

Influencia de los parámetros fluidodinámicos de una corriente sobre la difusión de masa desde ella a un sustrato textil estacionario

por Luis Virto Albert y Eugenio Valencia Leonardo
Sección de Fluidodinámica Textil

Resumen

La difusión de masa (colorante) desde una solución tintórea que fluye manteniendo un íntimo contacto con una materia textil estacionaria depende, aparte de las variables termodinámicas y fisicoquímicas, de la naturaleza del flujo de capa límite, en régimen laminar o turbulento, o del medio poroso y de los parámetros que los caracterizan desde el punto de vista fluidodinámico.

En este primer trabajo se hace una síntesis de los principios fundamentales por los que se rige dicha difusión cuando entre la corriente y el sustrato textil se establece una capa límite.

Summary

Diffusion of a mass (dye) from a flowing dyeing solution being in contact with a stationary textile material depends, apart from the thermodynamic and physico-chemical variables, on the nature of the boundary layer in laminar or turbulent form, or the porous medium and parameters that characterize it from the point of view of fluid dynamics.

In this first paper a synthesis of the fundamental principles such a diffusion is made governing when a boundary layer is setup between the textile material and the current.

Resumé

La diffusion de masse (colorant) depuis une solution tinctoriale qui coule en gardant du contact intime avec une matière textile stationnaire, depend, a part des variables thermodynamiques et physico-chimiques, de la nature de la couche limite en écoulement laminaire ou turbulent, ou du milieu poreux et des parametres qui les caracterisent au point de vue fluidodynamique.

Dans ce premier travail on fait une synthese des principes fondamentaux parmi lesquels cette diffusion—ci se gouverne, lorsque une couche limite s'établit parmi l'écoulement et le substrat textil.

Nomenclatura

a_{II}, a_{III}, a_{IV}	: constantes de integración
b	: constante
c	: concentración
c_0	: concentración inicial de colorante
c_t	: concentración de difusión del colorante
D	: coeficiente de difusión del colorante
$I = \int j_{diff} ds$: flujo másico total
F	: fuerza de rozamiento
J_{diff}	: flujo de difusión molecular
J_{con}	: flujo convectivo
k	: constante
k_{II}, k_{III}, k_{IV}	: constantes de integración
l	: longitud característica
n	: revoluciones por minuto (rpm), velocidad de agitación del baño

$P_e = P_r \cdot R_e$: número de Peclet
$P_r = \nu/D$: número de Prandtl
p	: presión
$Re = v_o l/\nu$: número de Reynolds
S	: superficie
t	: tiempo de tintura
$t_{1/2}$: tiempo medio de tintura
u	: componente de la velocidad según el eje x
\bar{u}	: valor medio de la velocidad u
v_o	: velocidad del flujo fuera de la capa límite
v_x, v_y	: componentes de v respecto a x, y
x, y	: coordenadas cartesianas
$y^* = u/v_o$: distancia adimensional
α	: constante
β	: constante
γ	: coeficiente de proporcionalidad
δ	: espesor de la capa límite difusional
δ_o	: espesor de la capa límite fluidodinámica
δ_l	: espesor capa límite laminar
μ	: viscosidad dinámica
ν	: viscosidad cinemática
ρ	: densidad
τ	: tensión de cortadura
τ_o	: tensión de cortadura en la pared

Introducción

Varios son los procesos que se sirven de la circulación del baño para asegurar el transporte y transferencia de masa y energía desde el baño tintóreo a la materia textil. La frontera entre materia y líquido puede venir configurada por una superficie plana con una rugosidad que sea la intrínseca del manufacturado textil correspondiente, o por una superficie irregular y cambiante.

Dos ejemplos típicos: un tejido al ancho que se desplaza en un baño tintóreo, con o sin agitación intrínseca, y de un tejido en cuerda que se desplaza en un tubo arrastrado por una corriente, inyectada coaxialmente, respecto a la cual tiene una velocidad relativa.

La tendencia general de la evolución de los procesos de tintura que implican un movimiento relativo entre materia y baño, y de las máquinas concebida para llevarlos a cabo, ha sido y es, conseguir la máxima y más efectiva circulación del baño compatible con la preservación de los valores de los parámetros físicos que corresponden a la óptima calidad del propio manufacturado textil. Y ello porque es sentimiento general que la calidad de la tintura y el tiempo requerido por el proceso se ven afectados favorablemente por la intensificación de la circulación.

Admitida esta conclusión, a la que con harta frecuencia se ha llegado por vía empírica, conviene plantearse el problema desde estrictos puntos de vista teóricos, no solo para centrarlo en su justo marco, sino también para intentar llegar a conclusiones de tipo general que nos permitan establecer un juicio sobre cuales son los parámetros fluidodinámicos significativos, y cómo modificarlos para alcanzar los óptimos resultados.

Estudio teórico.

Dos son los mecanismos básicos que intervienen en la transferencia de colorante desde el baño tintóreo a la materia textil; por lo tanto, dos son las áreas de estudio:

- la que concierne a los fenómenos de transferencia del colorante desde la solución tintórea hacia la superficie de la materia textil.
- la que concierne a los fenómenos de difusión de dicho colorante en la masa de la materia textil desde su superficie.

Aquí vamos a ocuparnos únicamente de los principios básicos relativos al primer mecanismo. A tal fin, adoptamos el modelo siguiente:

- lámina de polímero en contacto con una corriente paralela de una solución tintórea con concentración de componentes y temperatura constante fuera de la capa límite.

En estas condiciones la lámina de polímero absorbe una determinada cantidad de colorante de la solución tintórea, la cual, por este hecho, experimenta un descenso de concentración en la capa interfase solución-polímero. El equilibrio del sistema —por supuesto, dinámico— se establece por aporte de colorante a través de la solución a la superficie del polímero, que puede llevarse a cabo de dos formas: por difusión exclusivamente y por convección y difusión.

El primer mecanismo: difusión, es más bien el propio de un proceso de transferencia a nivel molecular, que aparece en los sistemas cuasiestáticos o con velocidades de la solución tintórea características del régimen laminar. El proceso es, considerado un campo de temperaturas uniforme, evidentemente lento.

El segundo mecanismo: convección y difusión es la asociación de un transporte desde el seno de la solución tintórea a la frontera de la subcapa límite laminar y una transferencia por difusión desde ella a la superficie del polímero. Realmente, en conformidad con cuanto dicta la experiencia, el mecanismo es algo más complejo, pues entre transporte y transferencia debe existir una solución de continuidad que no queda explícita en la descripción anterior. Así se observa que los fenómenos de transferencia de masa tienen lugar en una región del fluido, próxima a la lámina, que recibe el nombre de “capa límite difusional”, distinta de la “capa límite hidrodinámica”, región ésta en la que se manifiestan los fenómenos de transferencia de cantidad de movimiento y energía. En general, este segundo mecanismo es más rápido que el primero, pues el dominio en que el aporte de colorante se realiza por difusión tiene, a igualdad de condiciones de contorno, una extensión considerablemente menor, función además, del número de Reynolds de la corriente y, en última instancia, de la velocidad de la solución tintórea fuera de la capa límite.

En consecuencia, el estudio de la transferencia de masa (colorante) desde la corriente (solución tintórea) hacia el sólido (fibra) exige un perfecto conocimiento de los fenómenos que tienen lugar en las capas límites difusional e hidrodinámica. Una visión de conjunto puede obtenerse mediante el cuadro n^o 1, en donde se incluyen las características y ecuaciones aproximadas tanto para el flujo laminar como para flujo turbulento de las capas límites fluidodinámica y difusional.

Estos modelos matemáticos, elaborados a apartir de principios teóricos cuyo desarrollo ha exigido la introducción de ciertos parámetros empíricos, permiten poner en evidencia la influencia que en el proceso de tintura tienen las variables fluidodinámicas. Sin embargo, todavía no se ha llegado a resolver el problema básico: establecer la relación funcional general entre velocidad media macroscópica del baño tintóreo y velocidad de absorción de colorante por el sustrato textil, dadas unas condiciones termodinámicas, fisicoquímicas y de contorno. Las experiencias al respecto de algunos investigadores, resumidas en el cuadro n^o 2, ratifican el presupuesto anterior.

En particular, las expresiones empíricas propuestas por Alexander y Hudson

$$\log (c_0/c_t) = \left(\frac{\beta_n}{D} \right) \cdot t$$

y por Mc Gregor y Peters

$$\delta \propto \frac{1}{v_0} \quad (\text{ver nomenclatura al principio}),$$

aún tratándose de simples aproximaciones al problema, corroboran la indudable interrelación velocidad de tintura—espesor de la capa difusional—velocidad de la solución tintórea, pero no pueden considerarse, en modo alguno, soluciones del problema básico enunciado.

Desde un punto de vista eminentemente pragmático, el estudio de la influencia de la circulación de la solución tintórea sobre la transferencia de colorante a un sustrato textil, transferencia evaluada en términos de porcentaje de agotamiento y factor de circulación, se inicia con los trabajos de Boulton y Crank, (J.S of Dyers & Colourists, 68 (1952) p, 109). Sus resultados, bien que corresponden a unas condiciones de flujo que no son las contempladas en este trabajo, tienen validez en el contexto general del problema básico. En efecto, aún siendo indudablemente interesantes y constituyendo una aportación válida no conducen sin embargo a una formulación general de las relaciones causas-efectos.

Sobre bases fluidodinámicas y fisicoquímicas. Los estudios posteriores realizados por Carbonell y colaboradores representan evidentemente una loable aportación a la racionalización de las rutinas de tintura en la industria, pero sus formulaciones presentan las mismas limitaciones citadas anteriormente. Poco o nada aportan al conocimiento de los mecanismos básicos.

En el cuadro nº 3 se describen con más detalle las teorías de las capas límites fluidodinámicas y difusional para el flujo laminar y para flujo turbulento. En este último caso la capa límite se divide en cuatro zonas: la primera (I) caracterizada porque $\tau = 0$; la segunda (II) en donde $\tau = \tau_{\text{turb}}$, predominando las tensiones tangenciales asociadas al rozamiento turbulento (si adoptamos para esta zona la teoría de la longitud de mezcla de Prandtl, obtenemos la conocida expresión logarítmica u_{III}); la tercera zona (III) es la de transición que se caracteriza porque en ella tienen la misma influencia las tensiones τ (laminar) y τ (turbulenta); por último la cuarta zona (IV) constituye la subcapa laminar, pues en ella se manifiesta exclusivamente la tensión laminar.

En el caso del flujo laminar la relación entre los espesores de las capas límites fluidodinámicas y difusional se deduce de

$$\delta = \left(\frac{D}{\nu}\right)^{1/3} \cdot \delta_0 = \frac{\delta_0}{P_r^{1/3}}$$

Para $P_r = 10^3$ se tiene $\delta = 0,1 \delta_0$.

Para el caso de flujo turbulento tenemos

$$\delta = \left(\frac{D \delta_0^3}{\gamma \cdot \nu_0}\right)^{1/4} = \frac{\delta_0}{\left(\frac{\nu}{D}\right)^{1/4} (10 \gamma)^{1/4}} = \frac{\delta_0}{P_r^{1/4} (10 \gamma)^{1/4}}$$

Para $P_r = 10^3$ resulta $\delta = \delta_0/6$
 γ es un coeficiente de proporcionalidad

Estas últimas expresiones y las de las concentraciones dan idea de la influencia de los parámetros fluidodinámicos que caracterizan a la corriente (espesor de la capa límite) δ_0 , viscosidad cinemática ν etc,) sobre la difusión de colorante desde el baño tintóreo al sustrato textil y su distribución en él.

Conclusión

Con este trabajo se ha pretendido dar una visión sucinta general de la incidencia que sobre el aporte de colorante desde una solución tintórea en movimiento a un sustrato textil estacionario tienen las variables fluidodinámicas, dejando patente que el dominio en el que se manifiestan los fenómenos de transferencia queda reducido a una pequeña región de la corriente, próxima a la superficie del sustrato, denominada capa límite difusional, cuya extensión y el valor del gradiente de las magnitudes transferibles en ella, dependen del campo de velocidades.

Bibliografía

José Cegarra

“Evolución de la maquinaria de tintura de materias textiles empaquetadas, por circulación de baño”

Química Textil (1975) pp,34–50

Veniamin G. Levich

“Physiochemical Hydrodynamics”

Pentice–Hall, Englewood Cliffs, 1962

I. D. Rattee. M.M. Breuer

“The Physical–chemistry of the adsorption”

Academic Press, 1974

Hermann Shlichting

“Teoría de la capa límite”

Editorial Urmo, 1972

Eugenio Valencia, Luis Virto

“Estudio de la capa límite y de las tensiones de arrastre sobre la superficie de un tejido en contacto con una corriente”

Boletín del Instituto de Investigación Textil y Cooperación Industrial, Tarrasa n^o 67 (1976) pp. 13–16

CUADRO N° 1a

Flujo laminar

Característica	El fluido se mueve como compuesto por capas que se deslizan una encima de otra.
Ecuaciones aproximadas de la capa límite fluido-dinámica	$\rho u \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \text{Ec. de Navier-Stokes}$ $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{Ec. de flujo newtoniano}$ <p>Conociendo $\partial p/\partial x$ y μ se puede determinar la expresión de u y de τ</p>
Espesor δ_o	<p>Suponiendo que $p=\text{cte}$ se puede deducir una expresión para el espesor de la capa límite (zona de influencia de la misma).</p> $\rho \frac{v_o^2}{l} = \mu \frac{v_o}{\delta_o^2} \rightarrow \delta_o = k \sqrt{\frac{\nu l}{v_o}}$ $\delta_o \sqrt{\frac{v_o}{\nu l}} = k = \text{cte.}$

CUADRO N° 1b

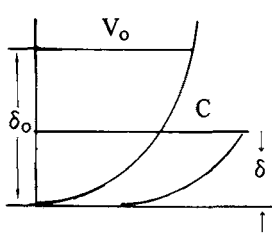
Flujo Turbulento

Característica	El fluido se mueve como si en el seno del mismo existiera un movimiento caótico, y como si solo una parte del mismo siguiera la dirección indicada
Ecuaciones aproximadas de la capa límite fluido-dinámica	$\rho u \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \text{Ec. de Navier-Stokes}$ $\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad \text{Fórmula de la longitud de mezcla de Prandtl}$ id.
Espesor δ_o	<p>En este caso, la expresión $\delta_t \sqrt{\frac{v_o}{\nu l}} = f(\text{Re})$</p> <p>es una función del número de Reynolds definido como $\text{Re} = \frac{v_o l}{\nu}$</p> <div style="text-align: center;"> </div>

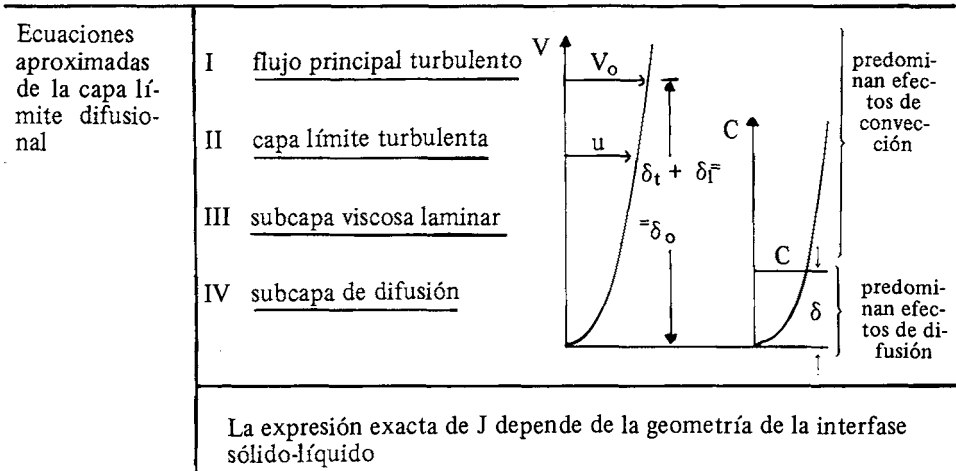
La transición del régimen laminar al turbulento tiene lugar para unas condiciones de flujo caracterizadas por un número de Reynolds llamado crítico Re_c , cuyos valores dependen de la geometría del sistema. Como ejemplos se indican los dos casos siguientes:

CUADRO 1c

$$\left\{ \begin{array}{l} Re_c \text{ para flujo en tubos} = 2300 \\ Re_c \text{ para flujo sobre placas} = 3 \cdot 2 \cdot 10^5 \end{array} \right.$$

Ecuaciones aproximadas de la capa límite difusional.	Ecuación diferencial de transferencia de masa convectiva, constituida por dos flujos:	
	Flujo de difusión molecular	Flujo convectivo en un campo de temperatura uniforme y flujo plano paralelo a la lámina. La componente normal es despreciable
\rightarrow $J_{dif} = D \nabla C$	\rightarrow	\rightarrow $J_{con} = VC$
Ecuación de continuidad: $J_{dif} = J_{con}$		
Resolviendo estas ecuaciones se halla		
	$\delta = (D V)^{1/3} \delta_0$	
	$J_{dif} = D C_0 / \delta$	
	En la zona $y < \delta_0$ la masa transportada por difusión juega un papel importante	$\left\{ \begin{array}{l} C = C(y) \\ v \text{ pequeña} \end{array} \right.$
En la zona $\delta_0 < y < \delta$ predominan los efectos de convección		
	$\left\{ \begin{array}{l} C = \text{cte} \\ v \text{ grande} \end{array} \right.$	

CUADRO 1d



CUADRO N° 2

determinan	Alexander & Hudson (1950)	RIDEAL (1954)	McGregor & Peters (1965)	Milicevic, Duffy & Olson (1970)
	que la velocidad de tintura es función de la velocidad de transporte de colorante (agitación del baño) y de la concentración	que la velocidad de tintura es función de la velocidad de transporte de colorante y de la geometría	que la velocidad de tintura es función de la velocidad de transporte de colorante	la velocidad de tintura empleando compuestos orgánicos mediante la teoría de los poros rígidos.
Teoría	del volumen de control	del volumen de control	del volumen de control	de los poros rígidos
se representa	gráfica $\left[\log \frac{c_0}{c_t} \div t \right]$ n, rpm, parámetro (velocidad de agitación del baño)	gráfica $[(t_{1/2}) \div n]$	gráfica $\left[\frac{\text{gramos absorbidos}}{n \text{ parámetro}} \div \sqrt{t} \right]$	$\left[\frac{\text{velocidad de difusión en disolventes orgánicos}}{(30^\circ = 60^\circ)} \geq \left[\frac{\text{velocidad de difusión en disolventes acuosos}}{\text{velocidad de difusión en disolventes orgánicos}} \right] \right]$
experimentaron en	lana	plancha de celofán fibra de rayón	plancha y cilindro	fibras acrílicas
baño	agua y disolventes	id.	id.	disolventes orgánicos

CUADRO N° 3a

Flujo Turbulento

Capa límite fluidodinámica

A una distancia $y < \delta_o$ la velocidad es la de la corriente turbulenta u_t

A una distancia de la pared $y < \delta_o$ la expresión de la viscosidad cinemática (según la teoría de la longitud de mezcla de Prandtl) es

$$\nu_{\text{turb}} = l^2 \frac{du}{dl} = y^2 \frac{du}{dy}$$

La tensión de cortadura es $\tau = \rho \nu_{\text{turb}} \frac{du}{dl} = \alpha \rho l^2 \left(\frac{du}{dl} \right)^2$

$$\alpha = \text{cte.}$$

Si $\tau = \text{cte.}$ podemos integrar la expresión anterior y obtenemos

$$u_{II} = \frac{\sqrt{\tau_o/\rho}}{\sqrt{\alpha}} \ln y + K_{II} = \frac{v_o}{\sqrt{\alpha}} \ln y + k_{II}$$

K_{II} se determina teniendo en cuenta que la expresión de u_{II} es válida para $y_* \geq 30$ ($y_* = y/v_o$)

$$\frac{u_{II}}{v_o} = 5,5 + 2,5 \ln y_* \quad \text{para } y_* > 30$$

Finalmente se obtiene

A esta zona se le llama turbulenta

A menor distancia a la pared la viscosidad cinemática puede aproximarse por la expresión $\nu_{\text{turb}} \cong b\nu (y/\delta_o)^2$

$$\tau = \rho (\nu + \nu_{\text{turb}}) \frac{du}{dy} = \rho \left[\nu + b\nu \left(\frac{y}{\delta_o} \right)^2 \right] \frac{du}{dy}$$

Integrando: $u_{III} = \frac{v_o}{\sqrt{b}} \arctg \sqrt{b} \frac{y}{\delta_o} + k_{III}$

K_{III} se calcula teniendo en cuenta que para $\begin{cases} y_* = 5 \rightarrow u_t \equiv \tau_o y / \rho \nu \\ y_* = 30 \rightarrow u \equiv \frac{v_o}{\sqrt{\alpha}} \ln \frac{v_o y}{a\nu} \end{cases}$

Obteniéndose $\frac{u_{III}}{v_o} = 10 \arctg (y_*/10) + 1,2$ para $5 < y_* \leq 30$

A esta zona se le llama de transición

$$\tau_o = \rho \nu \frac{du}{dy}; \quad u_{IV} = \frac{\tau_o}{\mu} y + k_{IV}$$

k_{IV} se determina de la condición $\begin{cases} y = 0 \\ u_{IV} = 0 \end{cases}$

Se obtiene:

$$u_{IV} = \frac{\tau_o}{\mu} y$$

para $y_* < 5$ ó $y < \delta_I$

A esta zona se le llama subcapa laminar

CUADRO N° 3b

Flujo laminar
Capa límite fluidodinámica

La ecuación de movimiento de un fluido incomprensible es

$$\frac{\delta \bar{v}}{\delta t} + \bar{v} \nabla \bar{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{v}$$

y la ecuación de continuidad: $\text{div } \bar{v} = 0$
(Ver Schlichting p. 58). Supongamos $\frac{\delta \bar{v}}{\delta t} = 0$

Para grandes números de Reynolds se observa que el flujo puede dividirse en dos zonas:

- (I) una en la cual la viscosidad es despreciable, quedando: $\nabla^2 \bar{v} = -\nabla p / \rho$, correspondiente a un flujo potencial
- (II) Otra en que las fuerzas viscosas $\nu \Delta \bar{v}$ son comparables a las fuerzas de inercia $\bar{v} \nabla \bar{v} + \nabla p / \rho$. A esta zona de espesor δ_0 , se llama capa límite fluidodinámica, y en ella son válidas las simplificaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta v_y}{\delta x} = \delta_0 & ; \frac{\delta^2 v_y}{\alpha x^2} = \delta_0 \\ \frac{\delta v_y}{\delta y} = \delta_0 & ; \frac{\delta^2 v_y}{\delta y^2} = \frac{1}{\delta_0} \end{aligned} \right\} \frac{\delta^2 v_x}{\delta x^2} \ll \frac{\delta^2 v_x}{\delta y^2}$$

Con lo cual la ecuación de movimiento queda en la forma

$$v_y \frac{\delta v_x}{\delta x} + v_y \frac{\delta v_x}{\delta y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p}{\delta x} + \nu \frac{\delta^2 v_x}{\delta y^2}$$

Para una placa las expresiones de v_x y v_y son

$$v_x \cong \frac{v_0 y}{\delta_0} ; v_y = \frac{\nu y^2}{\delta_0^3} ; \mu \frac{v_0}{\delta_0^2} = \rho \frac{v_0}{1} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \delta_0 &\cong \sqrt{\frac{\nu l}{v_0}} \\ \delta_0 &= 5 \sqrt{\frac{\nu l}{v_0}} \end{aligned} \right.$$

La tensión de cortadura en la superficie es igual a $\tau_0 = \mu \left(\frac{\delta v_x}{\delta y} \right)_{y=0}$

La fuerza de rozamiento total es $F = \int \tau_0 dS$

CUADRO N° 3c

Flujo Turbulento
Capa límite difusional

La concentración es C_I para $y > \delta$

$$D_{\text{turb}} = y^2 \frac{du}{dy}$$

El flujo de soluto transportado por vórtices turbulentos es

$$j = D_{\text{turb}} \frac{dc}{dy} = \beta_0 y^2 \frac{du}{dy} \cdot \frac{dc}{dy}$$

$$\beta_0 = \text{cte.}$$

Si $j = \text{cte.}$ integramos y tenemos $c_{II} = \frac{j}{\beta v_0} \ln y + a_{II}$

a_{II} se determina teniendo en cuenta que para $\begin{cases} y = d \\ c_{II} = c_I \end{cases}$ se obtiene

$$c_{II} = \frac{j}{\beta v_0} \ln \frac{y}{\delta} + c_I \text{ para } y > \delta_0$$

$$D_{\text{turb}} = v_0 y^4 / \delta_0^3 \quad \text{ó} \quad D_{\text{turb}} = v_0 y^3 / \delta_0^2$$

$$j = D_{\text{turb}} \frac{dc}{dy} = \frac{v_0 y^3}{\delta_0^2} \frac{dc}{dy}$$

Integrando: $c_{III} = -\frac{j \delta_0^3}{3\tau v_0} \frac{1}{y^3} + a_{III}$

a_{III} se calcula teniendo en cuenta que $\begin{matrix} y = \delta_0 \\ D_{\text{turb}} = D \\ C_{IV} = j \delta / D \end{matrix}$

Obteniéndose: $c_{III} = \frac{j \cdot \delta}{D} + \frac{j \cdot \delta_0^3}{3\tau v_0} \left[\frac{1}{\delta^3} - \frac{1}{y^3} \right]$ para $\delta < y < \delta_0$

$$j = D \frac{dc}{dy} \quad ; \quad c_{IV} = \frac{j}{D} y + a_{IV}$$

a_{IV} sale de $\begin{cases} y = 0 \\ c_{IV} = 0 \end{cases}$

$$c_{IV} = \frac{j}{D} y$$

$$\text{para } y < \delta$$

CUADRO N° 3d

Flujo laminar Capa límite difusional

Aplicando la ecuación de continuidad a un volumen de control determinado se obtiene la ecuación general de la difusión convectiva

$$\frac{\delta c}{\delta t} + v_x v_x c = D \Delta c$$

(Ver. V.G. Levich, p. 49). Supongamos $\delta c / \delta t = 0$

Para grandes números de Peclet se observa que el flujo puede dividirse en dos zonas:

- (I) una en la cual la difusión molecular es despreciable $D\Delta c \rightarrow 0$, quedando $v\sqrt{c} = 0$ que se cumple para $c = \text{cte}$.
- (II) Otra en que la difusión convectiva es comparable a la difusión molecular. A esta zona de espesor δ se le llama capa límite difusional, y en ella son válidas las simplificaciones:

$$\frac{\delta c}{\delta x} \sim \frac{c}{1} \qquad \frac{\delta^2 c}{\delta x^2} \sim \frac{c}{1^2} \qquad \frac{\delta^2 c}{\delta y^2} \gg \frac{\alpha^2 c}{\delta x^2}$$

$$\frac{\delta c}{\delta y} \sim \frac{c}{\delta} \qquad \frac{\delta^2 c}{\delta y^2} \sim \frac{c}{\delta^2}$$

Con lo cual la ecuación general queda en la forma

$$\boxed{v_x \frac{\delta c}{\delta x} + v_y \frac{\delta c}{\delta y} = D \frac{\delta^2 c}{\delta y^2}}$$

Para una placa plana tenemos en la posición $y = \delta$

$$v_y \frac{\delta c}{\delta y} = \frac{\nu \delta^2}{\delta^3} \cdot \frac{c}{\delta} = \frac{\nu \delta c}{\delta^2} \cong \frac{c}{\delta^2} \qquad \text{de donde } \delta = \left(\frac{D}{\nu} \right)^{1/3} \cdot \delta_o = \frac{\delta_o}{P_r^{1/3}}$$

Para $P_r = 10^3$

$$\boxed{\delta = \delta_o / 10}$$

El flujo másico en la superficie es igual a

$$j_{\text{diff}} = D \left(\frac{\delta c}{\delta y} \right)_{y=0} = D \frac{c_o}{\delta}$$

El flujo másico total es igual a $I = \int j_{\text{diff}} ds$