Structures on Hyper-Structures

by Haresh Lalvani

Topologie Structurale #6, 1980

Structures sur les hyper-structures

Avec la publication de notre thèse *Multidimensional Periodic Arrangements of Transforming Space Structures* (Arrangements périodiques multidimensionnels de structures spatiales en transformation), et le livre qui s'y trouve associé, *Structures on Hyper-Structures* (Structures sur des hyper-structures), nous lançons un mouvement général de recherche sur les **transformations dans l'espace et dans le temps**, sujet que nous avons d'abord commencé à traiter dans notre livre *Transpolyedra* (Transpolyèdres) (1977: voir le compte rendu dans ce numéro). Ces nouvelles publications explorent deux aspects fondamentaux des structures en transformation: la **classification** et la **création**. Nous proposons une **classification créatrice** pour les structures spatiales par lesquelles les structures peuvent être organisées au fur et à mesure qu'elles sont créées. De telles organisation et création sont suggérées dans des arrangements périodiques multi-dimensionnels.

Le concept d'arrangements périodiques est bien connu depuis le classique tableau de Mendeleyev: *tableau périodique des éléments* pour les structures chimiques. Les arrangements périodiques suggérés ici ne sont pas seulement en deux dimensions, mais en 3-, 4-, 5-, 6-, 7-, 8- dimensions et plus. Nous nous servons d'espaces multi-dimensionnels de cette sorte comme structures organisatrices et créatrices pour structures spatiales et leurs transformations. Plus spécifiquement, nous arrangeons des polygones dans un espace à 2 dimensions, des polyèdres réguliers et semi-réguliers et des mosaïques planes dans un espace à 3 dimensions, des assemblages polyédriques dans un espace à 4 dimensions (avec exceptions), des troncations et des étoilements dans un espace à 5 dimensions, des structures composées et des groupes polyédriques dans un espace à 7 dimensions, etc. Nous explorons plus loin les polyèdres *en forme de selle, infinis* et *uniformes*.

Structural Topologie #6, 1982

With the publication of our thesis *Multidimensional Periodic Arrangements of Transforming Space Structures*, and the associated book, *Structures on Hyper-Structures*, we advance a general line of inquiry concerning **transformations in space and time**, a subject we first began to develop in our book *Transpolyhedra* (1977: see review in this issue.) Two basic aspects of transforming structures are explored in these new publications: **classification** and **generation**. We suggest a **generative classification** for space structures whereby structures can be organized as they are being generated. Such organization and generation is suggested in multi-dimensional periodic arrangements.

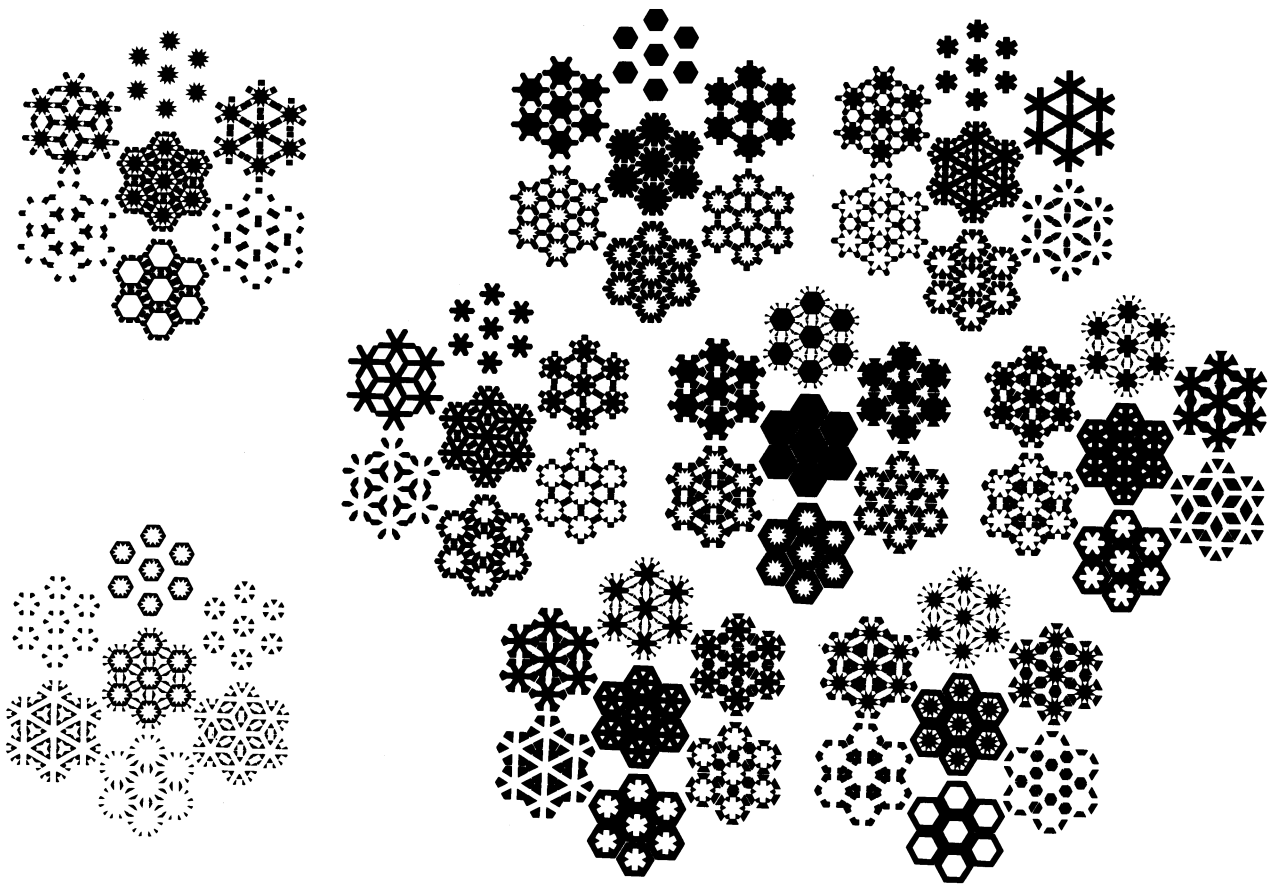
The concept of periodic arrangements is well-known from Mendeleyev's classic *periodic table of elements* for chemical structures. The periodic arrangements suggested here are not just in two dimensions, but in 3-, 4-, 5-, 6-, 7-, 8- and higher dimensions. We use such multi-dimensional spaces as organizing and generative frameworks for space structures and their transformations. More specifically, we arrange polygons in 2-space, regular and semi-regular polyhedra and plane tesselations in 3-space, polyhedral packings in 4-space (with exceptions), truncations and stellations in 5-space, compound structures and polyhedral clusters in 7-space, and so on. *Infinite*, *saddle*, and *uniform* polyhedra are being further explored.

Nous étudions les transformations entre ces structures, par une réduction de structures symétriques à leurs parties minimales asymétriques (régions fondamentales), suivie d'une distribution logique, combinatoire d'éléments topologiques (sommets, arêtes, faces ou cellules) à l'intérieur de ces modules spatiaux. Les éléments sont codés par couleur; nous tirons une analogie avec le *solide des couleurs* de l'artiste, de telle façon qu'une structure peut être ajoutée ou enlevée à une autre pour produire une nouvelle structure, exactement comme des couleurs peuvent être ajoutées ou enlevées pour produire de nouvelles teintes. Comme c'est fréquemment le cas quand une nouvelle organisation est introduite dans un vieux sujet, on fait de nouvelles découvertes; ici, on trouve de nouvelles structures et de nouvelles interrelations. On montre la création de 128 polyèdres et de leurs duales. On peut étendre la méthode pour créer au moins 4096 polyèdres et un nombre égal de duales, avec quelques répétitions inévitables. De même, nous pouvons créer des charpentes spatiales, des assemblages incomplets (polyèdres infinis et tunnels), des groupes polyédriques et d'autres structures spatiales ordonnées.

Les opérations algébriques connues sur les ensembles gouvernent les structures et leurs transformations: l'ensemble plein, l'ensemble vide, le complément, l'union et l'intersection pour lesquels les lois de De Morgan restent valables. Cela est démontré pour les familles en transformation de polyèdres à faces régulières possédant des symétries

We study transformations between these structures, by a reduction of symmetrical structures to their minimum asymmetrical parts (fundamental regions), followed by a logical, combinatorial distribution of topological elements (vertices, edges, faces, or cells) within these spatial modules. The elements are color-coded; we draw an analogy with the artist's *color-solid*, in such a way that one structure can be added to or removed from another to produce a new structure, just as colors can be added or subtracted to produce new hues. As is frequently the case when new organization is introduced into an old subject, new discoveries are made; here, new structures and new interrelations are found. The generation of 128 polyhedra and their 128 duals is shown; the method can be extended to generate at least 4096 polyhedra and an equal number of duals, with some built-in redundancies. Likewise, we can generate space frames, incomplete packings (infinite polyhedra and tunnels), polyhedral clusters, and other orderly spatial structures.

The structures and their transformations are governed by the known algebraic operations on sets: the full set, empty set, complement, union and intersection, for which De Morgan's laws hold. This is demonstrated for mirror-symmetric

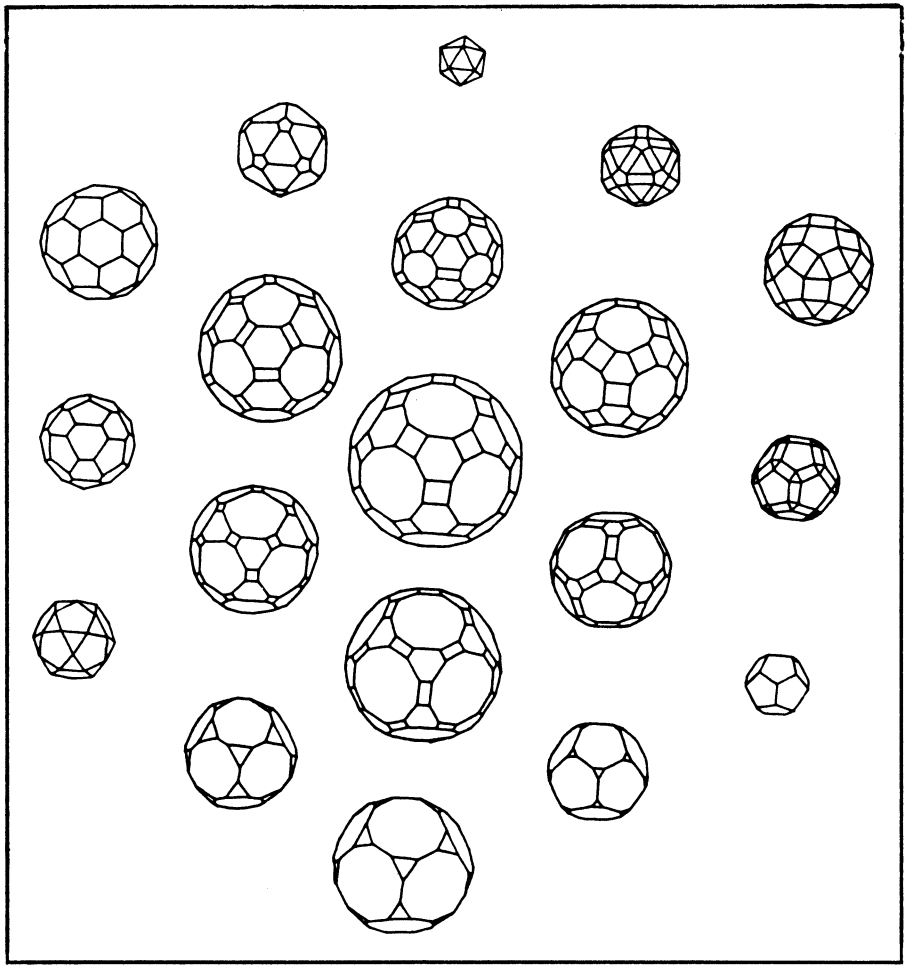


de réflexion caractérisées par le nombre (modifié) et le type de leurs éléments topologiques, et leurs rayons de symétrie. Cela est montré en partie pour quelques arrangements hyper-spatiaux, par exemple: 16 polyèdres explosant-implosant et des assemblages polyédriques dans un espace à 4 dimensions. Pour des polyèdres réguliers et semi-réguliers, nous démontrons une autre loi de conservation. Pour une symétrie donnée, la somme de toutes les transformations égale zéro; c'est-à-dire le nombre (et le type) d'éléments topologiques enlevés par différentes implosions égale le nombre ajouté par des explosions complémentaires. On peut se rapporter à ceci comme au **principe de conservation topologique** dans des polyèdres à transformations internes; l'extension aux assemblages polyédriques suit.

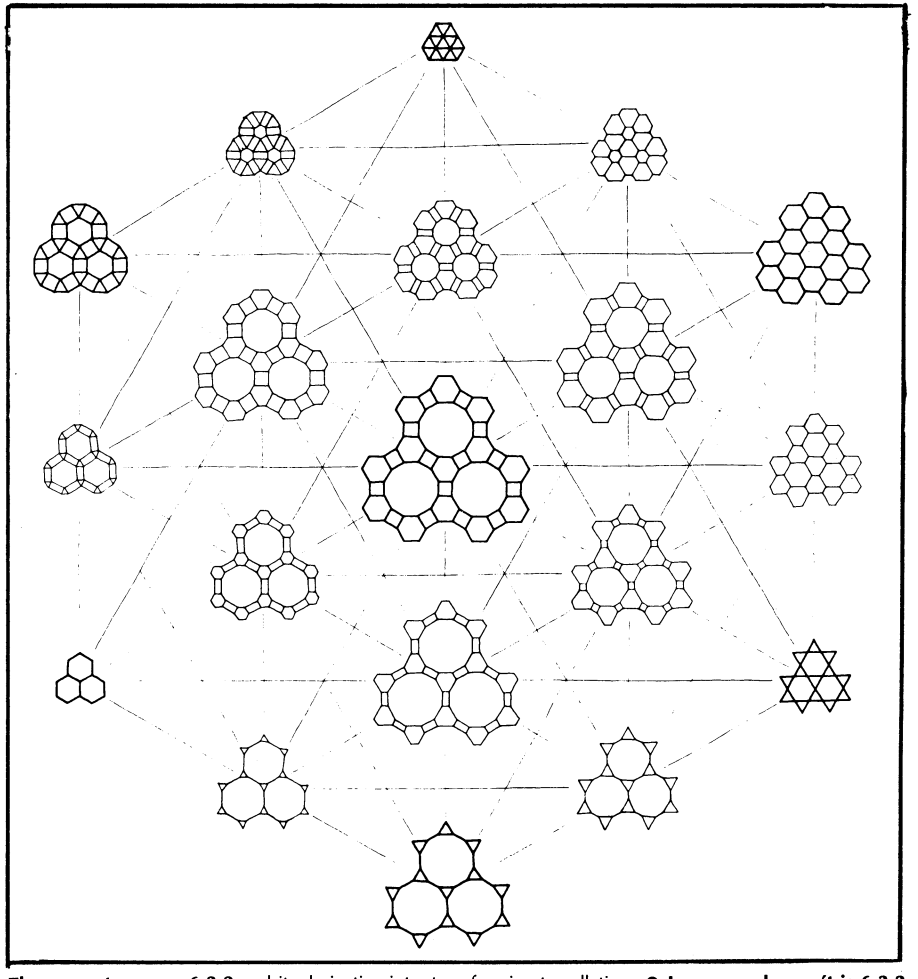
Le travail est encore en cours et ses implications pour les formes et structures architecturales organisatrices et créatrices sont encore à exploiter; elles seront présentées ultérieurement. L'extension de ces idées à la création de *décorations islamiques* est actuellement entreprise et sera aussi présentée plus tard.

intra-transforming polyhedra with regular faces, characterized by their (modified) number and type of topological elements, and symmetry radii. This is partially shown for some hyper-spatial arrangements, for example: 16 exploding-imploding polyhedra, and polyhedral packings in 4-space. For regular and semi-regular polyhedra, we demonstrate another conservation rule. For a given symmetry, the sum of all transformations equals zero; that is, the number (and type) of topological elements removed by different implosions equals the number added by complementary explosions. This can be referred to as the **principle of topological conservation** in intra-transforming polyhedra; the extension to polyhedral packings follows.

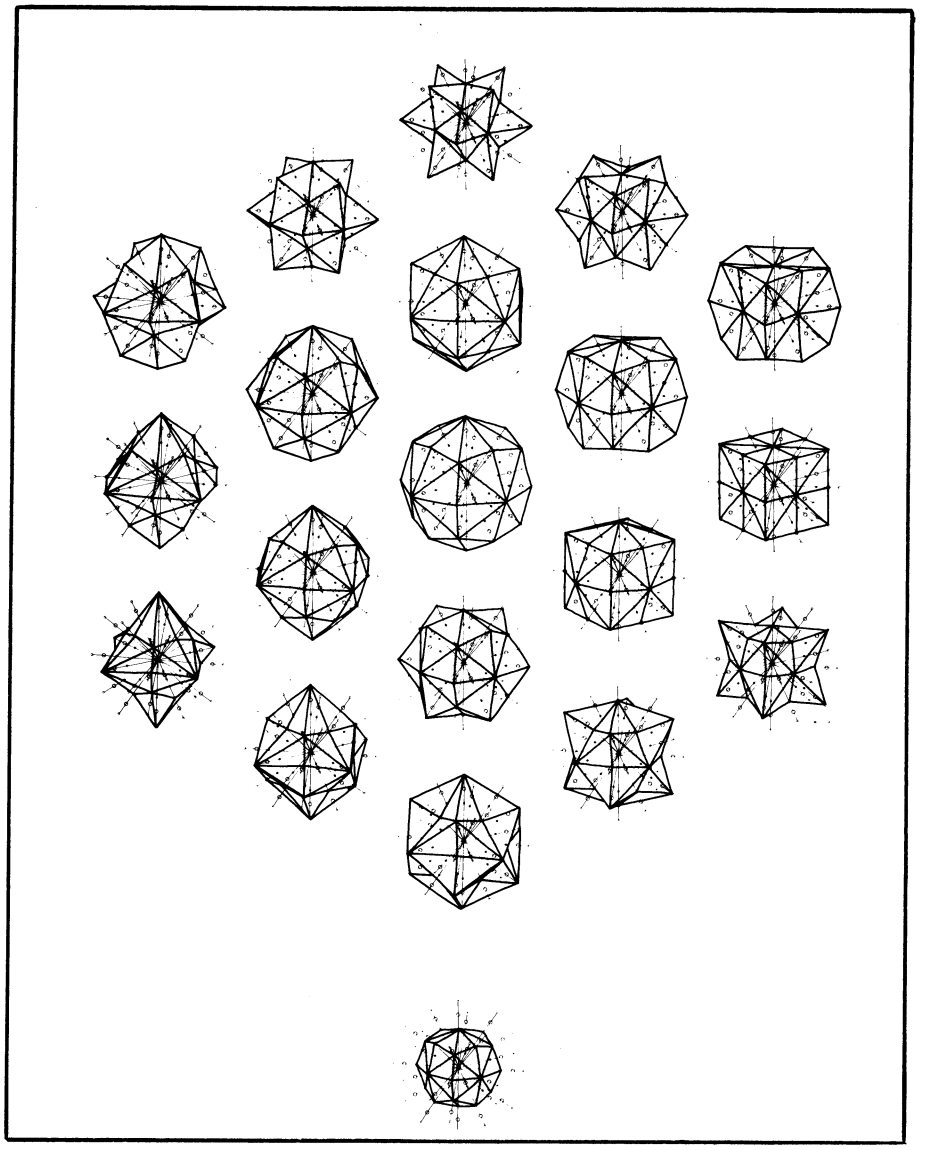
The work is still in progress, and the implications for organizing and generating architectural forms and structures are still being developed; they will be presented in the future. The extension of these ideas to the generation of *Islamic patterns* is presently being undertaken, and will also be presented later.



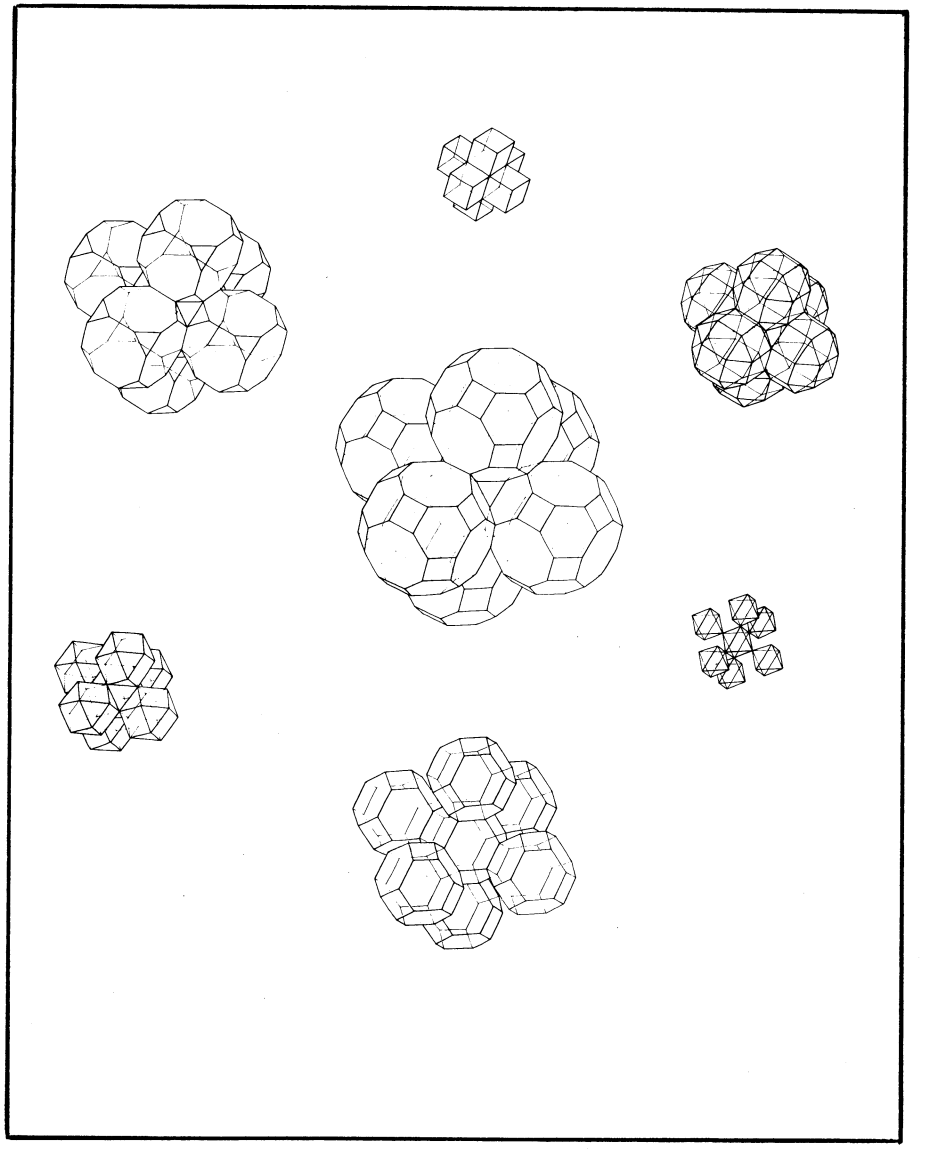
Continuous transformations, with their intermediates, for the symmetry 5 3 2 ● **Transformations continues,** avec leurs intermédiaires, pour la symétrie 5 3 2.



The symmetry group 6 3 2 and its derivative intra-transforming tessellations ● **Le groupe de symétrie 6 3 2** et ses misaïques dérivées.



Radial and circum grids can continually transform from one to another through systematic *dimpling*, or controlled inflation-deflation of the grids. Pulsations within the insphere, intersphere and circumsphere of a cube are shown ● **Grilles radials et circumferentiels** peuvent se transformer continuellement l'une à partir de l'autre par creusements systématiques ou inflation-déflation controlée des grilles. On montre des pulsations à l'intérieur de l'insphère, l'intersphère et la circumsphère d'un cube.



Incomplete packings and polyhedral clusters. Faces can be systematically removed from packings to generate partial packings, some of which are recognized as infinite polyhedra. These packings are generated by a «wandering polyhedron» construction ● **Assemblages incomplets et groupes polyédriques.** Des faces peuvent être systématiquemant enlevés à des assemblages pour créer des assemblages partiels, parmi lesquels certains sont considérés comme polyèdres infinis. Ces assemblages sont créés par une construction de «polyèdre errant».