

## • Llibres



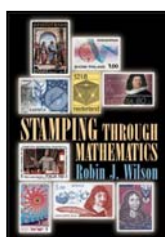
### **Euler. El maestro de todos los matemáticos (William Dunham. Ed. Nívola, 2000)**

Ediciones Nívola edita, des de 1999, la col·lecció *La matemática en sus Personajes*. El número 6 d'aquesta sèrie desigual és el dedicat a Leonard Euler i és, segurament, el millor de la sèrie. En lloc de presentar una biografia d'Euler, l'autor, W. Dunham, ens presenta algunes de les fites matemàtiques del prestigiós mestre, de forma amena i molt assequible. Per fer-ho, Dunham divideix el text en vuit capítols, en cadascun dels quals planteja l'estat d'un problema abans de l'arribada d'Euler, presenta la contribució d'aquest i acaba amb algunes notes sobre el desenvolupament posterior del tema. Per exemple, podem veure com Euler estudia les sèries harmòniques i, en particular, com suma la sèrie d'exponent 2 ( $\sum 1/n^2 = \pi^2/6$ ), amb què resol un repte plantejat per Jakob Bernoulli, o com prova que la sèrie formada pels inversos dels nombres primers és divergent.

L'autor s'ha esforçat en fer un text que sigui fàcil de llegir, i ha insistit més en l'originalitat dels plantejaments d'Euler que no pas en el rigor i la correcció d'aquests, amb la qual cosa ha fet bona la cita d'Horace Lamb recollida al final del llibre: "Un viatger que refusa passar per un pont fins que ha provat personalment la solidesa de cadascuna de les seves parts no és probable que vagi gaire lluny; s'ha d'arriscar alguna cosa, fins i tot en matemàtiques".

A més, ara tenim l'oportunitat de completar la lectura d'aquesta petita biografia matemàtica del gran mestre del XVIII amb l'edició facsímil i la traducció comentada al castellà de la *Introductio in Analysis Infinitorum*, a cura d'A. Durán i de F.J. Fernández, de manera que podem seguir el consell de Laplace: "Llegiu Euler. Ell és el mestre de tots nosaltres".

P. Malgrat



### **Stamping through mathematics (R.J. Wilson, Ed. Springer-Verlag)**

A veure... Tothom té dèries. A alguns els agraden les matemàtiques, a d'altres col·leccionar segells, i a d'altres col·leccionar segells de matemàtiques. En aquest llibre trobareu fotografies de segells en què apareixen matemàtics il·lustres, resultats egregis i objectes matemàtics de gran bellesa.

Jorge de Burgos

## • Papiroflèxia i geometria

Pren un full de paper, un regle i un compàs. Marca un angle en el full de paper i intenta dividir aquest angle en tres parts iguals amb l'ajut del regle i el compàs. No hi perdís gaire estona: la trisecció d'un angle és una operació impossible de realitzar si només es disposa de regle i compàs, llevat que el regle estigui graduat, per poder mesurar.

Pot semblar sorprenent que aquesta operació es pugui realitzar només doblgant el full de paper, sense necessitat de cap regle ni compàs. Les gràfiques següents il·lustren el mètode de H. Abe per trisecar un angle. El cas correspon a un angle agut, però es pot generalitzar el mètode per a angles obtusos.

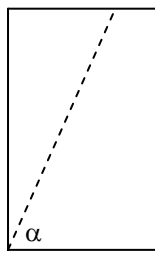


figura 1

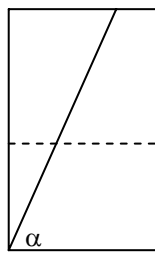


figura 2

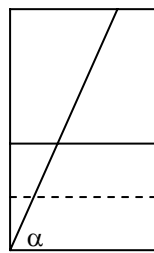


figura 3

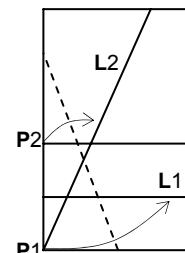


figura 4

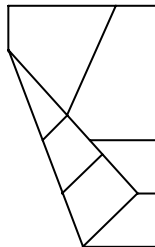


figura 5

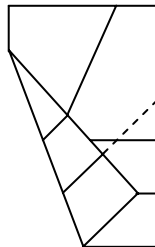


figura 6

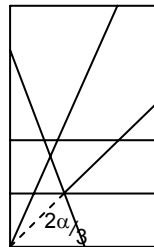


figura 7

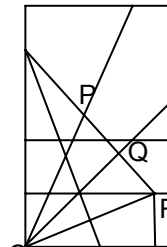


figura 8

Marca l'angle que vols trisecar amb un plec que passi pel vèrtex inferior esquerre del full de paper (figura 1). El procés de trisecció comença amb un plec horitzontal, com s'indica a la figura 2. Marca després el plec que resulta en superposar la vora inferior amb el primer plec horitzontal. És un plec horitzontal equidistant del primer i de la vora inferior (figura 3).

Les figures 4 i 5 il·lustren un plec difícil, es tracta de superposar els punts P1 i P2 als plecs L1 i L2, respectivament. Procura no masegar gaire el paper quan ho intentis. Perllonga la marca del plec L1 tal com s'indica a la figura 6, desplega el paper i acaba de perllongar el plec anterior fins al vèrtex inferior esquerre del full de paper (figura 7). Aquest plec determina un angle igual a dos terços de l'angle inicial respecte de la vora inferior del full. La figura 8 afegeix alguns plecs al full, que serveixen per demostrar el resultat. Es tracta d'argumentar que els triangles OPQ, OQR i ORS són iguals.

Aquesta aplicació geomètrica de la papiroflèxia ha estat extreta de la següent pàgina web <http://chasm.merrimack.edu/~thull/geoconst.html>, de Thomas Hull. En aquesta mateixa pàgina hi trobaràs una axiomàtica de la papiroflèxia proposada pel matemàtic Humiaki Huzita i alguns altres problemes interessants que es poden resoldre doblegant paper.

Miquel Ralló

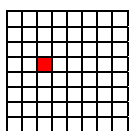
## • Divertiments

Torneu a considerar el divertiment d'El Full de novembre (resolt aquí sota) amb  $x=n$  un nombre natural qualsevol. Per a quins  $n$  podeu enrajolar la figura amb les peces indicades?

Envieu les vostres respostes argumentades abans del 31 de gener a [elfull@fme.upc.es](mailto:elfull@fme.upc.es) o bé per correu intern a: El Full. FME. Edifici U. Campus Sud.


**Premi a la millor solució:** un dels dos llibres comentats en aquest Full que triarà el guanyador.

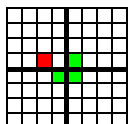
### Solució del problema d' El Full de novembre



Considereu un quadrat, els costats del qual mesuren  $x$  centímetres, on  $x$  és una potència de dos. De la quadrícula de  $x^2$  quadrats elementals, traieu-ne un a l'atzar (en el dibuix s'il·lustra el cas  $x=2^3$ ). Es pot enrajolar la figura resultant (el quadrat gros menys el quadrat petit) amb peces de la forma següent?



La resposta és afirmativa i la resolució la farem per inducció. Per a  $x=2^1$  la resposta és trivial: . Suposem ara que ho hem demostrat per a  $x=2^n$  i que volem demostrar-ho per a  $x=2^{n+1}$ .



Dividim el quadrat en 4 quadrats de costat  $2^n$ . En un dels quadrats petits hi haurà el quadrat elemental que havíem tret i, per hipòtesi d'inducció, aquest quadrat es podrà enrajolar amb les peces volgudes. Per als altres tres quadrats col·loquem, una peça com s'indica en el dibuix i tornem a aplicar la hipòtesi d'inducció.

**Guanyador:** Han arribat moltes solucions correctes i per sorteig ha guanyat Pedro Cobo Lozano (IES Pius Font i Quer)

**Premi a la millor solució:** un dels dos llibres comentats en El Full de novembre, que triarà el guanyador.