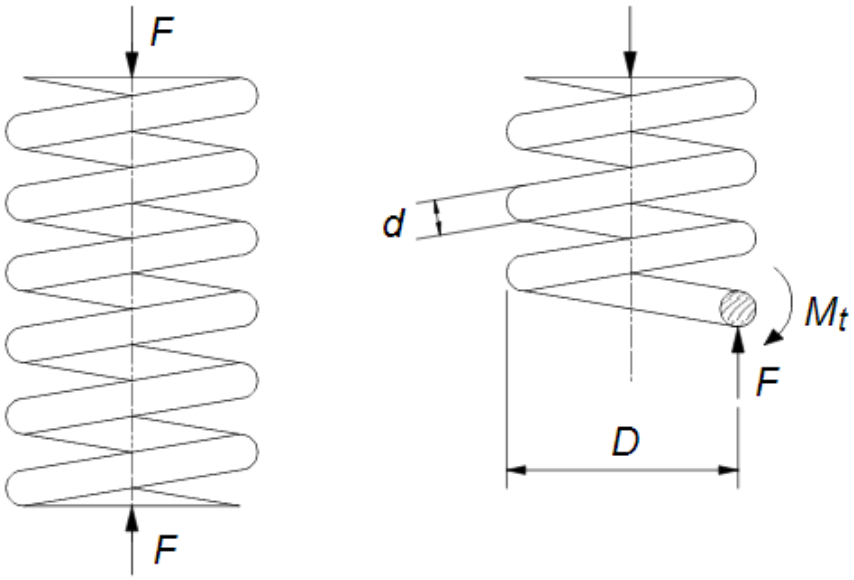

Ilustración 15. Cómo trabaja un muelle helicoidal.

Si la hélice es cilíndrica, todas las secciones estarán sometidas a las mismas solicitaciones.

Para analizar el estado de tensiones en una sección cualquiera de un muelle helicoidal cilíndrico de sección circular, se parte de considerar en equilibrio la mitad del muelle cortado por la sección de estudio, donde se comprueba que la sección del hilo está sometido simultáneamente a un momento torsor M_t y a una fuerza de corte F.

A la hora de buscar las tensiones máximas de la sección del muelle, hay que tener en cuenta el efecto de la curvatura, éste efecto produce que los esfuerzos en un miembro curvo puedan ser considerablemente mayores en la superficie interior que en la exterior.

Entonces, la curvatura del hilo incrementa el esfuerzo en el interior del muelle y lo disminuye en el exterior. Este esfuerzo de curvatura es muy importante en la fatiga. En caso de carga estática, los esfuerzos pueden despreciarse debido al endurecimiento por deformación con la primera aplicación de la carga.

Continuando con el análisis de tensiones máximas en la sección del muelle, para el caso mostrado a continuación (Ilustración 16) en a) el esfuerzo de torsión es máximo en la fibra externa del alambre y cero en el centro del mismo, para el caso b) se muestra la carga transversal uniforme y por último en el c) se muestra la superposición de las fuerzas anteriores y como se ha comentado antes, el esfuerzo cortante máximo ocurre en la altura media del alambre y en el diámetro interior de la espira [18][21].

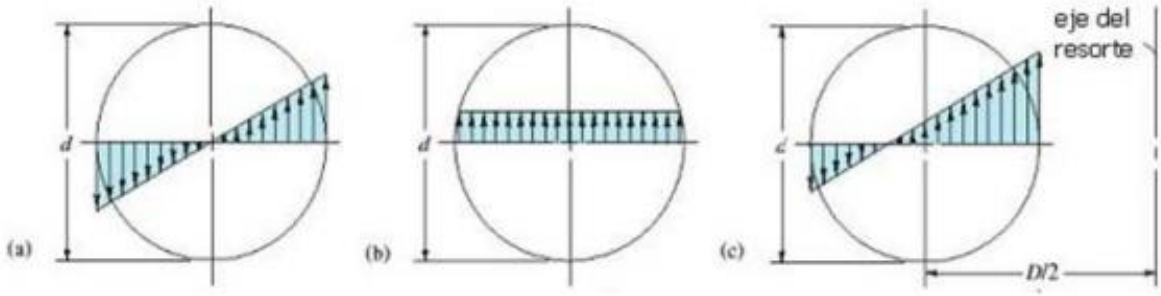

Ilustración 16. Esfuerzos cortantes que actúan sobre el alambre [16].

Las tensiones de ambos extremos vienen definidas por:

$$\tau = \pm\frac{M_t}{W_t} + \frac{F}{A} \qquad (2.7)$$

Los principales parámetros geométricos de un muelle helicoidal cilíndrico son el diámetro del hilo (d), el diámetro medio de la espira (D) y su cociente (C) el cual recibe el nombre de índice del resorte.

$$C = \frac{D}{d} \qquad (2.8)$$

A partir de estos parámetros geométricos podemos calcular las siguientes magnitudes:

- Momento torsor (M_t):

$$M_t = F \cdot D/2 \tag{2.9}$$

- Momento resistente de torsión de la sección (W_t):

$$W_t = \pi \cdot d^3/16 \tag{2.10}$$

- Área de sección (A):

$$A = \pi \cdot d^2/4 \tag{2.11}$$

Juntando las expresiones anteriores junto con la ecuación de tensiones extremas (2.7) y definiendo el factor de corrección $K_S = \frac{d}{2D} + 1 = \frac{2C+1}{2C}$, obtenemos la siguiente ecuación:

$$\tau = K_s \frac{8F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \tag{2.12}$$

La expresión anterior (2.12) da una cota inferior a la tensión de corte máxima, sin embargo no contempla los efectos de curvatura que conducen a predecir una tensión máxima más alta y congruente con la realidad. Más adelante se hablará más acerca de los efectos de la curvatura y el valor del factor de corrección. *[Véase el apartado 2.4.4 "Efecto de la curvatura"]*

Para obtener la energía potencial elástica (E_{pe}), tenemos dos fórmulas diferentes, una a partir de la fórmula general para los elementos sometidos a torsión y la otra, a partir del trabajo realizado por un muelle lineal. Gracias a ellas podemos obtener la fórmula para calcular la deformación (δ).

$$E_{pe} = \frac{M_t \cdot L}{2G \cdot I_t} = \frac{F \cdot \delta}{2} \tag{2.13}$$

Aplicando los valores del momento flector ($M_t = F \cdot D/2$), el momento de inercia de torsión de la sección ($I_t = \pi \cdot d^4/32$) y de la longitud activa del hilo del muelle (L= $\pi \cdot D \cdot N_a$), se llega a la siguiente expresión para el valor de la deformación:

$$\delta = \frac{8F \cdot D^3 \cdot N_a}{d^4 \cdot G} \tag{2.14}$$

Las expresiones de las ecuaciones (2.12) y (2.14) proporcionan las fórmulas básicas para el cálculo de muelles helicoidales.

2.4.2. Fórmulas y variables para el cálculo

Las variables que intervienen en el cálculo de un muelle helicoidal cilíndrico con hilo de sección circular son:

F	Fuerza sobre el muelle	(N)
δ	Deformación	(mm)
K	Rigidez	(N/mm)
E_{pe}	Energía potencial elástica	(Nmm)
W_t^{pe}	Momento resistente a torsión	(mm^3)
I_t	Momento de inercia a torsión	(mm^4)
d	Diámetro del hilo	(mm)
D	Diámetro medio de la espira	(mm)
N_a	Nombre de espiras activas	(-)
τ	Tensión cortante	(MPa)
G	Módulo de rigidez	(MPa)
K_s	Factor de corrección de la tensión	(-)
C	Índice del muelle	(-)

En resumen, las fórmulas principales para aplicar cálculos se expresan de la siguiente manera:

$$\tau = K_s \frac{8F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \tag{2.15}$$

$$\delta = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot F \cdot I_t} = \frac{8F \cdot D^3 \cdot N_a}{d^4 \cdot G} \tag{2.16}$$

$$K = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4 \cdot G}{8D^3 \cdot N_a} \tag{2.17}$$

$$E_{pe} = \frac{M^2 \cdot L}{2G \cdot I} + \frac{F^2 \cdot L}{2G \cdot A} = \frac{4F^2 \cdot D^3 \cdot N_a}{d^4 \cdot G} + \frac{4F \cdot D \cdot N_a}{d^2 \cdot G} \tag{2.18}$$

La energía del muelle deformado está compuesta por los términos debidos a la torsión y al cortante puro.

2.4.3. Muelles helicoidales cilíndricos de compresión

Antes de ser sometido a ninguna fuerza, el muelle tiene una longitud inicial L_0, al ser cargado, su longitud disminuye el valor de la deformación δ, ya que las espiras se comprimen, y esta la disminución es proporcional a la fuerza. El muelle suele trabajar

entre un valor inferior y uno superior, los cuales corresponden a los parámetros de deformación, fuerza y tensión (δ_i, F_i, τ_i i δ_s, F_s, τ_s).

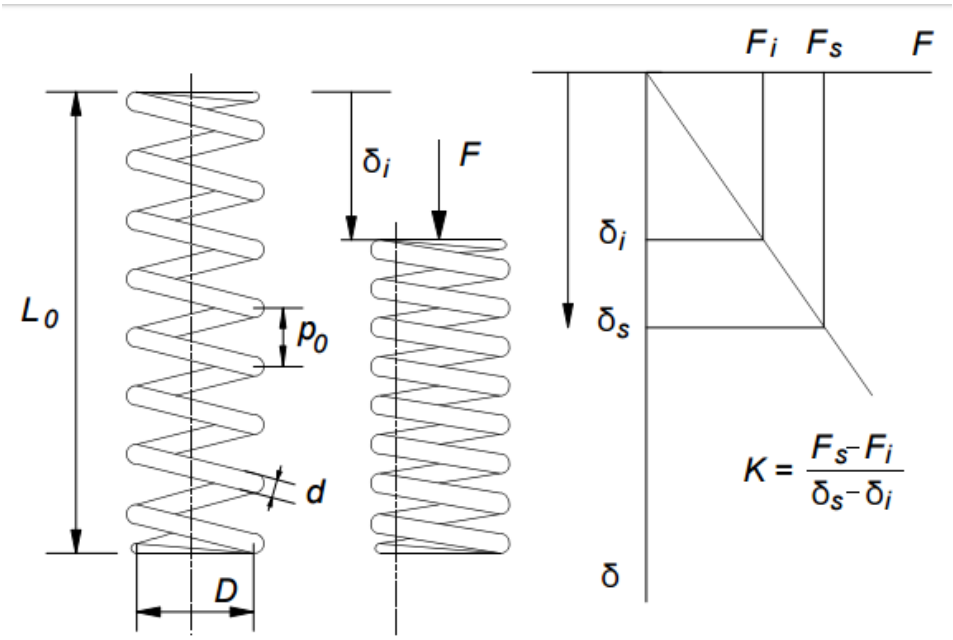

Ilustración 17. Comportamiento de los muelles helicoidales cilíndricos de compresión [4].

2.4.4. Efecto de la curvatura

Como se ha comentado anteriormente, debido a la curvatura, la tensión es mayor en el interior de la espira (la línea "a" sufre mayor distorsión que la "b" tal y como se observa en la Ilustración 18). El factor de corrección debido a este efecto es:

- Según Wahl:

$$K_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0{,}615}{C} \qquad (2.19)$$

- Según Bergsträser:

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3} \qquad (2.20)$$

Estos factores de corrección solo se tendrán en cuenta en ensayos de fatiga (cargas dinámicas repetitivas). [10]

Con carga estática se produce concentración de esfuerzos y endurecimiento por deformación, por lo que se calculará con K_S.

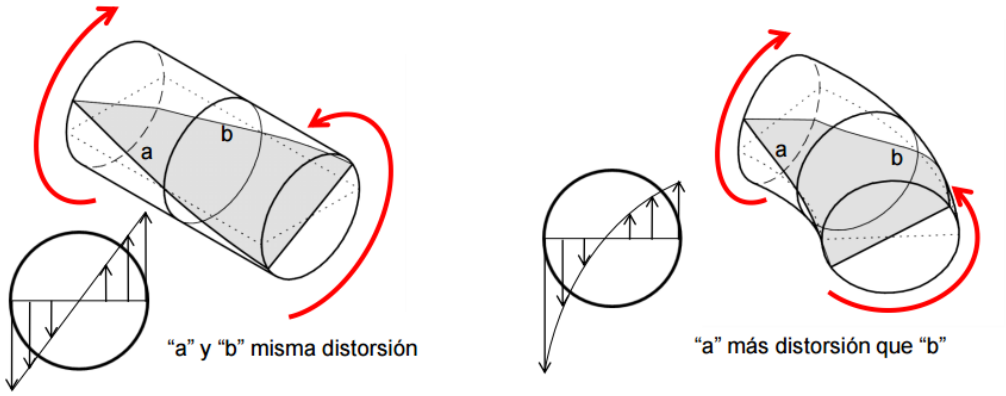

Ilustración 18. Efecto de la curvatura.

2.4.5. Extremos

Los extremos de los muelles constituyen un papel muy importante ya que dependiendo de la terminación, varían el paso, la longitud libre, la longitud sólida y otras propiedades.

La longitud Libre (L_0) es la longitud total medida en paralelo al eje del muelle cuando no está soportando ningún tipo de carga.

La longitud sólida (L_S) es la longitud del muelle cuando este está cargado con la fuerza suficiente como para cerrar todas sus espiras. Esta longitud puede variar según el tipo de extremo.

Las espiras activas (N_a) son las espiras que hacen todo el trabajo y aguantan todas las tensiones. Es por ello que para el cálculo de tensiones y cargas se han de tener en cuenta estas.

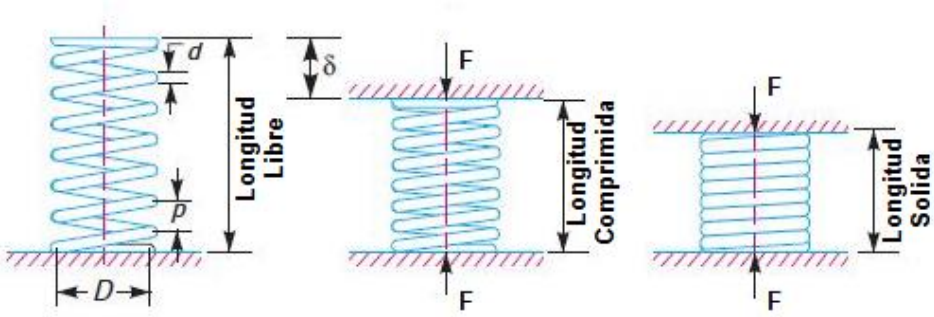

Ilustración 19. Estados del muelle al ser comprimido.

La deformación que provoca alcanzar la longitud sólida se obtiene haciendo la diferencia entre la longitud libre y la sólida (Ilustración 19).

$$\delta_{sol} = L_0 - L_s \tag{2.21}$$

Para los extremos de los muelles helicoidales de compresión, *Ilustración 20*, se suelen utilizar cuatro tipos: simple (A), simple rectificado (B), cerrado (C) y cerrado rectificado (D).

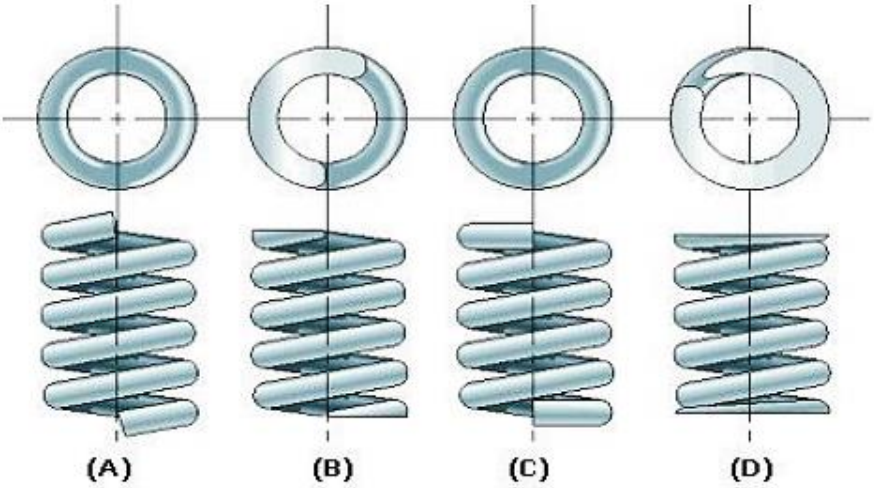

Ilustración 20. Tipos de terminaciones de los extremos del muelle [16].

En la Tabla 2 se indican las características que varían según el tipo de terminación del extremo del muelle.

Tipos de extremo	Número de espiras totales N_t	Longitud libre L_0	Longitud sólida L_s	Paso del muelle p
Simple	N_a	$p \cdot N_a + d$	$d \cdot (N_t + 1)$	$\frac{L_0 - d}{N_a}$
Simple rectificado	$N_a + 1$	$p \cdot (N_a + 1)$	$d \cdot (N_t)$	$\frac{L_0}{N_a + 1}$
Cerrado	$N_a + 2$	$p \cdot N_a + 3 \cdot d$	$d \cdot (N_t + 1)$	$\frac{L_0 - 3 \cdot d}{N_a}$
Cerrado rectificado	$N_a + 2$	$p \cdot N_a + 2 \cdot d$	$d \cdot (N_t)$	$\frac{L_0 - 2 \cdot d}{N_a}$

Tabla 2. Características de los diferentes tipos de extremos.

2.5. Muelles helicoidales de sección cuadrada/rectangular

Los muelles helicoidales cilíndricos con sección cuadrada y rectangular se utilizan en aplicaciones con cargas elevadas, aunque con mayor regularidad donde las limitaciones de espacio los hacen indispensables. Este tipo de muelles son más resistentes que los de sección circular del mismo tamaño, pero poseen la desventaja que su normalización es limitada [13].

Para empezar, aplicamos el teorema de St. Venant para barras no circulares en un muelle de sección transversal cuadrada se obtiene:

$$\tau = K_B \frac{2{,}4 \cdot F \cdot D}{b^3} \qquad (2.22)$$

Dónde:

b	Longitud del lado de la sección cuadrada	(mm)

Por lo que aplicando los cálculos aplicados en los muelles de sección circular obtenemos la deformación axial:

$$\delta = \frac{5{,}575 \cdot F \cdot D^3 \cdot N}{b^4 \cdot G} \qquad (2.23)$$

De manera análoga, para un muelle de sección transversal rectangular, el esfuerzo máximo viene dado por:

$$\tau = K_B \frac{F \cdot D \cdot (3b + 1{,}8a)}{2 \cdot b^2 \cdot t^2} \qquad (2.24)$$

Donde es solo válida para relaciones b/a comprendidas en el intervalo 1< (b/a) < 3, y con C>5.

Dónde:

a	Longitud del lado más pequeño del rectángulo	(mm)
b	Longitud del lado más grande del rectángulo	(mm)

**Además se tendrá que tener en cuenta que b deberá ser paralela al eje del muelle.

La deformación axial se determina en este caso con la expresión:

$$\delta = \frac{2{,}45 \cdot F \cdot D \cdot N}{G \cdot a^3 \cdot (b - 0{,}56a)} \qquad (2.25)$$

En estos casos hay que tener en cuenta que el índice del muelle se obtiene aproximadamente:

- Sección cuadrada:

$$C = \frac{D}{b} \qquad (2.26)$$

- Sección rectangular:

$$C = \frac{D}{a} \tag{2.27}$$

2.6. Casos especiales

Son casos en los cuáles el valor de la constante de rigidez K varía en función de alguna variable que no es constante. [5]

2.6.1. Muelles helicoidales de paso variable

La rigidez aumenta al ir disminuyendo las espiras activas (Ilustración 21). La formulación de este tipo de muelles es exactamente igual que el de un muelle helicoidal cilíndrico pero teniendo en cuenta que hay tramos en los que el paso cambia, por lo que se tendrán que tener que tener en cuenta el número de espiras activas para los cálculos, dando como resultado, que el valor de la constante de rigidez es la suma de los diferentes tramos en serie.

Ilustración 21. Muelle de paso variable.

2.6.2. Muelles helicoidales cónicos

Este tipo de muelle es como un muelle helicoidal con los diámetros de las espiras sucesivas distintas.

A pesar de no ser usadas frecuentemente, este tipo de muelle posee cualidad de ser de rigidez creciente a medida que la carga aumenta, es decir, una relación inversamente proporcional de deformaciones por carga unitaria; además también se emplea en casos en los que se quiere evitar el pandeo bajo carga del muelle [23].

Este tipo de muelle se usa únicamente para soportar cargas axiales de compresión y se

construye con hilos de sección transversal circular, dónde generalmente el esfuerzo máximo se produce en la espira de menor tamaño, pero dado que el índice del muelle (*C*) decrece hacia el extremo más pequeño, deberá siempre verificarse el esfuerzo en la espira de menor diámetro:

$$\tau = \left(1 + \frac{1}{2C}\right) \cdot \frac{8F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \tag{2.28}$$

Donde para la espiral más grande del muelle poseerá un valor de C mayor que para la espira de menor tamaño, y por lo tanto, a través de la expresión anterior deberá hacerse la comprobación correspondiente.

Por otro lado, la deformación axial viene dada por:

$$\delta = \frac{2 \cdot N_a \cdot F \cdot (D_1 + D_2) \cdot (D_1^2 + D_2^2)}{d^4 \cdot G} \tag{2.29}$$

Dónde:

D_1	Diámetro de la espira de mayor tamaño	(mm)
D_2	Diámetro de la espira de menor tamaño	(mm)

Sustituyendo la expresión de la deformación axial a la ecuación (2.17), se obtiene la expresión para calcular la rigidez:

$$K = \frac{d^4 \cdot G}{2 \cdot N_a \cdot (D_1 + D_2) \cdot (D_1^2 + D_2^2) \cdot d^4 \cdot G} \tag{2.30}$$

2.6.3. Muelles helicoidales de diámetro de muelle variable

La formulación de estos tipo de muelles se hace de manera similar a la de paso variable, pero usando la formulación de los muelles helicoidales cónicos.

3. Tornillos (Uniones atornilladas)

En el estudio de las estructuras metálicas, un elemento a tener muy en cuenta son sus uniones. Toda una estructura podría fallar a causa de un incorrecto dimensionamiento de sus uniones, los cuales serían el punto crítico de toda la estructura, debido a que son los elementos que unen y transmiten las fuerzas de cada una de las piezas que la componen.

En la actualidad existen una gran variedad de tipos de uniones para estructuras metálicas, donde los más utilizados son el uso de la soldadura, roblones, pernos y tornillos.

Este apartado se centrará en el estudio de las uniones atornilladas, debido a que, por condiciones comentadas a lo largo del trabajo, será el tipo de unión con la que se trabajará a la hora de unir la estructura de la máquina.

Se empezará con una breve explicación de su geometría, los tipos de tornillos y sus usos, para finalmente proceder al estudio general de cómo se comportan frente a una carga [9].

Hay que tener en cuenta que en este apartado la nomenclatura de D y d varían del apartado anterior:

D	Corresponde al diámetro de la cabeza del tornillo	(mm)
d	Corresponde al diámetro del vástago del tornillo	(mm)

3.1. Geometría

El tornillo es un elemento de unión formado por una espiga cilíndrica llamada caña, uno de cuyos extremos tiene una cabeza de forma determinada, estando el otro extremo roscado (Ilustración 22).

La unión se forma introduciendo el tornillo en un agujero realizado previamente en las piezas a unir, en otras ocasiones, además se le agrega la colocación en el extremo roscado una tuerca con su arandela correspondiente.

Los tornillos están divididos en dos partes principales, el vástago y la cabeza. De los cuales, los elementos principales son:

- El diámetro exterior de la caña (d), expresado en milímetros.
- La longitud del vástago (l), expresado en milímetros.
- El paso, que es distancia que hay entre dos crestas sucesivas, expresado en milímetros.

- El avance, distancia que avanza una tuerca cuando se le da una vuelta.

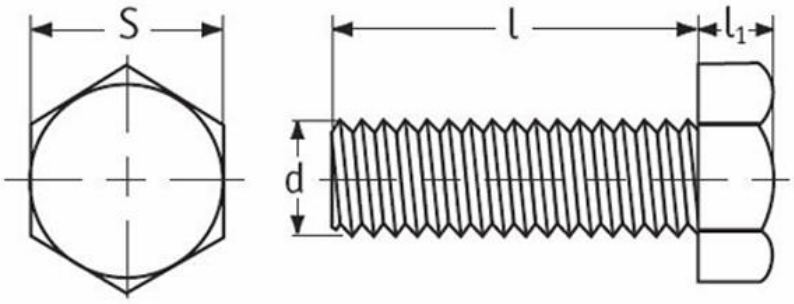

Ilustración 22. Geometría de un tornillo.

Como elemento de medida del paso se usará el de las roscas métricas, ésta es una familia de pasos de rosca estandarizada basada en el SI. Tienen gran resistencia a la tracción, debido al gran ángulo del hilo de rosca. Su nomenclatura se expresa de la siguiente manera, por ejemplo, si tenemos M10, la "M" quiere decir que es métrica y el número es el grosor de la zona roscada en milímetros (diámetro del agujero). En el caso de llevar un segundo número, por ejemplo M10 x 0,75 este segundo número es el paso dela rosca, también expresado en milímetros. Incluso podemos llegar a encontrarnos que tenga otro número más: M10 x 1,25 x 25, dónde último número (el 25) correspondería a la longitud de la rosca [15].

Además de ello, los tornillos de una estructura metálica deben satisfacer la norma ISO 898/1.

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \tag{3.1}$$

El área de la parte roscada, denominada área resistente de tracción A_S, es:

$$A_s = \frac{\pi d_S^2}{4} \tag{3.2}$$

Dónde (Mirar Ilustración 23):

- d_S: corresponde al valor medio entre el diámetro interior (d_c) y el diámetro lateral (d_f) de la rosca, en milímetros.
- d_f: corresponde al valor medio entre el diámetro interior y diámetro nominal (d), en milímetros

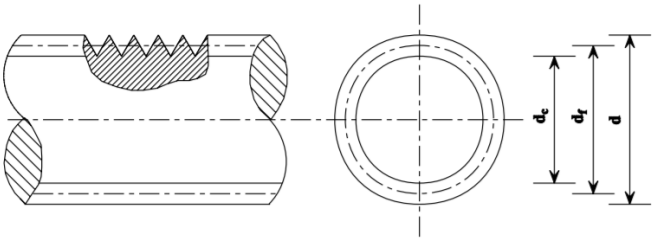

Ilustración 23. Diámetros principales de un tornillo.

3.2. Tipos de tornillos

La calidad del acero empleado en la fabricación de los tornillos marca el tipo de tornillo. Por lo que podemos distinguir entre 3 tipos de tornillos:

- Tornillos ordinarios
- Tornillos calibrados
- Tornillos de alta resistencia

Los tornillos ordinarios y calibrados se diferencian básicamente en las características geométricas. Mientras que en los tornillos ordinarios el diámetro del agujero es 1 mm más grande que el del vástago, en el de los tornillos calibrados, ambos diámetros están ajustados.

Los tornillos de clase 8.8 y 10.9 o superior son denominados “tornillos de alta resistencia”, siendo de esta manera “tornillos ordinarios” los demás de clase inferior.

Valores nominales del límite elástico f_{yb} y de la resistencia a tracción última f_{ub} de tornillos							
Tipo de tornillo	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9	12.9
f_{yb} **(N/mm^2)**	320	300	400	480	640	900	1080
f_{ub} **(N/mm^2)**	400	500	500	600	800	1000	1200

Tabla 3.Valores nominales del límite elástico y de la resistencia a tracción última.

En la tabla anterior se muestran los valores del límite elástico f_{yb} y de la resistencia última a tracción f_{ub} del acero empleado en la fabricación del tornillo, los cuales se utilizarán como valores característicos en los cálculos [9].

3.3. Agujeros para tornillos

Los agujeros para los tornillos se realizan mediante taladros. Sólo se podrán realizar mediante punzonado cuando el diámetro del agujero sea mayor que el espesor de la pieza, siempre que dicho espesor de la pieza no sea superior a 15 mm y además que la unión no vaya a estar sometida a esfuerzos de fatiga.

Las dimensiones del diámetro de los agujeros serán igual, en cada caso, al del vástago del tornillo más:

- 1 mm para tornillos de 12 y 14 mm de diámetro
- 1 ó 2 mm para tornillo de 16 a 24 mm
- 2 ó 3 mm para tornillos de diámetro de 27 mm o mayores

En tornillos de 12 y 14 mm también podrán tener una holgura de 2 mm siempre y cuando la resistencia del grupo de tornillos a aplastamiento sea inferior a la de cortante.

En uniones atornilladas resistentes por rozamiento pueden emplearse agujeros a sobre medida, cortos o largos, para facilitar el montaje de las piezas. Para este tipo de agujeros, el diámetro del taladro será igual al del vástago de los tornillos más:

- 3 mm para tornillos de 12 mm
- 4 mm para tornillos de 14 a 22 mm
- 6 mm para tornillos de 24 mm
- 8 mm para tornillos de 27 mm o mayores

Cuando se quiere permitir un movimiento relativo entre las piezas a unir, se suelen emplear agujeros rasgados (Ilustración 24). La anchura de estos, en dirección normal al esfuerzo, será igual al diámetro de los agujeros estándar correspondientes (indicados como $d_0$en la ilustración. En la dirección del esfuerzo, la distancia e , mostrada también en la Ilustración 24, para agujeros rasgados cortos será igual a:

- *d+4 mm para tornillos de 12 ó 14 mm*
- *d+6 mm para tornillos de 16 a 22 mm*
- *d+8 mm para tornillos de 24 mm*
- *d+10 mm para tornillos de 27 mm y mayores*

Para agujeros rascados largos, e será en todos los casos igual a:

- *2,5·d mm*

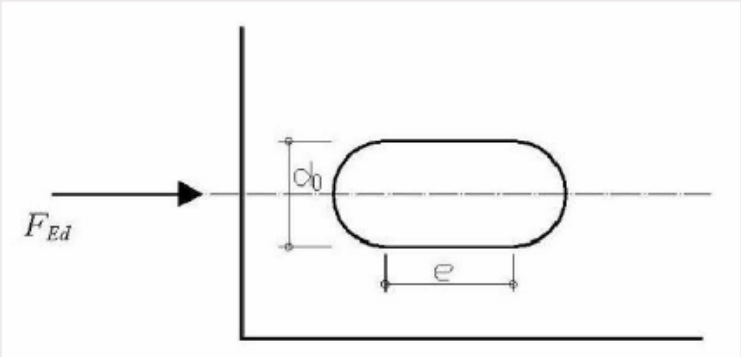

Ilustración 24. Agujero rasgado.

3.4. Modos de fallo

A la hora de escoger las dimensiones de un tornillo para cierto tipo de unión, se ha de tener muy en cuenta que ninguno de los elementos que conforman dicha unión se agota bajo las tensiones a las que se va a someter [3].

Para ello se ha de tener en cuenta los cuatro tipos diferentes de fallos en uniones atornilladas.

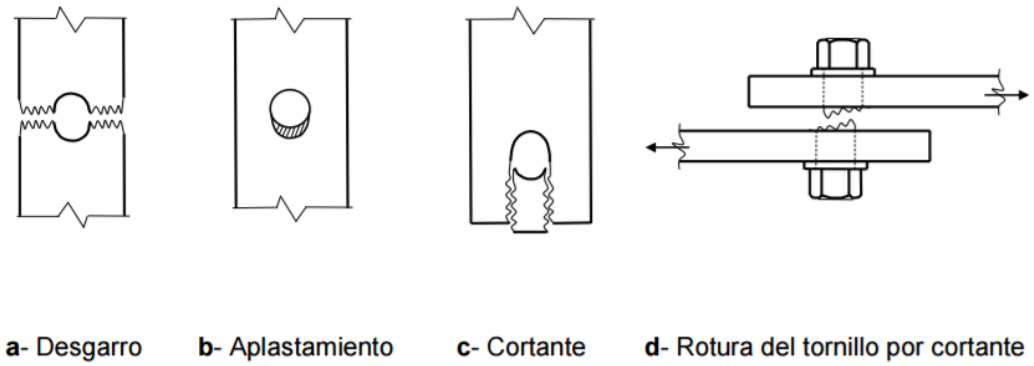

Ilustración 25. Tipos de fallos en uniones atornilladas.

3.4.1. Desgarro de la chapa

Referida a la rotura a una de las chapas que se unen en la unión atornillada al ser sometida a un esfuerzo de tracción (*Ilustración 25-a*). Principalmente ocurre cuando la relación entre el diámetro del agujero y el espesor de la chapa es elevada (Mirar apartado 3.6).

3.4.2. Aplastamiento de la chapa

Se produce cuando el elemento de unión aplasta la chapa en la zona de contacto común (*Ilustración 25-b*).

Esto ocurre debido a que la relación entre el diámetro del agujero y el espesor de la chapa es pequeña. Este tipo de fallo no suele ser tan crítico como los otros.

Para evitar este tipo de fallo se han de tener en cuenta las características geométricas de la unión (Mirar apartado 3.6) y de la resistencia de los materiales que la componen.

3.4.3. Rotura por esfuerzo cortante de la chapa

Este tipo de rotura es causada por las tensiones tangenciales que actúan a través de la zona de la chapa sometida a cortante en la dirección de la carga principal (*Ilustración 25-c*).

Este tipo de rotura normalmente ocurre cuando la distancia entre el borde del agujero al borde de la chapa es corta.

La rotura de la chapa a cortante puede evitarse usando reglas de diseño apropiadas para las distancias entre bordes.

3.4.4. Rotura del tornillo por esfuerzo cortante

Se produce cuando la sección del tornillo se rompe debido a un esfuerzo cortante (*Ilustración 25-d*).

Este es el tipo de fallo más crítico, ya que se produce cuando la unión ya no es capaz de soportar más carga. En este caso fallan antes los tornillos que la chapa debido a que este último es más resistente.

3.5. Expresiones para el cálculo de resistencias

Dependiendo del diseño de la unión, los tornillos estarán trabajaran bajo un esfuerzo cortante o a tracción (o a compresión). Sin embargo, si el tornillo trabaja a compresión no requiere ningún tipo de cálculo.

La fuerza a tracción a la que trabaja un tornillo se denominará $F_{t,Ed}$ mientras que la fuerza a la que trabaja a cortante se denominará $F_{v,Ed}$

3.5.1. Tornillos solicitados a cortante

Cuando un tornillo está solicitado en dirección normal a su eje por un esfuerzo cortante $F_{v,Ed}$, éste no podrá ser mayor que el menor de los valores de las siguientes resistencias [4].

3.5.1.1. Resistencia a cortante

Si la tensión de cortadura en los tornillos es superior a la tensión admisible τ_{adm} del material de estos, la unión se romperá por la sección del tornillo sometida a cortadura.

Teniendo esto en cuenta, procedemos a comprobar que el esfuerzo en la dirección normal al eje del tornillo ($F_{v,Ed}$) sea inferior a la resistencia por cortante del tornillo ($F_{v,Rd}$).

$$F_{v,Ed} \leq F_{v,Rd} \tag{3.3}$$

La expresión para calcular la resistencia por cortante del tornillo ($F_{v,Rd}$) viene dada según la calidad del tornillo:

- Tornillo de Grado 4,6, 5,6 y 8,8:

$$F_{v,Rd} = \frac{0{,}6 \cdot f_{ub} \cdot A_S \cdot n}{\gamma_{M2}} \tag{3.4}$$

- Tornillo de Grados 4,8, 5,8, 6,8 y 10,9:

$$F_{v,Rd} = \frac{0{,}5 \cdot f_{ub} \cdot A_S \cdot n}{\gamma_{M2}} \tag{3.5}$$

Dónde:

A_S	Área resistente a tracción del tornillo (Revisar la fórmula (3.2)
f_{ub}	Tensión última a tracción del tornillo (Mirar Tabla 3)
γ_{M2}	Coeficiente parcial de seguridad (=1,25)
n	Número de planos de corte

Cuando el número de planos de corte es 1, se llama cortadura simple (*Ilustración 26*), configuración que se intenta evitar, y si son 2, cortadura doble (*Ilustración 27*).

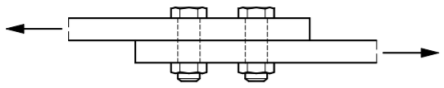

Ilustración 26. Cortadura simple.

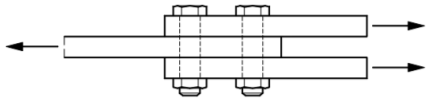

Ilustración 27. Cortadura doble.

3.5.1.2. Resistencia al aplastamiento de la chapa

Si la resistencia a corte del tornillo es mayor que la resistencia a aplastamiento de la chapa, se producirá un aplastamiento de chapa hasta producirse el fallo de la unión. Cuando este tipo de fallo se produce, la unión presenta un comportamiento dúctil.

Para evitar que se produzca un fallo por aplastamiento de chapa, la condición que se debe cumplir es que la fuerza en la dirección normal al eje del tornillo ($F_{v,Ed}$) sea inferior a la resistencia a aplastamiento de la chapa contra la caña del tornillo o del tornillo contra la chapa ($F_{b,Rd}$) tal y como se indica en la siguiente expresión:

$$F_{v,Ed} \leq F_{b,Rd} \tag{3.6}$$

Siendo:

$$F_{b,Rd} = \frac{2{,}5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{M2}} \tag{3.7}$$

Dónde:

d	Diámetro del vástago del tornillo
t	Espesor mínimo de las chapas que se unen
f_u	Resistencia última del acero de las chapas
γ_{M2}	Coeficiente parcial de seguridad (=1,25)
α	Igual a $\min(\frac{e_1}{3d_0}\ ;\ \frac{p_1}{3d_0}-\frac{1}{4}\ ;\ \frac{f_{ub}}{f_u}\ ;\ 1{,}0)$

Para el valor de α, tenemos las siguientes variables:

e_1	Distancia del eje del agujero al borde de la chapa de la dirección de la fuerza que se transmite
p_1	Separación entre ejes de agujeros en la dirección de la fuerza que se transmite
d_0	Diámetro del agujero
f_{ub}	Tensión última a tracción del tornillo (Mirar Tabla 3)

En la Ilustración 28 se puede apreciar a que corresponde cada una de las variables geométricas anteriores [19][20].

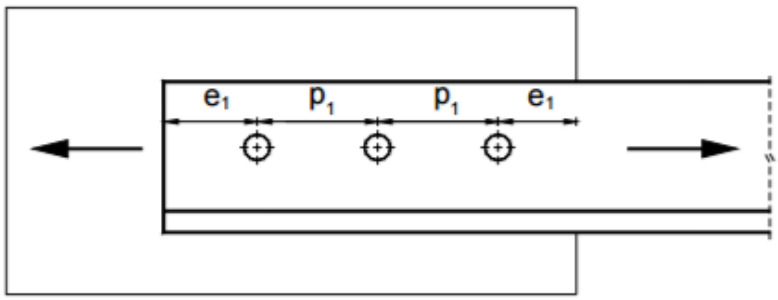

Ilustración 28. Distancias en la dirección del esfuerzo.

3.5.2. Tornillos solicitados a tracción

Cuando un tornillo está solicitado en la dirección de su eje por un esfuerzo de tracción $F_{t,Ed}$, éste no deberá ser mayor a los dos valores de las resistencias que se presentan a continuación.

3.5.2.1. Resistencia a la tracción

La resistencia a tracción $F_{t,Rd}$, de un tornillo viene dada por la siguiente expresión:

$$F_{t,Rd} = \frac{0{,}9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{M2}} \qquad (3.8)$$

Dónde:

A_S	Área resistente a tracción del tornillo (Revisar la fórmula(3.2)
f_{ub}	Tensión última a tracción del tornillo (Tabla 3)
γ_{M2}	Coeficiente parcial de seguridad (=1,25)

En las uniones con tornillos que trabajan a tracción esta condición es usada para predimensionar el número de tornillos necesarios para transmitir esfuerzo[6].

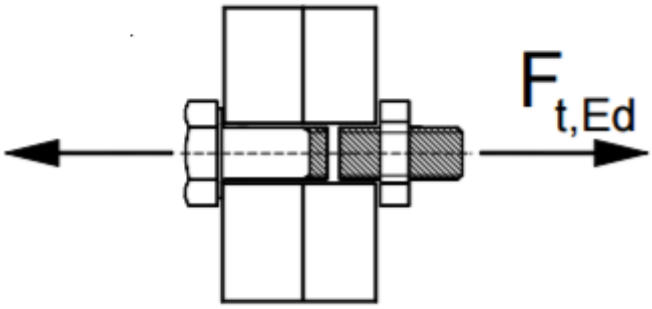

Ilustración 29. Tornillo trabajando a tracción.

Además hemos de tener en cuenta que para tornillos de cabeza avellanada la resistencia a tracción será igual al 70% de la dada por la ecuación (*2.28*).

3.5.2.2. Resistencia a punzonamiento

La resistencia a punzonamiento $B_{p,Rd}$ de una chapa de espesor t, sobre la que actúa un tornillo que trabaja a tracción, viene dada por la siguiente expresión:

$$B_{p,Rd} = \frac{0{,}6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \qquad (3.9)$$

Dónde:

d_m	Es el menor diámetro medio entre los círculos circunscritos e inscrito a la cabeza del tornillo
t	Espesor de la chapa bajo la cabeza del tornillo
f_{ub}	Tensión última a tracción del tornillo (Tabla 3)
γ_{M2}	Coeficiente parcial de seguridad (=1,25)

No será necesaria la comprobación del valor de $B_{p,Rd}$ en el caso de que la chapa cumpla la siguiente condición:

$$t_{min} \geq \frac{d \cdot f_{ub}}{6 \cdot f_u} \tag{3.10}$$

Recordando que *d* se refiere al diámetro del tornillo.

3.5.3. Tornillos solicitados a tracción y cortante simultáneamente

Los tornillos que trabajan tanto a tracción como a cortante simultáneamente deben cumplir, además de las condiciones de los apartados 3.5.1 y 3.5.2, la siguiente condición adicional:

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1{,}4 * F_{t,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{3.11}$$

Siendo:

$F_{v,Ed}$ Esfuerzo cortante que actúa sobre el tornillo
$F_{v,Rd}$ Resistencia cortante del tornillo, calculada según la ecuación (3.4) o (3.5)
$F_{t,Ed}$ Esfuerzo axial que actúa sobre el tornillo
$F_{t,Rd}$ Resistencia a tracción del tornillo, calculada según la ecuación (3.8)

3.6. Disposiciones constructivas

Con el fin de evitar algunos de los fallos típicos comentados con anterioridad (Apartado 3.4), reducir la posibilidad de corrosión y el pandeo local de las chapas, hay ciertas restricciones para las distancias entre ejes de agujeros y de éstos a los bordes de las piezas [7][3].

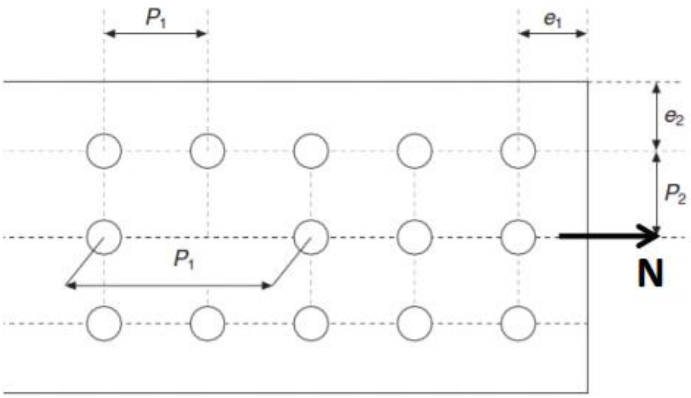

Ilustración 30. Disposiciones constructivas.

Las diferentes variables (*Ilustración 30*) son:

e_1 Distancia desde el centro del agujero al extremo frontal según la dirección de la carga

e_2 Distancia desde el centro del agujero al borde lateral según la dirección de la carga

p_1 Distancia entre centros de agujeros contiguos, medida en dirección del esfuerzo a transmitir

p_2 Distancia entre filas contiguas de tornillos, medida en dirección perpendicular al esfuerzo a transmitir

Teniendo en cuenta las variables longitudinales anteriores y tomando $\boldsymbol{d_0}$ como diámetro del agujero, procedemos a especificar las restricciones anteriormente comentadas.

3.6.1. Distancias a los bordes

Para empezar, la distancia entre el centro del agujero al extremo frontal según la dirección de la transmisión de la carga será al menos de 1,2 veces mayor que el diámetro del agujero:

$$e_1 \geq 2 \cdot d_0 \tag{3.12}$$

Además, la distancia entre el centro del agujero al borde lateral, siguiendo la dirección de la transmisión de carga, será al menos de 1,5 veces la del diámetro:

$$e_2 \geq 1{,}5 \cdot d_0 \tag{3.13}$$

Para finalizar, la longitud máxima, a temperatura ambiente, de e_1 y e_2 es de 125 mm o bien de 8 veces el espesor de la pieza más delgada a unir, la más restrictiva de las dos.

En el caso de que las piezas estuvieran expuestas a un ambiente agresivo u otras influencias corrosivas, las distancias máximas de e_1 y e_2 deberán ser de al menos $40\ mm + 4t$ (siendo t el espesor de la pieza más delgada a unir).

3.6.2. Separación entre agujeros

Empezando con las distancias mínimas, tenemos que la distancia entre el centro de los tornillos en la dirección de la transmisión de la carga será al menos 2,2 veces mayor que la del diámetro del agujero:

$$p_1 \geq 2{,}2 \cdot d_0 \tag{3.14}$$

Además, la distancia entre centros de los tornillos en la dirección perpendicular a la transmisión de la carga tendrá que ser al menos 3 veces mayor al del diámetro del agujero.

$$p_2 \geq 3{,}0 \cdot d_0 \tag{3.15}$$

En el caso de que la chapa sea sometida a compresión, las distancias máximas corresponderán a:

$$p_1;\ p_2 \leq 14 \cdot t \text{ ó } 200\ mm \tag{3.16}$$

En el caso de que la chapa sea sometida a tracción (mirar Ilustración 31), si las filas exteriores cumplen que la distancia entre agujeros ($p_{1,e}$) cumpla la condición mencionada anteriormente (3.6).

Las filas interiores han de cumplir la siguiente condición:

$$p_{1,i} \leq 28 \cdot t \text{ ó } 400\ mm \tag{3.17}$$

La distancia entre agujeros de la fila interior ha de ser inferior a 28 veces el grosor de la chapa más delgada, o bien, a 400 mm.

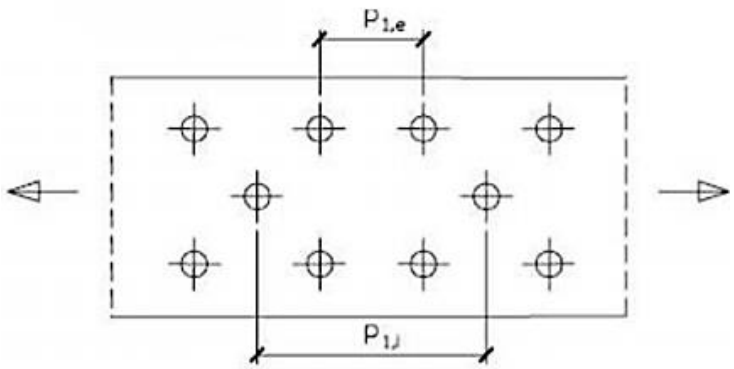

Ilustración 31. Elemento sometido a tracción.

4. Diseño y construcción

4.1. Elección del material

Para la construcción de la estructura de la máquina se ha estudiado diversos materiales con diferentes características mecánicas. Es por ello, que se ha elaborado una tabla (Véase Tabla 4), dónde quedan especificados diversos factores que se han considerado significativos al momento de escoger un material adecuado.

A continuación se explican los diferentes factores y se incluye una pequeña descripción de cada uno de ellos explicando las principales razones para maximizarlos, o bien, para minimizarlos.

	Acero (chapa)	Aluminio	Madera	Metacrilato	Titanio	Hierro
Límite elástico [Mpa]	233 - 250	50 - 330	60 - 80	50 - 75	275	120 - 150
Módulo de Young [MPa]	$2 \cdot 10^5$	$0{,}7 \cdot 10^5$	$0{,}1 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$	$1{,}1 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$
Coeficiente de Poisson	0,29	0,34	0,30	0,38	0,34	0,29
Densidad [kg/m^3]	7800	2800	600	1200	4500	7874
Ductilidad / Fragilidad	Dúctil	Dúctil	Frágil	Frágil	Dúctil	Dúctil
Isotropía	Sí	Sí	No	No	Sí	Sí
Precio	Normal	Alto	Bajo	Bajo	Muy alto	Bajo
Disponibilidad	Normal	Normal	Alta	Normal	Baja	Alta
Trabajabilidad	Buena	Buena	-	-	Difícil	Normal

Tabla 4. Características principales de los posibles materiales.

- **Límite elástico.** El límite elástico es la tensión máxima que puede soportar un material determinado sin experimentar deformaciones permanentes.
  Por lo tanto, dado que la estructura de la máquina tendrá que someterse a cargas cada vez que se ensaye un muelle, nos interesa que se deforme poco.
  En la Tabla 4 anteriormente mostrada se puede observar que el acero, el aluminio, el titanio y el hierro son los elementos con un límite elástico mayor. Por otro lado, la madera y el metacrilato tienen un límite elástico menor, lo que provoca que entren en deformación plástica mucho antes que el resto de elementos evaluados.

- **Módulo de Young.** El módulo de Young hace referencia a la relación entre la tensión aplicada en una dirección concreta y la deformación unitaria en aquella misma dirección. Un mayor módulo elástico de Young implica una menor deformación. Por lo tanto, los materiales con un módulo de Young mayor serán los más apropiados para conformar la estructura de la máquina. Tal y como se ve en la *Tabla 4*, el módulo de Young es más elevado en el metacrilato, el acero y el hierro a comparación de en el titanio, el aluminio y la madera.
- **El coeficiente de Poisson.** Esta constante elástica relaciona la deformación lateral y la deformación axial en un cuerpo cuando se le aplica una carga axial. Debido a que el valor de esta unidad es parecida entre los diferentes materiales, esta variable no será determinante a la hora de determinar el material.
- **Densidad.** La densidad es la cantidad de masa por unidad de volumen de un material. Es recomendable optimizar la sección desde el punto de vista de la densidad para así reducir el peso de la pieza, pero también hay que tener en cuenta que en el diseño de la estructura es importante que sea capaz de no deformarse en exceso.

  Si se comprueba la *Tabla 4* se puede observar que la madera y el metacrilato son los materiales que presentan las densidades más pequeñas mientras que, por otro lado, el hierro y el acero son los materiales de mayor densidad.
- **Ductilidad / Fragilidad.** Un material se considera dúctil cuando es capaz de soportar grandes deformaciones sin romperse. Por otro lado, un material se considera frágil cuando no es capaz de aguantar grandes deformaciones sin romperse.

  A pesar de que nuestra máquina tampoco se someterá a esfuerzos demasiado elevados, se escogerá un material dúctil, para así evitar que se formen grietas que puedan llevar a la rotura o al mal funcionamiento de la máquina.
- **Isotropía.** Un material es isótropo cuando presenta las mismas características físicas sea cual sea la dirección en la que se examina. Tanto el metacrilato como la madera son materiales que presentan anisotropía (lo contrario a isotropía), lo cual, en el caso de escoger cualquiera de esos dos materiales, nos obligaría a tener en cuenta que las fibras se orienten siempre de manera perpendicular a la aplicación de cargas y reacciones correspondientes para que puedan aguantar las deformaciones provocadas sin fallar previamente.
- **Precio.** El precio es una de las variables que hace falta considerar con el objetivo de no inflar en exceso el coste final de la estructura de la máquina. El titanio, por ejemplo, a pesar de tener unas buenas características mecánicas, presenta un coste excesivo que impide que se pueda considerar un material viable para manufacturar la estructura.

  Por otro lado, el hierro, el metacrilato y la madera son los materiales más adecuados desde el punto de vista económico, por lo que en este aspecto son las opciones más viables.

- **Disponibilidad.** La disponibilidad de un material es la característica que permite determinar la facilidad con la que se puede obtener. Como se puede observar en la *Tabla 4*, el titanio no presenta una disponibilidad elevada a diferencia de la madera, la cual es fácilmente obtenible. Nos interesa que el material tenga una elevada disponibilidad para facilitar su obtención.
- **Trabajabilidad.** El material usado para la construcción de la estructura de la máquina ha de tener una alta trabajabilidad, lo cual implica un ahorro en costes de producción de las piezas de la estructura.

Una vez estudiados los materiales anteriormente considerados, se ha procedido a escoger el aluminio para la fabricación las piezas de la estructura ya que presenta las características más apropiadas:

- Un límite elástico elevado para que las piezas resistan mayores deformaciones sin romperse, además de esto, también nos permitirá construir secciones con un menor grosor ya que podrá soportar mayores cargas sin llegar al punto de deformación plástica, lo cual nos dará como resultado piezas de menor peso.
- Un módulo de Young alto, lo cual evitará que se produzca demasiada deformación.
- Una densidad no muy elevada, y que se trate de un material isotrópico y dúctil.
- El resto de condiciones también se cumplen, un precio asequible, buena trabajabilidad y disponibilidad alta.

Finalmente, se escoge el Aluminio 7075 (también conocido como *Dural*), esta aleación, principalmente formado por zinc, presenta una alta dureza, una buena resistencia a la fatiga frente a otros metales y es fácil de mecanizar, aunque no es soldable, característica que no influye en nada ya que la unión de las piezas se hará mediante tornillos.

4.2. Diseño

Una vez decidido el material con el que se harán las piezas de la estructura se procede a al diseño y dimensionamiento de las piezas.

En el diseño de la geometría de las piezas de la máquina hay que tener en cuenta varios aspectos. En primer lugar, la pieza ha de tener espacio suficiente para la colocación de la báscula con la que se trabajará. Además, se ha de tener en cuenta la altura que va a tener, teniendo en cuenta la altura de los muelles que se ensayarán.

A continuación, teniendo en cuenta las restricciones anteriores se procede a hacer los cálculos.

4.2.1. Condiciones a cumplir

Inicialmente se plantea la estructura que tendrá la máquina, por lo que se empieza con un diseño básico teniendo en cuenta las condiciones mencionadas a continuación y planteándolo todo según el convenio de signos de diagramas de piezas planas.

Se modela un esquema simple (*Ilustración 32*) que consta de una articulación fija en uno de los extremos, y el otro dispondrá de una articulación móvil a lo largo del eje horizontal para evitar la hiperestaticidad de la pieza.

En cuanto a dimensiones, se empieza con una altura de 100 mm, ya que la altura del muelle es de menos de 60 mm, y una distancia entre columnas de 240 mm, ya que las dimensiones de la báscula son de unos 200x200x20 mm.

Por otro lado, hay que tener en cuenta las fuerzas que debe soportar la estructura, ya que la máquina trabajará sobre un muelle, el punto desde el que se aplique la fuerza para ensayar el muelle, recibirá la reacción de éste en dicho punto, y puesto que se ensayarán con un máximo de carga de unos 15 kg, la estructura tendrá que aguantar unos 150 N.

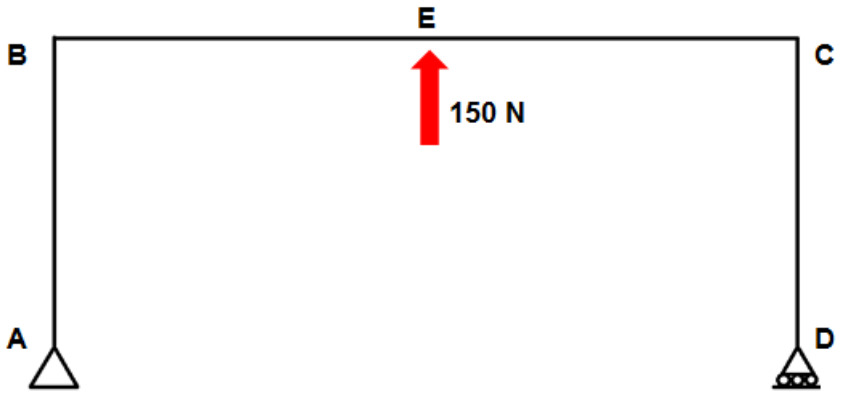

Ilustración 32. Esquema simple.

4.2.2. Diagramas de esfuerzos

En primer lugar, aplicando balance de fuerzas verticales ($\sum F_V = 0$) y de momentos ($\sum M = 0$) obtenemos que las reacciones en la dirección vertical de los puntos A y D son: $\boldsymbol{R_A = 75\ N}$ y $\boldsymbol{R_D = 75\ N}$.

Tal y como se puede comprobar en los diagramas, el momento máximo resultante de valor 9000 N·mm que coincide con el punto en el cual se aplica la carga, punto intermedio entre B y C, al cual se denominará punto E. A la vez, el esfuerzo cortante T en este punto es de 75 N y el esfuerzo normal N tiene un valor de 0.

En conclusión, el punto crítico será el E, correspondiendo a una flexión simple.

A continuación se especifican las expresiones y valores de los esfuerzos normales y

cortantes, así como el de los momentos en los diferentes tramos de la estructura.

Tramo AB $(0 \leq x \leq 100\ mm)$

- N = R_A = 75 N
- T = 0 N
- M = 0 N·mm

Tramo BE $(0 \leq x \leq 120\ mm)$

- N = 0 N
- T = -75 N
- M = -75·x N·mm M_E = -9000 N·mm

Tramo EC $(0 \leq x \leq 120\ mm)$

- N = 0 N
- T = -75 N + 150 N = 75 N
- M = 150·x – 75·(x+120) N·mm M_C = 0 N·mm

Tramo CD $(0 \leq x \leq 100\ mm)$

- N = 75 N
- T = 0 N
- M = 0 N·mm

En este caso, tenemos dos valores de T_E, 75 N y -75 N, esto es debido a que se trata de un punto de inflexión que pasa por 0, esto implica que cuando el esfuerzo cortante T es de valor 0, el momento flector es máximo, lo cual concuerda con la teoría de los esfuerzos de sección.

A continuación se representan los diagramas de esfuerzos obtenidos anteriormente.

Ilustración 33. Diagrama de esfuerzos normales.

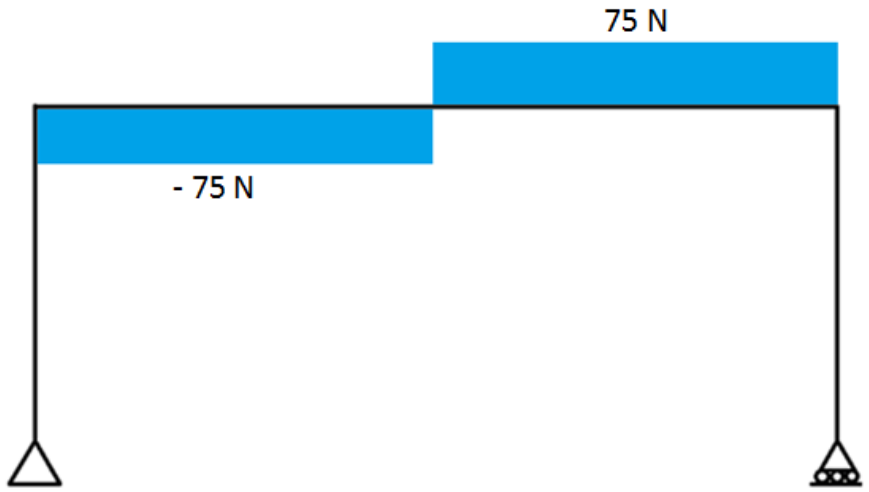

Ilustración 34. Diagrama de esfuerzos tangenciales.

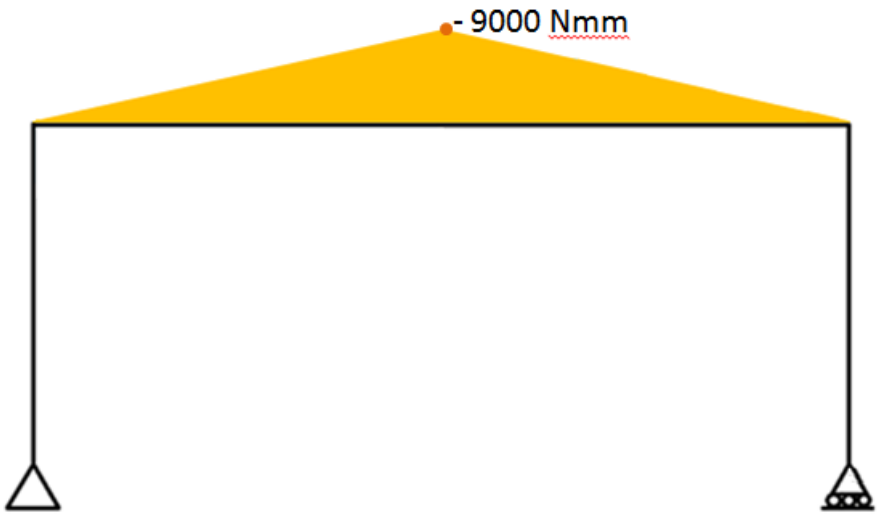

Ilustración 35. Diagrama de momentos flectores.

4.2.3. Dimensionamiento de la sección

Como se puede observar en los diagramas de esfuerzos de sección, el punto crítico de nuestra estructura se encuentra en el punto E, justo donde se aplican los 150 N. En esta sección, el momento máximo obtenido es de 9000 N·mm.

El proveedor del material con el cual se trabajará, aluminio 7075 en estado T6, nos ha proporcionado el límite elástico (f_y) teórico, el cual tiene un valor de 480 MPa.

Se decide optar por un coeficiente de seguridad de 2. Por lo tanto, la tensión admisible de la pieza es:

$$\sigma_{ADM} = \frac{f_y}{\gamma} = 240\ N/mm^2 \tag{4.1}$$

A partir de aquí, y teniendo en cuenta lo siguiente:

$$|\sigma_{máx}| = \frac{|M_{z\ máx}|}{W_z} \leq \sigma_{ADM} \tag{4.2}$$

Se encuentra fácilmente el momento resistente de la sección:

$$W_z \geq \frac{|M_{z\ máx}|}{\sigma_{ADM}} = 37{,}50\ mm^3 \tag{4.3}$$

Siendo el valor de $M_{z\ máx}$ correspondiente al de M_E encontrado anteriormente.

Puesto que la sección de cada una de las piezas será rectangular, hacemos uso de la fórmula para el cálculo del momento resistente de una sección rectangular.

$$W_z = \frac{b \cdot h^2}{6} \tag{4.4}$$

Siendo las variables las correspondientes a la siguiente ilustración.

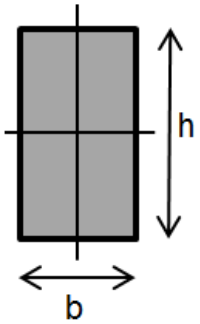

Ilustración 36. Variables de la sección rectangular.

Debido a que la sección depende de dos variables diferentes, encontrar la medida óptima no es trivial. Por lo que se opta por realizar una tabla probando diferentes valores. Con ayuda de la ecuación (4.4) se obtienen los valores mostrados en la Tabla 5.

b (mm)	5	10	15	20	25
h (mm)	6,71	4,74	3,87	3,35	3,00

Tabla 5. Valores de b y h en milímetros.

Observando los valores anteriores, se saca en conclusión que la longitud de b y h mínimos son valores muy pequeños, esto puede producir cierta inestabilidad geométrica, además de que los tornillos sufrirían más los esfuerzos de tracción ya que se deberían usar tornillos muy pequeños. Para evitar estos problemas, se aumenta la superficie de contacto de las columnas con la base y viga superior, y se usan 2 tornillos que aguanten las columnas de la estructura.

Por lo que por comodidad se escogen valores que se adapten al número de tornillos que se han especificado con anterioridad, en el apartado 4.3 se dimensiona la sección con tal de que se eviten los posibles fallos en uniones atornilladas mostradas anteriormente.

Finalmente se obtienen unos valores de 15 mm y 40 mm de ancho y alto de la sección, éstos valores no son óptimos, por lo que se podría hacer la sección variable según el tramo de la estructura en que se encuentre, pero por comodidad y precio, se realizarán piezas del mismo grosor de sección, por lo que será constante e igual para todas las piezas.

Por lo tanto, aplicando la ecuación *(4.4)* obtenemos un momento resistente de sección de un valor de 1500 mm^3. Obteniendo así, con la ecuación *(4.2)* un tensión admisible de 6, resultando así en un nuevo coeficiente de seguridad de 80.

Se prescinde de hacer el cálculo de deformaciones de la estructura, puesto que va a ser negligible y tampoco afectará a los datos obtenidos de los ensayos.

4.3. Uniones

Se opta por el uso de tornillos Allen de cabeza avellanada (DIN 7991) [2], para facilitar el montaje de la estructura, concretamente se usarán tornillos de métrica M5 mínimo, los cuales tienen un buen aguante a la corrosión y son menos propensos a estropearse, los de métrica menor suelen desgastarse bastante más con el uso debido a su tamaño.

Por lo que el dimensionado de la sección (Apartado 4.2.3) se adaptará al uso de este tipo de tornillo y al número que se usará de éstos.

4.3.1. Esfuerzos en los tornillos

Al usar tornillos Allen de M5 (por lo tanto $d_0$será igual a 5 mm), se debe hacer la comprobación de que aguantará la fuerza a tracción a la que será sometida utilizando la ecuación (3.8), teniendo en cuenta que se trata de un tornillo Allen, por lo que la resistencia tendrá será el 70% del valor obtenido en el resultado, y que el tornillo utilizado será de clase 10.9 (revisar Tabla 3), aplicando esto tenemos:

$$F_{t,Rd} = \frac{0{,}9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{M2}} \cdot 0{,}7 = 7182 \ \ N \qquad (4.5)$$

El tornillo puede aguantar una fuerza 95 veces mayor a la fuerza de tracción a la que será sometida (75 N), pero en el posible caso de que el tornillo no aporte suficiente sujeción debido a un mal pretensado o bien falte estabilidad vertical en la estructura, se hará uso de 2.

A continuación, se aplican las normativas geométricas explicadas en el apartado 3.6, obteniendo como resultado las dimensiones de la sección mínimas que ha de tener las piezas de la estructura:

$$e_1 \geq 2 \cdot d_0 = 10\ mm \tag{4.6}$$

$$e_2 \geq 1{,}5 \cdot d_0 = 7{,}5\ mm \tag{4.7}$$

$$p_1 \geq 2{,}2 \cdot d_0 = 11\ mm \tag{4.8}$$

Por lo tanto, se concluye en que ha de tener una sección de 35x15 mm, pero para redondear números y de esta manera facilitar el mecanizado de los agujeros, optamos por hacerlo de 40x15mm de sección, tal y como se comenta en el apartado de dimensionamiento de la sección.

4.4. Geometría de la base

Las dimensiones de la base, por obvias razones, han de ser superiores a las dimensiones de la báscula.

Otra condición importante que ha de cumplir es la que proporciona la fórmula (4.7), que es la distancia entre el centro del agujero para el tornillo y el extremo de la pieza.

Finalmente el grosor de la pieza, puesto que es una superficie plana que estará en contacto con el “suelo”, simplemente hará la función de soporte, por lo que el cálculo de su grosor es negligible y puesto que el proveedor del fabricante le facilita chapas de sección de 10 mm, se ha optado por usar esta chapa para fabricar también la base.

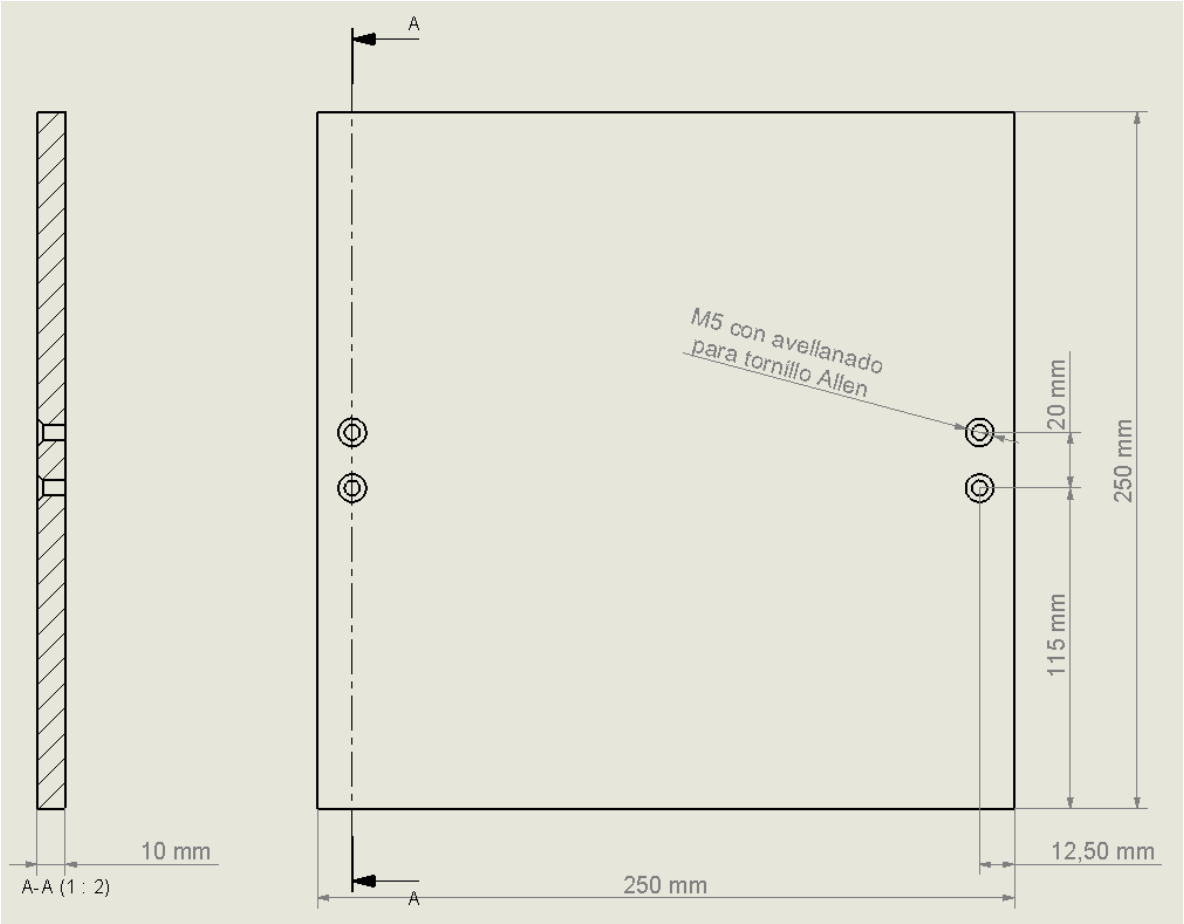

Ilustración 37. Plano de la base de la máquina

4.4.1. Geometría de las columnas

Siguiendo las dimensiones obtenidas en los apartados anteriores se procede al dimensionado de las columnas, con una sección de 40x15 mm y una altura de 100 mm (aunque la altura no influye en la sección crítica ni en su valor).

Por otro lado, se posicionan los agujeros de los tornillos con tal de que se cumplan las condiciones geométricas obtenidas en el apartado 4.3.1.

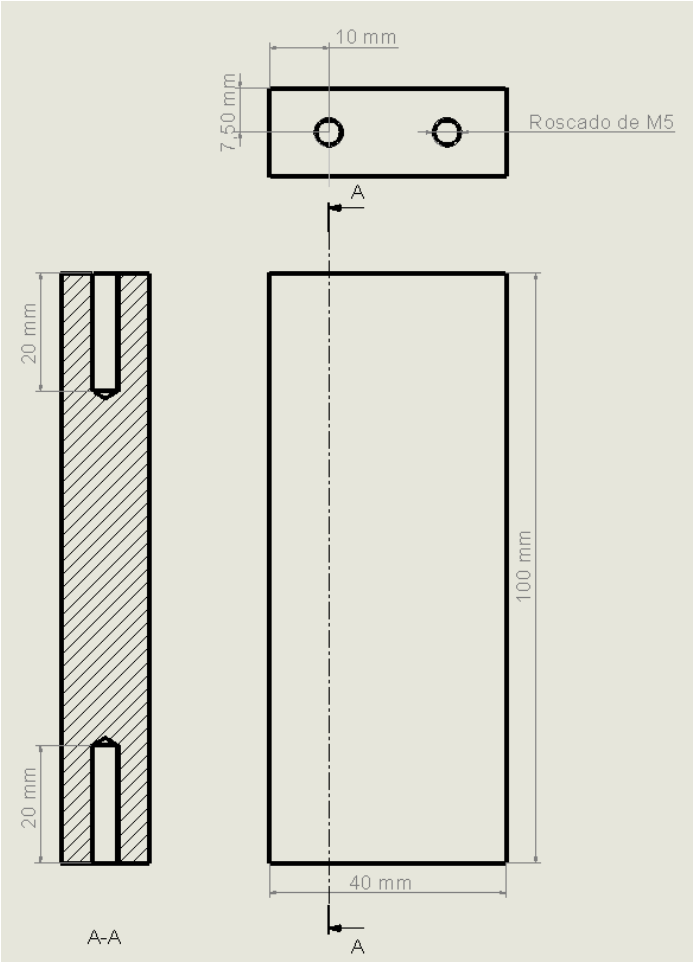

Ilustración 38. Plano de una de las columnas de la máquina.

4.4.2. Geometría de la viga superior

En el caso de la viga superior, como en las columnas, se cumplen las condiciones geométricas para los agujeros de los tornillos, además de agregarle un agujero extra de M8 por dónde pasará la barra roscada con la que se aplicará la fuerza sobre los muelles ensayados.

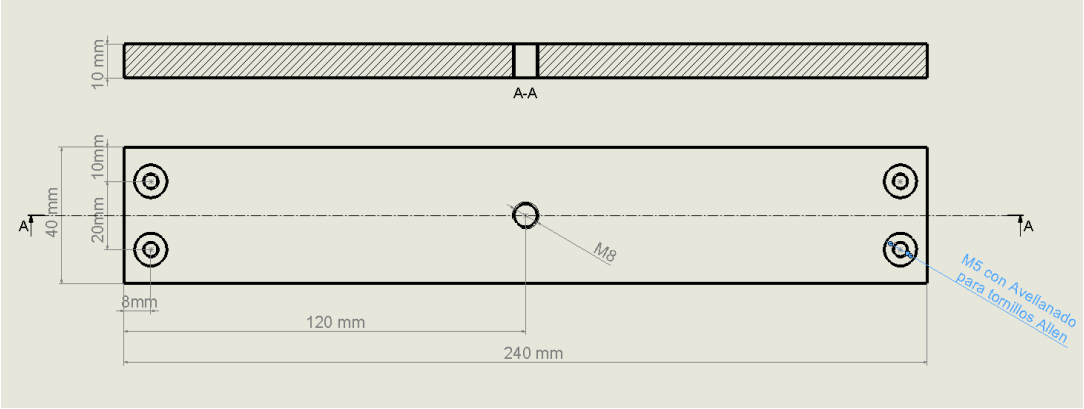

Ilustración 39. Plano de la viga superior de la máquina.

Se escoge M8 para la barra roscada únicamente por comodidad de obtención del elemento que ayuda a enroscar y para el que está en contacto con el muelle.

Para rebajar un poco el precio del material, se ha optado por reducir el grosor de la sección de esta pieza de 15 mm a 10 mm, éste cambio no proporciona ningún tipo de inconveniente, ya que como se pudo demostrar anteriormente, la sección estaba sobredimensionada.

En cuanto a las longitud de ésta pieza, cumple la restricción que impone la dimensión de la báscula, ya que ésta es la que restringe la distancia entre puntos de apoyo de la viga.

CONCLUSIONES

En conclusión, el resultado final de la máquina de ensayo de muelles es el que se muestra en la Ilustración 40.

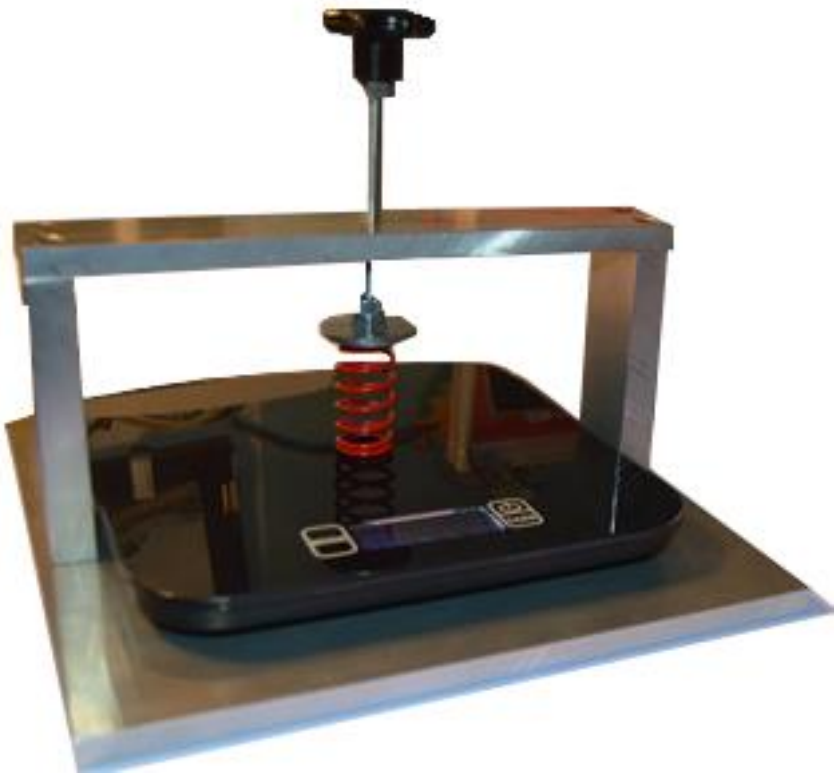

Ilustración 40. Resultado final de la máquina de ensayo.

En cuanto al proceso constructivo se empezó por mandar los planos de cada una de las piezas al taller metalúrgico Metal Martil S.L., quienes son una empresa metalúrgica dedicada a la construcción, mantenimiento y reparación de estructuras metálicas para la construcción, éstos obtuvieron las piezas ya precortadas de su proveedor (Aluminios y Plásticos Cataluña S.L.), ya que se trataban de piezas de geometría sencilla. Para la obtención de estas piezas se utilizó corte por agua.

Una vez obtenidas las 4 piezas de procedió a hacer los agujeros necesarios para los tornillos con la fresadora, un total de 16 agujeros de M5 con avellanado y 1 agujero de M8.

Para finalizar la estructura, se hizo un roscado manual con los tornillos Allen DIN 7991 de dureza 10.9 para unir las piezas y obtener así la estructura final, la cual tiene un peso 2,40 kg.

Para completar la máquina, se usa una báscula que aguanta hasta 15 kg, la cual se podría intercambiar por cualquiera otra que pudiera entrar en la estructura.

También consta de una barra roscada de M8 con un elemento en unos de los extremos que facilita el roscado (pomo roscado, junto con una tuerca para reforzar la sujeción a la barra roscada) y en el otro extremo, otro elemento (en este caso, 3 tuercas y 1 arandela) que facilite el contacto entre la barra roscada y el muelle.

Además se ha elaborado una hoja de cálculo en la que, con los datos geométricos del muelle y con los datos del ensayo, se pueden obtener las variables características de los muelles tanto experimentales como teóricas con ayuda de las ecuaciones (2.15), (2.16), (2.17) y (2.18) vistas durante el trabajo. En el Gráfico 1 se muestran algunos valores de la constante de rigidez obtenidos de los ensayos realizados, como se puede observar, el valor experimental es ligeramente menor que el teórico, esto se debe a que el módulo de rigidez no es exactamente el valor que se ha proporcionado y por los ligeros errores cometidos en la toma de medidas. En el anexo se pueden ver los resultados completos de los ensayos hechos con muelles reales.

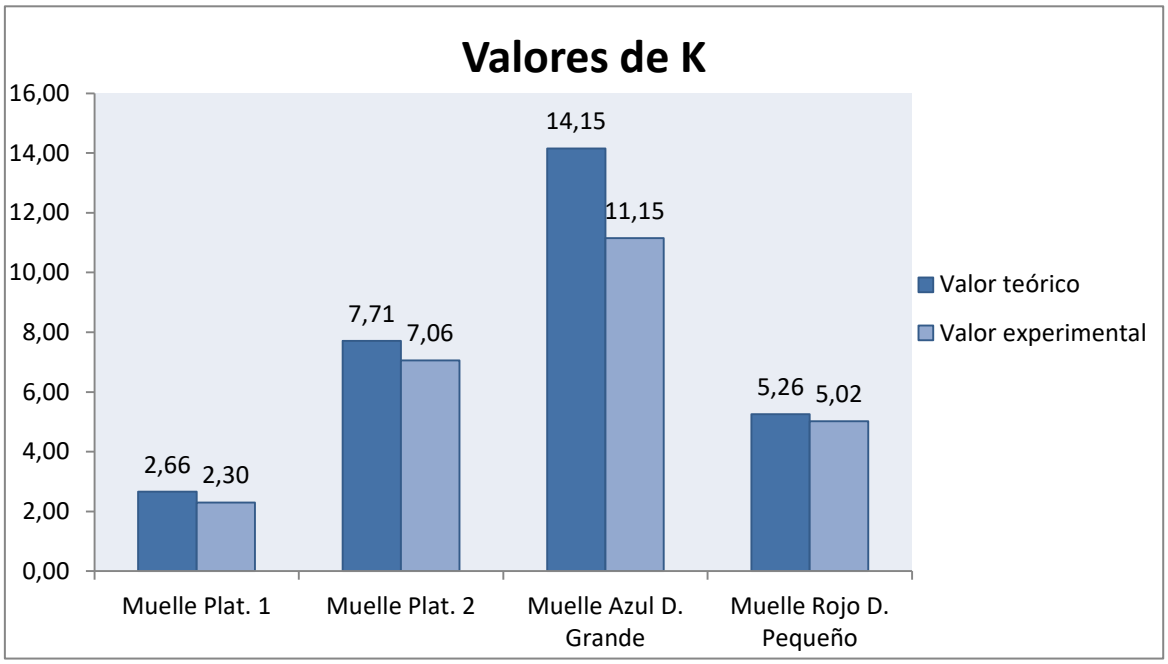

Gráfico 1. Valores de la constante de rigidez de algunos muelles ensayados.

Por último, para mejorar el diseño de la máquina se podría optar por una optimización del dimensionamiento de las piezas de la estructura, reduciendo así su peso total y el precio, así como la obtención de un mejor elemento de agarre del muelle y la instalación de algún elemento electrónico que permita medir la longitud del muelle mientras se ensaya. Por otro lado, en el caso de querer ensayar otro tipo de muelles de mayores dimensiones, debería replantearse nuevamente el dimensionamiento total de la estructura.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍCAS

[1] ACXESS SPRING. Spring Pitch Calculator [en línea]. [Consulta: 20 Noviembre 2016]. Disponible en: <http://www.acxesspring.com/spring-pitch-calculator.html>

[2] Echebarria Suministros. *Tornillería y Remaches 13* [en línea]. [Consulta: 12 Febrero 2017]. Disponible en: <http://www.echebarriasuministros.com/images/catalogo/13-tornilleria-y-remaches.pdf>

[3] Estructuras Metálicas, asignatura del Grado en Ingeniería de Obras Públicas. *Tema 7: Uniones* [en linea]. En: *Universidad da Coruña*. [Consulta: 12 Febrero 2017]. Disponible en: <http://caminos.udc.es/info/asignaturas/grado_itop/411/contenido_publico/recursos/tema07.pdf>

[4] Fenollosa Coral, Josep. *TEM: Unions Cargolades (2ª Edició).Inicitiva Digital Politècnica*, Gener 2016 [en línea]. ISBN: 978-84-9880-558-1. [Consulta: 12 Enero 2017]. Disponible en: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/82360/9788498805581.pdf?sequence=5&isAllowed=n>

[5] Finio, Ben. *Linear & Nonlinear Springs Tutorial* [post]. En: *Science Buddies* [en línea]. [Consulta: 10 Enero 2017]. Disponible en: <http://www.sciencebuddies.org/science-fair-projects/project_ideas/Physics_Springs_Tutorial.shtml#introduction>

[6] Gómez de León, Félix. *Tema 6. Soldadura y Técnicas de Unión* [en línea]. En: OpenCourseWare (OCW) . [Consulta: 14 Febrero 2017]. Disponible en: <http://ocw.um.es/ciencias/resistencia-de-materiales-y-calculo-de-estructuras/material-de-clase-1/tema06.pdf>

[7] Guardiola Víllora, Arianna. *Diseño y cálculo de uniones con tornillos no pretensados* [en línea]. En: *Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia*. [Consulta: 11 Febrero 2017]. Disponible en: <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/16477/uniones%20atornilladas.pdf>

[8] INGEMECÁNICA. *Tutorial Nº 129: Cálculo de Muelles Helicoidales* [en línea]. [Consulta: 3 Octubre 2016]. Disponible en: <http://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn129.html>

[9] INGEMECÁNICA. *Tutorial Nº 32: Diseño y Cálculo de las Uniones Atornilladas* [en línea]. [Consulta: 16 Febrero 2017]. Disponible en: <http://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn32.html#introduccion>

[10] Martínez López, Enrique. *Cálculo de resortes helicoidales de compresión* [en línea]. Mayo 2013. [Consulta: 5 Octubre 2016]. Disponible en: <http://docplayer.es/2844929-Calculo-de-resortes-helicoidales-de-compresion.html>

[11] Masson, Cody. *5 Reasons Why Springs Are so Important to the Automotive Industry* [post]. En: *Wallbank* [en línea]. 29 Mayo 2015. [Consulta: 3 Noviembre 2016]. Disponible en: <http://www.wallbank.com/blog/5-reasons-why-springs-are-so-important-to-the-automotive-industry>

[12] MECAPEDIA. *Cálculo de la rigidez de resortes helicoidales de tracción-compresión* [en línea]. 11 Julio 2006. [Consulta: 8 Diciembre 2016]. Disponible en: <http://www.mecapedia.uji.es/calculo_de_la_rigidez_de_resortes_helicoidales_de_traccion-compresion.htm>

[13] Riva i Romeva, Carles. *Disseny i càlcul de molles* [en línea]. Noviembre 1992. [Consulta: 1 Octubre 2016]. Disponible en: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.3/36327/9788498800852.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

[14] SCS-M2. *Spring Dyno Inclusive 25 kg Scale* [en línea]. [Consulta: 20 Agosto 2016]. Disponible en: <http://www.scs-m2.de/M80200>

[15] TECNUN (Campus Tecnológico Universidad de Navarra). *Tornillos y uniones atornilladas* [en línea]. [Consulta: 12 Febrero 2017]. Disponible en: <http://www1.ceit.es/asignaturas/elemaqui/cap8.pdf>

[16] Tulio Piovan, Marcelo. *Capítulo 5: Proyecto de Elementos Accesorios Elásticos. División 1: Mecánica de Resortes y Elásticos. Cálculo de Resortes* [en línea]. [Consulta: 10 Diciembre 2016]. Disponible en: <https://www.frbb.utn.edu.ar/frbb/images/carreras/elementosdemaquinas/cap05-01.pdf>

[17] Universidad Carlos III de Madrid. *Teoría Resortes* [en línea]. [Consulta: 20 Noviembre 2016]. Disponible en: <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-mecanica/elementos-de-maquinas/material-de-clase-1/teoriaresortes.pdf>

[18] Universidad de los Andes. *Resortes Mecánicos* [en línea]. [Consulta: 27 Noviembre 2016]. Disponible en: <http://www2.ula.ve/dsiaportal/dmdocuments/elementos/RESORTES.pdf>

[19] UPCOMMONS. Capítulo *3. Uniones Atornilladas* [en línea]. [Consulta: 14 Febrero 2017]. Disponible en: <http://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/6080/05.pdf >

[20] UPCOMMONS. *Uniones atornilladas* [en línea]. [Consulta: 14 Febrero 2017]. Disponible en: <http://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/5645/03.pdf?sequence=4&isAllowed=y>

[21] Vanegas Useche, Libardo. *Capítulo 9: Diseño de Resortes* [en línea]. 17 Mayo 2011. [Consulta: 3 Octubre 2016]. Disponible en: <http://blog.utp.edu.co/lvanegas/files/2011/08/PresCap9_Res.pdf>

[22] Woodford, Chris. *Springs* [post]. En: *Explain That Stuff!* [en línea]. 1 Julio 2016. [Consulta: 13 Octubre 2016]. Disponible en: <http://www.explainthatstuff.com/how-springs-work.html>

[23] Yupa, Darwin. *Tendencia de variabilidad de la constante de los resortes cónicos*. ESPOL: Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2011 [en línea]. [Consulta: 19 Diciembre 2016]. Disponible en: <http://blog.espol.edu.ec/dyupa/files/2011/11/37219362-Tendencia-de-variabilidad-de-la-constante-de-los-resortes-conicos.pdf>