Octubre de 2002

Facultat de Matemàtiques i Estadística C. Pau Gargallo, 5. - 08028 Barcelona Tel. 93 401 72 98 www-fme.upc.es Núm. 15

El Full de la FME

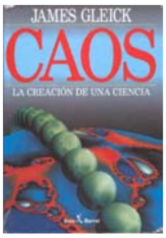
## • Els rodamons de la FME

Amb aquesta secció que obrim, el Full de la FME invita els seus lectors a participar-hi enviant-nos fotografies acompanyades d'un petit text de localització de llocs significatius pel que fa a les matemàtiques o l'estadística.

Aquesta casa de camp és **Woolsthorpe**, **casa natal de Newton**. Es troba al costat de Colsterworth, poble situat a uns 70 km cap al nord-oest de Cambridge (Anglaterra). Aquí és on Newton es va instal·lar quan la Universitat de Cambridge, on llavors estudiava, va haver de ser tancada a causa d'una epidèmia de pesta que va envair tot Anglaterra pels anys 1665-1666. Newton tenia 23 anys i va ser en aquests paratges on, segons que s'explica, "va caure la poma"...
El mateix Newton (50 anys més tard) explica com de profitoses van ser aquelles "petites vacances" a la casa natal de Woolsthorpe:
*"A començaments de 1665, vaig descobrir el mètode de les sèries aproximatives i la regla per reduir qualsevol potència d'un binomi a aquestes sèries. El mes de maig d'aquest any vaig descobrir el mètode de tangents de Gregory i Slusius, i el novembre obtenia el mètode de fluxions. El gener de l'any següent vaig desenvolupar la teoria dels colors, i pel maig havia començat a treballar el mètode invers de les fluxions. Aquest mateix any vaig començar a pensar en la gravetat estesa a l'òrbita de la lluna i a partir de la regla Kepler [...] vaig deduir que les forces que mantenen els planetes a les seves òrbites són recíproques als quadrats de les distàncies als centres sobre els que giren [...] Tot això correspon al període 1665-1666, els anys de l'epidèmia. Perquè en aquell temps em trobava a la plenitud del meu enginy, i les matemàtiques i la filosofia m'ocupaven més del que ho farien després al llarg de la meva vida".*

ERG

## • Llibre




**Caos, la creación de una ciencia. (James Gleick. Ed. Seix Barral)**

Aquest llibre és una crònica del naixement d'una ciència multidisciplinària, que actualment és comunament anomenada *ciència no lineal*, i que de fet té els orígens en una disciplina matemàtica coneguda com a *sistemes dinàmics* que es remunta a Henri Poincaré.
L'autor és un periodista del diari *The New York Times*, que porta a terme una seriosa tasca de documentació, per poder divulgar tant les seves reflexions sobre la ciència del caos, com les experiències i els conflictes dels científics que la van desenvolupar. El resultat és un llibre molt plaent, gens tècnic i narrat amb un bon ritme, que permet fer una ràpida i amena incursió en el món del caos. Fins i tot el llibre ha aparegut sovint citat en alguns articles científics.
En el pròleg l'autor introdueix la ciència del caos, els defensors més abrandats de la qual arriben a l'extrem de declarar que el saber del segle XX es recordarà només per tres coses: la relativitat, la mecànica quàntica i el caos. D'aquestes tres, el caos incideix sobre el món que veiem i toquem, els objectes de proporció humana, com, per exemple, els desordres de l'atmosfera i del mar esvalotat, les fluctuacions de poblacions silvestres d'animals i vegetals, i, més concretament, les oscil·lacions del cor i el cervell.
El caos és introduït com el comportament a llarg termini impredictible en un sistema dinàmic determinista, a causa de la dependència sensitiva del sistema respecte a les condicions inicials. És a dir, si dues condicions inicials difereixen per una quantitat arbitràriament petita, les solucions associades divergiran dramàticament a llarg termini.

La narració transcorre cronològicament, i comença explicant com el meteoròleg Edward Lorenz, a l'hivern de 1961, va ser el primer que va detectar amb l'ajut de l'ordinador (malgrat la desconfiança en aquells temps de quasi tots els científics seriosos en vers els ordinadors) el fenomen de la dependència sensitiva respecte a les condicions inicials en un sistema d'equacions diferencials. Tot i que aquest fenomen va quedar soterrat en una revista de meteorologia, més endavant va ser popularitzat com a *efecte papallona*, quan Lorenz va impartir el desembre del 1972 una conferència en l'American Association for the Advance of Science titulada "Pot l'aleteig d'una papallona al Brasil provocar un tornado a Texas?".
Altres científics que reben una atenció especial són el matemàtic Stephen Smale, creador de la seva cèlebre ferradura com a paradigma del moviment quasi-aleatori; el biòleg Robert May, descobridor en l'equació logística de la ruta cap al caos a través de la duplicació del període d'òrbites periòdiques; Benoît Mandelbrot (matemàtic a IBM), descobridor dels fractals; David Ruelle (físic-matemàtic) i Floris Takens (matemàtic), inventors del nom *atractor estrany* per referir-se a atractors caòtics de forma estranya, com l'atractor de Lorenz i l'atractor d'Hénon.
Molts altres científics apareixen en aquest llibre, però no tots, ja que la versió anglesa del llibre es va escriure el 1987, i per tant no conté descobriments posteriors. A més, la gran majoria dels científics mencionats per l'autor són nord-americans, i es troben a faltar l'escola clàssica de sistemes dinàmics: Poincaré, Birkhoff, Van der Pol, Levinson, Andronov, i l'escola russa, tots ells a penes mencionats a la bibliografia, que conté nombroses referències per aprofundir-hi.
El lector interessat a experimentar per si mateix el caos en diferents sistemes pot usar el programa CHAOS: the Software del mateix autor, que és actualment de lliure accés i es pot trobar a www.mathcs.sjsu.edu/faculty/rucker/chaos. El lector interessat a conèixer més ciència no lineal, tant pel que fa a resultats recents com a altres softwares de lliure accés, pot consultar la pàgina web sci.nonlinear FAQ http://amath.colorado.edu/faculty/jdm/faq.html , mantinguda per James Meiss.

Amadeu Delshams

## • Tolstoi, "Guerra i Pau" i matemàtiques

Sovint es fa referència a les incursions de matemàtics i científics en el món de la literatura. Són menys conegudes, però, les reflexions científiques de poetes i novel·listes. Paul Vitányi, professor de la Universitat d'Amsterdam, ha escrit un article titulat *Tolstoy's Mathematics in "War and Peace"* en el qual trobem informació acurada de les reflexions de l'autor rus a l'entorn del mètode matemàtic aplicat a la història, derivades en part del determinisme de Laplace. A la gran obra de Tolstoi hi ha paràgrafs tan suggeridors com el següent: "Únicament assumint una unitat infinitesimal d'observació – una diferencial de la història (és a dir, les tendències comunes dels homes) - i adquirint l'art de la integració (trobant la suma dels infinitesimals) podem albirar les lleis de la història". Trobareu l'article de Vitányi a www.cwi.nl/~paulv/publications.html i les reflexions de Tolstoi a la seva impressionant novel·la.

## • Divertiments

Demostreu que en el conjunt $\{0, 1, 2, 3, ..., (3^k)-1\}$ hi ha un subconjunt A de $2^k$ elements, amb la propietat que A no conté la mitjana artimètica de cap parell de nombres diferents de A.

Envieu les vostres respostes argumentades abans del 31 d'octubre a elfull@fme.upc.es o bé per correu intern a El Full. FME. Edifici U. Campus Sud.
**Premi a la millor solució**: el llibre ressenyat en aquest Full.

**Solució del problema d'El Full de setembre**
Tenim una baralla de $n$ cartes numerades d'1 a $n$. Les remenem i fem repetidament l'operació següent: mirem la carta de dalt i si té valor $k$, invertim l'ordre de les $k$ cartes de dalt. Demostreu que al cap d'un nombre finit d'operacions hi ha un 1 a dalt.
Donada la permutació de la baralla, anem aplicant la transformació de l'enunciat i anotem en un paper el valor de la carta de dalt. Tenim així una successió infinita $(a1, a2, a3, ..., ai, ...)$ de valors d'1 a $n$. Sigui $M1$ el màxim dels $ai$. Si $M1=1$, la posició inicial tenia ja un 1 al principi i hem acabat. Si $M1>1$, com que és el màxim, no pot tornar a sortir. Considerem el $ai$ tal que $ai=M1$. Definim aleshores $M2$ com el màxim de la subsuccessió formada a partir del $ai$. Aquest $M2<M1$ i no pot tornar a sortir. Procedint repetidament construïm una successió $(M1, M2, ....)$ estrictament decreixent. Per tant, arribarà un moment en què el màxim serà 1.

**Guanyador**: Toni Moreno (estudiant de la Llicenciatura en Ciències i Tècniques Estadístiques)
**Premi a la millor solució**: el llibre ressenyat en El Full de setembre.