

ANÁLISIS DE LA VIBRACIÓN DEL HILO EN EL PROCESO DE HILATURA CONVENCIONAL DE ANILLOS. ¹⁾

Parte I : Modelo matemático para la zona comprendida entre el triángulo de hilatura hasta el guía-hilos.

J. Liu *), M. Raheel **)

0.1 Resumen.

La teoría de la hilatura con anillos y las causas de roturas del hilo durante el proceso de hilatura han sido ampliamente investigadas y, sin embargo, ciertas regularidades observadas con respecto a la rotura del hilo no han sido todavía satisfactoriamente explicadas. Este trabajo, dividido en cuatro partes, analiza la dinámica de la hilatura con anillos y presenta, por primera vez, un modelo que trata al hilo no como una línea recta o curva sino como un sistema vibrante. El componente vibración juega un papel importante en la fluctuación de la tensión y en la explicación del comportamiento del hilo durante la hilatura. Hemos analizado la tensión del hilo en tres zonas: 1) desde la zona del pinzaje del cilindro estirador hasta la guía para el extremo roto; 2) desde la guía hasta el balón del hilo producido por el cursor; y 3) desde el cursor hasta el punto de enrollado de la bobina. Para cada zona se presenta el modelo mecánico/matemático y mediante una serie de tratamientos se han deducido las ecuaciones de vibración.

0.2 Summary. *VIBRATION ANALYSIS OF YARN IN RING SPINNING PROCESS. PART I: MATHEMATICAL MODEL FOR PIGTAL REGION.*

Much research has been devoted to the theory of ring spinning and the causes of end-breaks during the spinning process, however, to date, certain observed regularities regarding end-breaks have not been explained satisfactorily. This four part paper analyzes the dynamics of ring spinning and for the first time presents a model that treats the yarn not just as a straight or curved line but as vibrating system. The vibration component plays an important role in tension fluctuation and in

*) Mr. Jiang Liu. Profesor del Departamento de "Materials Science and Engineering" de la Universidad de Illinois Urbana-Champaign, Illinois 61801, U.S.A.

***) Dra. Mastura Raheel. Profesora de la División de "Consumer Sciences" de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign, Illinois 61801, U.S.A.

explaining yarn behaviour during spinning. We have analyzed yarn tensions in three regions, namely: 1) from nip of front roller to guide-pigtail; 2) from the guide to the traveller-ballon yarn; and 3) from the traveller to the wind-on point on the bobbin. For each region we have presented the mechanical/mathematical model and by means of a series of mathematical treatments have derived the vibrational equations.

0.3 Résumé. ANALYSE DE LA VIBRATION DU FIL DANS LE PROCÉDÉ DE LA FILATURE A ANNEAUX. I PARTIE: MODÈLE MATHÉMATIQUE POUR LA ZONE DU BOUT CASSÉ.

La théorie de la filature à anneaux et les causes de casses du fil pendant le processus de filature ont été recherchées à fond et, pourtant, certaines régularités observées vis-à-vis de la casse de fil n'ont pas encore été expliquées d'une manière satisfaisante. Ce travail, divisé en quatre parties, analyse la dynamique de la filature à anneaux et présente, pour la première fois, un modèle traitant le fil non pas comme une ligne droite ou courbe mais comme un système vibrant. Le composant vibration joue un rôle important dans la fluctuation de la tension ainsi que dans l'explication du comportement du fil pendant la filature. On a analysé la tension du fil dans trois zones: 1) de la zone de pinçage du cylindre d'étrépage jusqu'au ballon du fil produit par le curseur 2) du guide jusqu'au ballon du fil produit par le curseur et 3) du curseur jusqu'au point de renvidage de la bobine. On présente le modèle mécanique/mathématique pour chaque zone et, moyennant une série de traitements, on a déduit les équations de vibration.

1. INTRODUCCIÓN

En la producción moderna de hilatura de alta velocidad, las roturas del hilo suponen el inconveniente principal para lograr aumentar la velocidad del huso y mejorar la calidad del hilado. Muchos científicos han prestado gran atención para deducir las causas de las roturas de los hilos durante la hilatura con anillos y han sugerido diversas formas para aminorar la frecuencia de las roturas de hilo durante el proceso de hilatura. La bibliografía existente (3, 4, 5, 6, 7, 10, 16) incluye muchas teorías sobre la hilatura de anillos y se han presentado, igualmente, diversos análisis sobre las fuerzas que actúan sobre el balón en base al análisis de las fuerzas que actúan sobre el mismo. Chen y Zhang (3) han estudiado la forma del balón y la teoría sobre la tensión del hilo, que tiene su importancia en las roturas de los hilos. Más recientemente, Batra et al. (1, 2) han analizado la dinámica del proceso de hilatura de anillos, teniendo en cuenta el radio del anillo y la altura del balón, y obtuvieron soluciones numéricas para explorar la zona de inestabilidad del balón. No obstante, estas teorías tratan al hilo como una línea recta o curva y no consideran la componente vibración del hilo que puede jugar un papel importante en las roturas de hilos. Así pues, no existe en la actualidad una explicación satisfactoria sobre ciertas regularidades observadas de las roturas del hilo. Se

intenta en este artículo analizar la tensión dinámica del hilo y realizar los modelos matemáticos de las tres zonas, por separado, del hilo; es decir, 1) desde la línea de pinzaje hasta el guía-hilos; 2) desde el guía-hilos hasta el cursor (balón de hilo); y 3) desde el cursor hasta el punto de enrollado de la bobina (hilo enrollado). Por otro lado, este artículo presentará las ecuaciones vibratorias de las tres zonas del hilo en las Partes I, II y III de esta serie y, además, en base a las ecuaciones de vibración, una explicación relativa a las roturas del hilo en la IV Parte.

2. PARTE ANALÍTICA

2.1 Modelo matemático para la hilatura de anillos (zona entre el triángulo de hilatura y el guía-hilos).

En la Fig. 1 está representada gráficamente la zona del extremo del hilo desde el punto de pinzaje O del cilindro estirador hasta el guía-hilos M. El hilo flexible de masa por unidad de longitud bajo tensión T_s se mantiene tenso entre O y M. El movimiento del hilo puede describirse simplemente por las coordenadas "x" y "u", en tanto que O es el origen de las coordenadas, y el eje de coordenadas atraviesa el centro de la guía. Sea $OM = l$. La desviación lateral u a lo largo del hilo es una función del espacio variable x y del tiempo t: $u = u(x, t)$. El dibujo a mano alzada de un elemento "ds" del hilo se muestra también en la Fig. 1. Si la desviación lateral u es pequeña $\partial u / \partial x$ se vuelven pequeños y el cambio en T debido a la desviación se vuelve despreciable. No se consideran ni el peso del hilo ni la resistencia del hilo al aire. Si se aplica la segunda ley de Newton y se expresa la aceleración del hilo como $\partial^2 u / \partial t^2$ y suponiendo las pequeñas desviaciones u y θ , la ecuación del movimiento será:

$$\mu ds \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T_s \sin(\theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx) - T_s \sin \theta$$

bajo desviación pequeña, $\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| < 1$, $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$ se vuelve infinitesimal, por tanto

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} dx \approx dx$$

$$\theta = \sin \theta = \operatorname{tg} \theta = \frac{\partial u}{\partial x}$$

simplificando, la ecuación se convierte

$$\begin{aligned} \mu ds \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= T_s \left(\theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx - T_s \theta \\ &= T_s \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \\ &= T_s \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$0 < x < l$$

(1)

donde

$$a_s = \sqrt{\frac{T_s}{\mu}}$$

Puede verse que a_s es la velocidad de traslación del onda elástica del hilo a lo largo de la dirección del hilo (15).

Aclaremos esto: el hilo es un sistema continuo consistente en un número infinito de partículas. El desplazamiento de cada partícula es función del tiempo t , pero el desplazamiento de todo el hilo es función de la variable espacio x y del tiempo t . $\partial^2 u / \partial t^2$ refleja los enmarañamientos entre las partículas. Por tanto, el desplazamiento del movimiento del hilo en la hilatura viene indicado por la

ecuación 1, diferencial parcial que consiste de las variables independientes x y t .

Sabemos que la guía tiene la forma de un anillo siendo su diámetro interior $2r$. El hilo gira continuamente y se desliza a lo largo del borde interior cuando gira el balón del hilo a alta velocidad. Así, las condiciones límite del hilo de la hilatura en el plano "xou" pueden describirse como:

$$u(0, t) = 0 \quad \text{y} \quad u(l, t) = r \text{Sin} p_0 t$$

donde p_0 es la frecuencia circular de la rotación del balón del hilo. Las condiciones iniciales son:

$$u(x, 0) = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$$

La regularidad de movimiento del hilo se suma ahora para encontrar la solución de la siguiente ecuación diferencial parcial con condiciones límite no-homogéneas,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = r \text{Sin} p_0 t \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

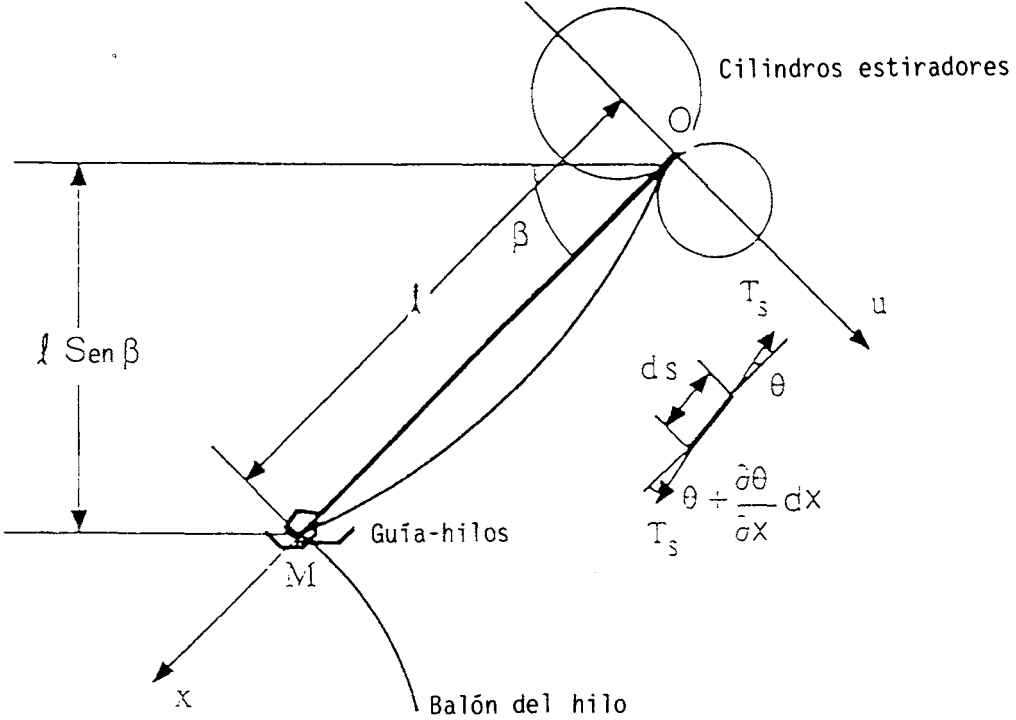


Fig. 1.- Resolución de fuerza en el hilo.

2.2 Análisis de Fourier de la vibración del hilo

Al objeto de hallar la solución a las ecuaciones 2, 3 y 4, es necesario, en primer lugar, eliminar la condición límite no homogénea de la ecuación 3. Puede hacerse eligiendo una función adecuada $V(x,t)$ que no sólo satisfaga las condiciones límites de la ecuación 3, sino que también lo haga con las de la ecuación general 2. La función viene dada por la ecuación 5 (a).

$$V(x,t) = r \frac{\text{Sin } \frac{p_b}{a_s} x}{\text{Sin } \frac{p_b}{a_s} l} \text{Sin } p_b t \quad (5)$$

Lo que esto significa es que la vibración del hilo está causada por dos factores; la fuerza de excitación y la condición inicial del sistema. Por tanto, la vibración del hilado es una combinación lineal de la vibración $V(x,t)$ causada por la fuerza de excitación y la vibración $W(x,t)$ causada por las condiciones iniciales.

Así pues:

$$u(x, t) = V(x, t) + W(x, t) \tag{6}$$

Sustituyendo la ecuación 6 en las ecuaciones 2, 3 y 4, obtenemos separadamente

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - a_s^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - a_s^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) = 0$$

$$W(0, t) = 0 - V(0, t) = 0$$

$$W(l, t) = r \sin p_b t - V(l, t) = 0$$

$$W(x, 0) = 0 - V(x, 0) = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}(x, 0) = 0 - \frac{\partial V}{\partial t}(x, 0) = -r p_b \frac{\sin \frac{p_b}{a_s} x}{\sin \frac{p_b}{a_s} l}$$

De esta forma, se obtiene la ecuación diferencial parcial W (x,t) con condiciones límite homogéneas.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = a_s^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \\ W(0, t) = 0, \quad W(l, t) = 0 \\ W(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial t}(x, 0) = -r p_b \frac{\sin \frac{p_b}{a_s} x}{\sin \frac{p_b}{a_s} l} \end{array} \right. \tag{7}$$

$$\tag{8}$$

$$\tag{9}$$

La ecuación 6 puede expresarse en la forma:

$$W(x, t) = X(x) Y(y) \tag{10}$$

donde $X(x)$ sólo es una función de la variable espacio x e indica el estado vibratorio de todo el hilado, en tanto que $Y(t)$ es función sólo del tiempo t sólo y describe la regularidad vibratoria de los componentes del hilo. Sustituyendo la ecuación 10 en 7 y simplificando, obtenemos

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{Y''(t)}{a_s^2 Y(t)}$$

Puesto que el lado izquierdo de la ecuación es independiente de x y el derecho es independiente de t y la igualdad se mantiene para todos los valores de x y t , se deduce que cada lado debe ser una constante. Si la constante es mayor que cero o igual a cero, obtenemos sólo una solución sin signo $X(x) = 0$; por tanto, hagamos que la constante sea $-\beta^2$. Así, obtendremos dos ecuaciones diferenciales ordinarias

$$X''(x) + \beta^2 X(x) = 0 \tag{11}$$

$$Y''(t) + a_s^2 \beta^2 Y(t) = 0 \tag{12}$$

La integral general de la ecuación 11 es

$$X(x) = b_1 \text{Cos} \beta x + b_2 \text{Sin} \beta x$$

En condiciones límite, la Ecuación 8 u $(0, t) = 0$ requiere que $b_1 = 0$. Para $u(l, t) = 0$, tendremos

$$\text{Sin} \beta l = 0$$

Así obtenemos una serie de valores propios β_{sn} sobre la vibración del hilado:

$$\beta_{sn} = \frac{n\pi}{l}, \quad \text{for } n = 1, 2, \dots \tag{13}$$

y una serie de funciones propias:

$$X_n(x) = \text{Sin} \frac{n\pi}{l} x, \quad \text{for } n = 1, 2, 3, \dots \tag{14}$$

Para la ecuación 12, sustituyendo la ecuación 13 en la 12, obtendremos

$$Y_n''(t) + \frac{a_s^2 n^2 \pi^2}{\lambda^2} Y(t) = 0$$

siendo su integral general

$$Y_n(t) = C_n \cos \frac{n\pi a_s}{\lambda} t + D_n \frac{n\pi a_s}{\lambda} t$$

La condición inicial $W(x, 0) = 0$ en la ecuación 9 exige que $C_n = 0$; por tanto

$$Y_n(t) = D_n \sin \frac{n\pi a_s}{\lambda} t$$

Según los valores propios podemos obtener las frecuencias circulares del sistema continuo:

$$p_{sn} = a_s \beta_{sn} = \frac{n\pi}{T} \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} \quad \text{for } n = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Los valores estacionarios correspondientes a cada una de las frecuencias naturales circulares son:

$$W_n(x, t) = X_n(x) Y_n(t) = D_n \sin \frac{n\pi}{\lambda} x \sin \frac{n\pi a_s}{\lambda} t$$

Puesto que las ecuaciones 7 y 8 son lineales, la solución general es la superposición de los principales, es decir

$$W(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \frac{n\pi}{\lambda} x \sin \frac{n\pi a_s}{\lambda} t \quad (16)$$

A fin de obtener el valor D_n , sustituimos la ecuación 16 en la segunda condición inicial de la ecuación 0 y obtenemos:

$$r \frac{n\pi a_s}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \frac{n\pi}{\lambda} x = -r p_b \frac{\sin \frac{p_b}{a_s} x}{\sin \frac{p_b}{a_s} \lambda} \quad (17)$$

El lado izquierdo de la ecuación 17 corresponde a una serie de Fourier de senos y si ampliamos el lado derecho a una serie de Fourier de senos, el coeficiente sera D_n . La fórmula del coeficiente de la serie de Fourier de seno da:

$$\begin{aligned} D_n &= \frac{2}{n\pi a_s} \int_0^{\lambda} -r p_b \frac{\sin \frac{p_b}{a_s} x}{\sin \frac{p_b}{a_s} \lambda} \sin \frac{n\pi}{\lambda} x dx \\ &= \frac{-2r p_b}{n\pi a_s \sin \frac{p_b}{a_s} \lambda} \left[\frac{\sin \left(\frac{p_b}{a_s} + \frac{n\pi}{\lambda} \right) x}{2 \left(\frac{p_b}{a_s} + \frac{n\pi}{\lambda} \right)} + \frac{\sin \left(\frac{p_b}{a_s} - \frac{n\pi}{\lambda} \right) x}{2 \left(\frac{p_b}{a_s} - \frac{n\pi}{\lambda} \right)} \right]_0^{\lambda} \\ &= \frac{r p_b}{n\pi a_s \sin \frac{p_b}{a_s} \lambda} \left[\frac{\sin \left(\frac{p_b}{a_s} + n\pi \right)}{\frac{p_b}{a_s} + \frac{n\pi}{\lambda}} - \frac{\sin \left(\frac{p_b}{a_s} - n\pi \right)}{\frac{p_b}{a_s} - \frac{n\pi}{\lambda}} \right] \\ &= (-1)^n \frac{r p_b}{n\pi a_s} \left[\frac{1}{\frac{p_b}{a_s} + \frac{n\pi}{\lambda}} - \frac{1}{\frac{p_b}{a_s} - \frac{n\pi}{\lambda}} \right] \\ &= (-1)^n \frac{2r p_b a_s \lambda}{\lambda^2 p_b^2 - n^2 \pi^2 a_s^2} \end{aligned} \quad (18)$$

Utilizando u_s para el desplazamiento vibracional obtenemos la ecuación vibratoria del hilo:

$$u_s = V(x,t) + W(x,t) \quad (19)$$

$$= r \frac{\sin \frac{p_b}{a_s} x}{\sin \frac{p_b}{a_s} \lambda} \sin p_b t + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \frac{n\pi}{\lambda} x \sin \frac{n\pi a_s}{\lambda} t$$

Donde D_n viene dado por la ecuación 18.

La ecuación 19 indica que la vibración del hilo consiste en dos partes, la primera vibración dependiente de la ley vibracional del balón del hilo cuya frecuencia es p_n ; en tanto que la segunda parte $W(x, t)$, según esta ecuación, se compone de una serie de ondas permanentes. Para poderlo comprender más claramente deberemos profundizar en el aspecto físico. Expresemos la serie $W_n(x, t)$ en una forma más conveniente

$$W_n(x, t) = D_n \sin \frac{n\pi}{l} x \sin p_{sn} t \quad (20)$$

cuando el tiempo t es una constante t_0 , la ecuación será

$$W_n(x, t_0) = D'_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (21)$$

donde $D'_n = D_n \sin p_{sn} t_0$ es una constante. La ecuación 21 indica la forma de la onda $W_n(x, t_0)$ en cualquier tiempo dado y es una nueva curva senoidal, pero la amplitud D' varía con el tiempo. Cuando el espacio x es una constante x_0 ,

$$W_n(x_0, t) = D''_n \sin p_{sn} t \quad (22)$$

donde $D''_n = D_n \sin \frac{n\pi}{l} x_0$ es una constante. La ecuación 22 indica que el

movimiento de la partícula situado en x es una simple vibración armónica, siendo su amplitud D'' , la frecuencia circular p_{sn} y la fase inicial cero. Las otras partículas tienen la misma posición, la frecuencia circular y la fase inicial son las mismas y tan sólo la amplitud D'' es diferente. Otra característica de este tipo de onda vibracional

es que la amplitud de W_n es cero en los puntos $n + 1$, es decir $x = 0, \frac{l}{n}, 2\frac{l}{n}, 3\frac{l}{n}, \dots, l$

y se llaman nudos. La distancia $\frac{l}{n}$ entre dos nudos adyacentes es la mitad de una longitud onda, y así obtenemos la longitud de onda de las ondas permanentes:

$$\lambda_{sn} = \frac{2l}{n} \quad (23)$$

y de la frecuencia

$$f_{sn} = \frac{p_{sn}}{2\pi} = \frac{na_s}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} \quad (24)$$

Si $n = 1$, la onda se denominara onda armónica fundamental y a su frecuencia se le llama frecuencia fundamental.

La Fig. 2 muestra las formas de las ondas permanentes de $W(x, t)$ con $n = 1, 2, 3$ en un tiempo indicado.

La explicación física de la vibración de la zona del balón se dará en la II Parte de esta serie. La descripción completa de la vibración del hilo en la zona desde la línea de pinzado hasta el guía-hilos roto viene dada por la superposición de $V(x, t)$ y $W(x, t)$.

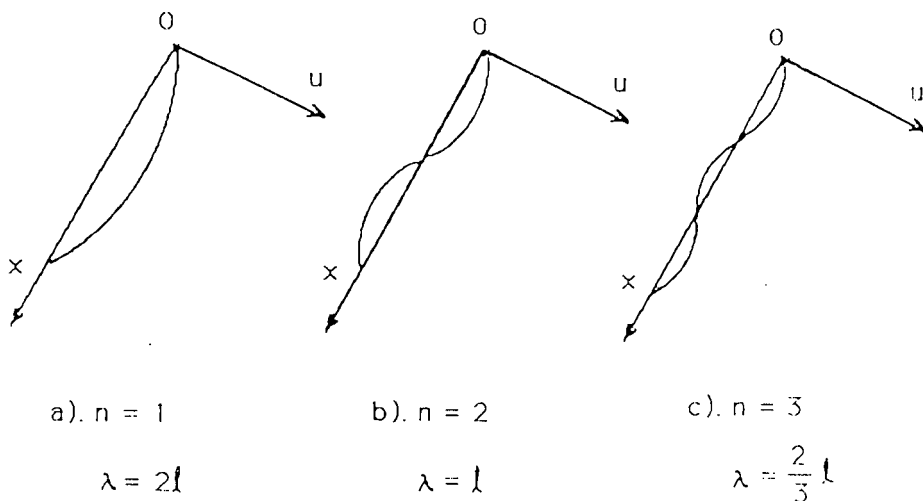


Fig. 2. - Formas de la onda estacionaria del hilo con $n = 1, 2, 3$ en un tiempo indicado.

2.3 Explicación sobre la vibración del hilo en la zona entre la línea de pinzado y el guía-hilos

Supongamos que la cinta se mantiene firmemente en la zona de pinzaje del cilindro estirador situado en $x = 0$ y que no existe desplazamiento de la dirección u , sino que es forzada para oscilar horizontalmente en una frecuencia circular ω y una amplitud B en el guía-hilos situado en $x = l$ (11). En la continua de anillos, sin embargo, son muchas las causas que originan este tipo de perturbación; por ejemplo, el balón del hilo se sale periódicamente del borde interno cuando gira, el hilo gira a una velocidad no uniforme en el ojal del guía-hilos (8), el guía-hilos deja

de ser fijo, el ojal del guía-hilos se vuelve excéntrico respecto al eje del huso, la superficie interna del guía-hilos se vuelve rugosa, el guía-hilos se mece oscilando hacia arriba y abajo y así sucesivamente. Consideramos la vibración $W(x, t)$ y más adelante nos ocuparemos de $V(x, t)$ al tratar del análisis vibratorio del balón del hilo. De esta forma, el estado de solución uniforme de la vibración W tendría la misma forma que la ecuación 20.

$$W(x, t) = X(x) \text{Sin} \omega t \quad (25)$$

pero ahora obedece las siguientes condiciones límite

$$W(0, t) = 0 \quad (26)$$

$$W(l, t) = B \text{Sin} \omega t \quad (27)$$

Puesto que la ecuación básica del movimiento todavía viene dada por la ecuación 2, la función $X(x)$ todavía sería una función senoidal con la variable x , y por tanto

$$X(x) = A \text{Sin}(kx + \alpha) \quad (28)$$

de la ecuación 25 tenemos que

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -\omega^2 X(x) \text{Sin} \omega t$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = X''(x) \text{Sin} \omega t$$

sustituyéndolos en la ecuación 7, se convierte en

$$X''(x) = -\frac{\omega^2}{a_s^2} X(x)$$

la integral general de esta ecuación diferencial ordinaria es

$$X(x) = b_3 \text{Sin} \frac{\omega}{a_s} x + b_4 \text{Cos} \frac{\omega}{a_s} x \quad (29)$$

sustituyendo la condición límite $W(0, t) = 0$ en la ecuación 20, tenemos que $b_4 = 0$, de modo que la ecuación queda así:

$$X(x) = b_3 \text{Sin} \frac{\omega}{a_s} x$$

Por tanto, la ecuación 28 puede cambiarse a:

$$X(x) = A \sin\left(\frac{\omega}{a_s} x + \alpha\right) \quad (30)$$

Esta ecuación es similar a la ecuación 14, con la única diferencia que tiene un parámetro más. Según la condición límite en la ecuación 27, tenemos que:

$$A \sin\left(\frac{\omega l}{a_s} + \alpha\right) = B \quad (31)$$

Sustituyendo la condición límite $w(0, t) = 0$ en la ecuación 30, obtenemos

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= 0 \\ \text{o} \quad \alpha &= m\pi, \quad \text{por} \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (32)$$

Sustituyendo la ecuación 32 en la 31, tenemos

$$A = \frac{B}{\sin\left(\frac{\omega l}{a_s} + \alpha\right)} \quad (33)$$

Este resultado indica que si existe un desplazamiento forzado B (aún cuando B sea muy pequeño) sobre el hilo en el guía-hilos y la frecuencia circular perturbado a w se aproxima a una de las frecuencias circulares naturales del hilado, determinadas por la ecuación 15, es decir,

$$p_{sn} = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} = np_{s1}$$

la respuesta de todo el hilado será mucho mayor.

Aunque la amplitud del hilado no será muy grande debido a la existencia de efectos de amortiguamiento, tales como la tensión del hilo, la resistencia del aire, el constreñimiento de los dos cilindros estiradores y guía-hilos, etc., y, sin embargo, la amplitud A será mucho mayor si $\omega = np_{s1}$. La tensión resultante en el hilado aumentará significativa y rápidamente, de forma que la probabilidad de la rotura del hilo será considerablemente mayor. Este es el fenómeno de resonancia. Según la relación del factor de amplificación X/X_0 versus la relación de

frecuencia $\omega/\omega_0 = 1$, cuanto más próximo $\omega/\omega_0 = 1$, tanto más pendiente será el gradiente de curva del factor de amplificación x/x_0 , especialmente cuando la relación de amortiguamiento ζ sea pequeña. Aunque la relación de amortiguamiento ζ es bastante grande en el caso de un hilado, la amplitud de la onda de hilo se vuelve considerablemente mayor.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al objeto de obtener la magnitud de la frecuencia que es de nuestro interés, presentamos algunos datos del trabajo experimental de Tang (14). En la Tabla 1 se ofrecen los datos sobre la tensión en un hilado de algodón puro. El número de hilo es $N_t = 18.22$, la velocidad de huso $n_s = 18.500 \text{ min}^{-1}$, el diámetro del anillo $D = 42 \text{ mm}$, el diámetro de la bobina en vacío $d_0 = 17 \text{ mm}$, el diámetro máximo de bobina $d_m = 39 \text{ mm}$, recorrido (hacia arriba y hacia abajo) de la bancada de anillo hasta el empaquetado formado en $h_0 = 46 \text{ mm}$, el número cursor es OSS6/0. Los valores medidos de la tensión T_s se muestran en la Tabla 1, donde T_{s1} es el valor máximo de T_s cuando el enrollado se encuentra en el diámetro menor, $T_{s1'}$ es el valor máximo con el diámetro mayor.

TABLA 1
Valores medidos para la tensión T_s del hilo
 (Tomado de Tang. W.H., And Analysis of Yarn Tension in the Cotton Ring Spinning Frame, J. Text. Res., Edición china, 5, 24, (1980).

Situación de la bobina	T_{s1}	$T_{s1'}$	\bar{T}_{s1}	ΔT_{s1}
Inicio	49.70	56.48	53.09	-6.78
Formación de la base	41.46	37.74	39.60	3.72
A medio bobinar	36.42	30.28	33.35	6.14
Totalmente bobinada	50.64	28.46	39.55	22.18

En términos generales, cuando el diámetro de la bobina es el más estrecho, la tensión es la más alta. Así sustituimos T_{s1} en la ecuación 24 para calcular la primera frecuencia natural del hilado que se muestra en la Tabla 2, donde es una aproximación basada en la continua de hilar A513.

TABLA 2
Primeras frecuencias naturales calculadas (f_{s1})
asociadas con valores medidos para la tensión del hilo.

Situación de la bobina	T_{s1} (gm)	$l \text{ Sen } \beta_0$ (cm)	f_{s1} (Hz)
Inicio	49.70	14.3	572
Formación de la base	41.46	14.0	534
A medio bobinar	36.42	12.0	583
Totalmente bobinada	50.64	11.5	718

Sabemos que la velocidad del cursor n_c es casi igual a la velocidad de huso n_s , por tanto, parece aceptable que calculemos la frecuencia perturbadora f debida a la rotación del balón del hilo en el guía-hilos usando n_s en vez de n_c .

$$f = \frac{n_s}{60} = \frac{18500}{60} = 308 \text{ (Hz)}$$

Este valor es mucho menor que los valores calculados f_{s1} dados en la Tabla 2. Podemos ahora llegar a la conclusión de que la frecuencia perturbadora f es menor que la primera frecuencia natural f_{s1} del hilado en la hilatura de alta velocidad ($n_s = 18.500 \text{ min}^{-1}$). Las otras frecuencias naturales f_{sn} ($n \geq 2$) son demasiado altas como para tener un significado práctico en la velocidad del huso. Por tanto, la magnitud de la frecuencia en la que se basa nuestra investigación, está limitada desde cero hasta la primera frecuencia natural. Así, lo único que nos interesa es la onda fundamental de la vibración $w(x, t)$ en la ecuación vibracional del hilado,

es decir

$$W(x, l) = \frac{2r\rho_{b1}a_s l}{\pi^2 a_s^2 l^2 \rho_{b1}^2} \sin \frac{\pi}{l} x \sin \frac{\pi a_s}{l} l \quad (34)$$

siendo su frecuencia circular

$$p_{s1} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} \quad (35)$$

y su frecuencia

$$f_{s1} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} \quad (36)$$

y su longitud de onda

$$\lambda_{s1} = 2l \quad (37)$$

Sus nudos se hallan en el punto de pinzaje de los cilindros estiradores ($x = 0$) y el guía-hilos y su forma de onda se muestra en la Figura 2 (a). El análisis vibratorio del hilado en la zona desde la línea de pinzado hasta el guía-hilos clarifica algunos puntos. Se sabe que la variación continua de la tensión del hilo se debe a muchas causas, pero fundamentalmente al cambio periódico de aceleración durante la vibración del propio hilo. Por otro lado, la longitud del hilo también varía continuamente debido a la oscilación del guía-hilos. Estos factores hacen que la primera frecuencia natural f_{s1} delhilado sea, en cierta medida, poco uniforme. Esto hace que la frecuencia perturbadora más alta, que depende de la velocidad del huso, sea muy limitada. Una vez que la frecuencia desciende al nivel de f_{s1} , aparecerá una resonancia y aumentará la posibilidad de que aparezcan roturas de hilos.

Definamos el nivel de frecuencia desde cero hasta la primera frecuencia natural como zona de no-resonancia. Las roturas causadas por la resonancia podrán sólo eliminarse cuando una frecuencia perturbadora se encuentre dentro del ámbito de no-resonancia y corresponda a un cierto valor menor que la primera frecuencia natural mínima T_{smn} . Si f_{s1} disminuye, la velocidad del huso debe

descender para interrumpir la resonancia. Por el contrario, si f_{s1} es grande, la zona de no-resonancia se vuelve más ancha y la correspondiente velocidad del cursor puede aumentar. Por otro lado, del análisis vibratorio del hilo y de la ecuación 36 podemos ver que la zona de interés debe ser aquella de tensión mínima T_{smin} y longitud máxima l_{max} del hilado, porque f_{s1} tiene, en este caso, el valor mínimo. Es la tensión mínima la que hace a f_{s1} estar próxima a la frecuencia perturbadora f y puede causar una amplitud mucho mayor y, consecuentemente la tensión el hilo aumenta rápidamente. En otras palabras, una tensión demasiado pequeña puede causar una amplitud mucho mayor que, a su vez, dará como resultado un rápido aumento de la tensión del hilo, así como la posibilidad de que aumenten las roturas de hilo. Sin embargo, la investigación clásica ha centrado hasta ahora su atención sobre la tensión máxima como la causa de las roturas de hilo. La Fig. 4 muestra la zona de frecuencia de no-resonancia y el área que cubre la primera frecuencia natural.

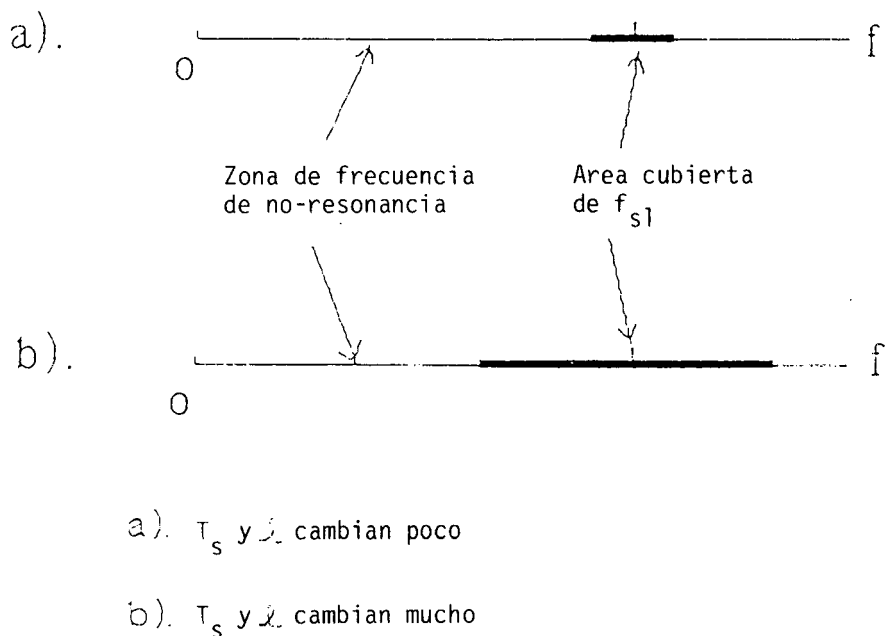


Fig. 4.- Diagrama de la zona de frecuencia de no-resonancia y área cubierta de la primera frecuencia natural.

Para eliminar una respuesta de la perturbación en un guía-hilos, lo importante es intentar eliminar la propia perturbación, es decir, mantener en buenas condiciones el guía-hilos y diseñar un guía-hilos mejor. En realidad, a través de un tratamiento matemático suponiendo una condición límite $u(l, t) = 0$, podemos ver

más claramente que podemos lograr $u_s(x, t) = 0$. En otras palabras, si no existe perturbación en el guía-hilos, no habrá vibración en el hilado y, por ello, se eliminará toda posibilidad de resonancia.

4. CONCLUSIONES

La investigación clásica ha sido enfocada desde el punto de vista de que cuando la tensión del hilo es mayor, las roturas del mismo son también más numerosas que con tensión menor. La aportación más importante de este trabajo consiste en demostrar matemáticamente, ecuación 36, que cuando la tensión es más alta, la primera frecuencia natural f_{s1} del hilo se vuelve mayor y que la zona de frecuencia de no-resonancia se hace más ancha y, de aquí, la posibilidad de que disminuyan las roturas de hilo causadas por la resonancia. Mientras que cuando la tensión es más baja y t_{s1} es menor, aumentará la posibilidad perturbadora f_{s1} , tanto mayor será la posibilidad de roturas de hilo. Esta regularidad se presenta en la Fig. 3 como la curva del factor de amplificación x/x_0 .

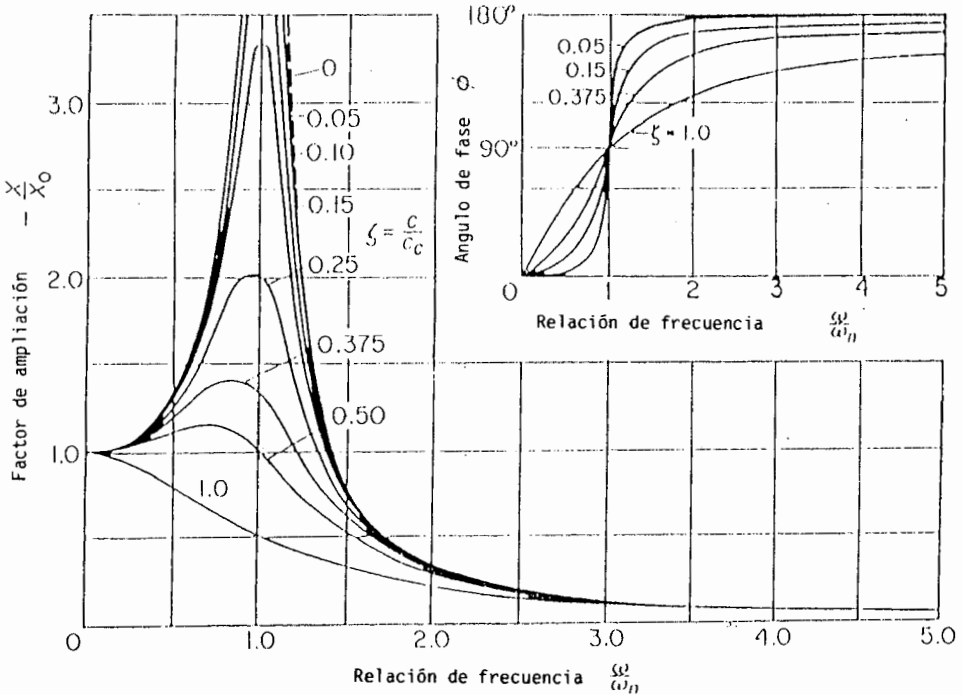


Fig. 3.- Factor de amplificación versus razón de frecuencia de un sistema.

5. BIBLIOGRAFÍA

- 1) Batra, S.K. Ghosh, T.K. y Zeidman, An Integrated Approach to Dynamic Analysis of the Ring Spinning Process, 1ª Parte: Without Air Drag and Coriolis Acceleration, Text. Res. J., 59, 309-317 (1989).
- 2) Batra, S.K. Ghosh, T.K. y Zeidman, An Integrated Approach to Dynamic Analysis of The Ring Spinning Process, 2ª parte: With Air Drag, Text. Res. J., 59, 416-424 (1989).
- 3) Chen, R. y Zhang S., The Balloon Shape and Yarn Tension Theory for the Ring Spinning Process, . East China Inst. Textile Sci. Tech., 2, 67, (1985).
- 4) De Barr, A. E., A Descriptive Account of Yarn Tensions and Balloon Shapes in Ring Spinning, J. Textile Inst. 49, T58 (1958).
- 5) De Barr, A. E., The Role of Air Drag in Ring Spinning, J. Textile Inst. 52, T126 (1961).
- 6) De Barr, A. E., y Catling, ., "The Principles and Theory of Ring Spinning", The Textile Institute and Butterworths, Manchester & London, 1965.
- 7) Division of Cotton Spinning, East-China Institute of Textile Science and Technology, "Cotton Spinning Engineering", Volumen 2, Beijing, China.
- 8) Li, D. Z. y Shen, R. F., Some Dynamical Characteristics of Yarn Tension During Ring Spinning, J. Text. Res. 1, 15 (1982).
- 9) Liang, K.M., "Theory of Mathematic Physics", People's Educational Publisher, Edición china, Beijing, China, 1978.
- 10) Lisini, g.G., Nerli G. y Risoone, P., Determination of Balloon Surface in Textile Machines -A Finite Segment Approach, Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry, 103, 424-430 (1981).
- 11) Main, I.G., "Vibration and Waves in Physics", Cambridge University Press, 1978.
- 12) Nerli, G., Mechanical Behaviour of Yarn in Certain Textile Manufacture Textile Tech. (a) 56 (Dic. 1984), (b) 36 (Sept. 1985).
- 13) Nerli, G. et al., Calcul du Balloon par une Methode Numerique, in "Proc. 6-th Int. Wool Text. Res. Conf. Pretoria", vol. 3, 607, 1980.
- 14) Tang, W.H. An Analysis of Yarn Tension in the Cotton Ting Spinning Frame, J. Text. Res., Edición china, 5, 24 (1980).
- 15) Thomson, W. T., "Vibration Theory and Applications", 54, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1965.
- 16) Wang, J.Q., An Analysis of Balloon Shape and Spinning Tension Under Steady Condition, J. of Text. Res., 2.23 (1983), Edición china.

Trabajo recibido en 1991.03.19 - Aceptado en 1991.09.17