

CONTORNOS DE FRECUENCIAS CRÍTICAS Y SENSIBILIDAD PARA DISEÑO DE SISTEMAS VENTILADOR - CIMENTACIÓN

JAVIER AVILÉS *
y
VENANCIO TRUEBA **

* *Instituto de Investigaciones Eléctricas*
Apartado 1-475, Cuernavaca 62001
México

** *Instituto Mexicano de Tecnología del Agua*
Cuernavaca 62550
México

RESUMEN

Se presenta un modelo de interacción entre ventilador, cimentación y suelo, el cual está formado con los elementos claves del sistema como son el rotor, las chumaceras, las silletas de acero, los pedestales de concreto, la cimentación y el suelo. El sistema se idealiza por medio de masas concentradas y resortes y amortiguadores discretos. Los resortes y amortiguadores que representan al suelo se consideran dependientes de la frecuencia de excitación, mediante el uso de funciones de impedancia apropiadas al tipo de cimentación. La solución del sistema se obtiene a través del dominio de la frecuencia, empleando la técnica de la respuesta compleja en la frecuencia.

Para fines de diseño se propone una forma novedosa de representar los efectos de interacción en la respuesta del sistema. Se plantean los conceptos de contornos de frecuencias críticas y contornos de sensibilidad, en operación y resonancia, con objeto de expresar la frecuencia crítica del sistema y la sensibilidad del sistema, respectivamente, en términos de las rigideces de dos de los componentes más importantes, a saber: las silletas que actúan como elementos de liga entre el ventilador y la cimentación, y el suelo que funciona como elemento de soporte de ambos componentes. Se muestra que a partir de estos contornos pueden obtenerse directamente mapas de velocidades críticas y mapas de sensibilidad para cualquier condición de rigidez tanto de las silletas como del suelo. Con base en estos mapas es posible estimar las rigideces de tales elementos requeridas para satisfacer las recomendaciones de diseño establecidas por la industria de los ventiladores a fin de garantizar que el sistema no incurra en la zona de la resonancia (criterio de frecuencia) y la cimentación sea relativamente insensible a las fuerzas desbalanceadas debidas a la operación normal del ventilador (criterio de sensibilidad).

Recibido: Junio 1995

SUMMARY

An interaction model among fan, foundation and soil is presented, which is formed with the key parameters of the system given by the rotor, bearings, steel pedestals, concrete piers, foundation and soil. The system is idealized by means of lumped masses and discrete springs and dashpots. The springs and dashpots representing the soil are considered dependent on the excitation frequency, by using impedance functions appropriated to the foundation type. The system solution is obtained through the frequency domain, by employing the complex frequency response method.

For design purposes it is proposed a novel way to represent the interaction effects on the system response. The concepts of critical frequency contours and sensitivity contours, at operation and resonance, are started in order to express the system frequency and the system sensitivity, respectively, in terms of the stiffness of two of the most important components, namely: the steel pedestals that act as link elements between the fan and the foundation, and the soil that performs as the support element of both components. It is shown that critical speed maps and sensitivity maps can be obtained directly from these contours, for any stiffness condition of both the steel pedestals and the soil. Based on these maps it is possible to assess the stiffnesses of such elements required to satisfy the design provisions established by the fan industry, so as to guarantee that the system does not enter into the resonance zone (frequency criterion) and the foundation is relatively insensitive to the unbalance forces due to the normal operation of the fan (sensitivity criterion).

INTRODUCCIÓN

En la industria eléctrica las cimentaciones masivas para ventiladores de gran potencia son elementos estructurales importantes que deben ser diseñados racionalmente para evitar asentamientos diferenciales inaceptables, vibraciones excesivas, que produzcan daños a la maquinaria o estructuras cercanas, y vibraciones intolerables por equipo vecino sensible.

Los ventiladores se desplantan sobre cimentaciones masivas cuya función es transmitir las cargas estáticas y dinámicas de la maquinaria al suelo, a la vez que deben mantener al sistema dentro de ciertos límites permisibles de vibración. Probablemente, la causa principal de fallas por vibración en ventiladores grandes se debe a la incursión del sistema en la zona de resonancia debido a efectos de interacción en el modo fundamental, así como a la contribución significativa de modos superiores de vibración. La primera situación es muy común cuando la frecuencia fundamental del ventilador en su condición de base rígida es mayor que la frecuencia de operación del equipo y los elementos de soporte de la maquinaria son demasiado flexibles. En este caso, la frecuencia crítica fundamental de sistema rotor-cimiento-suelo se corre hacia frecuencias bajas, pudiendo llegar a ser muy parecida a la frecuencia de operación. También se puede incursionar en la resonancia durante los arranques del sistema, siempre que su frecuencia fundamental sea menor que la de operación; sin embargo, esta situación se presenta en intervalos de tiempo muy cortos, y por lo tanto, no representa un peligro de falla.

En vista de que el fenómeno de interacción entre la maquinaria, la cimentación y el suelo puede llegar a modificar significativamente la frecuencia crítica fundamental del rotor supuesto con apoyos rígidos, es necesario para el análisis del sistema formular modelos de interacción que contemplen a la maquinaria, la cimentación y el suelo como un conjunto acoplado^{3,9,10}. Estos modelos resultan apropiados para identificar los elementos de soporte del ventilador que controlan la respuesta del sistema, así como las causas principales de falla asociadas con el grado de rigidez y la capacidad de amortiguamiento de la estructura de cimentación en general.

Descartados los problemas de tipo mecánico, el único camino seguro para proteger al sistema del daño potencial inducido por las vibraciones originadas en condiciones de operación normal es diseñar una cimentación que sea relativamente insensible a las fuerzas desbalanceadas del rotor generadas en dichas condiciones⁶. Un diseño se considerará satisfactorio cuando se reduzcan significativamente las magnitudes de vibración en las chumaceras y, en general, en todos los componentes del sistema; la reducción de los niveles de vibración en las chumaceras alargará consecuentemente los intervalos de paros requeridos para balancear el equipo e incrementará a la vez su vida útil⁸.

En este trabajo se presenta un modelo discreto para sistemas ventilador-cimentación formado por masas concentradas y resortes y amortiguadores puntuales, el cual contiene sólo los modos de vibración de interés práctico, esto es, aquéllos que son excitados directa y significativamente por el rotor. El modelo considera como grados de libertad los movimientos en puntos claves del sistema tales como los desplazamientos vertical y lateral del rotor, las chumaceras, los pedestales y la cimentación; para esta última se considera además la rotación por cabeceo, la cual está acoplada con la traslación lateral. El modelo se analiza en el dominio de la frecuencia; su solución se obtiene empleando la técnica de la respuesta compleja en la frecuencia¹, de suerte que es posible calcular simultáneamente las frecuencias naturales del sistema y las amplitudes de vibración de los grados de libertad considerados, así como las fuerzas dinámicas generadas.

Este modelo es una extensión del presentado por Chen y Malanoski³; considera la posibilidad de tener pedestales diferentes para el lado libre y el lado del motor, a la vez que incluye funciones de impedancia apropiadas para cimentaciones de forma rectangular enterradas una cierta profundidad de desplante. La importancia de tomar en cuenta adecuadamente las propiedades de inercia, rigidez y amortiguamiento del suelo, en función de la frecuencia de excitación, radica en que éste representa el elemento de soporte y disipación de energía más importante y, por lo tanto, puede llegar a controlar la respuesta del sistema⁴.

Este trabajo difiere de estudios previos en la forma novedosa que se propone para representar los efectos de interacción en la respuesta de sistemas ventilador-cimentación. Para fines de diseño se definen los conceptos de contornos de frecuencias críticas y sensibilidad. Los contornos de frecuencias críticas son una extensión de los llamados mapas de velocidades críticas, los cuales son ampliamente usados para expresar la frecuencia fundamental de vibración del rotor en función de la rigidez global equivalente de sus apoyos. Con estos contornos puede expresarse la frecuencia crítica del sistema por medio de curvas de isofrecuencia, en términos de las rigideces particulares de las

silletas y el suelo que son, probablemente, los elementos de flexibilidad más importantes del conjunto. Los contornos de sensibilidad son curvas de isosensibilidad que sirven para representar, en función de los mismos parámetros de rigidez, los niveles de vibración del sistema para las condiciones de operación y resonancia ante un peso desbalanceado de una onza actuando en el diámetro exterior del impulsor. Con base en estos contornos pueden obtenerse mapas de velocidades críticas y sensibilidad para cualquier condición de rigidez tanto de las silletas como del suelo, los cuales son de gran utilidad para el diseño de cimentaciones para ventiladores.

MODELO DE INTERACCIÓN

Características del modelo

Como los problemas importantes en ventiladores grandes se deben a la interacción entre el ventilador, la estructura de cimentación y el suelo, la cual modifica significativamente la frecuencia crítica fundamental del rotor con respecto a la que tendría en su condición de apoyos rígidos, el modelado del sistema ventilador-cimentación debe considerar al menos el rotor, las chumaceras, las silletas de acero, los pedestales de concreto, la cimentación y el suelo. Con estos elementos claves puede construirse un modelo discreto de masas concentradas unidas por medio de resortes y amortiguadores viscosos y resortes lineales en paralelo dependientes de la frecuencia de excitación, puntuales, como el que se muestra en la Figura 1. Este modelo tiene la ventaja de utilizar amortiguamiento elemental en lugar de amortiguamiento modal, ya que este último puede predecir con gran precisión las frecuencias resonantes del sistema pero no es lo suficientemente preciso en la predicción de sus amplitudes de vibración, al suponer que el amortiguamiento está distribuido uniformemente a lo largo del sistema.

El rotor se reemplaza por una masa y un resorte equivalentes para la vibración tanto lateral como vertical. La masa M_r y el resorte lineal K_r se relacionan con la frecuencia crítica fundamental f_c del rotor con apoyos rígidos mediante la relación $2\pi f_c := (K_r/M_r)^{1/2}$. La frecuencia f_c puede calcularse fácilmente con el uso de programas estándar de velocidades críticas. La masa M_r representa en rigor la masa modal que participa en el modo fundamental de flexión.

Las propiedades dinámicas de las chumaceras son el amortiguamiento y la rigidez, los cuales se encuentran acoplados para los modos de vibración vertical y lateral; sin embargo, el acoplamiento de las dos direcciones puede despreciarse por ser poco relevante. Para retener en el modelo tales propiedades, las chumaceras se reemplazan por amortiguadores viscosos y resortes lineales diferentes en las dos direcciones. Las rigideces y los amortiguamientos de las chumaceras, en función de la velocidad, carga y geometría, se obtienen a partir de la solución de la ecuación de lubricación usando programas de cómputo estándar. Los términos K_{cx}^c , C_{cx}^c y K_{cz}^c , C_{cz}^c son las rigideces y los amortiguamientos de la chumacera del lado cople (motor) en las direcciones x , z ; mientras que los términos K_{cx}^l , C_{cx}^l y K_{cz}^l , C_{cz}^l son las rigideces y los amortiguamientos de la chumacera del lado libre en las direcciones x , z .

Los pedestales incluyen las silletas de acero y los estribos de concreto; las

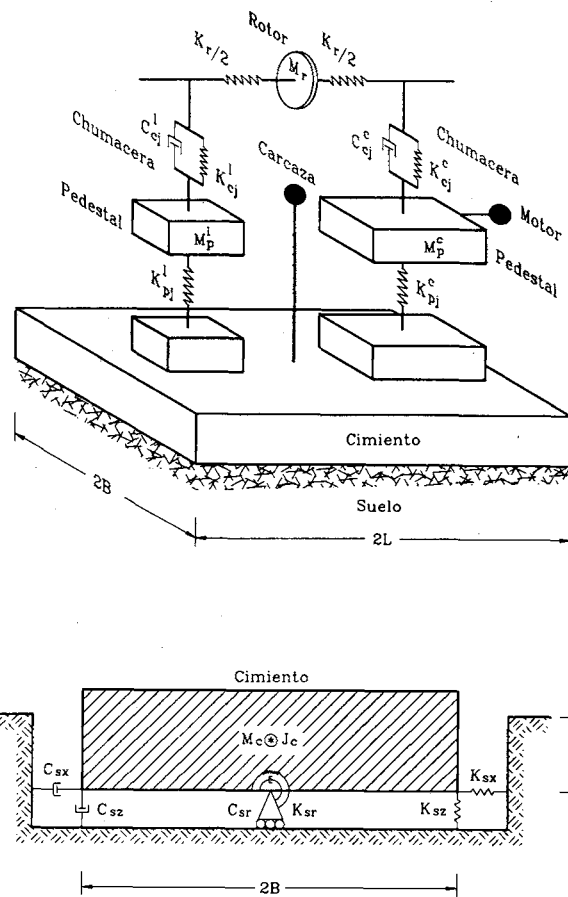


Figura 1. Idealización de sistemas ventilador-cimentación-suelo para fines de análisis dinámico

rigideces de las siletas son suministradas por el fabricante del ventilador, en tanto que las rigideces de los estribos se obtienen usando métodos de vigas que consideren deformaciones axiales, por flexión y cortante. Para su representación se tienen que emplear dos elementos equivalentes masa-resorte, uno para el modo vertical y otro para el lateral; generalmente, los resortes equivalentes son mucho más importantes que las masas equivalentes. Cuando la mayor flexibilidad provenga de la siletta y no del estribo, conviene modelar a estos dos elementos por separado. Las masas M_p^c y M_p^l representan en rigor las masas efectivas asociadas a los movimientos dominantes de los pedestales; el pedestal del lado cople tiene que incluir la masa del motor. Debido a la relativamente pequeña masa de las siletas, los resortes equivalentes para las direcciones vertical y lateral $K_{px}^{c,l}$ y $K_{pz}^{c,l}$ se pueden obtener mediante la combinación en serie de las rigideces de tales elementos, esto es

$$\frac{1}{K_{pj}^i} = \frac{1}{K_{sj}^i} + \frac{1}{K_{ej}^i} \quad (1)$$

en donde $K_{r2} = K_r/2$, $K_{xr} = K_{rx} = (K_{px}^c + K_{px}^l)E_r - K_{sx}E_c$, $K_{xx} = K_{px}^c + K_{px}^l + K_{sx}$, $K_{zz} = K_{pz}^c + K_{pz}^l + K_{sz}$ y $K_{rr} = K_{sr} + K_{sx}E_c^2 + (K_{px}^c + K_{px}^l)E_r^2$, siendo E_r la elevación del centro de rotación respecto al centro de masa de la cimentación.

$\mathbf{P}(\omega)$ y $\mathbf{W}(\omega)$ son los vectores de fuerzas y desplazamientos generalizados del sistema, respectivamente, los cuales tienen las siguientes formas:

$$\{\mathbf{P}(\omega)\}^T = \{Q_r \ iQ_r \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\} \quad (6)$$

$$\{\mathbf{W}(\omega)\}^T = \{X_r \ Z_r \ X_c^c \ Z_c^c \ X_c^l \ Z_c^l \ X_p^c \ Z_p^c \ X_p^l \ Z_p^l \ X_c \ Z_c \ R_c\} \quad (7)$$

donde X_r , Z_r , X_c^c , Z_c^c , X_c^l , Z_c^l , X_p^c , Z_p^c , X_p^l , Z_p^l , X_c , Z_c , R_c son los desplazamientos en las direcciones lateral (variable X) y vertical (variable Z) del rotor (subíndice r), la chumacera del lado cople (subíndice c , supraíndice c), la chumacera del lado libre (subíndice c , supraíndice l), el pedestal del lado cople (subíndice p , supraíndice c), el pedestal del lado libre (subíndice p , supraíndice l) y la cimentación (subíndice c); R_c es la rotación de esta última en la dirección lateral. La magnitud de la fuerza excitadora que se origina en el rotor es proporcional a la masa desbalanceada M_d , su excentricidad ε y el cuadrado de la velocidad de excitación ω , esto es

$$Q_r = M_d \varepsilon \omega^2 \quad (8)$$

Definida esta fuerza, la forma de la ecuación (6) obedece a lo siguiente: la fuerza armónica que se genera en la dirección lateral puede representarse como $Q_r e^{i\omega t}$; en vista de que dicha fuerza se encuentra desfasada noventa grados de la fuerza vertical, esta última resulta ser $Q_r e^{i(\omega t + \pi/2)} = iQ_r e^{i\omega t}$.

La ecuación (2) representa un sistema complejo de ecuaciones algebraicas, el cual se puede resolver con cualquier procedimiento estándar de eliminación gaussiana².

FUNCIONES DE IMPEDANCIA DEL SUELO

Las funciones de impedancia del suelo se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento (rotación) resultante en la dirección de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente. Cuando se considera el amortiguamiento material de suelo, la función de impedancia para cualquier modo de vibración ($m = x, z, r$) de la cimentación se acostumbra expresar mediante una función compleja dependiente de la frecuencia de excitación, de la forma⁵

$$\tilde{K}_m = K_m^o (k_m + i\eta c_m) (1 + i2\zeta) \quad (9)$$

donde ζ es el amortiguamiento (material) del suelo y K_m^o la rigidez estática; k_m y c_m son respectivamente los coeficientes de rigidez y amortiguamiento (geométrico) dependientes de la frecuencia normalizada $\eta = \omega B/\beta$, siendo B el semiancho de la cimentación y β la velocidad de ondas de cortante del suelo.

Si K_m representa el resorte y C_m el amortiguador equivalentes del suelo, la función de impedancia se define alternativamente mediante la expresión compleja⁵

$$\tilde{K}_m = K_m + i\omega C_m \quad (10)$$

Por tanto, el resorte y amortiguador se relacionan con la rigidez estática y los coeficientes de impedancia por medio de las siguientes expresiones

$$K_m = K_m^o(k_m - 2\zeta\eta c_m) \quad (11)$$

$$\omega C_m = K_m^o(\eta c_m + 2\zeta k_m) \quad (12)$$

El resorte K_m expresa tanto la rigidez como la inercia del suelo; la dependencia de la frecuencia se debe solamente a la influencia que ésta tiene en la inercia, ya que la rigidez del suelo es esencialmente independiente de la frecuencia. En tanto que el amortiguador C_m expresa los amortiguamientos material y geométrico del suelo; el primero es prácticamente independiente de la frecuencia y se debe a un comportamiento histerético, mientras que el segundo es dependiente de la frecuencia y se debe a un comportamiento viscoso producto de la irradiación de ondas.

Las rigideces estáticas para los modos de traslación vertical, traslación lateral y rotación axial de cimentaciones rectangulares enterradas en un semiespacio homogéneo, se pueden aproximar suficientemente mediante las siguientes expresiones⁷

$$K_z^o = \frac{3.1 GB}{1 - \nu} \left((L/B)^{0.75} + 0.52 \right) \left(1.0 + \left(0.25 + \frac{0.25}{L/B} \right) (D/B)^{0.8} \right) \quad (13)$$

$$K_x^o = \frac{6.8 GB}{2 - \nu} \left((L/B)^{0.65} + 0.12(L/B - 1) + 0.35 \right) \left(1.0 + \left(0.33 + \frac{1.34}{1 + L/B} \right) (D/B)^{0.8} \right) \quad (14)$$

$$K_r^o = \frac{3.2 GB^3}{1 - \nu} (L/B + 0.25) \left(1.0 + D/B + \frac{1.6}{0.35 + L/B} (D/B)^2 \right) \quad (15)$$

donde $G = \beta^2 \rho$ es el módulo de rigidez del suelo, ρ su densidad y ν su relación de Poisson; D es la profundidad de desplante (enterramiento) y L el semilargo de la cimentación. Las aproximaciones correspondientes para los coeficientes de rigidez y amortiguamiento son las siguientes⁷

$$k_z = 1.0 - \frac{d\eta^2}{b + \eta^2}$$

$$c_z = \frac{4 \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{L}{B} + \frac{D}{B} \left(1 + \frac{L}{B} \right) \right)}{K_z^o} \quad (16)$$

en donde $d = 0.4 + \frac{0.2}{L/B}$ y $b = \frac{10}{1 + 3(L/B - 1)}$;

$$k_x = 1.0$$

$$c_x = \frac{4 \left(\frac{L}{B} + \frac{D}{B} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \frac{L}{B} \right) \right)}{K_x^o} \quad (17)$$

$$k_r = 1.0 - \frac{d\eta^2}{b + \eta^2}$$

$$c_r = \frac{\frac{4}{3} \left(\frac{D}{B} + \left(\frac{D}{B} \right)^3 + \frac{L}{B} \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{D}{B} + \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{D}{B} \right)^3 \right) \right)}{K_r^o} \frac{\eta^2}{f + \eta^2} + e \frac{f}{f + \eta^2} \quad (18)$$

en donde $d = 0.55 + 0.1(L/B - 1)^{1/2}$, $b = 2.4 - 0.4/(L/B)^3$, $f = 2.2 - 0.4/(L/B)^3$ y $eK_r^o = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha L}{\beta B} + 1 \right) \left(\frac{D}{B} \right)^3$. Además, $\alpha/\beta = (2(1 - \nu)/(1 - 2\nu))^{1/2}$ es la relación de velocidades de ondas de compresión y cortante del suelo.

CONTORNOS DE FRECUENCIAS CRÍTICAS

En dinámica de rotores es bien conocido el concepto de mapas de velocidades críticas, los cuales son utilizados para expresar la frecuencia natural fundamental del rotor en función de la rigidez global equivalente de sus apoyos. Así se construyen curvas de frecuencia crítica del rotor contra rigidez de sus soportes, que permiten establecer el valor de la rigidez de la cimentación necesario para lograr el valor de diseño que se haya estipulado para la frecuencia crítica del sistema. Sin embargo, en dinámica de cimentaciones este concepto tiene el inconveniente de que la rigidez de la cimentación incluye simultáneamente los efectos de las silletas, los pedestales, el bloque de cimentación y el suelo. Para superar esta limitación se propone el concepto de contornos de frecuencias críticas, mediante los cuales se puede representar la frecuencia crítica del sistema en términos de las rigideces específicas de dos de sus componentes más importantes: las silletas que actúan como la liga entre el ventilador y la cimentación y el suelo que funciona como el soporte de ambos elementos. Esta representación se hace por medio de curvas de isofrecuencia; tiene la propiedad de que realizando cortes en secciones correspondientes a la flexibilidad del suelo o las silletas se obtienen mapas de frecuencias críticas en función de la rigidez del elemento considerado variable, aplicables al valor de rigidez del elemento considerado fijo.

El ensamblaje de las silletas así como sus rigideces nominales deben ser proporcionados por el fabricante del ventilador; sin embargo, los valores especificados usualmente difieren de los observados en la realidad. Como guía de referencia se tiene que los valores típicos de la rigidez lateral son del orden de 50000-200000 t/m, mientras que la rigidez vertical es del orden de 4-5 veces la rigidez lateral. Por su parte, los terrenos de cimentación que pueden encontrarse en la práctica tienen valores de velocidad de ondas de cortante comprendidos en el rango 200-1000 m/s. Dentro de estos intervalos de rigidez es conveniente realizar el cálculo de contornos de frecuencias críticas.

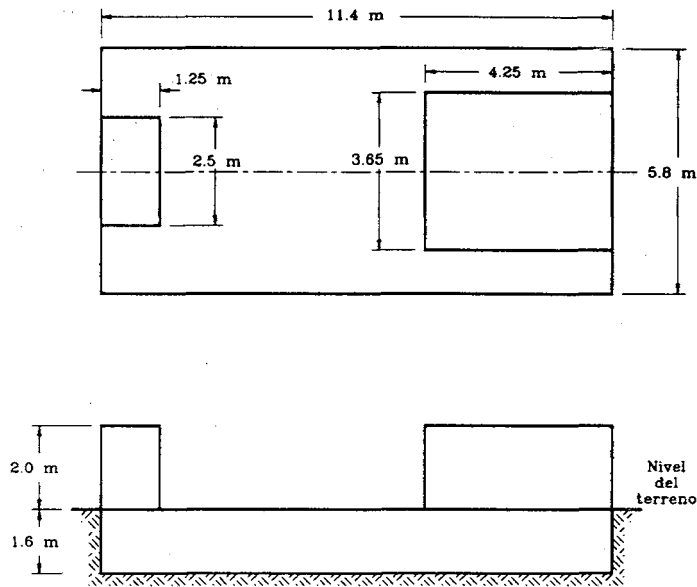


Figura 2. Dimensiones de una cimentación típica para ventiladores de tiro inducido

Con objeto de ilustrar numéricamente el concepto de contornos de frecuencias críticas, así como el concepto de contornos de sensibilidad descrito en la siguiente sección, se analizó un sistema ventilador-cimentación cuya estructura de cimentación se muestra en la Figura 2; los datos del ventilador de tiro inducido y el terreno de cimentación considerados son los siguientes:

Ventilador

- Peso del rotor 22 t
- Peso de la carcasa 20 t
- Momento de inercia de la carcasa respecto al eje de rotación 105 t·m²
- Peso del motor 15 t
- Altura del centro de rotación respecto a la subrasante 4.5 m
- Frecuencia crítica del ventilador 20 Hz
- Diámetro del impulsor 2.9 m
- Frecuencia de operación del equipo 900 rpm

Chumaceras

$$\begin{aligned}
 K_{cx}^{c,l} &= 81800 \text{ t/m} & C_{cx}^{c,l} &= 1025 \text{ t·s/m} \\
 K_{cz}^{c,l} &= 204500 \text{ t/m} & C_{cz}^{c,l} &= 2560 \text{ t·s/m}
 \end{aligned}$$

Silletas

$$\begin{aligned}
 K_{sx}^{c,l} &= 65000 \text{ t/m} \\
 K_{sz}^{c,l} &= 325000 \text{ t/m}
 \end{aligned}$$

Suelo

Velocidad de ondas de cortante $\beta = 680$ m/s

Relación de Poisson $\nu = 0.33$

Densidad $\rho = 0.185$ t·s²/m⁴

Amortiguamiento $\zeta = 0.03$

Profundidad de desplante $D = 1.6$ m

En la Figura 3 se muestran los contornos de frecuencias críticas del sistema en términos de la velocidad de cortante del suelo (ordenadas) y la rigidez lateral de las silletas (abcisas); la relación entre rigideces vertical y lateral de las silletas se tomó igual a 5. De este escenario de interacción puede observarse que la frecuencia crítica del sistema se incrementa conforme aumenta la rigidez tanto del suelo como de las silletas. También se puede observar que para terrenos relativamente duros, $\beta > 500$ m/s, la frecuencia crítica del sistema está controlada por la rigidez de las silletas; en cambio, la influencia de éstas tiende a ser despreciable para terrenos relativamente blandos, $\beta < 500$ m/s, sobre todo en el intervalo de rigideces grandes. Para el caso específico de $\beta = 680$ m/s y $K_{sz}^{c,l} = 65000$ t/m se encuentra que la frecuencia crítica del sistema es $f_s = 13.88$ Hz, con lo que se tiene una cimentación de baja sintonía ya que dicha frecuencia es menor que la frecuencia de operación del equipo ($f_0 = 15$ Hz). Este valor debe ser cotejado con el límite permisible de diseño especificado para ventiladores a fin de validar las características de la estructura de cimentación seleccionada; el criterio de frecuencia usualmente aceptado para ventiladores de tiro inducido establece que $1.15 < f_s/f_0 < 0.85$.

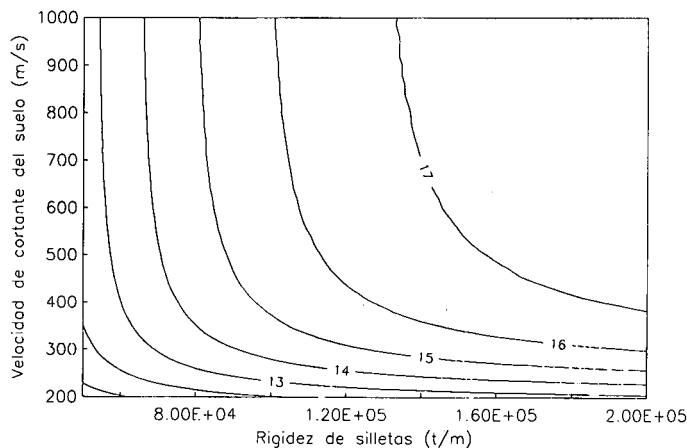


Figura 3. Contornos de frecuencias críticas del sistema (Hz), en función de la rigidez lateral de las silletas y la velocidad de cortante del suelo

Las Figuras 4 y 5 muestran los mapas de frecuencias críticas del sistema que se obtienen haciendo cortes en la Figura 3, para las siguientes condiciones de rigidez:

a) el suelo de interés ($\beta = 680$ m/s) considerando variables las silletas y b) las silletas de interés ($K_{sx}^{c,l} = 65000$ t/m) considerando variable el suelo, respectivamente. Con base en estos mapas es posible evaluar la influencia de la rigidez del suelo o las silletas en la velocidad crítica del sistema, la cual se traduce en reducciones respecto a la velocidad crítica del ventilador debido a los efectos de interacción ocasionados por la flexibilidad de los elementos de soporte. De acuerdo con la Figura 5, cuando ($K_{sx}^{c,l} = 65000$ t/m) la influencia de la flexibilidad del suelo es importante sólo en el caso de terrenos blandos ($\beta < 500$ m/s); mientras que según la Figura 4, cuando $\beta = 680$ m/s la influencia de la rigidez de las silletas es preponderante en todo el intervalo de rigidez considerado.

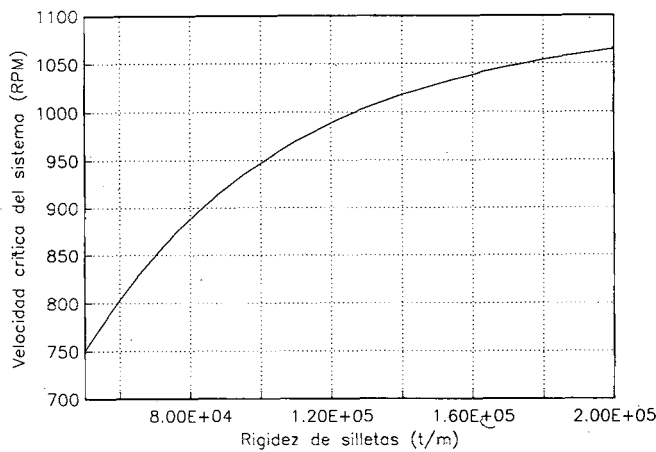


Figura 4. Mapa de velocidades críticas del sistema (rpm) para $\beta = 680$ m/s, en función de la rigidez lateral de las silletas

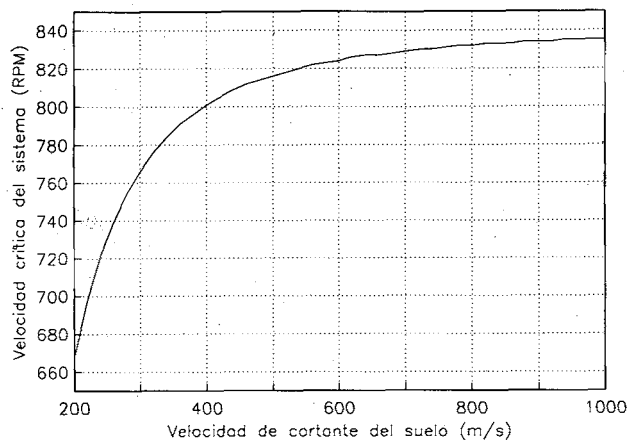


Figura 5. Mapa de velocidades críticas del sistema (rpm) para $K_{sx}^{c,l} = 65000$ t/m, en función de la velocidad de cortante del suelo

CONTORNOS DE SENSIBILIDAD

Los contornos de sensibilidad son curvas de isosensibilidad que sirven para representar, en función de los mismos parámetros de rigidez con que se expresan los contornos de frecuencias críticas, las amplitudes de vibración del sistema para las condiciones de operación y resonancia. Para propósitos de diseño sólo interesa conocer la respuesta al desbalance en la parte más débil del conjunto; tal zona se encuentra localizada al nivel de las chumaceras en la dirección lateral. La respuesta del sistema se acostumbra expresar en términos de sensibilidad, la cual se define como el desplazamiento en mils pico a pico (doble amplitud del movimiento) producido por un peso desbalanceado de una onza aplicado en el diámetro exterior del impulsor. Todas las sensibilidades reportadas en este trabajo se midieron en la chumacera del lado libre que se encuentra apoyada sobre el pedestal menos rígido, lo que no implica que en la chumacera del lado cople se tengan respuestas menores por estar apoyada sobre el pedestal más rígido.

En la Figura 6 se muestran los contornos de sensibilidad para la condición de resonancia. Se aprecia que la sensibilidad del sistema está controlada por la rigidez

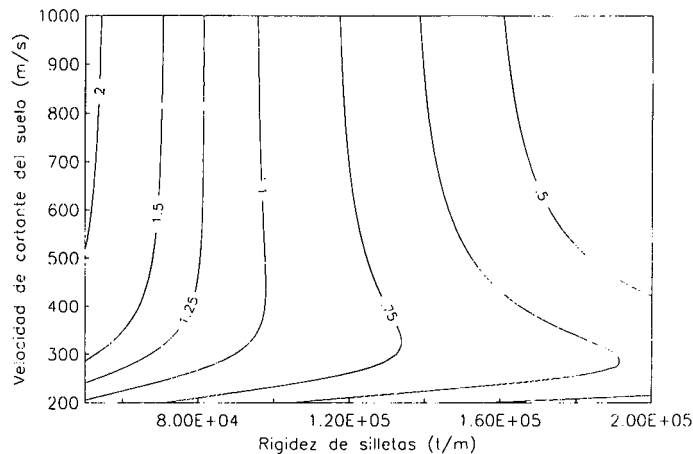


Figura 6. Contornos de sensibilidad del sistema (mils/oz) en resonancia, en función de la rigidez lateral de las silleas y la velocidad de cortante del suelo

de las silleas, sobre todo para suelos relativamente duros ($\beta > 500$ m/s). La forma de los contornos de sensibilidad para la condición de operación es diferente a la correspondiente a la condición de resonancia, como se indica en la Figura 7; a pesar de ello, la rigidez de las silleas representa el parámetro dominante para terrenos relativamente duros. En operación, la zona delimitada por el límite permisible de diseño especificado para ventiladores confina la región de rigidez del suelo y las silleas admisible para conseguir un comportamiento satisfactorio del sistema; el criterio de sensibilidad usualmente aceptado para ventiladores de tiro inducido establece que $S_0 < 0.125$ mils/oz. Para el caso específico de $\beta = 680$ m/s y ($K_{sz}^{c,l} = 65000$ t/m) se

encuentra que las sensibilidades del sistema en operación y resonancia son $S_0 = 0.325$ mils/oz y $S_r = 1.645$ mils/oz, respectivamente.

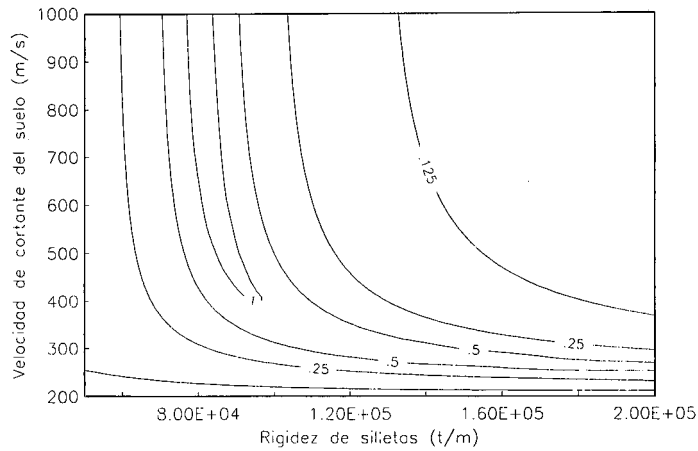


Figura 7. Contornos de sensibilidad del sistema (mils/oz) en operación, en función de la rigidez lateral de las siletas y la velocidad de cortante del suelo

Estos contornos proporcionan un panorama general de la respuesta del sistema, a partir del cual se pueden obtener mapas de sensibilidad como los que se exhiben en las Figuras 8-9 y 10-11 para las condiciones de resonancia y operación, respectivamente.

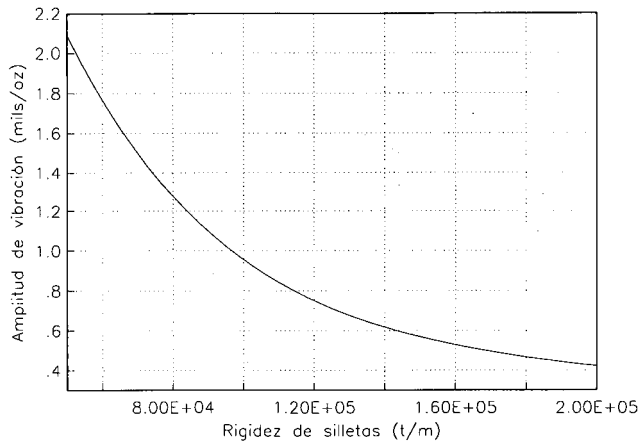


Figura 8. Mapa de sensibilidad del sistema (mils/oz) en resonancia para $\beta = 680$ m/s, en función de la rigidez lateral de las siletas

Tales mapas se extraen haciendo cortes en las Figuras 6 y 7 en la ordenada definida por $\beta = 680$ m/s (Figuras 8 y 10) y la abcisa definida por $(K_{sx}^{c,l} = 65000$ t/m) (Figuras 9 y 11). Con base en estos mapas es posible evaluar la influencia de la rigidez del suelo o las silletas en la sensibilidad del sistema, tanto en resonancia como en operación, lo que permite elegir las características de las silletas y validar el tipo de suelo a fin de cumplir con los límites permisibles de vibración establecidos para maquinaria rotatoria.

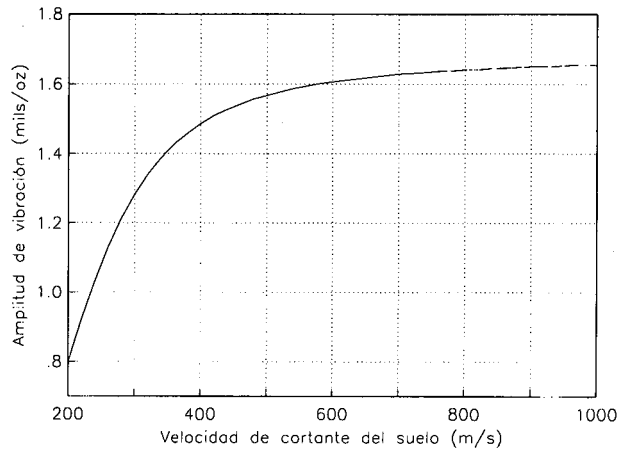


Figura 9. Mapa de sensibilidad del sistema (mils/oz) en resonancia para $K_{sx}^{c,l} = 65000$ t/m, en función de la velocidad de cortante del suelo

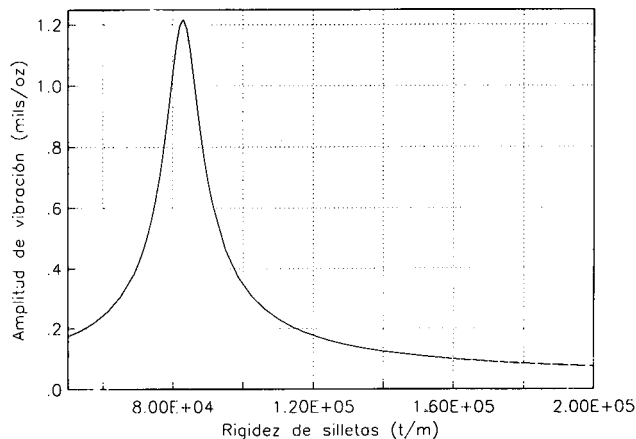


Figura 10. Mapa de sensibilidad del sistema (mils/oz) en operación para $\beta = 680$ m/s, en función de la rigidez lateral de las silletas

Resalta el hecho de que el mapa de sensibilidad en operación para suelos con velocidad de cortante $\beta = 680$ m/s (Figura 10) tiene una zona de amplificaciones importantes alrededor de la rigidez $K_{sz}^{c,l} \approx 85000$ t/m, la cual se encuentra dentro del intervalo típico de rigideces laterales de silletas.

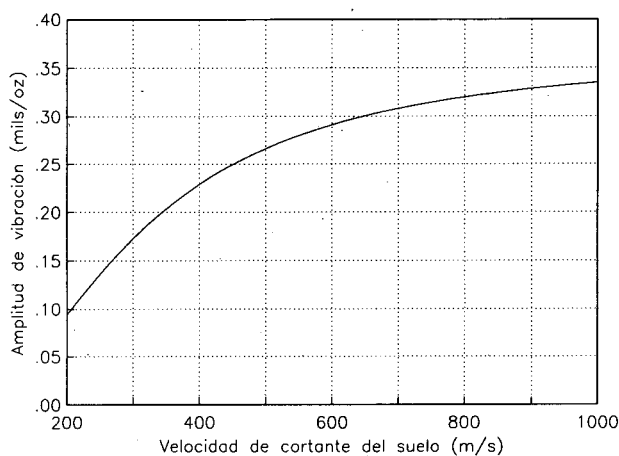


Figura 11. Mapa de sensibilidad del sistema (mils/oz) en operación para $K_{sz}^{c,l} = 65000$ t/m, en función de la velocidad de cortante del suelo

CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo de interacción entre maquinaria, cimentación y suelo aplicable al problema de vibraciones de cimentaciones para ventiladores. El modelo está formado con los elementos claves del sistema como son el rotor, las chumaceras, las silletas, los pedestales, la cimentación y el suelo. Es apropiado para realizar análisis de frecuencias críticas y sensibilidad del sistema, con objeto de evaluar fundamentalmente el comportamiento del tipo de cimentación seleccionada; también es adecuado para identificar los parámetros característicos que controlan la respuesta del sistema, así como para cuantificar la influencia de dichos parámetros.

Asimismo, se definieron los conceptos de contornos de frecuencias críticas y contornos de sensibilidad, mediante los cuales se pueden representar los efectos de interacción en la respuesta del sistema, en función de dos de los parámetros de rigidez dominantes; las silletas y el suelo. Con base en dichos contornos es posible obtener mapas de frecuencias críticas y sensibilidad para cualquier condición de rigidez de tales componentes, de suerte que se pueden seleccionar las características de las silletas y comprobar el tipo de suelo a fin de satisfacer las recomendaciones de diseño estipuladas para cimentaciones de ventiladores, en términos de la frecuencia crítica y sensibilidad del sistema.

Finalmente, aplicando este modelo se ilustraron numéricamente los conceptos de contornos de frecuencias críticas y sensibilidad. Se mostró que la rigidez de las silletas llega a controlar la respuesta del sistema para ciertos tipos de suelo; dependiendo del valor de dicha rigidez, la cimentación puede resultar de alta o baja sintonía y la sensibilidad del sistema puede ser mayor o menor que el límite permisible de vibración establecido por los fabricantes de ventiladores.

REFERENCIAS

1. R.W. Clough y J. Penzien, "*Dynamics of Structures*", McGraw-Hill, Inc., New York, (1975).
2. S.H. Crandall, "*Engineering Analysis. A Survey of Numerical Procedures*", McGraw-Hill, Inc., New York, (1956).
3. H.M. Chen y S.B. Malanoski, "Fan-Foundation Interaction. A Simplified Calculation Procedure", *Journal of Engineering for Power*, ASME, Vol. **103**, pp. 805-810, (1981).
4. R. Gasch, J. Maurer y W. Sarfeld, "The Influence of the Elastic Half-Space on Stability and Unbalance Response of a Simple Rotor-Bearing-Foundation System", *IMechE*, C300/84, pp. 1-12, (1984).
5. G. Gazetas, "Analysis of Machine Foundation Vibrations: State-of-the-Art", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. **2**, No. 1, pp. 2-42, (1983).
6. F.G. Milo y J.P. King, "Minimize Fan-Foundation Vibration", *Power*, pp. 104-106, Mayo, (1979).
7. A. Pais y E. Kausel, "Approximate Formulas for Dynamic Stiffnesses of Rigid Foundations", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. **7**, No. 4, pp. 213-227, (1988).
8. R.J. Sayer, "Vibration Analysis of a Large Industrial Fan", *Sound and Vibration*, pp. 22-28, Setiembre, (1986).
9. C.U. Stephan, "Application of Modal Analysis to the Design of a Fan-Foundation System", *Sound and Vibration*, pp. 14-19, Diciembre, (1984).
10. D.B. Walters y J.B. Kirby, "Design of Fan-Foundations", *Journal of the Energy Division*, ASCE, Vol. **108**, No. EY1, pp. 23-36, (1982).