



# **Me4s: Matemàtiques per a l'Enginyeria en l'Espai Europeu d'Educació Superior**

**Responsable: G. Pujol**

**Profesores: P. Buenestado, J. Gibergans-Báguena**

**Becario: J. Guerrero**

*Departament de Matemàtica Aplicada III, EUETIB*

Universitat Politècnica de Catalunya

**Projecte Innovació Docent ICE - 2007**



## Objetivo principal

Creación de un **material** totalmente adaptado a las nuevas características de la enseñanza en el marco del Espacio Europeo de Educación Superior.

## Objetivos parciales

- Mejora global de la **docencia** en la Universitat Politècnica de Catalunya en el área de las matemáticas.
- Mejora del **rendimiento** académico del estudiante.
- Diversificación del método de **evaluación**.
- Versatibilidad de uso: **auto-aprendizaje, aprendizaje basado en problemas o trabajo en grupo**.
- Adaptación al marco idiomático europeo. Se editará en **castellano, catalán e inglés**.
- **Coordinación** del personal docente.



## Plan de trabajo

- Septiembre 2007: inicio del proyecto, contratación de becario.
- Octubre 2007: elaboración de 15 sesiones de laboratorio, creando la parte de teoría, los tutoriales y ejercicios propuestos con solución.
- Enero 2008 : Revisión de las primeras 6 sesiones y **creación de una página web** asociada al proyecto.
- Febrero 2008 **Prueba piloto** de las primeras 6 sesiones, publicándolas virtualmente.
- Septiembre 2008 : **Publicación** del libro en castellano.
- Octubre 2008: Traducción al catalán y al inglés.
- Noviembre 2008: Fin del proyecto.

## Índice

- Introducción a Maple
- Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones
- Límites, continuidad y derivación
- Estudio de curvas en el plano
- Cálculo de primitivas
- Integrales definidas y aplicaciones
- Ecuaciones diferenciales ordinarias
- Transformada de Laplace
- Análisis de Fourier
- Funciones de varias variables:  
límites y continuidad
- Extremos relativos y condicionados
- Integración múltiple y aplicaciones
- Campos vectoriales, integrales de línea y de superficie
- Teoremas de Green, Stokes y Gauss
- Glosario Maple

## Presentación

# labmat $\alpha$ $\Sigma$ $\Delta$ $f(x)$

## Laboratorio de Matemáticas

Laboratorio de Matemáticas nace con el propósito de ofrecer una herramienta útil para trabajar los conocimientos básicos necesarios de matemáticas de cualquier titulación de ingeniería. En ella encontrarás ejercicios que te permitirán ejercitarte con las matemáticas, mediante el programa Maple y los problemas de autoevaluación.

El equipo está formado por Pablo Buenestado, José Gibergans, Lluís Moragas y Gisela Pujol, profesores del departamento de Matemática Aplicada III, UPC, que imparten su docencia en EUETIB.



## Índice

- ▣ [Introducción a Maple](#)
- ▣ [Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones](#)
  - > Sesión 1
  - > Sesión 2
  - > Sesión 3
  - > Autoevaluación
- ▣ [Límites, continuidad y derivación](#)
- ▣ [Estudio de curvas en el plano](#)
- ▣ [Cálculo de primitivas](#)
- ▣ [Integrales definidas y aplicaciones](#)
- ▣ [Ecuaciones diferenciales ordinarias](#)
- ▣ [Transformada de Laplace](#)
- ▣ [Análisis de Fourier](#)
- ▣ [Funciones de varias variables: límites y continuidad](#)
- ▣ [Extremos relativos y condicionados](#)
- ▣ [Integración múltiple y aplicaciones](#)
- ▣ [Campos vectoriales, integrales de línea y de superficie](#)

## Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones > Fundamentos teóricos

Descargar... 

### • INTRODUCCIÓN

En este capítulo estudiamos las matrices, los determinantes y los sistemas de ecuaciones. La teoría de ecuaciones lineales juega un papel importante dentro del álgebra lineal (estudio de la independencia de vectores, caracterización del subespacio generado por un conjunto de vectores, etc.). Los conocimientos adquiridos en este capítulo son una herramienta básica a la hora de avanzar en el estudio de temas más abstractos dentro del área del álgebra lineal. Los sistemas de ecuaciones lineales necesitan de toda la maquinaria operacional proporcionada por las matrices y el cálculo de determinantes. En consecuencia, estas dos unidades tienen suficiente entidad propia como para que se merezcan que realicemos un estudio más exhaustivo, no limitándonos a aprender unas reglas de cálculo relacionadas con la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales.

### 1. Conocimientos previos

En referencia al cálculo matricial y a los determinantes, conviene que el estudiante opere con agilidad en el campo real. Además, para algunos ejercicios necesitará otros conocimientos de álgebra elemental, como puede ser la búsqueda de las raíces de un polinomio.

Los sistemas de ecuaciones lineales que se tratan en este capítulo son la generalización de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, que el estudiante conoce. La resolución de éstos por los métodos de sustitución, igualación y reducción se considerará, así pues, asimilada.

### 2. Objetivos

- Al finalizar este capítulo el estudiante será capaz de:
- a) Realizar las operaciones básicas entre matrices.

Índice

- ☐ [Introducción a Maple](#)
- ☐ [Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones](#)
  - > Sesión 1
  - > Sesión 2
  - > Sesión 3
  - > Autoevaluación
- ☐ [Límites, continuidad y derivación](#)
- ☐ [Estudio de curvas en el plano](#)
- ☐ [Cálculo de primitivas](#)
- ☐ [Integrales definidas y aplicaciones](#)
- ☐ [Ecuaciones diferenciales ordinarias](#)
- ☐ [Transformada de Laplace](#)
- ☐ [Análisis de Fourier](#)
- ☐ [Funciones de varias variables: límites y continuidad](#)
- ☐ [Extremos relativos y condicionados](#)
- ☐ [Integración múltiple y aplicaciones](#)
- ☐ [Campos vectoriales, integrales de línea y de superficie](#)
- ☐ [Teoremas de Green, Stokes y Gauss](#)

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

Supongamos que los coeficientes de la primera ecuación no son todos nulos. Por tanto, podemos considerar que  $a_{11} \neq 0$ . Entonces eliminamos los coeficientes de la primera columna excepto el  $a_{11}$ , sustituyendo la ecuación  $i$ -ésima por la que obtenemos al restar la primera ecuación multiplicada por  $a_{i1} / a_{11}$ .

El sistema que se obtiene es equivalente al inicial, pero tiene la característica de que son nulos todos los primeros coeficientes de todas las filas menos la primera:

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ 0 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ 0 + b_{m2}x_2 + \dots + b_{mn}x_n = b_m \end{array} \right\}$$

**Gauss**  
En resumen, el método de Gauss se basa en conseguir ceros por debajo de la diagonal principal.

Repetimos el proceso para la segunda columna y así sucesivamente hasta alcanzar una incompatibilidad, o bien, una solución en una de las ecuaciones que, sustituida en el resto de ecuaciones, nos daría la solución de todas las incógnitas.

- 
- [\[Sesion1\]](#) [\[Sesion2\]](#) [\[Sesion3\]](#)
  - [Autoevaluación](#)
  - [Glorario Maple](#)

## Índice

- ▣ [Introducción a Maple](#)
- ▣ [Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones](#)
- ▣ [Límites, continuidad y derivación](#)
- ▣ [Estudio de curvas en el plano](#)
- ▣ [Cálculo de primitivas](#)
- ▣ [Integrales definidas y aplicaciones](#)
- ▣ [Ecuaciones diferenciales ordinarias](#)
  - > Sesión 1
  - > Sesión 2
  - > Sesión 3
  - > Autoevaluación
- ▣ [Transformada de Laplace](#)
- ▣ [Análisis de Fourier](#)
- ▣ [Funciones de varias variables: límites y continuidad](#)
- ▣ [Extremos relativos y condicionados](#)
- ▣ [Integración múltiple y aplicaciones](#)
- ▣ [Campos vectoriales, integrales de línea y de superficie](#)

## Ecuaciones diferenciales ordinarias> Sesión 1

### • Resolviendo edos con Maple I.

#### I. Cálculo de la solución general de una EDO

Dada la ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} - 2x = 0$ , para hallar con Maple su solución general hacemos lo siguiente:

```
> restart;
> ec:=D(y)(x)-2*x=0;
> solución:=dsolve(ec, y(x));
```

#### II. Cálculo de la solución particular de una edo

La solución de la ecuación diferencial obtenida anteriormente nos da una familia de curvas dependiendo del valor de la constante arbitraria. Si queremos una curva determinada, es decir, una solución particular, debemos dar una condición inicial. Esto lo hacemos dando un punto por el cual pasa la curva deseada, por ejemplo  $y(1)=2$ :

```
> dsolve({ec, y(1)=2}, y(x));
```

Observamos que en la solución ya no aparece ninguna constante de integración.

#### **iRecuerda!**

En el segundo argumento de la función dsolve aparece la variable dependiente acompañada de la variable independiente entre



Índice

- ☑ [Introducción a Maple](#)
- ☑ [Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones](#)
  - > Sesión 1
  - > Sesión 2
  - > Sesión 3
  - > Autoevaluación
- ☑ [Límites, continuidad y derivación](#)
- ☑ [Estudio de curvas en el plano](#)
- ☑ [Cálculo de primitivas](#)
- ☑ [Integrales definidas y aplicaciones](#)
- ☑ [Ecuaciones diferenciales ordinarias](#)
  - > Sesión 1
  - > Sesión 2
  - > Sesión 3
  - > Autoevaluación
- ☑ [Transformada de Laplace](#)
- ☑ [Análisis de Fourier](#)
- ☑ [Funciones de varias variables: límites y continuidad](#)
- ☑ [Extremos relativos y condicionados](#)
- ☑ [Integración múltiple y aplicaciones](#)

3. La solución de la ecuación  $y' - y = ex$  sujeta a la condición inicial  $y(0) = 1$  es:

- $y(x) = (x+1)e^x$
- $y(x) = x+1+e^x$
- $y(x) = C_1(x+1)e^x$

4. La función  $y(x)=7\sin(x)+9\pi\cos(x)+4x-5x\cos(x)$  es solución de la ecuación diferencial:

- $y'' + y = 4x - 10\sin(x)$
- $2y'' + 3y' - 2y = 4\cos(x) + x$
- $y'' + y = 4x + 10\sin(x)$

5. La solución de la ecuación diferencial  $y'' - y = \cos(x)$  sujeta a la condición inicial  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 12$  es:

- $y(x) = C_1e^{-x} + C_2e^x + C_3\cos(x)$
- $y(x) = -\frac{29}{4}e^{-x} + \frac{19}{4}e^x + \frac{1}{2}\cos(x)$
- $y(x) = -\frac{19}{4}e^{-x} + \frac{29}{4}e^x - \frac{1}{2}\cos(x)$

[Evaluar](#)

[Empezar de nuevo](#)

[Mostrar Soluciones](#)





## Resultados y conclusiones

Mejora global del **rendimiento** del estudiante:

- Visión de las matemáticas más **activa, atractiva y estimulante**
- **Creatividad** a través del uso del software simbólico.
- Competencias y habilidades: **aprendizaje basado en problemas, trabajo cooperativo, autoaprendizaje**, etc.
- Diversificación del método de **evaluación**.
- Aumento de la **coordinación** del profesorado.
- **Transversalidad** de las materias: Maple herramienta común.
- **Idiomas** castellano, catalán e inglés.



## Difusión de los resultados

### ■ **Congresos docentes**

- XVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas 2008 (Cádiz)
- Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (Lleida)
- 5-th European Congress of Mathematics (Amsterdam)

■ **Libro:** Matemáticas para la ingeniería con Maple, ed.UPC

■ **Página web** creada por LaFactoria – UPC