

SINTESIS DE REDES DE INTERCAMBIADORES. ANALISIS COMPARATIVO DE DOS PROCEDIMIENTOS BASADOS EN LA PROGRAMACION LINEAL

A. RODRIGUEZ
J.A. SOUTO
y
J.J. CASARES

*Dpto. de Ingeniería Química,
Avda. de las Ciencias, s/n,
Universidad de Santiago de Compostela,
15706 Santiago de Compostela.*

RESUMEN

En el proceso de determinación de redes de intercambiadores de calor, las técnicas empleadas habitualmente exigen una primera etapa de determinación de la Máxima Energía Recuperable. Para ello, se han descrito diversas técnicas basadas en métodos termodinámicos como el procedimiento de la tabla del problema (Pinch), y métodos matemáticos que empleando el modelo de transporte en etapas, se resuelven utilizando el método Simplex para Redes o el método Out of Kilter (OKA), basados en técnicas de programación lineal.

El método de la tabla del problema presenta ventajas obvias desde el punto de vista expositivo; sin embargo, de cara a la generalización del mismo con inclusión de utilidades externas múltiples, resulta de difícil adaptación.

Los métodos matemáticos, por su parte, aunque de mayor complejidad en su planteamiento, permiten abordar la inclusión de utilidades múltiples con modificaciones mínimas. A fin de explorar las posibilidades de dos de las técnicas matemáticas más actuales y exponer los resultados de su aplicación, se presenta el actual trabajo.

SUMMARY

The procedures commonly used to synthesize heat exchanger networks include an initial stage to determine the maximum energy recovery. For this purpose, several techniques have been developed based on thermodynamic concepts, such as the problem table (Pinch), or mathematical methods that from the transshipment model use the Network Simplex method or the Out of Kilter Algorithm (OKA), both derivations from the core of the Linear Programming.

The method of the problem table has obvious advantages from a visual approach, but it becomes cumbersome when the basic problems are generalized to incorporate multiple external utilities. On the other hand, the mathematical methods, although based on a more complex theoretical basis, allow the presence of multiple external utilities with only slight changes in the computer code. The present work explores the possibilities of two most recent mathematical techniques and analyzes the results obtained when applied to a specific problem.

Recibido: Abril 1989

RESOLUCION DEL MODELO DE TRANSPORTE EN ETAPAS

Se expondrá a continuación el planteamiento del modelo de transporte en etapas para la determinación del coste mínimo de utilidades de redes de intercambiadores de calor, que se resolverá por el método Simplex para Redes y el método Out of Kilter. Se trata pues, de encontrar el modo más económico de transportar unas cantidades especificadas de calor, desde un origen hacia un destino especificados a través de una red de transporte.

Una red es un conjunto de nodos unidos por una serie de arcos. Cada arco se representa por un par ordenado (i, j) de nodos distintos y lleva asociado un triplete $(U_{i,j}, L_{i,j}, C_{i,j})$ que representa las transferencias máxima $(U_{i,j})$ y mínima $(L_{i,j})$ permitidas en cada arco y el coste de transferencia $(C_{i,j})$ por unidad de flujo. Se define como arco saturado, aquél en el que $f_{i,j} = U_{i,j}$; y como arco nulo aquél en el que $f_{i,j} = L_{i,j}$.

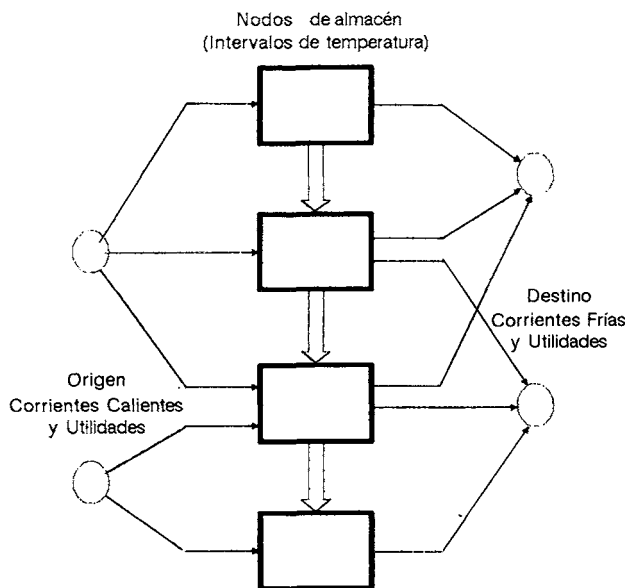


Figura 1. Analogía de una red de intercambio de calor con el modelo de transporte en etapas.

El modelo de transporte en etapas supone que el transporte de calor desde las corrientes/utilidades calientes hacia las frías no se produce de un modo directo, sino a través de nodos intermedios o nodos "de almacén", TI . Estos nodos representan a los distintos intervalos de temperatura en los que se produce la transferencia de calor, como se indica en la Figura 1. En la Figura 2 se muestra un esquema general del flujo de calor en un nodo TI . Se han ideado varios métodos para determinar estos intervalos de temperatura, pero las reglas de Cerda y col.¹ reducen al mínimo imprescindible el número de intervalos.

El planteamiento de este problema implica que se debe satisfacer la conservación de flujo en cada nodo, es decir:

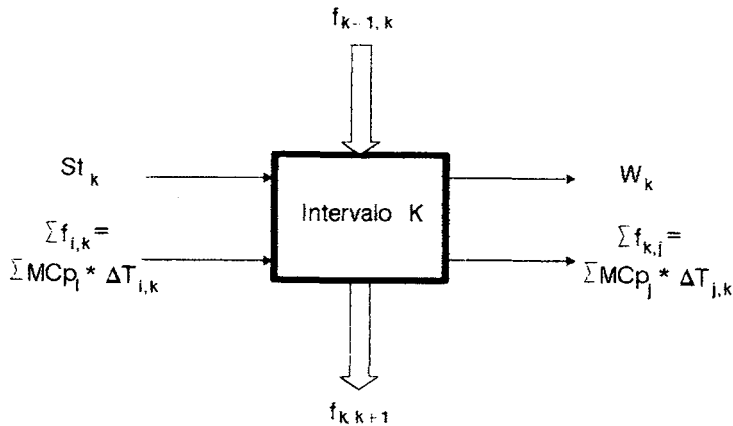


Figura 2. Flujo de calor en cada intervalo de temperatura.

$$\text{salida} - \text{entrada} = \text{demanda} - \text{producción}$$

Para ello es necesario crear dos nodos ficticios, denominados supersumidero (ST) y superfuente (SS).

El objetivo es determinar el flujo de calor a lo largo de los arcos que unen los nodos de utilidades calientes con los nodos TI y de los nodos TI hacia los nodos de utilidades frías; y el flujo de calor residual de cada nodo al siguiente más frío, de modo que el flujo de cada arco esté comprendido entre el máximo y el mínimo permitidos y conduzca a una red de coste mínimo. De este modo, el problema puede plantearse como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && C_{i,j} * f_{i,j} \\ &\text{sujeto a las restricciones:} \\ &(a) && L_{i,j} \leq f_{i,j} \leq U_{i,j} \quad i, j \in N \\ &(b) && \text{conservación de flujo en cada nodo} \end{aligned} \quad (1)$$

Se describen a continuación los pasos necesarios para el planteamiento general del problema:

- 1.- Determinar los intervalos de temperatura, asignarles los nodos correspondientes y enlazar cada intervalo de temperatura con el inmediatamente inferior, si existe.
- 2.- Asignar a cada corriente de proceso y utilidades un nodo en la red. Enlazar las corrientes y utilidades calientes con los intervalos de temperatura en que estén presentes; y los nodos TI con las corrientes y utilidades frías presentes en cada intervalo de temperatura.
- 3.- Crear un nodo supersumidero (ST) y un nodo superfuente (SS). Enlazar las corrientes y utilidades calientes; y ST con SS.
- 4.- Calcular el triplete correspondiente a cada arco:

a) Para los arcos que unen corrientes calientes con nodos TI, y nodos TI con corrientes frías, el flujo de calor es constante y se calcula a partir de las temperaturas

de entrada y salida de cada corriente en el intervalo, por tanto:

$$\begin{aligned} U_{i,j} &= L_{i,j} = MCp * \Delta T \\ C_{i,j} &= 0 \end{aligned}$$

b) Para los arcos que unen los nodos de utilidades calientes con nodos TI y nodos TI con utilidades frías, asignar los tripletes de forma que:

$$\begin{aligned} U_{i,j} &= \text{Disponibilidad máxima de utilidades} \\ L_{i,j} &= 0 \\ C_{i,j} &> 0 \end{aligned}$$

Para el cálculo de utilidades mínimas, estos arcos son los únicos a los que se asigna coste de transferencia no nulo. No hay ningún problema en asignar a estos arcos cualquier valor positivo del coste.

c) Para los arcos que unen dos nodos TI establecer los tripletes como:

$$\begin{aligned} U_{TI_n, TI_{n+1}} &= \infty \\ L_{TI_n, TI_{n+1}} &= 0 \\ C_{TI_n, TI_{n+1}} &= 0 \end{aligned}$$

donde ∞ indica que no hay límite superior para la transferencia de calor entre intervalos de temperatura.

d) Enlazar los nodos correspondientes a las corrientes y utilidades frías con el nodo ST ; el nodo ST con el nodo SS , el nodo SS con los nodos correspondientes a las corrientes y utilidades calientes, y asignarles tripletes de modo que:

$$\begin{aligned} L_{i,j} &= U_{i,j} = \Sigma U_{p,q} \text{ de todos los arcos que} \\ & \text{llegan al nodo de origen.} \\ C_{i,j} &= 0 \end{aligned}$$

METODO SIMPLEX PARA REDES

Uno de los métodos para resolver el problema de utilidades externas mínimas para una red de intercambio de calor consiste en plantearlo según el modelo de transporte en etapas y resolverlo utilizando el método Simplex para Redes. Para ello, será preciso construir una red a partir de los datos del problema y asignarle una solución inicial factible; es decir, que satisfaga la conservación de flujo en cada nodo y que se ajuste a las condiciones límites del problema.

Se han de seguir los pasos siguientes:

1) Definir: T como el conjunto de todos los arcos que no son saturados ni nulos, y π_i como los números de nodo, que se calculan según la expresión:

$$\pi_j = \pi_i + C_{i,j} \quad (i, j) \in T$$

Los números de nodo representan el coste energético en cada nodo y, puesto que se trata de una medida relativa, su cálculo puede comenzar en cualquier nodo de la red que esté enlazado al menos por un arco que pertenezca al conjunto T .

2) Calcular el flujo correspondiente a cada arco:

a) Para los arcos que unen corrientes y utilidades calientes con nodos TI :

$$f_{i,j} = U_{i,j}$$

b) Para los arcos que unen dos nodos TI establecer los flujos como:

$$f_{TI_n, TI_{n+1}} = \text{resultado de un balance de calor en el nodo } TI \text{ de temperatura más alta.}$$

c) Para el arco que une el nodo TI con el nodo de utilidades frías, asignar el flujo de forma que:

$$f_{TI_n, W} = \text{Balance de energía en el nodo } TI.$$

d) Para los arcos que unen los nodos de las corrientes y utilidades frías con el nodo ST , asignarles flujos de modo que:

$$f_{i, ST} = \text{Resultado de un balance de calor en el nodo de origen.}$$

e) Para el arco que une el nodo ST con el nodo SS asignarle flujo de modo que:

$$f_{ST, SS} = \text{Resultado de un balance de calor en el nodo } SS.$$

f) Para los arcos que unen el nodo SS con los nodos de corrientes y utilidades calientes, asignarles flujo de modo que:

$$f_{SS, i} = \text{Resultado de un balance de calor en el nodo de destino.}$$

La regla que se aplica en el método Simplex para Redes para minimizar el coste es localizar los arcos (i, j) que cumplan que:

$$\pi_i + C_{i,j} > \pi_j \quad f_{i,j} = U_{i,j} \quad (2)$$

y ajustarlos, modificando las transferencias en los arcos que pertenezcan al conjunto T , de modo que $f_{i,j}$ tenga el menor valor posible. Esta regla tiene por objeto disminuir hasta el mínimo permitido la transferencia de calor en los arcos de mayor coste. Para realizar el ajuste de transferencia en los arcos seleccionados según la regla anterior, es necesario encontrar un camino alternativo entre los arcos j e i , y ajustar el flujo de calor en estos arcos de modo que se mantenga la conservación de flujo en todos los nodos de la red.

METODO OUT OF KILTER

El método Out of Kilter es el algoritmo más general para el análisis de flujo en redes capacitadas²; es decir, en redes en las que los arcos a través de los cuales se puede intercambiar calor están predeterminados, y ningún otro arco puede ser establecido. Este algoritmo utiliza los conceptos asociados a teorema de dualidad y las condiciones límites complementarias de la programación lineal³, según los cuales, dado un problema de optimización (denominado problema primario) como el representado en (1) existe un problema equivalente, denominado problema dual, que puede plantearse como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && \sum U_{i,j} * \alpha_{i,j} - L_{i,j} * \delta_{i,j} \\ &\text{sujeto a las restricciones :} \\ &\pi_i - \pi_j + \alpha_{i,j} - \delta_{i,j} \geq C_{i,j} \\ &\alpha_{i,j} \geq 0 \\ &\delta_{i,j} \geq 0 \end{aligned}$$

En esta formulación del problema, las variables π están relacionadas con la conservación de flujo en cada nodo, las variables α están asociadas a las restricciones del flujo máximo en cada arco ($U_{i,j}$), y las variables δ están asociadas a las restricciones de flujo mínimo. Cada variable $f_{i,j}$ del problema primario lleva asociada una restricción en el problema dual.

Puede demostrarse^{3,4} que para cada solución del problema primario, existe una y sólo una solución equivalente del problema dual; y que ambas son óptimas de sus planteamientos respectivos si y sólo si, se satisface la conservación de flujo en cada nodo,

$$\begin{aligned} &\text{si } C_{i,j}^* < 0 \quad \text{entonces } f_{i,j} = U_{i,j} \\ &\text{si } C_{i,j}^* > 0 \quad \text{entonces } f_{i,j} = L_{i,j} \\ &\text{si } C_{i,j}^* = 0 \quad \text{entonces } L_{i,j} \leq f_{i,j} \leq U_{i,j} \end{aligned}$$

$$C_{i,j}^* = C_{i,j} + \pi_i - \pi_j \quad (3)$$

En una etapa cualquiera del cálculo, los arcos que cumplen estas condiciones se dice que están in kilter, mientras que si alguna de las condiciones anteriores no se cumple, el arco está out of kilter.

El método OKA intenta encontrar los valores de π_i y $f_{i,j}$ que satisfagan estas cuatro condiciones. El cálculo debe comenzarse asignando a las variables $f_{i,j}$ valores adecuados de forma que se cumpla la conservación de flujo en cada nodo; y valores arbitrarios a las variables π_i . Como se comprobará más adelante, no es necesario que la solución inicial sea factible.

A continuación, se procede a determinar el estado en que se encuentra cada arco. Atendiendo a las posibles combinaciones de los valores de $C_{i,j}^*$ y $f_{i,j}$, cada arco debe encontrarse en uno de los nueve estados mutuamente exclusivos que se muestran en la Tabla I.

estado	$C_{i,j}^*$	$f_{i,j}$	in kilter?
α	$C^* > 0$	$f = L$	Si
β	$C^* = 0$	$L \leq f \leq U$	Si
σ	$C^* < 0$	$f = U$	Si
α_1	$C^* > 0$	$f < L$	No
β_1	$C^* = 0$	$f < L$	No
σ_1	$C^* < 0$	$f < U$	No
α_2	$C^* > 0$	$f > L$	No
β_2	$C^* = 0$	$f > U$	No
σ_2	$C^* < 0$	$f > U$	No

Tabla I. Posibles estados de los arcos de la red.

Atendiendo a estos nueve estados, pueden realizarse cambios sistemáticos en los flujos de calor en cada arco hasta que las condiciones de optimización se cumplan en todos ellos. Cada vez que el flujo de un arco (i, j) se modifique, para acercarlo a la condición de óptimo, debe encontrarse un camino alternativo desde el nodo j al nodo i , y modificar la transferencia de calor en estos arcos para que la conservación de flujo en cada nodo se cumpla en todo momento. Para ello se utiliza el procedimiento de etiquetado que se indica a continuación:

1) Si se encuentra un arco (i, j) en el cual el flujo debe ser incrementado para colocarlo en un estado in kilter, este arco debe estar en uno de los estados α_1, β_1 ó σ_1 . Etiquetar el nodo j como $[q_j, i^+]$, que significa que j debe recibir una cantidad adicional q_j desde el nodo i . Si el arco se encuentra en estado α_1 , calcular q_j como el mínimo entre q_i y $L_{i,j} - f_{i,j}$. Si el estado del arco es β_1 ó σ_1 , calcular $q_j = \min(q_i, U_{i,j} - f_{i,j})$.

2) Si se encuentra un arco (i, j) en el cual el flujo debe ser disminuido para colocarlo en un estado in kilter, este arco debe estar en uno de los estados α_2, β_2 ó σ_2 . Etiquetar el nodo i como $[q_i, j^-]$. Si el arco se encuentra en estado α_2 ó β_2 , $q_i = \min(q_j, f_{i,j} - L_{i,j})$. Si el estado del arco es σ_2 , calcular $q_i = \min(q_j, f_{i,j} - U_{i,j})$.

3) Si se encuentra un arco (i, j) en estado in kilter (α, β ó σ) su flujo no debe ser alterado. El estado β es una excepción ya que, aunque se trata de un estado in kilter, su flujo puede modificarse siempre que no se viole ninguna de las condiciones límite.

Una vez etiquetado el nodo correspondiente, la búsqueda se desplaza hacia el nodo recién etiquetado, a partir del cual se busca y etiqueta un nuevo nodo. Es necesario tener en cuenta que el procedimiento de etiquetado puede involucrar tanto a arcos directos como a arcos inversos; es decir, dado un nodo etiquetado i y un nodo no etiquetado j es posible etiquetar el nodo j a partir de i utilizando un arco directo (i, j) o un arco inverso (j, i) si se encuentran en los estados apropiados, según se describe en las reglas expresadas anteriormente. Las tres reglas mencionadas se repiten hasta que se determina el camino alternativo completo.

En ocasiones se llega a una situación en la que ningún arco se encuentra en el estado

adecuado para etiquetar el nodo siguiente y cerrar el bucle. En este caso, puesto que el estado en que se encuentran los arcos depende también de los valores de π_i , ecuación (2), éstos deben ser modificados, para lo que se utilizan las reglas que se indican a continuación:

1) Definir A como el conjunto de todos los nodos etiquetados hasta el momento; y A^* como el conjunto de los nodos no etiquetados.

2) Definir B como el conjunto de todos los arcos con origen en un nodo de A , destino en un nodo de A^* , $C_{i,j}^* > 0$ y flujo menor o igual que el máximo; y definir B^* como el conjunto de los arcos con origen en un nodo de A^* , destino en un nodo de A , $C_{i,j}^* < 0$ y flujo mayor o igual que el mínimo.

3) Calcular ϵ_1 como el valor mínimo de $C_{i,j}^*$ de todos los arcos del conjunto B . Si el conjunto B no contiene ningún arco, $\epsilon_1 = \infty$.

4) Calcular ϵ_2 como el valor mínimo de $(-C_{i,j}^*)$ de todos los arcos del conjunto B^* . Si el conjunto B^* no contiene ningún arco, $\epsilon_2 = \infty$.

5) Calcular ϵ como el valor mínimo de ϵ_1 y ϵ_2 .

6) Si $\epsilon = \infty$, el problema no tiene solución óptima, de lo contrario, sumar el valor de ϵ a todos los π_i de los nodos del conjunto A^* .

El algoritmo descrito modifica los valores de π_i de manera que cada arco se aproxima sucesivamente a un estado in kilter. Debe prestarse especial atención al arco inicial de bucle, ya que si la modificación de π_i coloca a este arco en un estado in kilter, el procedimiento de etiquetado se detiene, las etiquetas de todos los nodos se borran, y se continúa con la búsqueda de un nuevo arco out of kilter. Si el arco inicial continúa out of kilter, se continúa con el procedimiento de ocasiones, es necesario modificar varias veces los valores de π_i antes de que sea posible completar el bucle o de colocar el arco inicial in kilter.

Si se ha encontrado el camino completo, los valores de $f_{i,j}$ de todos los arcos del bucle se modifican en el valor indicado por la última etiqueta asignada. A continuación se borran las etiquetas de todos los nodos, y se comienza de nuevo con la búsqueda de un nuevo arco out of kilter. Cuando todos los arcos de la red están in kilter, la solución actual es óptima.

EJEMPLO DE APLICACION Y RESULTADOS

Como aplicación de los dos métodos estudiados, se propone el ejemplo de intercambio de calor entre las corrientes cuyas características se muestran en la Tabla II. Las características de las utilidades externas disponibles se detallan en la Tabla III.

Los intervalos de temperatura que se obtienen aplicando las reglas de Cerda y col.¹ mencionadas anteriormente se muestran en la Tabla IV. La red de transporte y el triplete asociado a cada arco que se muestran en la Figura 3 son de aplicación tanto al método Simplex para Redes como al método OKA. Los arcos saturados (con flujo igual al máximo) se muestran en líneas discontinuas, y los arcos nulos (flujo igual al mínimo) se muestran en líneas de puntos.

CORRIENTES CALIENTES: 2			
N°	T Entrada	T Salida	MC _p
1	443.00	333.00	3.00
2	423.00	303.00	1.50

CORRIENTES FRIAS: 2			
N°	T Entrada	T Salida	MC _p
1	293.00	408.00	2.00
2	353.00	433.00	4.00

Tabla II. Características de las corrientes del problema ejemplo. Los datos se muestran en K y kW/K.

CORRIENTES DE UTILIDADES		
Tipo	Temperatura	Flujo Máximo
Caliente	433.00	50.00
Caliente	473.00	100.00
Fría		∞

Tabla III. Características de las corrientes de utilidades externas. Los datos se muestran en K y kW.

Para resolver el problema aplicando el método Simplex para Redes debe asignársele una solución inicial que satisfaga la conservación de flujo en cada nodo y, además, que sea una solución factible, es decir, los flujos de todos los arcos deben estar comprendidos entre el máximo y el mínimo permitidos. Si se aplican las reglas explicadas anteriormente se obtienen los valores mostrados en la Figura 4.

Puede comprobarse que, aplicando la regla del método Simplex para Redes, ecuación (3), el arco (St_1, TI_1) debe ajustarse. El bucle completo se muestra en

TRANSPORTE EN ETAPAS: Intervalos de Temperatura			
Número de intervalo	T mínima	T máxima	T
1	423.00	443.00	20.00
2	363.00	423.00	60.00
3	303.00	363.00	60.00

Tabla IV. Intervalos de temperatura del ejemplo (T en K).

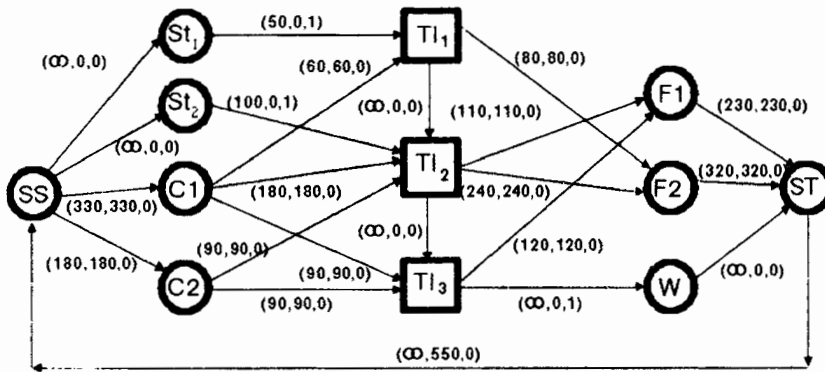


Figura 3. Red y tripletes del ejemplo.

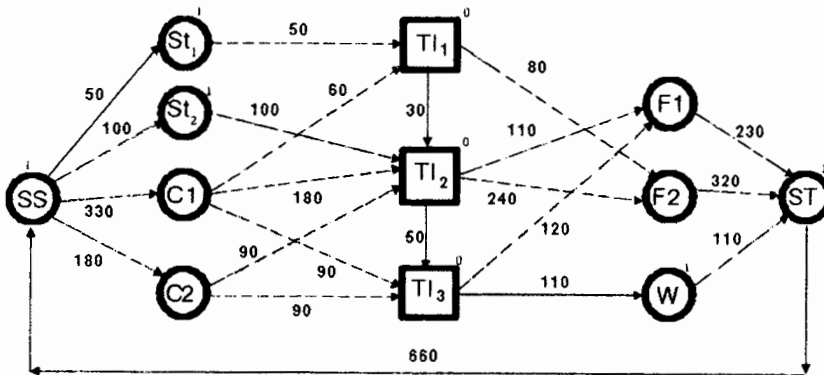


Figura 4. Solución inicial para el método Simplex para Redes.

la Figura 5 en trazo grueso, donde se aprecia que el flujo puede reducirse en 30 kW en todos los arcos del bucle sin afectar a la conservación de flujo en cada nodo. El resultado se muestra en la Figura 6.

El único arco que queda ahora por ajustar es el (St₂, Tl₂). Siguiendo el procedimiento explicado anteriormente se obtiene que la reducción de flujo es de 20 kW.

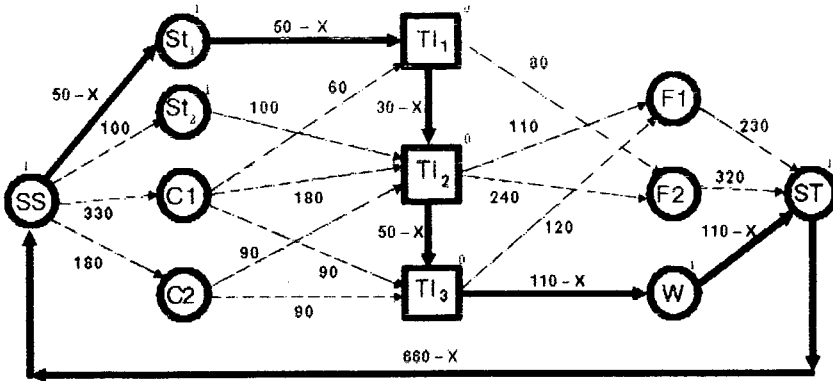


Figura 5. Bucle de la primera iteración del ejemplo, aplicando el método Simplex para Redes.

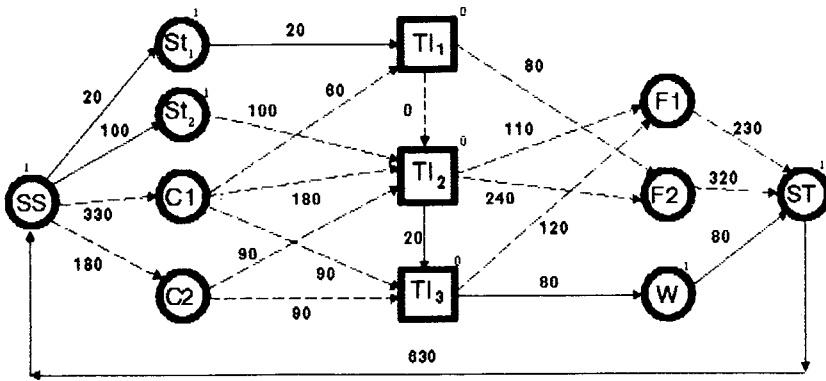


Figura 6. Solución tras la primera iteración, aplicando el método Simplex para Redes.

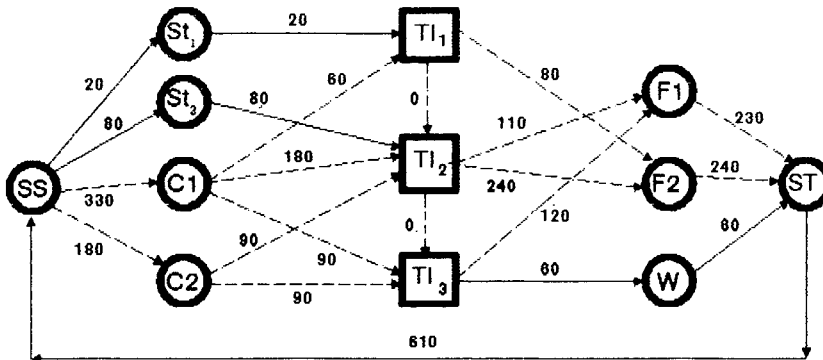


Figura 7. Solución de utilidades mínimas del ejemplo.

El resultado de este ajuste se muestra en la Figura 7 y, puesto que todos los arcos están ya ajustados, la solución indicada es óptima. Un resumen de los resultados se muestra en la Tabla V.

Si se aplica el método OKA, no es necesario partir de una solución inicial factible;

RESULTADOS: TEMPERATURA DEL PINCH Y UTILIDADES MINIMAS	
Temperatura del Pinch (Fría-Caliente)	353.0-363.0
Temperatura del Pinch (Fría-Caliente)	413.0-423.0
Utilidades Mínimas de Enfriamiento	60.00
Utilidades Mínimas de Calentamiento (473.0 K)	20.00
Utilidades Mínimas de Calentamiento (433.0 K)	80.00

Tabla V. Resumen de resultados del ejemplo.

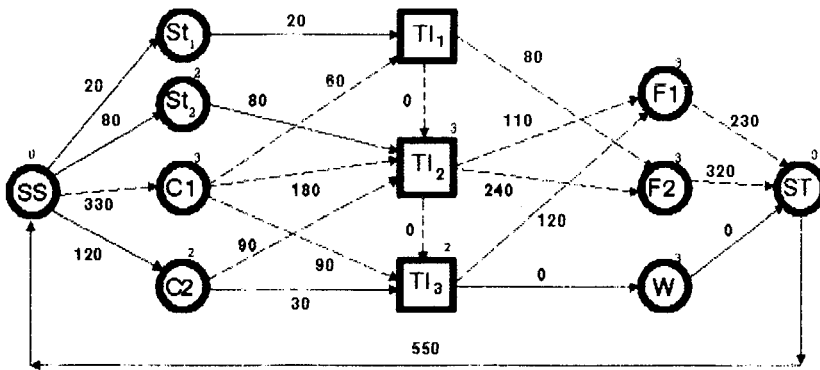


Figura 8. Solución tras la novena iteración del ejemplo aplicando el método OKA.

y sólo es necesario que cumpla la conservación de flujo en cada nodo. La solución inicial nula ($f_{i,j} = 0, \pi_i = 0$) cumple siempre estas condiciones.

A efectos de indicar el proceso iterativo de este método, se ha elegido la décima iteración como ejemplo representativo porque, además de realizar la búsqueda del bucle de ajuste de flujo como en las iteraciones precedentes, es necesario utilizar el algoritmo de modificación de los valores de π_i . Así, tras nueve iteraciones puede obtenerse la red que se muestra en la Figura 8. El arco (C_2, TI_3) está todavía out of kilter y, puesto que se encuentra en estado β_1 , el nodo TI_3 puede ser etiquetado como $[60, C_2^+]$. A continuación se etiqueta el nodo W como $[60, TI_3^+]$. En este punto ningún nodo puede ser etiquetado, por lo que se hace necesario un ajuste de los valores de π_i . Para ello, según las reglas explicadas anteriormente, se construyen los conjuntos siguientes:

$$\begin{aligned}
 A &= (TI_3, W) \\
 A^* &= (F1, F2, C1, C2, TI_1, TI_2, St_1, St_2, ST, SS) \\
 B &= \{(W, ST)\} & \epsilon_1 &= 3 \\
 B^* &= \{\phi\} & \epsilon_2 &= \infty
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} A \\ A^* \\ B \\ B^* \end{aligned}} \right\} \epsilon_3 = 3$$

A continuación, el valor de ϵ se suma a los π_i de todos los nodos del conjunto A^* . El resultado se muestra en la Figura 9. Puesto que el arco inicial está todavía out of kilter, se continúa con el procedimiento de etiquetado, con los nodos ST ($[60, W^+]$), SS ($[60, ST^+]$), y $C4$ ($[60, SS^+]$). Ahora que se ha completado el bucle, se procede a ajustar los arcos en la cantidad indicada por la última etiqueta asignada. El resultado se muestra en la Figura 10.

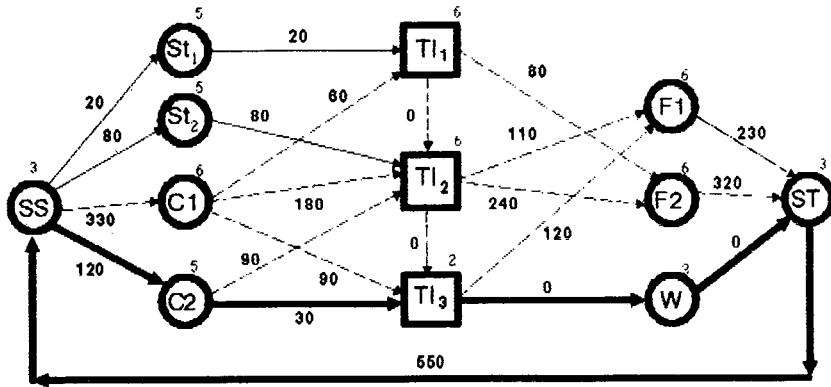


Figura 9. Bucle de la décima iteración del ejemplo, aplicando el método OKA.

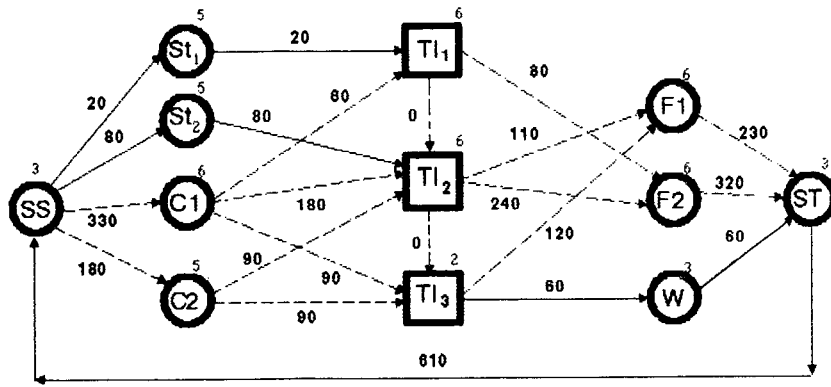


Figura 10. Resultado de la décima iteración del ejemplo, aplicando el método OKA.

Los arcos (SS, St_1) y (SS, St_2) están todavía out of kilter. Tras dos iteraciones más se obtiene la red que se muestra en la Figura 7, que corresponde también al resultado obtenido aplicando el método Simplex para Redes.

Para calcular el coste de las utilidades consumidas, basta con multiplicar la cantidad utilizada de cada corriente por su coste, y sumarlas. A efectos de simplificar la presentación de resultados, se asignó coste 1 a todas las utilidades, pero no hay ningún inconveniente en utilizar valores distintos del coste para cualquiera de las corrientes. Los resultados que se obtengan variarán en función de los valores utilizados puesto que, en definitiva, la función de estos métodos es minimizar el coste global de la red.

CONCLUSIONES

Sobre el ejemplo antes mencionado, se han analizado los dos procedimientos objeto de estudio para el cálculo de las necesidades mínimas de utilidades externas de redes de intercambiadores.

El método Simplex para Redes es de utilización sencilla cuando se aplica a problemas que no contienen utilidades múltiples; sin embargo, debido a que necesita una solución inicial factible, puede complicarse extraordinariamente cuando se introducen utilidades múltiples u otro tipo de restricciones como enlaces prohibidos o utilidades de temperatura variable (restricciones que, por otra parte, son muy habituales en la aplicación industrial de estos métodos).

El método OKA, en cambio, no necesita una solución inicial factible, ya que el algoritmo descrito transforma la solución inicial en factible, al tiempo que se va acercando progresivamente el óptimo. Esta ventaja del método OKA evita el cálculo necesario para asignar una solución inicial factible al problema, pero, en cambio, necesitará algunas iteraciones más para alcanzar la solución óptima. Las principales diferencias entre ambos métodos se resumen en la Tabla VI.

Características	Método OKA	Simplex para Redes
Precisa solución inicial factible?	NO	SI
Es válida la solución inicial nula?	SI	NO
Nº de iteraciones para el ejemplo	12	2

Tabla VI. Análisis comparativos de los métodos OKA y Simplex para Redes.

NOMENCLATURA

- $U_{i,j}$ = Transferencia máxima permitida a través del arco i, j .
 $L_{i,j}$ = Transferencia mínima permitida a través del arco i, j .
 $C_{i,j}$ = Coste de transferencia por unidad de flujo de calor a través del arco i, j .
 $f_{i,j}$ = Flujo de calor a través del arco i, j .
 T = Conjunto de todos los arcos de la red de transporte que no son saturados ni nulos.
 N = Conjunto de todos los nodos de la red de transporte.
 A = Conjunto de los nodos etiquetados de la red.
 A^* = Conjunto de los nodos no etiquetados de la red.
 B = Conjunto de los arcos con origen en un nodo de A y destino en un nodo de A^* .

- B^* = Conjunto de los arcos con origen en un nodo de A^* y destino en un nodo de A .
- π_i = Números de nodo.
- MCp = Capacidad calorífica de una corriente.
- SS = Nodo Superfuente.
- ST = Nodo Supersumidero.
- W = Nodo de utilidades frías.
- F_i = Nodo correspondiente a la corriente fría i .
- C_i = Nodo correspondiente a la corriente caliente i .
- St_i = Nodo de utilidades calientes i .
- TI_n = Nodo correspondiente al intervalo de temperatura n .
- q_i = Cantidad en que se debe aumentar o disminuir el flujo de calor de un arco durante el procedimiento de etiquetado.
- ϵ = Valor que se debe sumar a los π_i de todos los nodos no etiquetados durante el ajuste de π_i .

REFERENCIAS

1. J. Cerda, A.W. Westerberg, D. Mason y B. Linnhoff, "Minimum utility usage in heat exchanger network synthesis", *Chemical Engineering Science*, Vol. **38**, pp. 373-387, (1983).
2. M. Viswanathan y L.B. Evans, "Studies in the heat integration of chemical process plants", *AIChE Journal*, Vol. **33**, pp. 1781-1790, (1987).
3. V. Chvátal, "*Linear Programming*", W.H. Freeman and Company, (1983).
4. D.T. Phillips, A. García Díaz, "*Fundamentals of network analysis*", Prentice Hall, (1981).