

ANÁLISIS DE LA VIBRACIÓN DEL HILO EN EL PROCESO DE HILATURA CONVENCIONAL DE ANILLOS. PARTE II: MODELO MATEMÁTICO PARA EL BALÓN DE HILO.

J. Liu*), M. Raheel**)

0.1. Resumen.

Se examina la dinámica del proceso de hilatura en continua de anillo en atención a la componente vibrante del sistema hilo. En la 1ª Parte ²⁾ de esta serie de trabajos, se derivó la ecuación de vibración para la zona comprendida entre el triángulo de hilatura hasta el guía-hilos junto con el análisis de Fourier de la vibración y se explicó el desarrollo de la resonancia del hilo. En esta 2ª parte, se ha desarrollado el modelo matemático para el balón de hilo y se demuestra que la resonancia que se produce en el hilo es una de las causas principales que motivan el colapso del balón de hilo. Además, se explica a la vista de la teoría vibratoria- los cambios de tensión en el balón de hilo que pueden dar como resultado un cambio drástico en el número de rotura de cabos.

0.2 Summary. VIBRATION ANALYSIS OF YARN IN RING SPINNING PROCESS. PART II: MATHEMATICAL MODEL FOR BALLOON YARN.

The dynamics of ring spinning process is analyzed with due consideration to the vibration component of the yarn system. In Part I ²⁾ of this series we derived the vibration equation for the pigtail region of the spinning yarn along with Fourier analysis of vibration, and explained the development of yarn resonance. In this paper (Part II), we have developed the mathematical model for the balloon yarn and have shown that resonance produced in the yarns is one of the major contributors to the collapse of the balloon yarn. Furthermore, in light of the vibration theory, we have explained the changes in balloon yarn tension which may result in dramatic change in the rate of end - breaks.

0.3 Résumé. ANALYSE DE LA VIBRATION DU FIL DANS LE PROCÉDE DE LA FILATURE A ANNEAUX. PARTIE II MODELE MATHÉMATIQUE POUR LE BALLON DE FIL.

On examine la dynamique du processus de filature sur métier à anneaux en attendant à la composante vibrante du système fil. Dans la 1ère Partie ²⁾ de cette série de travaux, on a dérivé l'équation de vibration pour la zone comprise entre le triangle de filature jusqu'au guide-fils, ensemble avec l'analyse de Fourier de la vibration et on a expliqué le développement de la résonance du fil. Dans cette 2ème partie, on a développé le modèle mathématique pour le ballon de fil et on démontre que la résonance qui se produit

*) Mr. Jiang Liu, Profesor del Departamento de "Materials Science and Engineering" de la Universidad de Illinois Urbana-Champaign, Illinois 61801, U.S.A.

**) Dra. Mastura Raheel, Profesora de la División de "Consumer Sciences" de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign, Illinois 61801, U.S.A.

dans le fil est une des causes principales occasionnant l'effondrement du ballon de fil. En outre, on explique - à vue de la théorie vibratoire - les changements de tension dans le ballon de fil dont le résultat peut être un changement drastique du nombre de casses de fils.

1. INTRODUCCIÓN

En la 1ª parte ²⁾ de esta serie de trabajos, se presentó el modelo matemático para la zona comprendida entre el triángulo de hilatura hasta el guía-hilos en el proceso de hilatura y se derivaron las ecuaciones de vibración mediante una serie de tratamientos matemáticos. En base a la teoría de la vibración se explicó que una de las razones principales para la variación de la tensión del hilo es el cambio periódico de la aceleración durante la vibración del propio hilo, así como, el cambio de longitud causado por la oscilación del guía-hilos. Ambos factores limitan seriamente la mayor frecuencia perturbadora. Una vez que ésta se aproxime al nivel de la primera frecuencia natural (f_{s1}), la zona comprendida entre el triángulo de hilatura hasta el guía-hilos se desarrollará la resonancia que aumenta la incidencia de la rotura de hilos. En este artículo (2ª parte) se desarrolla el modelo matemático para el balón de hilo y se presenta el análisis de Fourier de su vibración.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Modelo matemático para el balón de hilo

La Figura 1 muestra el balón de hilo entre el guía - hilos O y el cursor G. El eje de coordenadas x es vertical a lo largo del eje del huso. La tensión T_b y la fuerza centrífuga dc causada por la alta velocidad de rotación actúan sobre el elemento ds del hilo. Es admisible despreciar el peso del propio hilo, la resistencia al aire y la fuerza de Corioli. Así pues, se simplifica el movimiento en el plano xou.

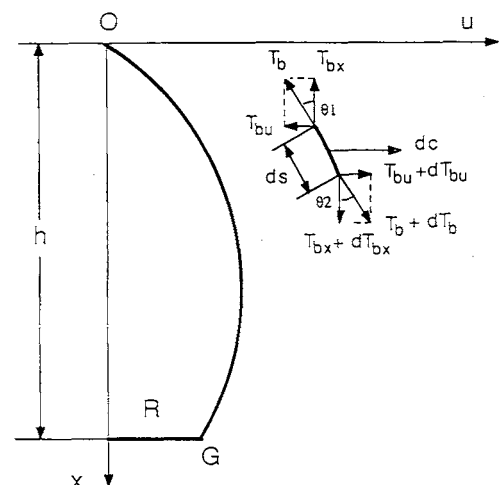


Fig.1: Resolución de la fuerza en el balón de hilo.

2.2. Análisis estático del balón de hilo

Discutiremos la resolución de fuerza en una longitud finita ds del balón de hilo.

Si la velocidad circular de rotación del balón es P_b , la masa por unidad de longitud de hilo es μ y el diámetro de rotación del hilo sometido a fuerza centrífuga es u_o , la ecuación del equilibrio de la fuerza en la dirección x podrá representarse así:

$$T_{bx} + dT_{bx} = T_{bx}$$

Por tanto, $dT_{bx} = 0$, es decir, si no hubiere ninguna otra fuerza que actuase sobre el hilo en la dirección x , la tensión en cada punto del hilo será constante en la dirección x .

La ecuación del equilibrio de fuerzas en la dirección u viene dada por:

$$T_{bu} + dT_{bu} + dc = T_{bu}$$

de aquí que,

$$dT_{bu} = -dc = -\mu p_b^2 u_o ds \tag{1}$$

Mediante un tratamiento conocido, derivamos la ecuación estática del balón de hilo:

$$u_o = \frac{R}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x \tag{2}$$

La ecuación describe la posición de equilibrio del balón de hilo durante su vibración, y en la que R es el radio del anillo; h , la altura del balón y

$$b = \sqrt{\frac{T_{bx}}{\mu}} \tag{3}$$

2.3 Análisis dinámico del balón de hilo

De la Figura 1 tenemos que

$$T_b \cos \theta_1 = (T_b + dT_b) \cos \theta_2$$

Si se supone la existencia de poca vibración, la diferencia entre θ_1 y θ_2 será pequeña, despreciando los infinitesimales tendremos que $\cos \theta_1 = \cos \theta_2$ y $dT_b = 0$. Es decir, la tensión en cada punto del hilo es aproximadamente igual (en el análisis estático del balón de hilo obtuvimos T_{bx} como constante y aquí, por conveniencia del tratamiento matemático, la tensión T_b es tomada, aproximadamente, como una constante. Sustituyendo la Ecuación 2 en la Ecuación 1, obtendremos la fuerza centrífuga en el elemento ds :

$$dc = \mu p_b^2 u_o ds = \frac{R \mu p_b^2 ds}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x \tag{4}$$

Cuando el balón de hilo oscila en un pequeño desplazamiento alrededor de su posición de equilibrio, es acepta-

ble utilizar la Ecuación 4 como la fuerza centrífuga que actúa sobre el hilo, ya que éllo no afectará la regularidad del movimiento. Al aplicar la segunda ley de Newton se obtiene la siguiente ecuación de movimiento:

$$-T_b \sin \theta_1 + T_b \sin \theta_2 + \frac{R \mu p_b^2 ds}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x = \mu ds \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{5}$$

bajo vibración pequeña

$$ds = dx$$

$$\sin \theta_1 = \tan \theta_1 = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

$$\sin \theta_2 = \tan \theta_2 = \frac{\partial u(x+dx,t)}{\partial x}$$

Sustituyendo en Ecuación 5, obtenemos

$$\begin{aligned} \mu ds \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= T_b (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) + \frac{R \mu p_b^2 ds}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x \\ &= T_b \left(\frac{\partial u(x+dx,t)}{\partial x} - \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) + \frac{R \mu p_b^2 ds}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x \\ &= T_b \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx + \frac{R \mu p_b^2 ds}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x \end{aligned}$$

o

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a_b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{R p_b^2}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x, \quad 0 < x < h, \quad t > 0$$

Es esta una ecuación de vibración forzada causada por la fuerza centrífuga, en la que

$$a_b = \sqrt{\frac{T_b}{\mu}}$$

Además, las condiciones límites del balón de hilo son $u(0,t) = 0$ y $u(h,t) = R$. La forma del balón de hilo en la fase inicial es una línea recta $u = Rx/h$; por tanto, las condiciones iniciales son $u(x,0) = Rx/h$ y $\partial u(x,0)/\partial t = 0$. Por tanto, la regularidad del movimiento del balón de hilo se calcula resolviendo la siguiente ecuación diferencia parcial no-homogénea.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a_b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{R p_b^2}{\sin \frac{p_b}{b} h} \sin \frac{p_b}{b} x, \quad 0 < x < h, \quad t > 0 \tag{6} \\ u(0,t) &= 0, \quad u(h,t) = R \tag{7} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} u(x,0) &= \frac{R}{h} x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0 \tag{8} \end{aligned} \right.$$

2.4 Análisis de Fourier de la vibración del balón de hilo

Para llevar a cabo el análisis de Fourier, debe transformarse la Ecuación 6 no-homogénea en una que lo sea. Puesto que las Ecuaciones 6, 7 y 8 son lineales, podemos expresar la vibración del balón del hilo como la superposición de dos vibraciones, una (u_{\perp}) causada sólo por las condiciones iniciales y otra (u_{\parallel}) causada sólo por la fuerza centrífuga. Debido a que el término libre de la

Ecuación 6 y las condiciones límites no son relativas al tiempo t, podemos satisfacer la vibración u_I mediante una función que dependa solamente de la variable espacio x.

$$u_b(x, t) = u_I(x) + u_{II}(x, t) \quad (9)$$

Sustituyendo la Ecuación 9 en la 6, obtendremos:

$$\frac{\partial^2 u_{II}}{\partial t^2} = a_b^2 \left[\frac{\partial^2 u_{II}}{\partial x^2} + u_I'' \right] + \frac{Rp_b^2}{\sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x \quad (10)$$

Para que la Ecuación 10 y las condiciones límites de la 7 sean homogéneas simultáneamente, hagamos que $u_I(x)$ satisfaga

$$\begin{cases} a_b^2 u_I'' + \frac{Rp_b^2}{\sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x = 0 & (11) \\ u_I(0) = 0 & (12) \\ u_I(h) = R & (13) \end{cases}$$

La integral general de la Ecuación 11 es:

$$a_b^2 u_I - \frac{R b^2}{\sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x + C_1 x + C_2 = 0 \quad (14)$$

Sustituyendo la Ecuación 12 en la 14, tendremos que $C_2 = 0$, y sustituyendo la Ecuación 13 en la 14, obtendremos que:

Por tanto,

$$C_1 = \frac{R}{h} (b^2 - a_b^2) \quad (15)$$

Si $a_b^2 = b^2$ aproximadamente, es decir,

$$u_I(x) = \frac{R b^2}{a_b^2 \sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x + \frac{R}{a_b^2 h} (a_b^2 - b^2) x$$

La Ecuación 15 se transforma en u_b como en la Ecuación 2.

Consideremos ahora la función $u_{II}(x, t)$.

Sustituyendo la Ecuación 9 en la 6 y las Ecuaciones 7 y 8 en la 9, encontraremos $u_{II}(x, t)$ como la solución de la siguiente diferencial parcial homogénea:

$$\frac{\partial^2 u_{II}}{\partial t^2} = a_b^2 \frac{\partial^2 u_{II}}{\partial x^2}, \quad 0 < x < h, \quad t > 0 \quad (16)$$

$$u_{II}(0, t) = 0, \quad u_{II}(h, t) = 0 \quad (17)$$

$$u_{II}(x, 0) = \frac{R}{h} x - u_I(x), \quad \frac{\partial u_{II}}{\partial t}(x, 0) = 0 \quad (18)$$

Mediante la separación de variables y siguiendo el mismo tratamiento matemático que la función $W(x, t)$ para la hilatura del hilo (zona comprendida entre el triángulo de

hilatura hasta el guía-hilos) detallado en la I Parte de este trabajo, derivamos una serie de valores propios B_{bn} sobre la vibración del balón de hilo

$$\beta_{bn} = \frac{n\pi}{h}, \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

y una serie de funciones propias

$$X_n(x) = \sin \frac{n\pi}{h} x, \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

y la función

$$Y_n(t) = C_n \cos \frac{n a_b \pi}{h} t$$

De acuerdo con los valores propios, obtenemos las frecuencias circulares naturales del sistema:

$$p_{bn} = a_b \beta_{bn} = \frac{n\pi}{h} \sqrt{\frac{T_b}{\mu}} \quad (21)$$

Por ello mismo, las ondulaciones estacionarias son:

$$u_{II_n}(x, t) = X_n(x) Y_n(t) = C_n \sin \frac{n\pi}{h} x \cos \frac{n\pi a_b}{h} t \quad (22)$$

por tanto

$$u_{II}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi}{h} x \cos \frac{n\pi a_b}{h} t \quad (23)$$

Para llegar a C_n , sustituimos las Ecuaciones 23 y 15 en la primera condición de la Ecuación 18 y obtenemos

$$\frac{R}{h} x - \frac{R b^2}{a_b^2 \sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x + \frac{R}{a_b^2 h} (b^2 - a_b^2) x = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi}{h} x$$

Según el coeficiente de la fórmula de las series de senos de Fourier, tendremos que

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{2R}{h} \int_0^h x \left[\frac{b^2}{a_b^2 \sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x + \frac{(b^2 - a_b^2)}{a_b^2 h} \right] \sin \frac{n\pi}{h} x dx \\ &= \frac{2Rb^2}{h^2 a_b^2} \int_0^h \frac{x}{\sin^2 \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{n\pi}{h} x dx - \frac{2Rb^2}{h^2 a_b^2} \left[\frac{\sin \left(\frac{p_b}{b} - \frac{n\pi}{h} \right) x}{2 \left(\frac{p_b}{b} - \frac{n\pi}{h} \right)} - \frac{\sin \left(\frac{p_b}{b} + \frac{n\pi}{h} \right) x}{2 \left(\frac{p_b}{b} + \frac{n\pi}{h} \right)} \right]_0^h \\ &= -\frac{2Rb^2}{n\pi a_b^2} \cos n\pi - \frac{Rb^2}{a_b^2 h \sin \frac{p_b}{b} h} \left[\frac{\sin \left(\frac{p_b}{b} - n\pi \right)}{2 \left(\frac{p_b}{b} - \frac{n\pi}{h} \right)} - \frac{\sin \left(\frac{p_b}{b} + n\pi \right)}{2 \left(\frac{p_b}{b} + \frac{n\pi}{h} \right)} \right] \\ &= (-1)^{n+1} \frac{Rb^2}{a_b^2} \left(\frac{2}{n\pi} + \frac{b}{hp_b - bn\pi} - \frac{b}{hp_b + bn\pi} \right) \\ &= (-1)^n \frac{2Rb^2 p_b^2}{a_b^2 b^2 n^3 \pi^3 - n^2 h^2 p_b^2 a_b^2} \quad (24) \end{aligned}$$

Sustituyendo las Ecuaciones 15 y 23 en 9, derivaremos la Ecuación vibrante del balón de hilo:

$$\begin{aligned} u_b(x, t) &= u_I(x) + u_{II}(x, t) \\ &= \frac{Rb^2}{a_b^2 \sin \frac{p_b}{b} x} \sin \frac{p_b}{b} x + \frac{R}{a_b^2 h} (a_b^2 - b^2) x + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi}{h} x \cos \frac{n\pi a_b}{h} t \quad (25) \end{aligned}$$

en donde C_n viene dado por la Ecuación 24.

La ecuación vibrante 25 indica que el estado del balón de hilo puede describirse en dos partes: una es la función $u_1(x)$ basada solamente en la variable espacio x . Expresa la posición equilibrada de la vibración del balón de hilo y es una curva senoidal. La otra es la función $u_{11}(x, t)$ basada tanto en la variable espacio como el tiempo t . Expresa la regularidad vibrante del balón del hilo de vibración alrededor de la posición equilibrada y es una superposición de la serie de ondas de equilibrio estacionarias. La longitud de la onda estacionaria es

$$\lambda_{bn} = \frac{2h}{n}$$

y la frecuencia es

$$f_{bn} = \frac{p_{bn}}{2\pi} = \frac{na_b}{2h} = \frac{n}{2h} \sqrt{\frac{T_b}{\mu}} \quad (26)$$

La Figura 2 muestra las formas de la onda estacionaria con $n = 1, 2$ y 3 en un tiempo dado.

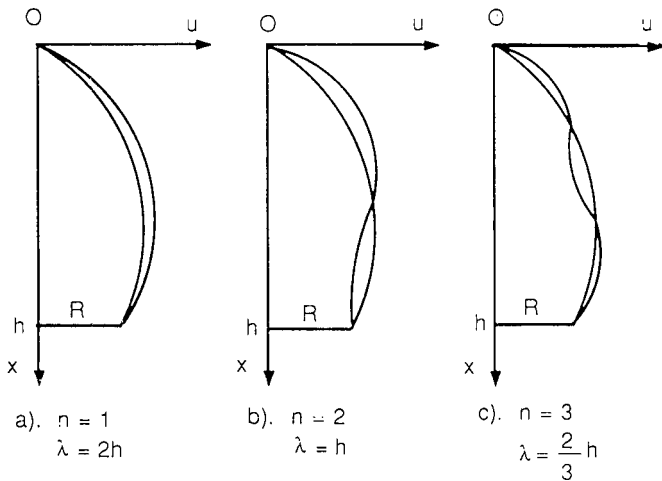


Fig. 2: Formas de la onda estacionaria del balón de hilo con $n = 1, 2, 3$.

Al llegar a este punto quisiera indicar que las tres partes del hilo: la zona comprendida entre el triángulo de hilatura hasta el guía-hilos, el balón de hilo y el punto de enrollado de la bobina se influyen entre sí de forma clara. Por esta razón, en el análisis de la zona comprendida entre el triángulo de hilatura hasta el guía-hilos (Parte I) tuvimos en cuenta que las condiciones límite dependían de la vibración del balón del hilo. Por tanto, debería haber otro dos términos en la ecuación de la vibración del balón, uno debido a la vibración dependiente de la frecuencia circular p^s de la zona entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos, y el otro causado por la vibración dependiente de la frecuencia circular p_b de la zona entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos, y el otro causado por la vibración dependiente de la frecuencia circular p_w del punto de enrollado de la bobina. Sin embargo, como se verá en la 3ª y 4ª parte de este trabajo, estas frecuencias circulares no afectan a la regularidad observada en las roturas de los hilos. En cualquier caso, la vibración del balón es el factor predominante, de aquí que su efecto se incluyera en el análisis del hilo en la zona entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos (Parte I) y que se vuelva a incluir en el análisis del punto de enrollado de la bobina (Parte III).

2.5 Explicación de la vibración del balón de hilo.

Según la Ecuación de vibración 25 del balón y la Ecuación 19 relativa a la zona comprendida entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos, podemos confirmar teóricamente la fluctuación periódica de la tensión del hilo y el movimiento periódico de un cursor (1,4). A partir de la Ecuación 25 obtenemos la aceleración lateral del balón de hilo durante su vibración:

$$\frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi a_b}{h} \right)^2 C_n \sin \frac{n\pi}{h} x \cos \frac{n\pi a_b}{h} t \quad (27)$$

y de la Ecuación 19 (I Parte) logramos la aceleración lateral del hilo:

$$\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} = -r p_b^2 \frac{\sin \frac{R_b}{a_s} x}{\sin \frac{p_b}{a_s} l} - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi a_s}{l} \right)^2 D_n \sin \frac{n\pi}{l} x \sin \frac{n\pi a_s}{l} t \quad (28)$$

El signo negativo representa que la dirección de la aceleración es siempre opuesta a la dirección del desplazamiento y hacia la posición de equilibrio de la vibración. El máximo surge en la posición máxima del desplazamiento. Se debe a la aceleración periódica del hilo como resultado de la fluctuación periódica de la tensión del hilo T_s (tensión del hilo) y T_b (balón de hilo), tal y como se muestra en la Figura 1 del artículo de Li y Shen ¹⁾. Es sabido que la fluctuación periódica de la tensión del balón y en el punto de enrollado de la bobina tiende a cambiar la velocidad del cursor y hacerlo oscilar periódicamente ⁵⁾. Se ha demostrado que la tensión y el movimiento del cursor cambian al mismo tiempo (Figura 4) ^{1,4)}. Así pues, una de las razones principales para el cambio periódico del movimiento del cursor es la fluctuación periódica de la tensión del hilo que tiene su origen en la vibración del hilo.

La noción de que la fluctuación en la tensión del hilo es enteramente debida al movimiento irregular del cursor, sin explicar la causa del movimiento irregular, es del todo inaceptable. Por otro lado, algunas medidas indican que la fluctuación de la tensión en la hilatura no guarda relación alguna con la fluctuación del rozamiento entre el anillo y el cursor.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Consideremos seguidamente los efectos que actúan sobre el balón de hilo causados por la perturbación periódica procedente del guía-hilos y el cursor.

En un primer supuesto, digamos que el hilo no tenga ningún desplazamiento en su dirección u en el cursor situado en $x=h$ pero que se vea forzado a oscilar horizontalmente en una frecuencia circular particular ω y una amplitud β en el guía-hilos situado a $x=0$. Ya dijimos las razones que causan la perturbación en una continua de hilar en el análisis de la zona comprendida entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos (Parte I de este trabajo)²⁾. En el análisis del balón, la función u_{11} en la ecuación del balón

tendría la misma forma que la Ecuación 25 antes indicada

$$u_{||}(x,t) = X(x) \text{Cos}\omega t \tag{29}$$

pero las condiciones límites ahora son:

$$u_{||}(0, t) = B \text{Cos}\omega t \tag{30}$$

$$u_{||}(h, t) = 0 \tag{31}$$

Como la Ecuación 30 de la Parte I, la función X(x) sería:

$$X(x) = A \text{Sin}\left(\frac{\omega}{a_b}x + \alpha\right) \tag{32}$$

Al sustituir la Ecuación 31 al 32, tendremos que

$$\text{Sin}\left(\frac{\omega}{a_b}h + \alpha\right) = 0$$

Por tanto,

$$\frac{\omega h}{a_b} + \alpha = m\pi \quad \text{para} \quad m = 0, 1, 2, \dots \tag{33}$$

De acuerdo con la Ecuaciones 29, 30 y 32 obtenemos la siguiente ecuación:

$$B = A \text{Sin} \alpha \tag{34}$$

Sustituyendo la Ecuación 33 en la 34, encontramos un resultado semejante al de la Ecuación 33 de la Parte I. Es decir:

$$A = \frac{B}{\text{Sin}\left(m\pi - \frac{\omega h}{a_b}\right)} \tag{35}$$

Indica este resultado que si existiera un desplazamiento forzado B sobre el hilo en el guía-hilos y si la frecuencia circular perturbadora ω se aproximase a una de las frecuencias circulares naturales del balón, que viene determinada por

$$p_{bn} = n \frac{\pi}{h} \sqrt{\frac{T_b}{\mu}} = n p_{b1}$$

la respuesta a lo largo del balón sería mucho mayor. La amplitud del balón de hilo será mayor, la tensión resultante en el balón de hilo aumentará rápidamente y la probabilidad de que se produzcan roturas del hilo será considerablemente mayor. Una vez más, se pone de manifiesto que una perturbación en el guía-hilos puede poner en peligro la hilatura.

Presentamos ahora datos respecto la tensión en el balón de hilo a una velocidad de huso dada, tomados del artículo de Tang (3). Las condiciones experimentadas son

las mismas que las utilizadas en el ejemplo para el análisis del hilo en la zona comprendida entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos (Parte I). La primera frecuencia natural calculada del balón de hilo durante la formación inferior de la bobina se puede ver en la Tabla I, donde T_b es la tensión del balón calculada a partir de la tensión del hilo T_s ; el cálculo de la altura del balón se hace sobre la continua de hilar A513.

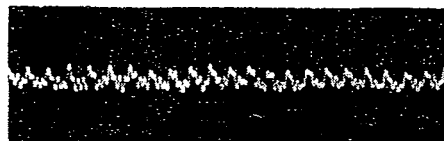
TABLA 1
Frecuencia fundamental teórica del balón durante la formación inicial (parte inferior) de la husada.

Situación de la bobina	T_b (gm)	h (cm)	f_{b1} (Hz)
Diámetro pequeño	45.15	15.4	506
Diámetro grande	38.22	20.0	359

T_b = tensión del balón de hilo
 h = altura del hilo
 f_{b1} = frecuencia fundamental teórica asociada con los valores de tensión



Bobinado en diámetro pequeño



Bobinado en diámetro grande

Fig. 3: Fluctuación de la tensión (tomado de Tang, W. H. y Liu, R. Q., "Analysis and Control of End Break on Ring Spining Frame", Beijing, China, 1986).

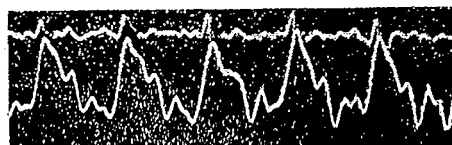


Fig. 4: Característica de la frecuencia de la tensión (tomado de Tang, W. H. y Liu, R. Q., "Analysis and Control of End Break on Ring Spining Frame", Beijing, China, 1986).

La frecuencia perturbadora determinada por la velocidad del huso (18.500 rpm) es todavía 308 Hz; por tanto, la magnitud de frecuencia que nos interesa se encuentra en la primera frecuencia natural (o a un valor menor) del balón de hilo. La ecuación vibrante de la onda fundamental en el balón de hilo viene dada en la que $n=1$; la forma de la onda se muestra en la Figura 2 (a). Su primera frecuencia natural se representa así:

$$f_{b1} = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{T_b}{\mu}} \quad (36)$$

En un segundo supuesto, aceptemos que el balón del hilo no tenga ningún desplazamiento en su dirección u en el guía-hilos situado a $x = 0$, pero que se vea forzado a oscilar horizontalmente en una frecuencia circular particular ω con una amplitud B en el cursor situado en $x = h$. Son muchas las razones las que originan este tipo de perturbación periódica en una continúa de hilar. Por ejemplo, la fluctuación periódica de la tensión del hilo, un cursor inadecuado para el anillo, un anillo nuevo, una superficie rugosa de anillo debida a los desechos de fibras que se adhieren al anillo o a una hendidura en el cursor, un cursor demasiado ligero o demasiado pesado, vibración del huso, choque con el separador de hilo cuando la amplitud del balón es demasiado grande, un separador desviado, un excéntrico en el anillo para el control del balón con el eje del huso cuando se use para el anillo para el control del balón o cuando un huso sea excéntrico con el anillo, el balancín bailando hacia arriba y abajo con su oscilación, etc.

Al usar el mismo método analítico, si bien con diferentes condiciones límites, tendremos que:

$$u_{||}(0, t) = 0 \quad (37)$$

$$u_{||}(h, t) = B \cos \omega t \quad (38)$$

y combinando la Ecuación 32 con la 38 nos encontraremos que:

$$A \sin \left(\frac{\omega h}{a_b} + \alpha \right) = B \quad (39)$$

sustituyendo la Ecuación 37 en la 32, obtendremos

$$\sin \alpha = 0$$

por tanto,

$$\alpha = m\pi \quad \text{para} \quad m = 0, 1, 2 \quad (40)$$

sustituyendo la Ecuación 40 en la 39, tendremos

$$A = \frac{B}{\sin \left(m\pi + \frac{\omega h}{a_b} \right)} \quad (41)$$

Así pues, se llega al mismo resultado; es decir, que si existiera un desplazamiento forzado B en el balón del hilo en el cursor y la perturbación que crea la frecuencia ω se aproximase a una de las frecuencias circulares naturales del balón de hilo, la amplitud y la tensión resultantes del balón de hilo aumentarán extraordinariamente mientras que la posibilidad de roturas de hilos aumentará también de forma considerable. Todo ello, indica que es muy importante seleccionar un cursor con la forma, tamaño y peso adecuados y mantenerlo en buenas condiciones al objeto de reducir el porcentaje de las roturas de hilo.

8. BIBLIOGRAFÍA.

- 1) Li, D. Z y Shen, R. F., Some Dynamical Characteristics of Yarn Tension During Ring Spinning, J. Text. Res. (Edición china), 1, 15 (1982).
- 2) Liu, J. y Racheel, M., Vibration Analysis of Yarn in Ring Spinning Process, Part I: Mathematical Model for Pigtail Region. Bol. INTERTER 100, 79 (1991).
- 3) Tang, W. H., An Analysis of Yarn Tension in the Cotton Ring Spinning Frame, J. Text. Res., (Edición china), 5, 24 (1980).
- 4) Tang, W. H. y Liu, R. Q., "Analysis and Control of End Break on Ring Spinning Frame", Beijing, China, 1986.
- 5) Yao, M. y Xu, Q. Q. y al., Study of Conical Profile Ring and Traveller by High Speed Photography, J. Text. Res. (Edición china), 3, 29 (1980).

Trabajo recibido en 1991. 03. 19 - Aceptado 2ª parte en 1992. 04. 14